

II 動線計画の 数学的解析 (第1報)

§1. はじめに

本論は、前章で述べたように、設計計画における考え方を、実際にどのように設計活動に適用させて行くかという設計技術に関する研究の一環をなすものである。

非常に機能の複雑な建物、たとえば病院とか学校のように、建物内部の機能がある幾つかのブロックに分類できるような場合、それらブロックの結びつき方は、建物のブロック・プランあるいは、平面構成の型を自ずと規制してくるはずである。

今、設計計画の段階において大きく分類できるブロックの数 N が見つかり、かつ、それらの間の結びつきがはっきりした場合には、結びつきの線の数 M と N との間には、なんらかの関係があるはずである。この M と N との間の関係から、あらかじめ平面構成の型を導こうと試みたのが本研究の目的である。

§2. ブロック数 (N) と 結びつき数 (M) との関係

一般に、同一建物内のブロックの分類は、内部機能の質的分離の必要から起るわけであるが、それらはまた密接に連絡し合っていないならばならぬ場合も多い。一応この結びつきを動線として表わすと、これら動線が互いに交わらないことが望ましい。もちろん各動線の使用状況、重要性などの度合によって、交叉の可能な場合もあるが、それに対する考察は稿を改めたい。というのは、

ブロック・プランあるいは平面計画の実際の設計過程においては、抽象的な点と点との結びつきから、そのブロックの大きさと動線の比重の関係、敷地条件などが加味され、次第に具体的な形にまとまって行くのが普通であろうが、これら設計過程を技術的に解明するためには、幾つかの段階に分けて処理した方が扱いやすいからである。したがって、本論以前の段階において、まず N 個のブロックを点とおきかえ、これらを互いに結びつけ合う場合の解析を行なった⁽¹⁾。

本論は、先に点とおきかえたブロックを長方形と考え、長方形を相互に組み合わせる場合の解析を行なった。すなわち、建築でもっとも多く現われる平面形として、長方形が考えられるが、これらの結びつき方の法則性を求め、逆に設計計画の要求からブロックプランあるいは、平面構成の型を導こうとするものである。しかしこの段階では、長方形の面積を考慮に入れず、ただブロックの位置関係を決定するに留まる⁽²⁾。

まず N 個の長方形を接し合わす場合に、最大となる接辺数 M を求める。たとえば4つの長方形を図-1のように接し合わせれば、接辺数は3であるが、図-2のように配列すれば、接辺数は5となる。このように各ブロックの結びつきの最大の場合を検討すると、一般に $N \geq 4$ では、最大接辺数を M として

$$M = 3N - 7 \quad \text{であることが証明できる}^{(3)}.$$

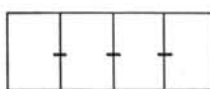


図-1

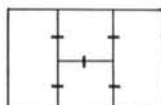


図-2

§3. 各ブロックの 結びつきの型

したがって、 N 個の長方形のブロックを平面的に構成しようとする場合には、ブロック相互を結びつけ合わす動線が $M \leq 3N - 7$ であれば、相互に長方形の辺で接し合わせて、何種かの型をつくることができる⁽⁴⁾。(もし渡り廊下のような別の空間でつなげることを考える際には、位相幾何学的段階の解析により、 $M = 3N - 6$ が結びつきの最大であることが知られている⁵⁾。あるいは、この場合このつなぎの空間を1つのブロックと考え、ブロック数を $N + 1$ 個と考えれば M は3増すわけである。) 次に、 $N = 3 \sim 6$ までの各型を図-3に示す。

これにより建物の平面構成の大凡の型を知ることができる。

記号	平面構成型				
	T型	A型			
			$6(2^4 1^2)_5$		
$3(2^1 2^2)_2$			$6(3 2^4)_6$		
$3(2^3)_3$			$6(3^2 2^4)_7$		
$4(2^2 1^2)_3$			$6(3^3 2^2 1)_7$		
$4(3^1 3^2)_3$			$6(3^4 1^2)_7$		
$4(2^4)_4$			$6(4 2^5)_7$		
$4(3 2^2 1)_4$			$6(4 3 2^3)_7$		
$4(3^2 2^2)_5$			$6(4 3^2 2^1)_7$		
$4(3^4)_6$			$6(4^2 2^2 1^2)_7$		
$5(2^3 1^2)_4$			$6(5 2^4)_7$		
$5(3 2^3 1)_5$			$6(5 3 2^2 1)_7$		
$5(3^2 2^3)_6$			$6(3^4 2^2)_8$		
$5(3^3 2^1)_6$			$6(3^5)_8$		
$5(4 2^4)_6$			$6(4 3^2 2^3)_8$		
$5(4 3 2^2 1)_6$			$6(4 3^3 2^1)_8$		
$5(3^4)_7$			$6(4^2 2^3)_8$		
$5(4 3^2 2^2)_7$			$6(4 3^4)_8$		
$5(4 3^3 1)_7$			$6(4^3 2^2 1)_8$		
$5(4^2 2^3)_7$			$6(4^4 3^2 2^1)_8$		
$5(4 3^4)_8$			$6(5 3 2^4)_8$		
$5(4^2 3^2 2)_8$					
$5(4^3 3^2)_8$					

図-3 ブロック数別平面構成の型

記号 $N(a^p b^q \dots)_M$ において

N : ブロックの数 M : 各ブロックを結びつける動線の総数
 a, b, \dots : あるブロックから他のブロックへ結びつけられる動線の数
 p, q, \dots : 他のブロックへ結びつけられる動線が同数のブロックの数

${}_6(53^2 2^2)_9$			${}_6(4^2 3^4)_{10}$				
${}_6(53^3 1^2)_9$							
${}_6(3^6)_9$							
${}_6(43^4 2)_9$							
${}_6(4^2 3^2 2^2)_9$				${}_6(4^3 3^2 2)_{10}$			
				${}_6(4^2 3^2 2^2)_{10}$			
	${}_6(4^3 3^2 1)_9$				${}_6(5432^3)_{10}$		
	${}_6(4^3 2^3)_9$				${}_6(54^2 3^2 2)_{10}$		
	${}_6(4^3 3 2 1)_9$				${}_6(53^5)_{10}$		
	${}_6(53^4 1)_9$						
	${}_6(53^3 2^2)_9$				${}_6(5^2 3^2 2^2)_{10}$		
					${}_6(4^3 2^3)_9$		
		${}_6(4^3 3 2 1)_9$				${}_6(4^4 3^2)_{11}$	
		${}_6(53^4 1)_9$				${}_6(54^2 3^3)_{11}$	
${}_6(53^3 2^2)_9$				${}_6(5^2 3^4)_{11}$			
				${}_6(5432^3)_{11}$			
	${}_6(543^2 2)_{11}$						
	${}_6(4^6)_{12}$						
${}_6(5^2 4^2 3^2)_{12}$							

N	M max		T型種類	A型種類	種類計
	T型	A型	M max	M max	
3	4	3	1	1	2
4	6	5	1	4	6
5	9	8	1	4	21
6	12	11	2	7	98

図-3 T型：位相幾何学 (Topology) の段階における型 注. A型種類の計には十字交叉のある長方形を除く
A型：擬似 (Affine) 幾何学的段階における型

一例として小学校の場合を考えてみる。

(1) まず設計計画の段階で、調査研究により、建物内部で分離して考えねばならないブロックと各々の結びつきが、次のとおりになったとする。

ブロック名	記号	結びつかねばならぬブロック	動線数
高学年	H	S, A, D, Mp	4
低学年	L	A, D, Mp	3
管理部	A	H, L, S, D	4
特別教室	S	H, A	2
食堂	D	L, A, H	3
マルチパーパスホール	Mp	H, L	2

ブロック数 6 動線数 $\frac{1}{2}(4+3+4+2+3+2)=9$

(2) 平面的にこれら動線を交叉させることなく構成することが可能か否かの検討

$$3 \times 6 - 6 = 12 > 9 \quad \text{O.K.}$$

(3) 平面構成の型は、 $e(4^2 3^2 2^2)_9$ となり図-3の一覧表によりT型では、図-4の(a)~(c)等の3種以上の型が考えられるが、このうち、他との結びつき動線数の最小であるSとMpは、互いに結びつく必要はなく、最大のHは、S, Mpに結びつかねばならぬので、(b)型となり、MpをP点におけばよい。

(4) これを機能図にあてはめてみると、図-5のようになる。したがって大凡のブロック・プランは図-6のようになるはずである。

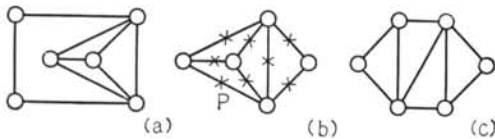


図-4

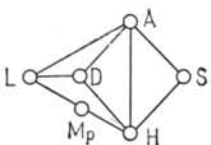


図-5



図-6

(5) また、図-6を得る前に、建物として、コンパクトにまとめられるかどうかを検討すると、 $e(4^2 3^2 2^2)_9$ での上の(b)型に相当するA型の平面型は存在しない。この場合には、図-5にもっとも似た型を $M > 9$ の高次の型の中から選ばばよい。すなわち、 $e(4^3 3^2 2)_10$ の図-7を得。記号をあてはめると図-8となる。次に図-7に相当するA型の平面型は、どれを選んでもよいわけであるから、かりに“印”の型を選ぶと、図-9になる。ここでDとMpは、はじめの条件により結びつく必要はないから、その間は図-10のように中庭を入れてまとめてよいことになる。何れにせよ、この段階では、まだ面積や形の条件を入れてないが、こうした位置関係は、かなり簡単に確かめられる。

§4. おわりに

この動線計画の数学的解析は、位相幾何学的段階および擬似幾何学的段階では、上記応用例のような機能図の作製とか、ブロック相互の位置関係を確かめたりすることにも使われるが⁽⁶⁾、さらに十字交叉のある長方形分割の解析、3次元空間における解析および面積、動線の比重を加えた解析まで行なう予定である。

なお、本論は、昭和36年度建築学会大会論文として提出したものを中心とし、他の2篇⁽⁷⁾を参照してまとめたものである。

また、数学的扱いについては、清水建設研究所の清水達雄氏、東京大学助教授の田村一郎氏に種々ご教示頂いたことを付記して謝意を表したい。

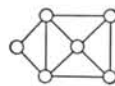


図-7



図-8



図-9



図-10

注 1. 動線計画のトポロジー: 拙稿: 関支30回 1961年6月

注 2. 先の報告“動線計画のトポロジー”が位相幾何学的段階であったのに対して, これは擬似(アフィン)幾何学的段階の解析と考えられる。

注 3. 概略の証明を記す。一般に位相空間の球と同位相の開多面体に対して次の, オイラーの定理が適用できる。

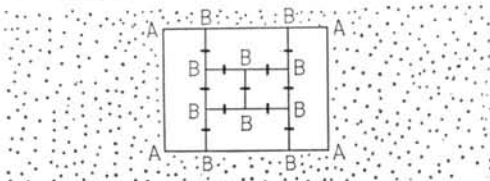
$$a_0 - a_1 + a_2 = 2 \quad (1)$$

ここに, a_0 : 閉多面体の頂点の数(ここでは節点の数)

a_1 : 稜の数(ここでは求める共有辺の数)

a_2 : 面の数

今, N 個の長方形に分割された大きな長方形を考える。この N 個がなるべく互に接し合うためには, 最少数の長方形でなるべく多くの長方形を囲うことになる。したがって長方形を使ってある領域を囲み, かつ長方形となるためには, 外側に最小4つの長方形が必要となる。一方, 節点の数は, 1個の長方形について4ずつあるから総計 $4N$ 個であり, 長方形が接し合っている際には, もっとも外側の隅の4節点(図-11のA点)を除いて, 必ず2つの長方形の共有となる(図-11のB点)。



したがって 図-11

$$a_0 = \frac{4N-4}{2} + 4 \quad (2)$$

$$a_1 = M' \quad (3)$$

また, 領域としての空間は, N 個の長方形の他に, 大きな全体の長方形より外の領域を考えねばならない。したがって,

$$a_2 = N + 1 \quad (4)$$

(2)~(4)式を(1)式に代入すると

$$3N + 1 = M' \quad (5)$$

を得る。

今, 実際に必要な M は外側の領域との接辺数を除いたものである。したがって, 外側の4つの長方形が外領域と接している辺数8を上 M' から除いて次式を得る。

$$M = M' - 8 = 3N - 7 \quad (6)$$

これが求める最大接辺数であり事実, $M > 3N - 7$ のものをつくることはできない。

注 4. $N = a_1 + \dots + a_k$ $k \leq M$ とする。ここに a_i : 自然数。今 N の分割方法を考え, その種類の数を $P(N, M)$ とすると これを基にして組織的に N 個の長方形の長方形への組み合わせをつくることができる。たとえば, $N=4$ の場合の組み合わせは $4=1+1+1+1$, $4=2+1+1$, $4=2+2$, $4=3+1$, $4=4$ となり $P(4, 4)=5$ である。一方 $N=1\sim 3$ の場合の長方形の長方形への組み合わせを考えると, 次の4通りしかない(図-12)。

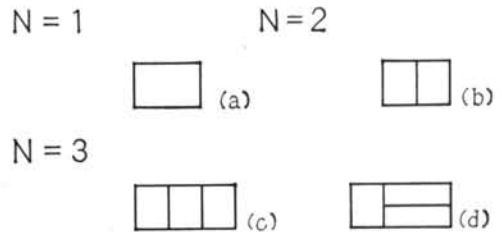


図-12

したがって $N=4$ の場合には, これら(a)~(d)を順次組み合わせればよい。すなわち

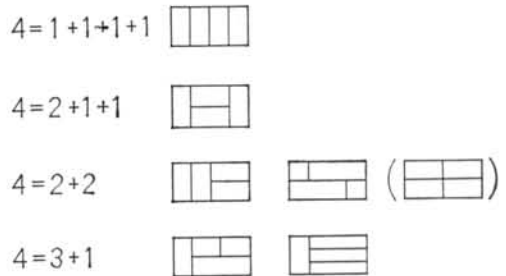


図-13

同様にして $N=5\sim$ の場合も, すべての型を導くことができる。

注 5. 一平面上の N 個の点を, 相交わらない線によって結び得る場合の各点の位置関係を求めてみる。この

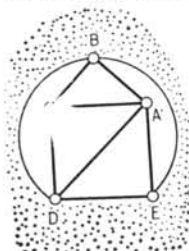


図-14

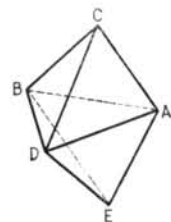


図-15

段階では、結びつきの線の長さ、方向を考える必要がないから、位相幾何学的にこれらの点を球面上の任意の点におきかえ得る。次にこの球面上の各点を結んでできる閉多面体(図-14→図-15)の間には、オイラーの公式により次の関係がなりたつ。

$$N - M + F = 2 \dots\dots\dots(1)$$

ここに N は点の数、 M は稜の数(この場合は動線数)、 F は面の数である。

一方、この閉多面体は必ず3角形によって囲まれることになるから、3角形の各辺は必ず2つの3角形の共有となる。この場合 F 個の3角形があるから、辺の総数(閉多面体における稜の数)は $M = 3F/2$ である。したがって

$$2M = 3F \dots\dots\dots(2)$$

の関係を導くことができる。(1)、(2)の両式より F を消去すれば、

$$3N - 6 = M \dots\dots\dots(3)$$

の式がなりたつ。

すなわち、 $3N - 6 < M$ であれば、必ずどこかの動線は相交わることになり、それを避けるためには、立体交叉にせねばならない。

注 6. (1) 潜水建設(社報) No. 283 1961, 4 P. 23~ “設計計画の考え方、犬猫病院の場合” 参照。これは

家畜病院における犬のなき声による騒音の対策が計画当初の目的であった。しかし犬のなく機会を調査した結果、犬の視線範囲に見慣れないものが動く場合が大半であることがわかり、犬の視線に対する人、犬の動線計画が根本対策であることが判明した。

(2) 本社設計 “36A-260, 国立桐朋男子学園” 参照。これは、中学校、高等学校が併存し、かつ教員は両校の兼務が多く、特別教室、体育館、講堂を共用する学校である。一方、従来の学校建築に対する調査研究により、各学年の生活の場をはっきり分けたい。この時、各々のブロックは、中学生、高校生の登下校から校内の動きに至る動線によって、配置が規制される。

注 7. (1) 注 1. 参照。

(2) 前章参考文献 1) 参照。

<参 考 文 献>

- 1) 数と図形: ラーデマッヘル, テップリッツ, 山崎三郎訳: 創元社, 1942
- 2) 回路のトポロジー: 近藤一夫, 小野寺力男: 岩波書店, 1958
- 3) An Introduction to Combinatorial Analysis: John Riordan: John Wiley & Sons, Inc., 1958