

## 補剛板の振動に関する研究 (1)

—基本式の表示とリブが1つある場合の解—

磯 畑 脩

## § 1. 序 論

鉄筋コンクリートスラブの振動障害<sup>1)</sup>に関連して、小梁のついた床板の振動または一般的にリブで補剛された板の自由振動問題を解析した。

ここで「補剛」という言葉を用いるのは、単に板の変形を少なくするということと、重量に比べて比較的剛性の高いリブが板と一体化することによって、板の重量に対する剛性が相対的に高められるということを区別するためである。リブを設けることにより変形は減らせても重量の増加に伴い振動数が高くならなければ、「補剛」というよりもむしろ「補強」に相当する。

したがって補剛効果はその固有振動数の増加をもたらすから、結果として振動問題に帯着できるわけである。

一般に板のような連続体では特定の境界条件を除いて解析的に解くのはむずかしく、複雑な系では近似解法によることになる。補剛板の振動解析についてはいくつかの解法<sup>2)3)</sup>が考えられるが、取扱いの比較的容易な方法としては次の2通りが考えられる。

その1つは Influence Coefficient を用いて Lumped Mass System として考える多質点系振動 (有限自由度) の方法<sup>3)4)</sup>である。これはいわゆるマトリクス法である。

もう1つは解析的には無限自由度の連続体の振動として扱う方法であり、系のポテンシャルエネルギーの変分に基づくエネルギー法<sup>2)3)5)</sup>である。近似計算では系に変形拘束を与えて有限自由度とし、その場合の系のポテンシャルエネルギーを極小にすることによって固有振動の近似解を得る。

この自由度が1であれば Rayleigh の方法になり、2つ以上の場合は Ritz の方法 (または Rayleigh-Ritz の方法) である。

このエネルギー法では変形の自由度を拘束することにより、得られる振動数は常に高めの近似値を与える。

補剛板の振動解析上、最も主要な点はリブの取扱いであって、その曲げ剛性は板と一体化することにより個々

のそれよりも増加する。

系の弾性エネルギーを計算する場合は、梁曲げに対する板の協力を梁曲げ剛性の増加とすることができるなら容易になりそうである。そうすれば補剛板の振動は一定の拘束条件のもとに板とリブの連成振動と考えることができるので、Ritz の方法を比較的簡単な形で適用できると思われる。

梁曲げ剛性の増加についてはT梁に関する坪井博士の方法すなわち、断面2次モーメント増加率  $\phi^6)$  に基づく係数を導入して使う。

一方、リブの振り効果は、元来リブは曲げが主体であるゆえ無視される場合が多い。しかしながら小梁のある鉄筋コンクリートスラブを補剛板として考える場合には小梁を Nodal Line として生ずる振動はしばしば起こり得るから振り振動も考慮しておかねばならない。

こうして Ritz の方法から得られる振動数方程式は系の弾性エネルギー  $U$ 、運動エネルギー  $p^2 T_0$  および未定係数  $C_{mn}$  に関して  $(U - p^2 T_0) C_{mn} = 0$  となる。これより固有振動の振動数とその Mode が得られる。

本論文では板の補剛効果すなわち、平板と補剛板の振動数の比較を目的としている。それゆえ  $\text{Det.}(U - p^2 T_0) = 0$  から固有値  $p^2$  を求める方法までを説明する。

この方法による計算例として本報告では1方向に1つのリブを有する板 (周辺支持) の解について述べる。

そして、この解を利用して1辺固定3辺支持板の振動が容易に得られ、さらにあるパラメータを導入することにより1辺弾性支持 (回転角零) 3辺支持板の振動として補剛板を解釈できることを示す。

## § 2. 諸定義

考える補剛板は長方形板でリブは各辺に平行にあるものとし、次の仮定を設ける。

・補剛板の曲げ振動は、断面2次モーメントの有効係数

Φ を導入して板の振動とリブの振動に分離する。

・リブの形状は長方形であり、リブも板も断面形状は一樣とする。また両者の密度および弾性係数は同一とする。

・リブの振りは実用性を考えて当面は両端固定とし、振れは板に従うものとする。またリブの横方向の曲げは無視する。

図一1 に従って以下の記号を定義する。

$a, b, h$ : 板の短辺, 長辺および厚さ

$c, d$ : リブの幅およびせい

$E, G$ : 板とリブのヤング係数およびせん断弾性係数

$\rho, \nu$ : 板とリブの密度およびポアソン比

$D$ : 板の曲げ剛性

$K, GJ$ : リブの曲げ剛性および St. Venant の振り剛性

$I_p$ : リブの断面極2次モーメント

$A$ : リブの断面積

なお、板とリブの共有部分に対してそれぞれ  $J_0, I_{p0}, A_0$  を考え、また短辺方向、長辺方向リブに対しては添字  $b, a$  (逆であることに注意) により区別する。さらに、 $y_i, x_j$ : 短辺方向および長辺方向のリブの座標 ( $i, j$  はそれぞれの個数を表わす)

$\lambda, \eta, \mu$ : 辺長比 ( $b/a$ ), 厚さ比 ( $h/d$ ) および板厚比 ( $a/h$ )

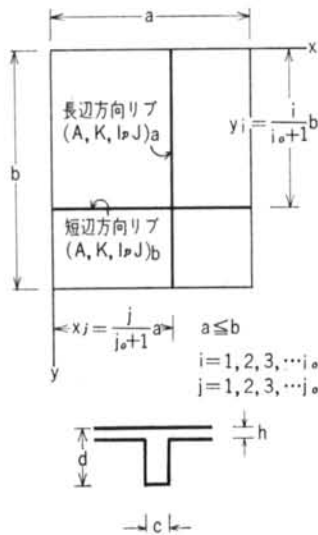
$\xi$ : 等間隔にリブがある場合の支持辺に対するリブの幅比で、 $(i_0+1)c_0/b$  または  $(j_0+1)c_a/a$

$\xi_0$ : 同様に、短辺に対するリブ幅比

$w$ : 板の変位

$w_{yi}, w_{xj}$ : 短辺方向および長辺方向リブの変位

$\rho, f$ : 補剛板の角振動数および振動数



図一1

### § 3. 断面2次モーメントの有効係数 Φ と有効リブの想定

坪井博士による断面2次モーメント増加率 Φ は T 梁の Stem の曲げ変形に対する Flange (板) の拘束効果を平面応力および平板応力理論から、Stem の断面2次モーメント増加率という形で導かれたものである。原式のまま書き表わすと、

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= \frac{\psi_n}{(1+\nu)^3 \{4\nu + (1+\nu)\gamma_n\} \delta_n} \\ \psi_n &= 16\nu^4 + 4\nu^3(1+\nu)\gamma_n + 4\nu(1+\nu)(4+2\nu+\nu^2)\delta_n \\ &\quad + (1+\nu)^4\gamma_n\delta_n \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに、 $\nu, \gamma_n, \delta_n$  は新しい記号で表わすと、

$$\nu = \frac{h}{d-h} = \frac{\eta}{1-\eta} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_n &= \frac{n\pi c}{l_x} (3 \coth \alpha_n - \alpha_n \operatorname{cosech}^2 \alpha_n) \\ \delta_n &= \frac{n\pi c}{l_x} (\coth \alpha_n + \alpha_n \operatorname{cosech}^2 \alpha_n) \\ \alpha_n &= \frac{n\pi(l_y - c)}{2l_x} \end{aligned} \right\} (3)$$

ここに、 $l_x, l_y$  は T 梁の支持スパン、および幅を表わしており、 $\gamma_n, \delta_n$  は T 梁が一樣な間隔  $l_y$  で連続する場合の式を示している。

$\Phi_n$  は明らかに  $\nu, c/l_y, l_y/l_x$  および  $n$  の関数であり、 $n$  は荷重状態を表わす。 $n=1$  とすることにより  $\Phi_1$  に、Stem の断面2次モーメント増加率としての具体的な意味付けができる。

T 梁および T 梁の Stem、板部分の断面2次モーメントをそれぞれ  $I, I_0, I_s$  とおけば定義により、

$$\Phi_1 = \frac{I}{I_0} \quad (4)$$

また、

$$\frac{I_s}{I_0} = \frac{l_y h^3}{c d^3} = \frac{l_y}{c} \eta^3 \quad (5)$$

そこで、

$$\Phi = \frac{I}{I_0} - k \frac{I_s}{I_0} = \Phi_1 - k \frac{l_y}{c} \eta^3 \quad (6)$$

で定義するパラメータ  $\Phi$  を導入する。 $\eta=1$  の場合、

$$\Phi_1 = \frac{4}{\delta_1} + 1 \quad (7)$$

となるから、(6), (7)式から、

$$k = \frac{c}{l_y} \left( \frac{4}{\delta_1} + 1 \right) \quad (8)$$

この  $k$  は次のような性質がある。

$$\alpha_1 = \frac{\pi(l_y - c)}{2l_x} < \frac{\pi}{2} \left( \text{すなわち } \frac{l_y - c}{l_x} < 1 \right) \text{ のとき,}$$

$$\tanh \alpha_1 = \alpha_1 - \frac{\alpha_1^3}{3} + \frac{2\alpha_1^5}{15} - \dots,$$

$$\sinh \alpha_1 = \alpha_1 + \frac{\alpha_1^3}{3!} + \frac{\alpha_1^5}{5!} + \dots,$$

であることを顧慮すると、これらの級数の第1項をとって、十分精確に、

$$\frac{l_y}{l_x} < 1 : k=1, \Phi = \frac{I}{I_0} - \frac{I_s}{I_0}$$

が成立する。

よって  $\Phi$  は  $\eta \rightarrow 1$  のとき、 $\Phi \rightarrow 0$ 、 $\eta \rightarrow 0$  のとき  $\Phi \rightarrow \Phi_1$  となり、板に対するリブの相対的な存在の関係が表わされる。

$\Phi$  をリブの断面2次モーメントの有効係数とし、 $\Phi K$  の曲げ剛性をもつ有効リブ（以後は単にリブと称する）を想定する。

このリブに対応する断面積は、

$$A - A_0 = cd(1 - \eta) \quad (9)$$

とすることができる。

有効リブの振りに関しては、幅方向の曲げを無視して振り剛性、極2次モーメントをそれぞれ、

$$G(J - J_0), I_p - I_{p0} \quad (10)$$

とおいて板に対するリブの相対的な関係を表わすことにする。すなわち、 $\eta \rightarrow 1 : J - J_0 \rightarrow 0, I_p - I_{p0} \rightarrow 0$ 、 $\eta < 1 : J - J_0 \approx J, I_p - I_{p0} \approx I_p$  である。

$\Phi_1$  と  $\Phi$  の計算結果は 図-2~図-5 に示しておく。

これらの図によれば、 $\Phi$  の値は  $l_y/l_x$  に関して大体一定になり、また  $\Phi$  の最大値は  $\eta$  の 0.1~0.2 の範囲にあることがわかる。

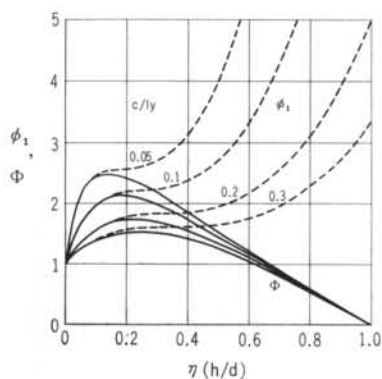


図-2  $\frac{2l_y}{l_x} = 1$  の場合

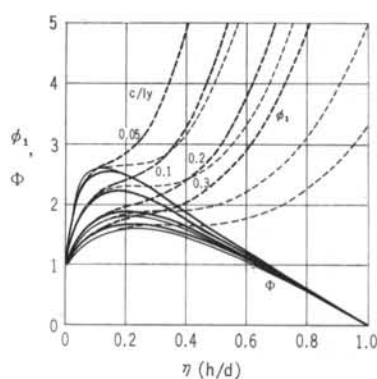


図-3  $\frac{2l_y}{l_x} = 1.5$  (太線),  $\frac{2l_y}{l_x} = \frac{1}{1.5}$  (細線) の場合

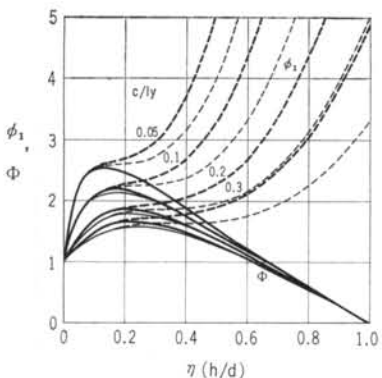


図-4  $\frac{2l_y}{l_x} = 2$  (太線),  $\frac{2l_y}{l_x} = \frac{1}{2}$  (細線) の場合

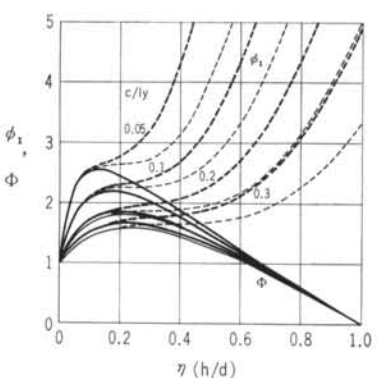


図-5  $\frac{2l_y}{l_x} = 3$ ,  $\frac{2l_y}{l_x} = \frac{1}{3}$  (細線) の場合

## § 4. エネルギー法による基本式の表示

4.1 振動の基本式 板の振動の方程式は(1)式で表わせる。

$$D\Delta\Delta w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (1)$$

有効リブに関する方程式は梁と同じであり、短辺方向と長辺方向リブの曲げおよび振りの振動の方程式はそれぞれ (2), (3) 式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} (\Phi K)_b \frac{\partial^4 w_{yt}}{\partial x^4} + \rho(A-A_0)_b \frac{\partial^2 w_{yt}}{\partial t^2} &= 0 \\ (\Phi K)_a \frac{\partial^4 w_{xj}}{\partial y^4} + \rho(A-A_0)_a \frac{\partial^2 w_{xj}}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{aligned} G(J-J_0)_b \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{yt} - \rho(I_p - I_{p0})_b \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{yt} &= 0 \\ G(J-J_0)_a \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{xj} - \rho(I_p - I_{p0})_a \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{xj} &= 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

ここに板と有効リブの間の拘束条件は、

$$\left. \begin{aligned} w_{yt}(x, t) &= w(x, y, t) \\ w_{xj}(y, t) &= w(x, y, t) \end{aligned} \right\} (4)$$

## 4.2 弾性エネルギー $U$ と運動エネルギー $T$

$$w = w_0(x, y) \left( \frac{\sin}{\cos} \right) \rho t \quad (5)$$

とおく時、板の弾性エネルギーおよび運動エネルギーの最大値  $U_s$ ,  $T_s$  はそれぞれ、(6), (7) 式で表わせる。

$$U_s = \frac{1}{2} D \int_0^a \int_0^b \left[ (\Delta w_0)^2 + 2(1-\nu) \left\{ \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right\} \right] dx dy \quad (6)$$

$$T_s = \frac{1}{2} \rho^2 h \int_0^a \int_0^b (w_0)^2 dx dy \quad (7)$$

有効リブの曲げ振動による弾性エネルギーおよび運動エネルギーの最大値  $U_B$ ,  $T_B$  は短辺方向、長辺方向についてそれぞれ、(8), (9) 式で表わせる。

$$U_B = \frac{1}{2} (\Phi K)_b \sum_i \int_0^a \left( \frac{\partial^2 w_{0yt}}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} (\Phi K)_a \sum_j \int_0^b \left( \frac{\partial^2 w_{0xj}}{\partial y^2} \right)^2 dy \quad (8)$$

$$T_B = \frac{1}{2} \rho^2 h (A-A_0)_b \sum_i \int_0^a (w_{0yt})^2 dx + \frac{1}{2} \rho^2 h (A-A_0)_a \sum_j \int_0^b (w_{0xj})^2 dy \quad (9)$$

同様に振り振動に関する  $U_F$ ,  $T_F$  は (10), (11) 式で表わせる。

$$U_F = \frac{1}{2} G(J-J_0)_b \sum_i \int_0^a \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)_{yt}^2 dx + \frac{1}{2} G(J-J_0)_a \sum_j \int_0^b \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)_{xj}^2 dy \quad (10)$$

$$T_F = \frac{1}{2} \rho^2 (I_p - I_{p0})_b \sum_i \int_0^a \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)_{yt}^2 dx + \frac{1}{2} \rho^2 (I_p - I_{p0})_a \sum_j \int_0^b \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)_{xj}^2 dy \quad (11)$$

## 4.3 Ritz の方法

振動系における Ritz の方法は、系のポテンシャルエネルギー  $V$  に対する変分原理、

$$\delta V = 0 \quad (12)$$

に関して次のように示される。

補剛板の振動において、静的な場合のポテンシャルエネルギー  $V$  に対応するものは、(13) 式で示される。

注) 梁曲げの弾性エネルギーは、 $y=y_i$  における短辺方向リブの場合次のようになる。

$$\frac{1}{2} \int_0^a M_{0yi} d\theta_{yi}^x = \frac{1}{2} \int_0^a \left( K_{yt} \frac{d^2 w_{0yt}}{dx^2} \right) \cdot \left( \frac{d\theta_{yi}^x}{dx} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^a K_{yt} \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)_{yt} dx$$

同様にこのリブの振り歪エネルギーは、

$$\frac{1}{2} \int_0^a M_{iyt} d\theta_{yi}^y = \frac{1}{2} \int_0^a \left( G J_{yit} \frac{d\theta_{yi}^y}{dx} \right) \cdot \left( \frac{d\theta_{yi}^y}{dx} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^a G J_{yt} \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)_{yt} dx$$

ここに、 $\theta_{yi}^x = (\partial w_0 / \partial x)_{yt}$ ,  $\theta_{yi}^y = (\partial w_0 / \partial y)_{yt}$

$$\left. \begin{aligned} V &= U - T, \\ U &= U_S + U_B + U_F, \quad T = T_S + T_B + T_F \end{aligned} \right\} \text{②3}$$

$$w_0(x, y) = \sum_m \sum_n C_{mn} w_{mn}(x, y), \quad \text{②4}$$

$$T = p^2 T_0 \quad \text{②5}$$

とおけば②3式から、

$$\frac{\partial}{\partial C_{mn}} (U - p^2 T_0) = 0 \quad \text{②6}$$

これは結局、未定係数  $C_{mn}$  に関する  $m \times n$  個の連立1次の斉次式②6である。

$$(U - p^2 T_0) C_{mn} = 0 \quad \text{②7}$$

ここに  $U - p^2 T_0$  は  $C_{mn}$  の係数マトリクスで、 $U - p^2 T_0$  から共通因子および  $C_{mn} C_{m'n'} (m'=1, 2, 3, \dots, m, n'=1, 2, 3, \dots, n)$  を除いたものである。よって振動数方程式は、

$$\text{Det.}(U - p^2 T_0) = 0 \quad \text{②8}$$

②8, ②7式より  $m \times n$  個の固有振動数  $p/2\pi$  とその Mode が得られる。

固有振動を求める上の具体的な Mode の選定 ( $mn$  を決めること) には、§.6 に述べる個々の補剛板における固有振動の直交性が重要な手掛りとなる。Ritz の方法によれば、効果的な数項を使うだけで十分精度のよい近似解が得られる。

## § 5. 特定の境界条件に対する一般式の表示

この章では前章に示した一般式を2つの境界条件、す

### 5.1 周辺支持

境界条件は、

$$x=0, a : w_0(x, y) = 0, \quad \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = 0,$$

$$y=0, b : w_0(x, y) = 0, \quad \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = 0$$

} ②9

変位を、

$$w_0 = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (m, n=1, 2, 3, \dots) \quad \text{③0}$$

とおけば②9を満足するから、②5~②7式に代入すると③0~③2式で示すエネルギー式が得られる。(  $C_{mn}$  : 未定係数)

$$U_S = \frac{ab}{8} \pi^4 \sum_m \sum_n C_{mn}^2 D \left\{ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right\}^2, \quad \text{③1}$$

$$U_B = \frac{ab}{8} \pi^4 \sum_m \sum_n \left\{ \frac{2}{b} \left( \frac{m}{a} \right)^4 \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} \Phi_b K_b \sum_i \sin \frac{n\pi y_i}{b} \sin \frac{n'\pi y_i}{b} \right. \\ \left. + \frac{2}{a} \left( \frac{n}{b} \right)^4 \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} \Phi_a K_a \sum_j \sin \frac{m\pi x_j}{a} \sin \frac{m'\pi x_j}{a} \right\} \quad \text{③2}$$

$$U_F = \frac{ab}{8} \pi^4 \sum_m \sum_n \left\{ \frac{2}{b} \left( \frac{m}{a} \right)^2 \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} \frac{nn'}{b^2} G(J_b - J_{0b}) \sum_i \cos \frac{n\pi y_i}{b} \cos \frac{n'\pi y_i}{b} \right.$$

なわち周辺支持と周辺固定について考える。

一般に構造物の振動で現実には生じた事実、問題になるのは振動数そのものがある数値以下に限定されている。

このような場合、ほとんどは1次または2次の振動である。

周辺固定の条件下では周辺支持に比べ振動数は80%以上は高められるから、現実性のあるのは最低次のもと考えてさしつかえない。

本報の目的である補剛板におけるリブの挙動は周辺支持の場合で十分表わせるであろう。それゆえ、高次振動は周辺支持についてだけ考える。

③0式で示した変位は多項式よりも3角級数におくことによって積分がはるかに容易になる。今回の振動解析に Ritz の方法を用いる理由の1つはここにある。

周辺支持の場合、変位は Double Sine 級数で表わすことができ、これは板だけの場合正解を与え、級数の各項は規準振動を表わしている。

周辺固定の場合、簡単な形の3角級数では境界条件を満足させることができない。最低次 Mode については、境界条件を満たすための補正項を導入した変則的な3角級数、すなわち、Modified Fourier Series<sup>7)</sup>を用いる。

この級数の精度については固定平板の振動に関して検討する。

$$+ \frac{2}{a} \left(\frac{n}{b}\right)^2 \sum_{m'} C_{mn} C_{m'n} \frac{mm'}{a^2} G(J_a - J_{0a}) \sum_j \cos \frac{m\pi x_j}{a} \cos \frac{m'\pi x_j}{a} \} \quad (33)$$

$$T_S = \frac{ab}{8} p^2 \rho h \sum_m \sum_n C_{mn}^2 \quad (34)$$

$$T_B = \frac{ab}{8} p^2 \rho \sum_m \sum_n \left\{ \frac{2}{b} \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} (A_b - A_{0b}) \sum_i \sin \frac{n\pi y_i}{b} \sin \frac{n'\pi y_i}{b} \right. \\ \left. + \frac{2}{a} \sum_{m'} C_{mn} C_{m'n'} (A_a - A_{0a}) \sum_j \sin \frac{m\pi x_j}{a} \sin \frac{m'\pi x_j}{a} \right\}, \quad (35)$$

$$T_F = \frac{ab}{8} p^2 \rho \sum_m \sum_n \left\{ \frac{2}{b} \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} \frac{nn'}{b^2} (I_{pb} - I_{p0b}) \sum_i \cos \frac{n\pi y_i}{b} \cos \frac{n'\pi y_i}{b} \right. \\ \left. + \frac{2}{a} \sum_{m'} C_{mn} C_{m'n'} \frac{mm'}{a^2} (I_{pa} - I_{p0a}) \sum_j \cos \frac{m\pi x_j}{a} \cos \frac{m'\pi x_j}{a} \right\} \quad (36)$$

ここに,  $m=1, 2, 3, \dots$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$ ,

$m'=1, 2, 3, \dots, m$ ,  $n'=1, 2, 3, \dots, n$  であり,

$$m'=m: C_{mn} C_{m'n} = C_{mn}^2,$$

$$m' \neq m: C_{mn} C_{m'n} = C_{m'n} C_{mn}$$

上式において  $i=j=0$  ( $U_B = U_F = 0, T_B = T_F = 0$ ) とおけば周辺支持の平板の振動を表わす, すなわち, 31, 34 式を 28 式に代入するとただちに次の解が得られる.

$$p^2 = \frac{\pi^4 D}{\rho h} \left\{ \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right\}^2 \quad (37)$$

§2. の記号を用いて固有振動数  $f_{s0}$  を表わすと次式のようになる.

$$f_{s0} = \frac{\pi h}{4a^2} \sqrt{\frac{E}{3(1-\nu^2)\rho}} \left( m^2 + \frac{n^2}{\lambda^2} \right) \quad (38)$$

37, 38 は境界条件 29 に関する (6 式) の解である.

次に  $U_S = T_S = 0, \Phi = 1, A_0 = 0$  ( $\therefore J_0 = J_{p0} = 0$ ) とおけば周辺支持 (ただし支持端において振り拘束される) の格子梁の振動を表わす.

## 5.2 周辺固定 境界条件は,

$$x=0, a: w_0(x, y) = 0, \quad \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0,$$

$$y=0, b: w_0(x, y) = 0, \quad \frac{\partial w_0}{\partial y} = 0 \quad (39)$$

1 次 Mode に対応する変位を次の Modified Fourier Series におく.

$$w_0 = \sum_m \sum_n C_{mn} \left( \cos \frac{2m\pi x}{a} - 1 \right) \left( \cos \frac{2n\pi y}{b} - 1 \right), \quad m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (40)$$

40 式は 39 式を満足するから 5.1 と同様にしてエネルギー式を求めると 41~46 式が得られる.

$$U_S = \frac{ab}{8} (2\pi)^4 \sum_m \sum_n D \left\{ C_{mn}^2 \left\{ \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right\}^2 + 2C_{mn} C_{m'n'} \left(\frac{m}{a}\right)^2 + 2C_{mn} C_{m'n'} \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right\} \quad (41)$$

$$U_B = \frac{ab}{8} (2\pi)^4 \sum_m \sum_n \left\{ \frac{2}{b} \left(\frac{m}{a}\right)^4 \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} \Phi_b K_b \sum_i \left( \cos \frac{2n\pi y_i}{b} - 1 \right) \left( \cos \frac{2n'\pi y_i}{b} - 1 \right) \right. \\ \left. + \frac{2}{a} \left(\frac{n}{b}\right)^4 \sum_{m'} C_{mn} C_{m'n'} \Phi_a K_a \sum_j \left( \cos \frac{2m\pi x_j}{a} - 1 \right) \left( \cos \frac{2m'\pi x_j}{a} - 1 \right) \right\} \quad (42)$$

$$U_F = \frac{ab}{8} (2\pi)^4 \sum_m \sum_n \left\{ \frac{2}{b} \left(\frac{m}{a}\right)^2 \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} \frac{nn'}{b^2} G(J_b - J_{0b}) \sum_i \sin \frac{2n\pi y_i}{b} \sin \frac{2n'\pi y_i}{b} \right. \\ \left. + \frac{2}{a} \left(\frac{n}{b}\right)^2 \sum_{m'} C_{mn} C_{m'n'} \frac{mm'}{a^2} G(J_a - J_{0a}) \sum_j \sin \frac{2m\pi x_j}{a} \sin \frac{2m'\pi x_j}{a} \right\} \quad (43)$$

$$T_S = \frac{ab}{8} p^2 \rho h \sum_m \sum_n \left\{ C_{mn}^2 + 2 \sum_{m'} C_{mn} C_{m'n} + 2 \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n} + 4 \sum_{m'} \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n} \right\} \quad (44)$$

$$T_B = \frac{ab}{8} p^2 \rho \sum_m \sum_n \left\{ \frac{6}{b} \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} (A_b - A_{0b}) \sum_i \left( \cos \frac{2n\pi y_i}{b} - 1 \right) \left( \cos \frac{2n'\pi y_i}{b} - 1 \right) \right. \\ \left. + \frac{6}{a} \sum_{m'} C_{mn} C_{m'n'} (A_a - A_{0a}) \sum_j \left( \cos \frac{2m\pi x_j}{a} - 1 \right) \left( \cos \frac{2m'\pi x_j}{a} - 1 \right) \right\} \quad (45)$$

$$T_F = \frac{ab}{8} p^2 \rho (2\pi)^2 \sum_m \sum_n \left\{ \frac{6}{b} \sum_{n'} C_{mn} C_{m'n'} \frac{nn'}{b^2} (I_{pb} - I_{p0b}) \sum_i \sin \frac{2n\pi y_i}{b} \sin \frac{2n'\pi y_i}{b} \right. \\ \left. + \frac{6}{a} \sum_{m'} C_{mn} C_{m'n'} \frac{mm'}{a^2} (I_{pa} - I_{p0a}) \sum_j \sin \frac{2m\pi x_j}{a} \sin \frac{2m'\pi x_j}{a} \right\} \quad (46)$$

ここに  $m, m', n, n'$  は 5.2 と同様であるが, 43 式中,  $m=m', n=n': C_{mn}C_{m'n'}=C_{mn}^2, m \neq m', n=n': C_{mn}C_{m'n'}=C_{mn}C_{m'n}=C_{m'n}C_{mn}$  であり, また 43, 45 式で  $i, j$  に関する Summation は  $i, j$  が零のときは零とする。

### 5.3 級数の検討

40 式に示す級数を周辺固定板の振動に関して検討する。

まず  $m=n=1$  とおけば Rayleigh の方法から最低次の振動数  $f_{c0}$  は次のようになる。

$$f_{c0} = \frac{\pi h}{4a^2} \sqrt{\frac{E}{3(1-\nu^2)\rho}} \sqrt{\frac{16}{3} \left(1 + \frac{1}{\lambda^2}\right)^2 - \left(\frac{8}{3\lambda}\right)^2} \quad (47)$$

したがって, 周辺支持板に対する振動数比は 48 式より,

$$\frac{f_{c0}}{f_{s0}} = \sqrt{\frac{16}{3} - \frac{64}{9(1+\lambda^2)}} \quad (48)$$

次に, 41, 44 式において  $m=1, 2, n=1, 2$  とおくと, 48 の振動数方程式は  $U, T_0$  の  $k$  行  $l$  列の要素  $U(k, l), T_0(k, l)$  が次式で表わせるような行列式となる。

$$\left. \begin{aligned} U(1, 1) &= \alpha \left\{ \left(1 + \frac{1}{\lambda^2}\right)^2 + 2 \left(1 + \frac{1}{\lambda^4}\right) \right\} \\ U(2, 2) &= \alpha \left\{ \left(1 + \frac{4}{\lambda^2}\right)^2 + 2 \left(1 + \frac{16}{\lambda^4}\right) \right\}, \\ U(3, 3) &= \alpha \left\{ \left(4 + \frac{1}{\lambda^2}\right)^2 + 2 \left(16 + \frac{1}{\lambda^4}\right) \right\}, \\ U(4, 4) &= 16U(1, 1), \quad U(1, 2) = 2\alpha, \quad U(1, 3) = \frac{2\alpha}{\lambda^4} \\ U(2, 4) &= \frac{32\alpha}{\lambda^4}, \quad U(3, 4) = 32\alpha, \\ U(1, 4) &= U(2, 3) = 0, \quad \alpha = \frac{\pi^4 D}{\rho h a^4 p^2} \end{aligned} \right\} (41')$$

$$\left. \begin{aligned} T_0(k, k) &= \frac{9}{16}, \quad T_0(1, 4) = T_0(2, 3) = \frac{4}{16} \\ T_0(1, 2) &= T_0(1, 3) = T_0(2, 4) = T_0(3, 4) = \frac{6}{16} \end{aligned} \right\} (44')$$

かつ,  $U(k, l) = U(l, k), T_0(k, l) = T_0(l, k)$  である。そこで 41', 44' の行列式の最小根から得られる振動数  $f_{c0}$  を 48 と同様に周辺支持板との振動数比をつくり,  $\lambda$  をパラメータとして表わすと 図-6 のようになる。

この図から, Modified Fourier Series は  $m, n=1, 2$  できわめて精度がよく, また  $m=n=1$  でも十分実用的であることがわかる。この形の級数の周辺固定板の静的な応用については, すでに文献(7)で検討されており, 既応の厳密解ときわめてよく一致することが述べられている。

このように上記の級数はきわめて有用である。

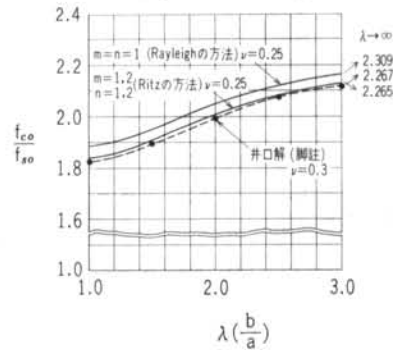


図-6 固定板の固有振動数  $f_{c0}$

注) 固定板に関する井口博士の厳密解は文献(10)からとった。

## §6. リブが1つある場合の補剛板

短辺方向または長辺方向にリブが1つある場合の補剛板(周辺支持)を例題として扱う。

まず短辺方向にリブが1つある場合を考える。 $i=1, j=0, y_1=b/2$  とおけば 41~43 式および 45 式から,

$$U = \frac{ab}{8} \pi^4 \sum_m \sum_n \left\{ C_{mn}^2 D \left[ \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2 + 2 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \sum_{n'} C_{mn} C_{mn'} \left[ \left(\frac{m'}{a}\right)^2 \Phi_b K_b \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n'\pi}{2} + \frac{nn'}{b^2} G(J_b - J_{0b}) \cos \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n'\pi}{2} \right] \right\}, \quad (49)$$

$$T = \frac{ab}{8} p^2 \rho \sum_m \sum_n \left\{ h C_{mn}^2 + \frac{2}{b} \sum_{n'} C_{mn} C_{mn'} \left[ (A_b - A_{0b}) \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n'\pi}{2} + \frac{nn'}{b^2} (I_{pb} - I_{p0b}) \cos \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n'\pi}{2} \right] \right\} \quad (50)$$

49, 50 式を 46 式に代入して得られる  $C_{mn}$  の係数  $U - p^2 T_0$  は次のようなマトリクスになる。

$$U - p^2 T_0 = V \begin{pmatrix} m & n \\ m & n' \end{pmatrix} \quad (51)$$

とにおいて上段 ( $m, n$  の組合わせ) を行, 下段 ( $m$  と  $n'$  の組合わせ) を列とするマトリクスを考えれば, 各要素は,

$$V \begin{pmatrix} m & n \\ m & n+1 \end{pmatrix} = 0 \quad (52)$$

$$V \begin{pmatrix} m & 2n'-1 \\ m & 2n-1 \end{pmatrix} = \frac{\pi^4 D}{\rho h a^4} \left\{ \left( m^2 + \frac{n^2}{\lambda^2} \right)^2 \delta_{nn'} + m^4 (1-\nu^2) \Phi_0 \frac{\xi_b}{\eta^3} (-1)^{\frac{n+n'}{2}-1} \right. \\ \left. - p^2 \left\{ \delta_{nn'} + \xi_b \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) (-1)^{\frac{n+n'}{2}-1} \right\} \right\} \quad (53)$$

$$V \begin{pmatrix} m & 2n \\ m & 2n' \end{pmatrix} = \frac{\pi^4 D}{\rho h a^4} \left\{ \left( m^2 + \frac{n^2}{\lambda^2} \right)^2 \delta_{nn'} + m^2 n n' Y_b (-1)^{\frac{n+n'}{2}} \right. \\ \left. - p^2 \left\{ \delta_{nn'} + n n' \frac{\pi^2}{3} \xi_b \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \left\{ \frac{\xi_b^2}{4} + \frac{1}{\lambda^2 \mu^2} \left( \frac{1}{\eta^2} + \frac{1}{\eta} + 1 \right) \right\} (-1)^{\frac{n+n'}{2}} \right\} \right\} \quad (54)$$

ただし, 上式の左辺 ( ) 内の  $n, n'$  に関する表示は単に奇数, 偶数等を表わすにすぎない. この約束は以後も同様である.

ここに  $Y_b$  は振れの項で,

$$\left. \begin{aligned} c_b \leq h : Y_b &= 6(1-\nu) \xi_b^3 \mu^2 \left( \frac{\beta}{\eta} - \beta_0 \right) \\ h \leq c_b \leq d : Y_b &= 6(1-\nu) \xi_b \left( \frac{\beta \xi_b^3 \mu^2}{\eta} - \frac{4\beta_0}{\lambda^2} \right) \\ d \leq c_b : Y_b &= 24(1-\nu) \frac{\xi_b}{\lambda^2} \left( \frac{\beta}{\eta^3} - \beta_0 \right) \end{aligned} \right\} (55)$$

$\beta, \beta_0$  はそれぞれ  $c \times d, c \times h$  の長方形断面振りに関する係数<sup>8)</sup>を表わし,

$$\left. \begin{aligned} J &= \beta c^3 d (C \leq d), \quad J_0 = \beta_0 c^3 h (C \leq d), \\ \beta c d^3 (C > d), \quad \beta_0 c h^3 (C > d) \end{aligned} \right\} (56)$$

また  $\delta_{nn'}$  は  $n, n'$  に関する Kronecher のデルタである.

5) のマトリクスには次に示す重要な性質がある. すなわちリブは長辺方向にないから,

$$V \begin{pmatrix} 2m-1 & n \\ 2m & n' \end{pmatrix} = 0 \quad (57)$$

$$\therefore \text{Det.}(U - p^2 T_0) = \text{Det.} V \begin{pmatrix} 1 & n \\ 1 & n' \end{pmatrix} \cdot \text{Det.} V \begin{pmatrix} 2 & n \\ 2 & n' \end{pmatrix} \\ \cdot \text{Det.} V \begin{pmatrix} 3 & n \\ 3 & n' \end{pmatrix} \cdots \text{Det.} V \begin{pmatrix} m & n \\ m & n' \end{pmatrix} \quad (58)$$

さらに5)式に5)式を代入すると,

注)  $\beta$  の値は次のようなものである.

$\frac{d}{c}$	$\beta$	$\frac{d}{c}$	$\beta$
1.0	0.1406	5.0	0.2914
1.2	0.1661	6.0	0.2983
1.4	0.1869	7.0	0.3033
1.6	0.2037	8.0	0.3071
1.8	0.2174	9.0	0.3100
2.0	0.2287	10.0	0.3123
2.5	0.2494	20.0	0.3228
3.0	0.2633	50.0	0.3291
4.0	0.2808	100.0	0.3312
		$\infty$	0.3333

$$\text{Det.}(U - p^2 T_0) = \text{Det.} V \begin{pmatrix} 1 & 2n-1 \\ 1 & 2n'-1 \end{pmatrix} \cdot \text{Det.} V \begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 1 & 2n' \end{pmatrix} \\ \cdot \text{Det.} V \begin{pmatrix} 2 & 2n-1 \\ 2 & 2n'-1 \end{pmatrix} \cdot \text{Det.} V \begin{pmatrix} 2 & 2n \\ 2 & 2n' \end{pmatrix} \\ \cdots \text{Det.} V \begin{pmatrix} m & 2n-1 \\ m & 2n'-1 \end{pmatrix} \cdot \text{Det.} V \begin{pmatrix} m & 2n \\ m & 2n' \end{pmatrix} \quad (59)$$

59)式は短辺方向にリブが1つある補剛板の固有振動の直交性を表わしている. またマトリクス  $U - p^2 T_0$  は対称であって,

$$V \begin{pmatrix} m & n \\ m & n' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} m & n' \\ m & n \end{pmatrix} \quad (60)$$

補剛板の固有振動を計算する場合 57), 59)式が Mode を選定する上に基本的な条件を与える. たとえ最低次の曲げ振動は, もしリブがない場合:  $\eta \rightarrow 1$  を想定すると 57)式から  $m=n=1$  がわかる. そこで 59)式から,

$$V \begin{pmatrix} 1 & 2n-1 \\ 1 & 2n'-1 \end{pmatrix}$$

すなわち,  $m=1$  と  $n, n'$  は奇数のみを選定すればよい.

同様に最低次の振り振動 (リブを主体として考える) に対しては,

$$V \begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 1 & 2n' \end{pmatrix}$$

をとり,  $m=1$  と  $n, n'$  は偶数のみを選定すればよい.

次に長辺方向にリブが1つある場合で52)~54)に対応する結果を表わすと57)~58)式のようなになる.

$$V \begin{pmatrix} m & n \\ m+1 & n \end{pmatrix} = 0, \quad (61)$$

$$V \begin{pmatrix} 2m-1 & n \\ 2m'-1 & n \end{pmatrix} = \frac{\pi^4 D}{\rho h a^4} \left\{ \left( m^2 + \frac{n^2}{\lambda^2} \right)^2 \delta_{mm'} + n^4 (1-\nu^2) \Phi_a \frac{\xi_a}{\lambda^4 \eta^3} (-1)^{\frac{m+m'}{2}-1} \right. \\ \left. - p^2 \left\{ \delta_{mm'} + \xi_a \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) (-1)^{\frac{m+m'}{2}-1} \right\} \right\} \quad (62)$$



$$V \begin{pmatrix} 2m & n \\ 2m' & n' \end{pmatrix} = \frac{\pi^4 D}{\rho h a^4} \left\{ \left( m^2 + \frac{n^2}{\lambda^2} \right) \delta_{mm'} + m m' n^2 Y_a (-1)^{\frac{m+m'}{2}} \right. \\ \left. - \rho^2 \left[ \delta_{mm'} + m m' \frac{\pi^2}{3} \xi_a \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \left( \frac{\xi_a^2}{4} + \frac{1}{\mu^2} \left( \frac{1}{\eta^2} + \frac{1}{\eta} + 1 \right) \right) \right] (-1)^{\frac{m+m'}{2}} \right\} \quad (63)$$

ここに  $Y_a$  は 65 式において  $\xi_b$  の代わりに  $\xi_a/\lambda^2$  とおいて得られる  $Y_b$  に等しく、 $\delta_{mm'}$  は  $m, m'$  に関する Kronecher のデルタを表わす。

また、左辺の ( ) 中に表われる  $2m-1, 2m$  等はそれぞれ奇数、偶数を示すにすぎない。

固有値  $\rho^2$  の計算に当っては、マトリクス  $U - \rho^2 T_0$  を変形してから行列式をとる。すなわち 63 式の代りに、

$$\text{Det.}(UT_0^{-1} - \rho^2 E) = 0 \quad (64)$$

として、Frame の方法<sup>9)</sup> での多項式に展開してその根を求める。条件 60 から根はすべて実根である。

このようにして得た計算結果は 図-7~図-13 に示し

である。これらの図の縦座標は平板に対する補剛板の振動数比  $f/f_{s0}$  を表わし、 $f_{s0}$  は 68 式で  $m=n=1$  とおいて得られる平板の 1 次固有振動数である。

またリブだけの曲げ振動は 63, 62 式において、 $\Phi=1$  ( $A_0=0$ ) とおくと短辺方向および長辺方向について 65 式で表わせる振動数が得られる。

$$f_r = \frac{m^2 \pi d}{4a^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho}}, \quad \text{または} \quad f_r = \frac{n^2 \pi d}{4b^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho}} \quad (65)$$

これはまた (7) 式の解である。図には振動数比  $f_r/f_{s0}$  が  $m, n$  の値に応じて示してある。

数値計算では  $\nu=0.25$  とした。

補剛板のある Mode の振動数を求める場合 (たとえ

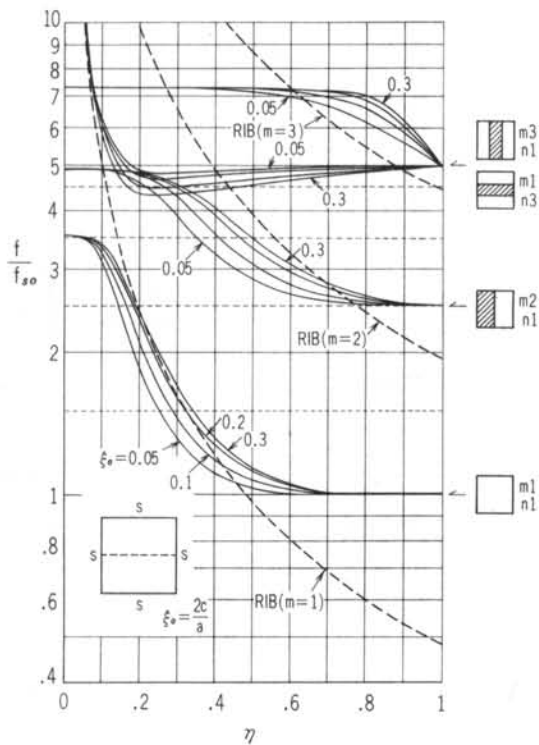


図-7 リブ1 ( $\lambda=1$ )

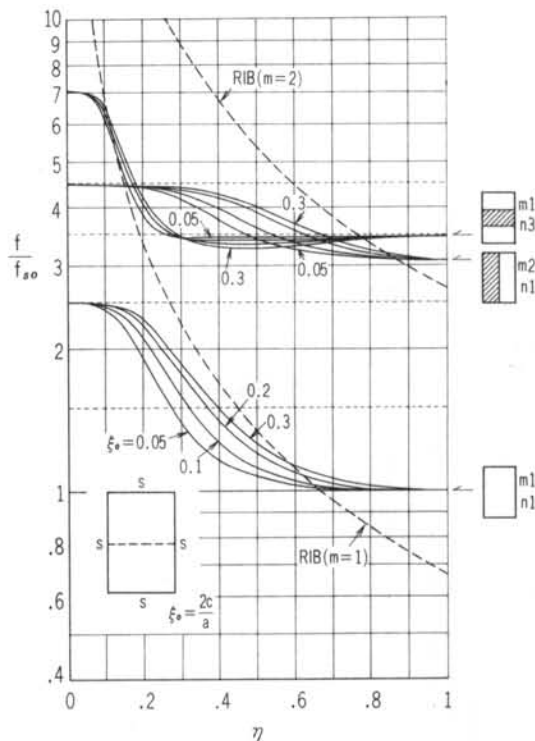


図-8 短辺方向リブ1 ( $\lambda=1.5$ )

ば、 $m=1, n=1, 3$ ), 級数の項数は常に1つ多くとってある ( $m=1, n=1, 3, 5$ ),

これらの図は  $f/f_{s0}$  が10以下の曲げ振動をPlotしたものであるが、 $\eta=1$  は平板の振動を表わしており、 $\eta=0$  はリブを固定辺とする小さい板の振動を表わしている。

したがって  $\eta$  をパラメータするとき、これらの図は周辺支持平板の規準振動の各々が、1辺固定3辺支持板

$\eta$	$\lambda$	$m=1, n=1$	$m=2, n=1$	$m=1, n=3$	$m=3, n=1$
1	1				
0	2				

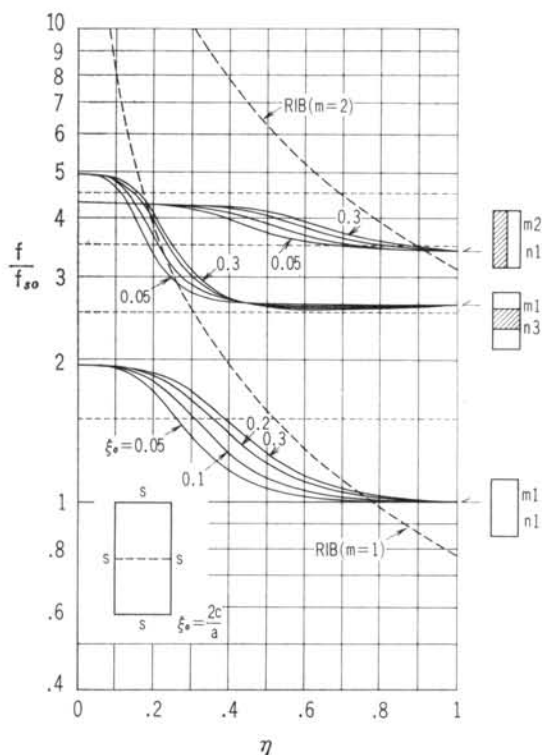
表一  $\eta$  による板の振動の移行の例

の各々対応する振動に移行する様子すなわち、1辺が弾性支持(回転角が零)の板の振動を表わしているわけである。このとき板の振動に及ぼすリブの効果は曲線のこう配によって表わされ、こう配が急であるほどリブの影響が著しく、逆に緩いほど少ない。

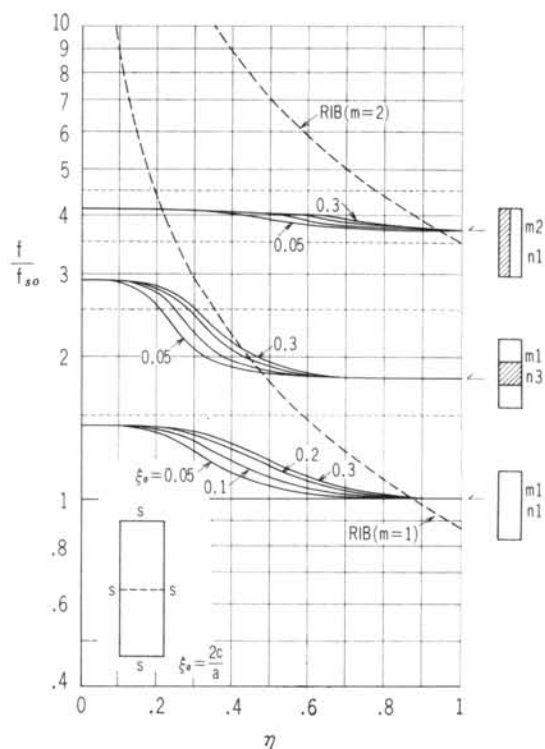
補剛板の振動数比  $f/f_{s0}$  はリブ幅比  $\xi_0$  の小さな値には影響されるが、大きな値に対して(リブの仮定に反するほど大きくはとれないが)ほぼ一樣である。

一方、リブの効果が大ききような  $\eta$  の範囲は、辺長比  $\lambda$  と振動の Mode によって異なる。最低次の Mode に着目するならば、リブの効果は最も顕著な、したがって最もこう配の急な  $\eta$  は短辺方向リブでは  $\lambda$  が大きいほど大きく ( $\lambda=1: \eta \approx 0.2, \lambda=3: \eta \approx 0.4$ ), 長辺方向リブでは  $\lambda$  が大きいほど小さい ( $\lambda=3: \eta \approx 0.03$ ) ことがわかる。

次に、リブの補剛効果という点から考察するならば、短辺方向リブでは  $\lambda$  が大きいほど板とリブの相互作用は



図一 短辺方向リブ1 ( $\lambda=2$ )



図一〇 短辺方向リブ1 ( $\lambda=3$ )

小さくなる。これは板の長辺方向の作用が減少して板が1元化してゆくために本質的に梁に近づくからである。

長辺方向リブの場合は、 $\lambda$ が大きくなるほど、板の負担が大きくなり、最低次の Mode では板の補剛効果は  $\eta$  がきわめて小さくない限り（そのようなせいのリブは実際には考えられない）期待できず、 $\eta$  のある値に応じては補剛効果が負 ( $f/f_{s0} < 1$ ) になる。

なお  $f/f_{s0}$  のこの配と  $\Phi$  の極値との相関関係はこれらの図では認められない。

今回の数値計算から得られた1辺固定3辺支持板の振動を表わすと表-2のようになる。最低次 Mode に関しては、級数の項数が少ないにもかかわらず、従来の厳密解（井口博士の解、 $\nu=0.3$ ）に1%以下の誤差でよく一致していることがわかる。高次のものについては比較する Data が得られなかったが、精度のよい近似解であると推定する。

$\lambda$	6	4	3	2	1.333	1	1.5
支持条件とモード							
$f/f_{s0}$	1.552	1.526	1.493 (1.482)	1.416 (1.404)	1.299	1.209 (1.198)	1.103 (1.092)
支持条件とモード							
$f/f_{s0}$	1.520	1.442	1.362	1.231	1.118	1.069 (1.047)	1.030
支持条件とモード							
$f/f_{s0}$	1.442	1.325	1.229	1.120			
支持条件とモード							
$f/f_{s0}$					1.248	1.221	1.165

( ) 内の値は井口博士の厳密解( $\nu=0.3$ ): 文献10)参照  
 $f/f_{s0}$ は周辺支持板に対する振動数比であり、 $f_{s0}$ は(8)式で与えられる。(m, nは Mode に応じてとる) S, C はそれぞれ支持辺, 固定辺を表わす。

表-2 1辺固定3辺支持板の固有振動数( $\nu=0.25$ )

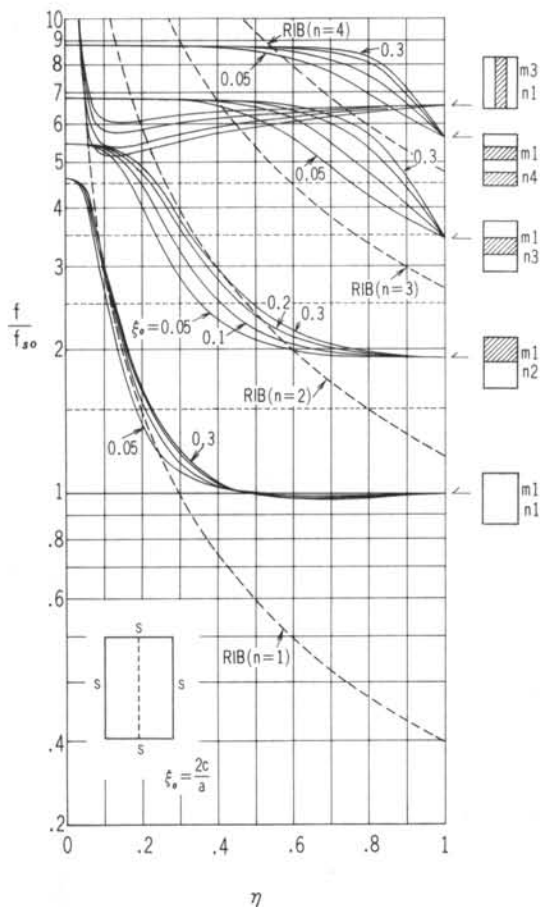


図-11 長辺方向リブ1 ( $\lambda=1.5$ )

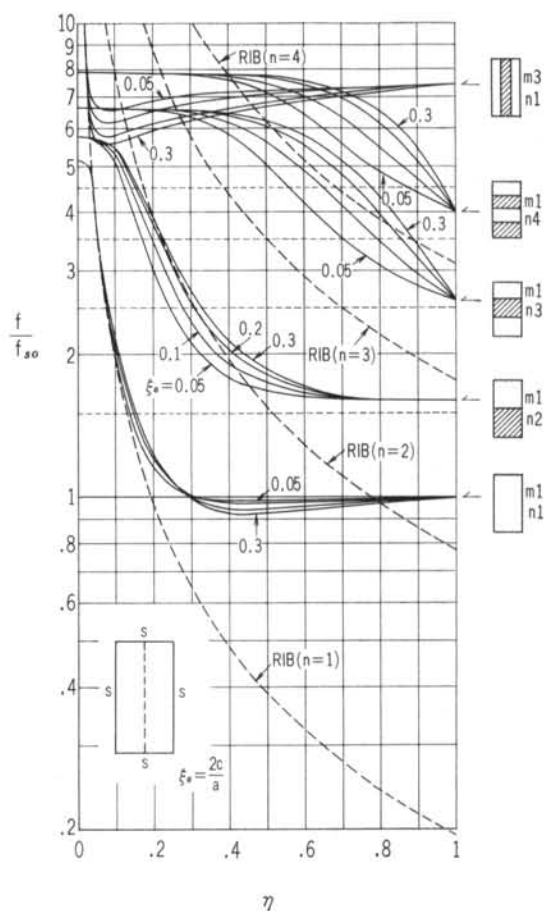


図-12 長辺方向リブ1 ( $\lambda=2$ )

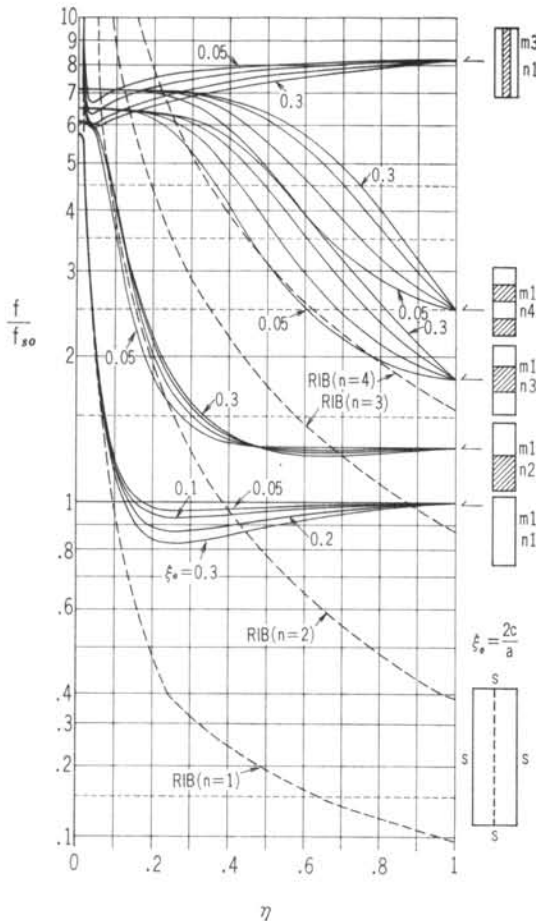


図-13 長辺方向リブ1( $\lambda=3$ )

## § 7. あとがき

本研究では、補剛板を平板と有効リブの連成系として考えることにより、エネルギー法による振動の解析方法を示した。例題としてリブが1つの場合をとりあげて数値計算したが、この解では補剛板の振動において曲げに

関するリブの挙動がよく表わされているものと思う。

リブの厚さ比 $\eta$ をパラメータとすることによって、この補剛板の振動は、周辺支持板から1辺固定3辺支持板への過渡状態としての1辺弾性支持(回転零)3辺支持板の振動として解釈できよう。リブの振りに関する数値計算を同様に行なうならば、補剛板の振動に対するリブの振りに関する挙動が得られまた1辺だけ振り拘束を受ける周辺支持板の振動がわかるはずである。

さらにリブの数を増すと、いろいろな境界条件を有する平板振動も原理的には得られる(しかし、対辺固定に対しては§5.3で検討したModified Fourier Seriesが最低次Modeに対して十分有効である)。

計算の精度に言及するならば、電子計算機の容量が許すかぎり項数を多くとって大きなマトリクスとすることができるから精度をさらに高めることができるが、実用的には今回の程度(1辺固定3辺支持板に関する限り、従来の厳密解に対する誤差は1%以下である)で十分であろう。数値計算にはIBM 1620を使用しており、有効けた数は6で十分である。しかしながら $\eta \rightarrow 0$ の極値を求めるには12~14けたが必要である。

振動のModeは、今回の方法からでも得られるが、Iteration法<sup>9)</sup>によるのが一般である。

周辺固定の補剛板は④①~④④式から得られるけれども、図-6の $f_{c0}/f_{s0}$ (平板に関する振動数比)を用いても大体推定できるはずである。鉄筋コンクリートスラブに適用する場合は、周辺の固定度、載荷状態等が必ず関連してくるが、これらの問題はこれから考えてゆきたい。しかしながら今回の最低次の解は、防振設計に関して十分に参考になると思う。

なお、リブの幅が広くかつせいが板厚に比べてあまり大きくない場合、もはやリブではなく板の一部と考えられる場合については不定厚板として次の機会に扱いたい

おわりに本研究に関してご指導頂いている清水建設研究所研究員高橋和男氏、計算機プログラミングにご助力下さった清水建設設計部奥山吉松氏に謝意を表します。

## <参考文献>

- 1) 拙稿:“大スパンスラブの沈下事故と振動障害について” 清水建設研究所報, Vol. 6 (1965)
- 2) 山本善之:“振動学(応用力学講座)” 共立 (1958)
- 3) 林 毅編:“軽構造の理論とその応用” JUSE (1966)
- 4) C.S. Smith: “Free Vibration of Grillage and Panel Structures” Quarterly Trans. Inst. Naval Arch., Vol. 107, No. 2 (1965)
- 5) S. Timoshenko: “工業振動学” オーム社(1960)
- 6) 坪井善勝:“T梁に関する理論的研究” 建築学会大会論文集, 昭和16年4月
- 7) S. Goplacharyulu: “A Combined Method for Clamped Plates Using Modified Fourier Series,” Jour. Appl. Mech., Trans. A.S.M.E., Vol. 30, No. 4 (1963)
- 8) S. Timoshenko: “Strength of Materials (Part I)” D. Van Nostrand Company, Inc. (1962)
- 9) 宇野利雄: “計算機のための数値計算(応用力学講座14)” 朝倉書店 (1963)
- 10) “強度設計データブック” 裳華房 (1962)