

# 等価入力外乱とモデル予測制御を用いた免震建築物のアクティブ制御

宮本 皓 富吉 雄太 吉田 直人  
(技術研究所) (技術研究所) (技術研究所)

## Active isolation of equivalent-input-disturbance and model-predictive control methods

Kou Miyamoto Yuta Tomiyoshi Naoto Yoshida

本論文は、外乱の影響を推定し、これを制御に用いる等価入力外乱(EID: Equivalent-input-disturbance)手法と、種々の制約条件を考慮し、制御の毎ステップ時に最適な制御入力を計算するモデル予測制御(MPC: Model-predictive control)手法を組み合わせた手法を提案する。EID手法は、入力する外乱を打ち消すような制御入力を計算することから、外乱が大きすぎる際は制御入力が飽和し、制御性能の低下が懸念される。この問題を解決するために、本論文では、MPC手法を併用することで、制御入力の最適化を試みる。本論文では、本手法を特に免震建築物のアクティブ制御へと適用し、様々な地震波が入力した際でも、従来のEID手法よりも制御性能が高いことを示す。

The equivalent-input-disturbance (EID) approach estimates the influence of a disturbance and uses it for disturbance rejection. Previous studies show that the EID approach has great control performance and has been used in many systems. However, the control input might be saturated if the amplitude of the disturbance is large. On the other hand, the model-predictive-control (MPC) method calculates an optimal control input with considering constraints. This paper combines both the EID and MPC methods to deal with the constraints of a control system, especially a seismic-isolated building.

### 1. はじめに

免震建築物の制御性能を高めることを目的として、通常のパッシブ免震に、自動制御を取り入れたアクティブ免震が提案され、盛んに研究がなされている。これらのアクティブ制御の手法は制御対象の応答を観測し、これを抑えるフィードバック制御器のみが取り付けられるケースが多い。その一方で、外乱の影響を推定し、これを打ち消すフィードフォワード制御が多く提案されており、その代表的なものとして、外乱オブザーバ<sup>1)</sup>があげられる。外乱オブザーバは、制御対象の伝達関数の逆数を用いることにより外乱を推定し、制御へ応用する手法である。本手法は制御システムの構成がシンプルであることから、多くのアプリケーションへの適用検討がなされてきた<sup>例えば2)-4)</sup>。しかし、伝達関数に不安定な零点を含む場合や、伝達関数が正方行列でないシステムへの適用が困難となる。この問題を解決するために、余らにより、等価入力外乱手法(EID: equivalent-input-disturbance)<sup>5)</sup>が提案された。EID手法は、オリジナルの外乱そのものではなく、制御入力チャンネルに入力する信号で、オリジナルの外乱と同じ出

力を与える信号を推定し、これを制御に応用する手法である。本手法は、制御対象の伝達関数の逆数を直接使わないことから、伝達関数が正方行列でない場合や、不安定零点を含む場合でも適用が可能である。EID手法は、筆者らを中心として、建築物への適用が検討されており、高い制御性能を有することが示されている<sup>6)</sup>。しかし、入力する外乱が過大である際は、制御入力が飽和し、制御性能の低下を招くことが懸念される。

一方で、近年ではモデル予測制御<sup>7)</sup>(MPC: model-predictive-control)に関する研究が精力的に行われている。MPCは、毎ステップに二次形式の評価関数を最小化する問題を解くことで、最適な制御入力を与える手法である。本手法は、制御対象や制御入力に種々の制約が生じる際でも比較的容易に扱えることが特徴であり、建築物のアクティブ制御へ適用したケースでの研究も行われている<sup>8)-10)</sup>。

本論文では、制御入力の飽和が懸念される際でも、高い制御性能を発揮する制御システムを提案するために、EID手法とMPC手法を組み合わせたMPC-based EID手法を提案する。本手法は、推定されたEIDが、制御入力の上限值を超過する際は、

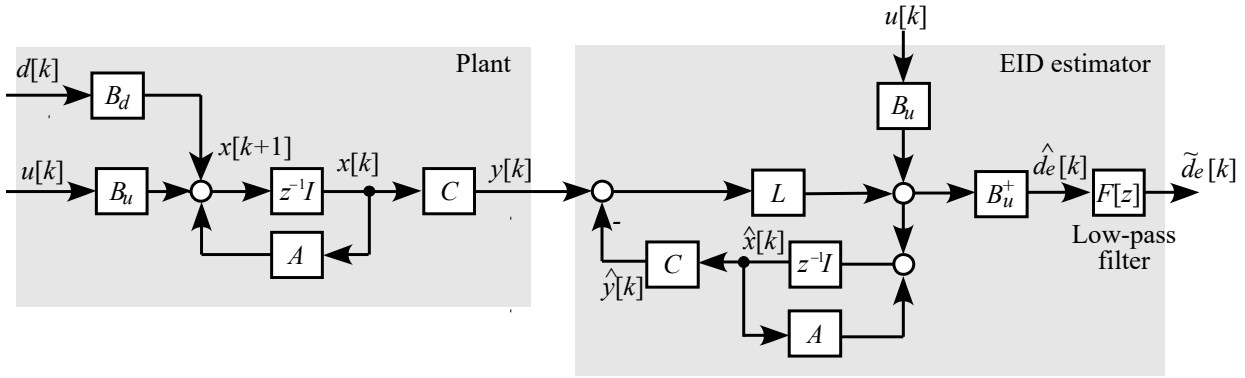


図-1 EID の推定システム

MPCにより、未来の応答も推測・考慮しつつ、制御の毎ステップで制御入力を最適化・調整する手法である。また、本手法はフィードフォワード制御器である EID 推定器とフィードバック制御器である MPC を組み合わせた 2 自由度制御系であることから、外乱除去のみならず、閉ループシステムの動特性の改善を行い、応答を即座に収束させる性能が期待できることも特徴の一つである。

本論文では、免震建築物を例として提案手法を適用し、制御性能の検討を行う。

なお、本論文では、 $I_n$  は  $n \times n$  の単位行列を示し、 $0_n$  は  $n \times n$  の零行列を示す。

## 2. 建築物モデル

本論文では、免震建築物を 1 質点系にてモデル化する。本モデルの運動方程式は以下の式(1)にて表される：

$$m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + k_s x_s(t) = -m_s \ddot{x}_g(t) + u(t) \quad (1)$$

なお、上式において、 $m_s$  は質量、 $c_s$  は減衰係数、 $k_s$  は剛性、 $x_s(t)$  は地面に対するモデルの相対変位、 $u(t)$  は制御入力、 $\ddot{x}_g(t)$  は地動加速度を表す。

式(1)の運動方程式は状態方程式を用いて、以下の式(2)により表される：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_c x(t) + B_{uc} u(t) + B_{dc} d(t) \\ y(t) = C_c x(t) \end{cases} \quad (2)$$

ここで

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} \end{bmatrix}, B_{uc} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_{dc} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_s(t) \\ \dot{x}_s(t) \end{bmatrix}, d(t) = \ddot{x}_g(t)$$

である。式中において、 $C_c$  は出力行列であり、センサーの位置や種類を示す。例えば、変位計が用いられており、変位が直接観測可能な場合は  $C_c = [1 \ 0]$  となる。ここで、式(2)の離散系システムは式(4)で表現される：

$$\begin{cases} x[k+1] = Ax[k] + B_u u[k] + B_d d[k] \\ y[k] = Cx[k] \end{cases} \quad (4)$$

上式において、 $A$ 、 $B_u$ 、 $B_d$  および  $C$  はそれぞれ  $A_c$ 、 $B_{uc}$ 、 $B_{dc}$  および  $C_c$  の離散表現であり、双一次変換やゼロ次ホールドに代表される方法を用いることで求めることができる。ここで、 $(A, B_u)$  は可制御であり、 $(A, C)$  は可観測であると仮定する。

## 3. 等価入力外乱(EID)

次に、EID 手法の説明を行う。ある外乱  $d_e[k]$  が制御入力チャンネル  $B_u$  から入力した際は以下の式(5)により表される：

$$\begin{cases} \bar{x}[k+1] = A\bar{x}[k] + B_u \{u[k] + d_e[k]\} \\ \bar{y}[k] = C\bar{x}[k] \end{cases} \quad (5)$$

上式において、 $k$  はステップ数を表し、 $\bar{x}[k]$  は外乱  $d_e[k]$  に対するシステムの状態である。ここで、もし  $\bar{y}[k] = y[k]$  が成立する場合、 $d_e[k]$  は  $d[k]$  の EID と定義される。即ち、EID とは、オリジナルの外乱  $d[k]$  と同じ出力を与える、制御入力チャンネルにおける信号のことを示す。この EID を推定し、その逆相を用いることで、出力端における応答を抑制することができる。

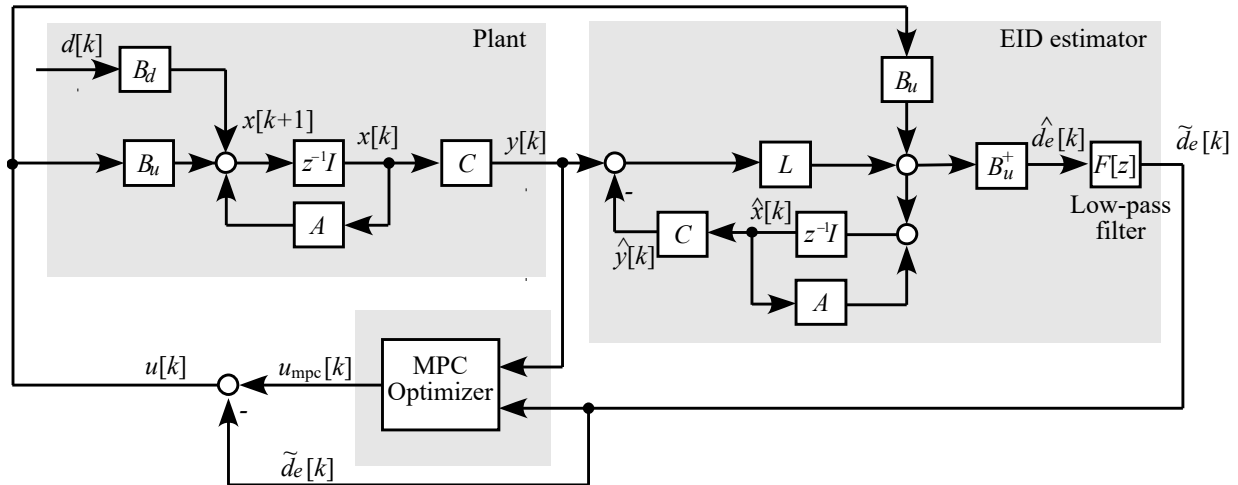


図-2 MPC-based EID の制御システム

図-1に EID の推定システムを示す。図中において、 $B_u^+$ は $B_u$ の擬似逆行列であり、以下の式(6)により与えられる：

$$B_u^+ = (B_u^T B_u)^{-1} B_u^T \quad (6)$$

また、 $F[z]$ はローパスフィルターであり以下の式(7)により与えられる：

$$F[z] = \frac{\beta}{z + \alpha}, \alpha = e^{-T_s/T}, \beta = 1 - e^{-T_s/T} \quad (7)$$

なお、ここで $z$ は $Z$ 変換演算子であり、 $T$ はフィルターの時定数(s)であり、カットオフする周波数帯域に関係する。また、 $T_s$ はサンプリング時間(s)である。

式(4)で表されるシステムのオブザーバは以下の式(8)により与えられる：

$$\begin{cases} \hat{x}[k+1] = (A - LC)\hat{x}[k] + B_u u[k] + Ly[k] \\ \hat{y}[k] = C_c \hat{x}[k] \end{cases} \quad (8)$$

ここで、 $L$ はオブザーバゲインであり、 $LQR$ をはじめとする種々の方法により設計される。また、 $\hat{x}[k]$ はオブザーバの状態( $x[k]$ の推定値)である。ここで、式(4)と式(8)より以下の式を得る：

$$\begin{cases} \Delta x[k+1] = (A - LC)\Delta x[k] + B_u d_e[k] \\ \Delta x[k] = \hat{x}[k] - \bar{x}[k] \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $(A, B_u)$ が可制御である仮定より、以下の式(10)を満たすような $\Delta d[k]$ が存在する：

$$\Delta x[k+1] = A\Delta x[k] + B_u \Delta d[k] \quad (10)$$

式(9)および(10)より、以下の式(11)を得る：

$$\begin{aligned} \hat{d}_e[k] &= B_u^+ LC \Delta x[k], \\ \hat{d}_e[k] &= d_e[k] - \Delta d[k] \end{aligned} \quad (11)$$

ここで得られた $\hat{d}_e[k]$ をローパスフィルターによりフィルタリングした $\tilde{d}_e[k]$ を制御に用いる。なお、ローパスフィルターを用いる理由としては、ノイズの除去や、制御入力の周波数帯域を選定することの他、制御入力の振幅調整などがある<sup>11)</sup>。

上述の EID の導出では、制御対象に外乱 $d[k]$ ではなく、 $d_e[k]$ が入力するケースを想定している。一方で、実際の制御対象には外乱 $d[k]$ が入力するため、実際のシステムとは異なる制御対象を扱うように見える。しかし、EID とオリジナルの外乱は同じ出力 $y[k]$ を与える仮定により、状態オブザーバが、制御対象に EID が入力したものと仮定をして EID を推定している。

#### 4. モデル予測制御 (MPC)

本章では、MPC の説明を行う。そのために、制御入力は MPC によって計算されたもののみと仮定し、以下のシステムを扱う：

$$\begin{cases} x[k+1] = Ax[k] + Bv[k] \\ y[k] = Cx[k] \end{cases} \quad (12)$$

ここで

$$B = [B_u \quad B_d], \quad v^T(t) = [u^T(t) \quad d^T(t)] \quad (13)$$

である。式(11)を用いることで、予測される状態は以下のように与えられる：

$$\begin{aligned} x[k+1|k] &= Ax[k] + Bv[k] \\ x[k+2|k] &= A^2x[k] + ABv[k] + ABv[k+1|k] \\ &\vdots \\ x[k+h_p|k] &= A^{h_p}x[k] + A^{h_p-1}Bv[k] \dots \\ &\quad + A^{h_p-h_v}Bv[k+h_v-1|k] \end{aligned} \quad (14)$$

上式において、 $x[k+i|k]$ は $k$ ステップ目における $k+i$ ステップ時の状態を示し、 $h_p$ は予測ホライズンであり、 $h_v$ は入力ホライズンである。

ここで、以下に示す $Y[k]$ を定義する：

$$Y[k] = \Psi X[k] + \Theta V[k] \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{aligned} X[k] &= [x[k] \quad x[k+1|k] \quad \dots \quad x[k+h_p|k]] \\ V[k] &= [v[k] \quad v[k+1|k] \quad \dots \quad v[k+h_v|k]] \\ \Psi &= [C \quad CA \quad CA^{h_p}] \\ \Theta &= \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{h_p-1}B & CA^{h_p-2}B & \dots & CA^{h_p-h_v}B \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

ここで、制御入力には以下の評価関数 $J[k]$ を最小化するように計算される：

$$J[k] = Y^T[k] \bar{Q} Y[k] + U_{\text{mpc}}^T[k] R U_{\text{mpc}}[k] \quad (17)$$

この評価関数は、重みづけされた、予測ホライズン中の出力の二乗和を最小化することを目的としたものである。ここで、

$$\begin{aligned} U_{\text{mpc}}[k] &= [u_{\text{mpc}}[k] \quad u_{\text{mpc}}[k+1|k] \quad \dots \quad u_{\text{mpc}}[k+h_v|k]] \\ \bar{Q} &= \text{diag}\{Q_1, \quad Q_2, \quad \dots \quad Q_{h_p}\} \end{aligned} \quad (18)$$

であり、 $Q(>0)$ と $R(>0)$ はそれぞれ出力および制御入力に対する重みである。なお、入力ホライズンを2以上にするためには、未来の外乱が既知であるか、外乱を推定する必要がある。しかし、地震応答制御では未来の入力地震動を正確に推定することは困難であることから、入力ホライズンは1とした。

## 5. MPC-based EID 手法

本章では、EID 手法と MPC 手法を組み合わせた MPC-based EID 手法の説明を行う。本手法を用いた際の制御システムを図-2 に示す。本手法は制御入力として、MPC と、EID 推定器によって与えられるものの2種類が存在し、これらの和が制御入力の上限値 $u_{\text{max}}$ 以内である必要がある。したがって、ある $k$ ステップ目の制御入力を計算する際は、式(17)によって与えられる評価関数を最小化すると同時に、式(19)で与えられる制約条件として設定する：

$$|-\tilde{d}_e[k] + u_{\text{mpc}}[k]| \leq u_{\text{max}} \quad (19)$$

制御入力を計算するプロセスは以下の通りである：

- Step 1:**  $k$ ステップ目の出力 $y[k]$ を得る。
- Step 2:** 次に、EID 推定器により $\tilde{d}_e[k]$ を計算する。
- Step 3:** 式(17)の評価関数を最小化するように制御入力 $u_{\text{mpc}}[k]$ を計算する。なお、このとき、同時に Step 2 で得られた $\tilde{d}_e[k]$ を用いて、式(19)の制約条件を考慮する。
- Step 4:** 計算された $u_{\text{mpc}}[k]$ と $\tilde{d}_e[k]$ を足し合わせることで、 $k$ ステップ目の制御入力 $u[k]$ を計算する。

## 6. 数値計算例

本論文で用いる建築物モデルは、質量 6800 ton、固有周期 4.0 s、減衰定数が 0.2 の線形 1 自由度系であり、制御入力の上限値は $u_{\text{max}} = 1.0 \times 10^3$  kN とした。MPC を使用するケースでは、この上限値を最適化の制約値として、評価関数 $J[k]$ を最小化する。

MPC のコントローラ設計について、予測ホライズンは 20 ステップとし、入力ホライズンは 1 ステップとし、出力は $C = I$ 、 $\Theta = 0$ とした。これは、想定した免震建築物の免震層の変位および速度が直接観測可能なものとして想定されていることを意味する。なお式(17)の評価関数は、これらの変位および速度応答の二乗和を最小化するような制御入力を計算するものである。

また、評価関数中の重みは以下のように設定した。

$$Q_i = \begin{bmatrix} 10^{13.5} I_2 & 0_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix}, \quad R = 0.001 \quad (20)$$

これは、免震層の変位を早く収束させるように試行錯誤的に定めたものである。

また、本論文では、パルス性の地震波である神戸波(図-3(a))と標準3波のうち長周期成分を含むTaft波(図-3(b))の2つの波を使用した。本論文の解析では、上記に示した地震動の原波の他に、EIDケースにおいて、最大制御力が $u_{\max}$ となるように振幅を調整した波(原波に対して神戸波:0.018倍、Taft波:0.096倍)を用いた。

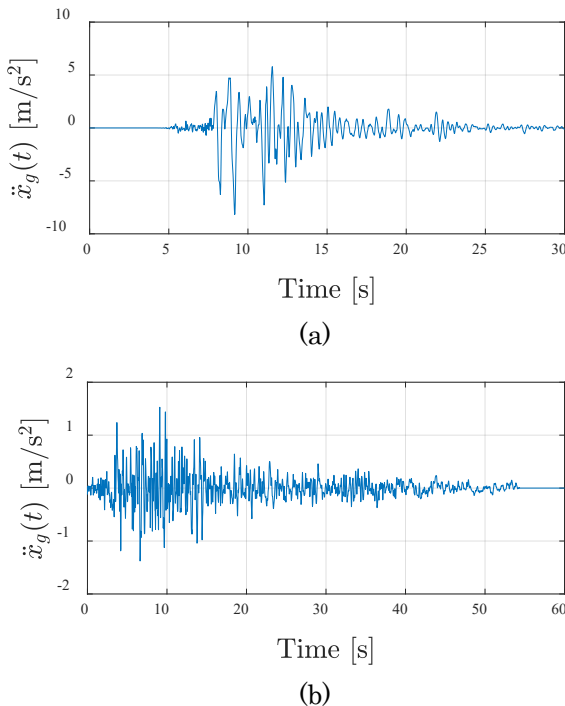


図-3 入力地震波(原波) (a)神戸波、(b)Taft波

なお、MPCによる制御入力の計算には、式(19)で設定される制約条件のみを考慮するように設定した。解析時のサンプリング時間( $T_s$ )は0.01sとし、EIDを設計する際のローパスフィルターの時定数 $T$ は0.01sと設定した。

オブザーバゲイン $L$ は、双対システム理論とLQRに基づき設計する。本論文では、連続系のオブザーバを設計したのちに離散化して離散系システムを構築する。したがって、本論文では、まず、以下のリカッチ代数方程式を解くことにより、オブザーバゲインを設計する：

$$\begin{aligned} A_c S + S A_c^T + Q_L - S C_c R_L^{-1} C_c^T S &= 0 \\ L &= S R^{-1} C^T \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 $Q_L$ と $R_L$ は重みであり、本論文では以下のよう

$$Q_L = I_2, \quad R = 0.001 \quad (22)$$

なお、離散化にはゼロ次ホールドを用いた。

図-4より解析結果を示す。図中において、“NC”は制御なしのケースを示し、“EID”はEID推定器のみを用いたケース、“EID-based MPC”は、EIDとMPCを併用したケースを示す。図-4および図-5は入力振幅を低減したケースであり、図-6および図-7は入力振幅1.0倍(原波)に対する解析結果である。

図-4および図-5より、EIDの制御入力が飽和しないケースに対しては、EIDとMPC-based EIDの制御性能は同等であることが示された。これは、EIDが適切に外乱の影響を推定し低減できていることから、MPCによる制御入力の「調整」がなくとも十分に応答を低減できているためと考察される。一方で、本論文では変位応答のみに着目していることから、加速度は増大することがわかる。加速度と変位の両方を低減するようなコントローラ的设计は、評価関数である式(17)に絶対加速度を含める必要があるが、式中には外乱項である地動加速度も別途含めるように式変形が必要となる。

図-6および図-7より、制御入力が飽和した際は、両方で差が確認され、神戸波に対しては、15s~25s区間にて、MPC-based EIDはEIDよりも変位を素早く低減できていることがわかる。これについて分析するために、図-8に神戸波に対するEIDとMPC-based EIDの制御入力(15s~20s)の波形を示す。図より、MPCはEIDによって与えられる制御入力が調整されていることがわかり、17.5sや19s付近では、EIDとMPC-based EIDの制御入力の位相が逆となっていることがわかる。これは、MPCにより、制御入力が飽和することを考慮し、変位応答を低減する最適な入力を計算し、入力したことによるものと考察される。また、18.5s付近では、制御入力の振幅を増幅させることが確認できる他、17.2s付近等では、制御入力を与えるタイミングをEIDよりも遅らせていることが確認できることなど、MPCにより、制御入力の振幅やタイミングなどが調整されていることが確認された。この調整により、MPC-based EIDはEIDよりも、変位を素早く低減させることが可能であるものと推察される。

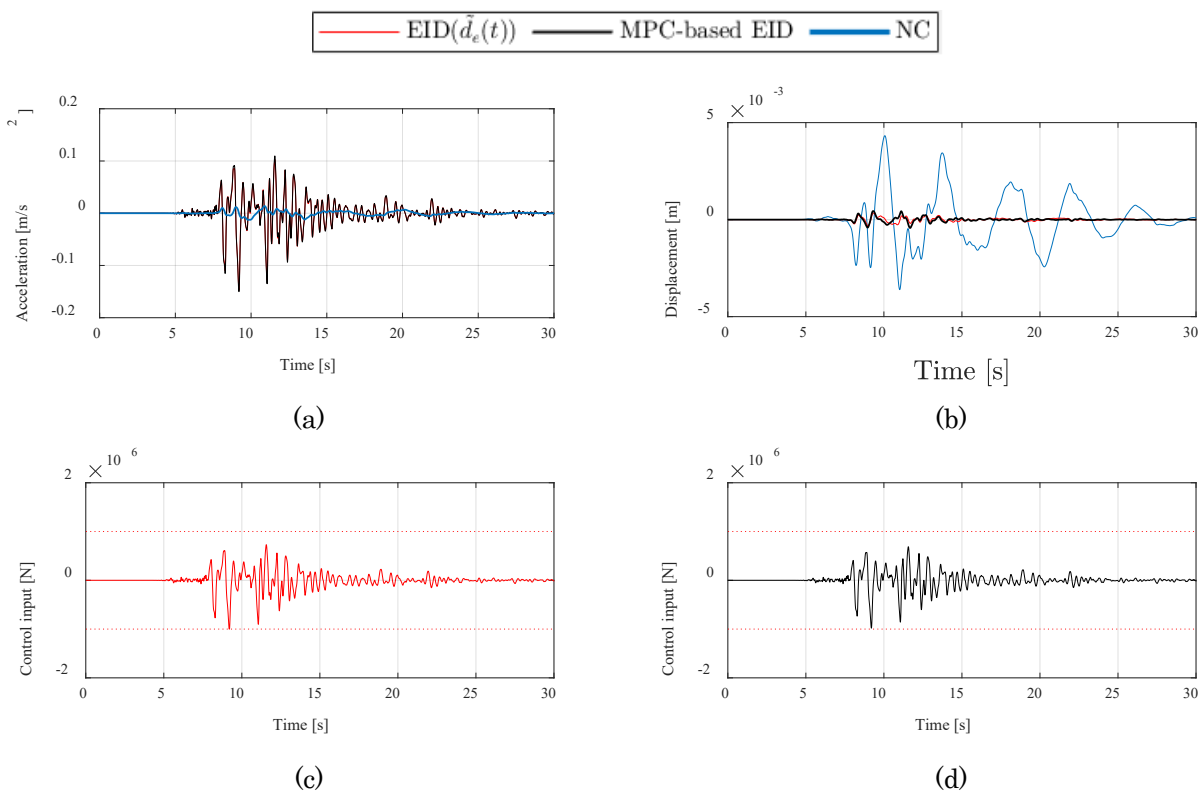


図-4 神戸波(0.018倍振幅)の時刻歴応答解析結果：(a)加速度、(b)変位、(c)制御入力(EID)、(d)制御入力(MPC-based EID)

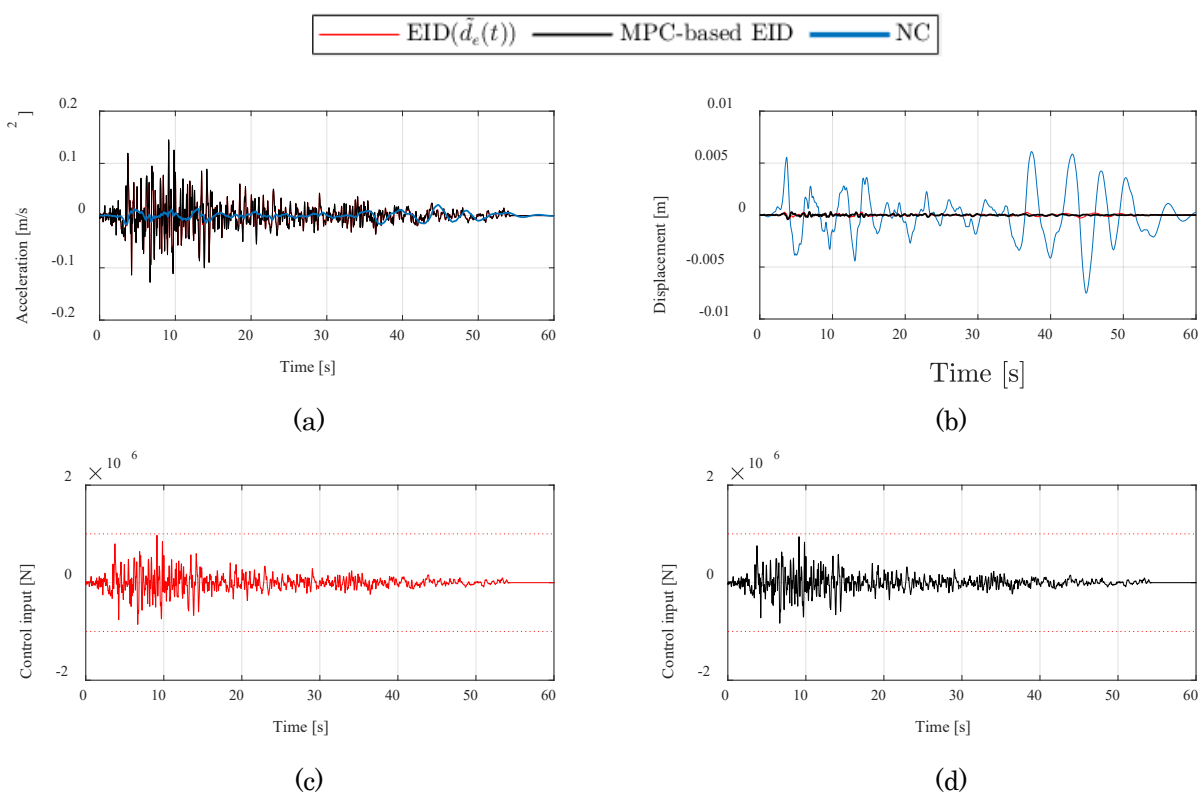


図-5 Taft波(0.096倍振幅)の時刻歴応答解析結果：(a)加速度、(b)変位、(c)制御入力(EID)、(d)制御入力(MPC-based EID)

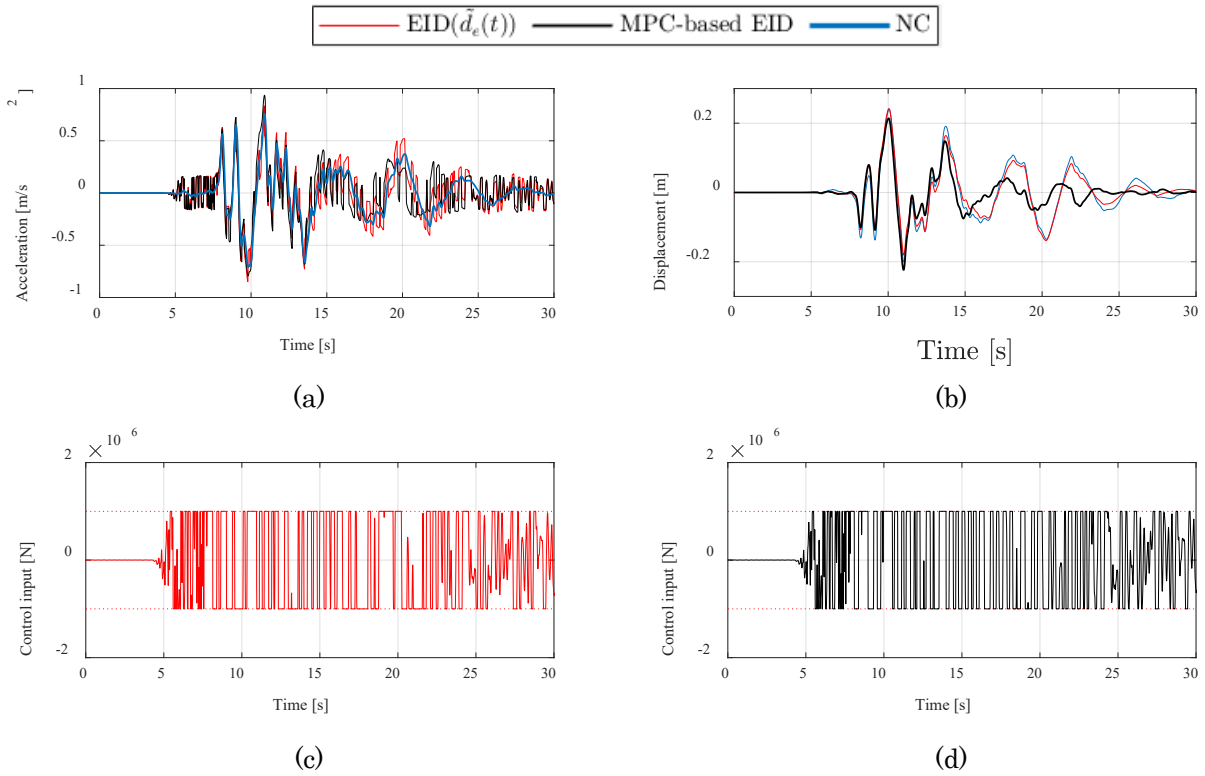


図-6 神戸波(1.0倍)の時刻歴応答解析結果：(a)加速度、(b)変位、(c)制御入力(EID)、(d)制御入力(MPC-based EID)

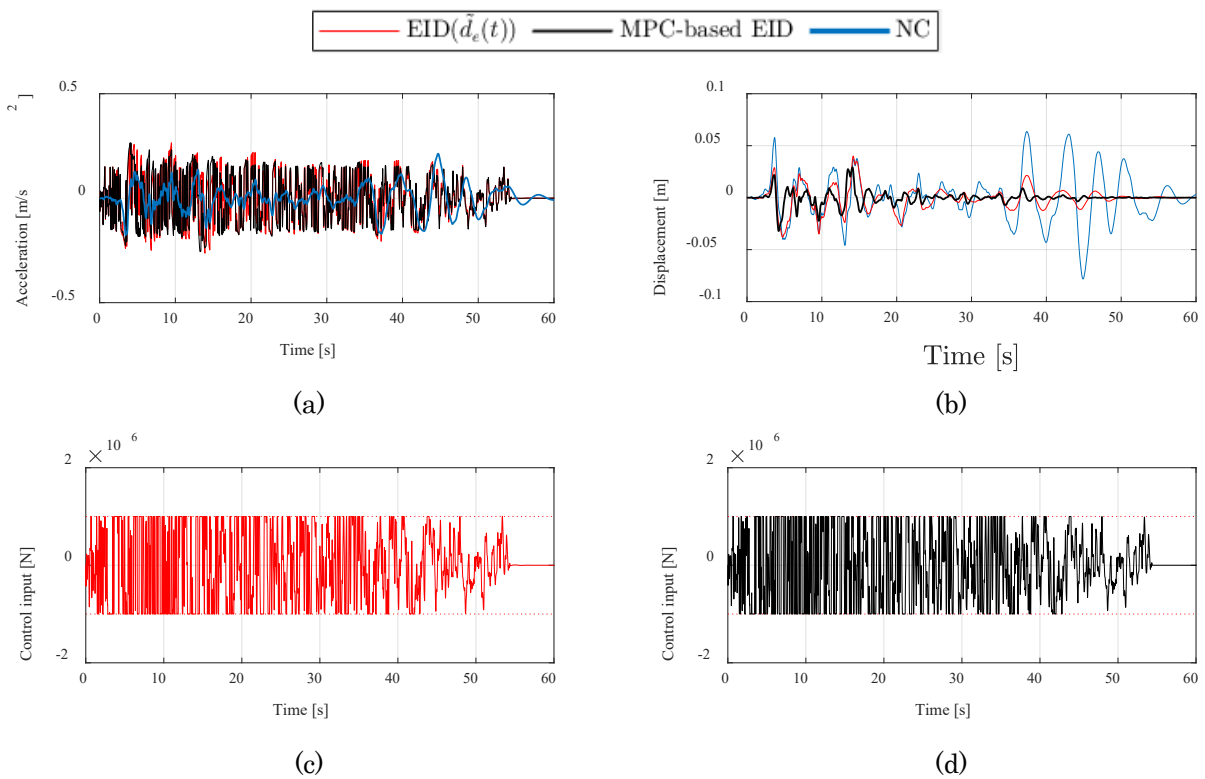


図-7 Taft波(1.0倍)の時刻歴応答解析結果：(a)加速度、(b)変位、(c)制御入力(EID)、(d)制御入力(MPC-based EID)

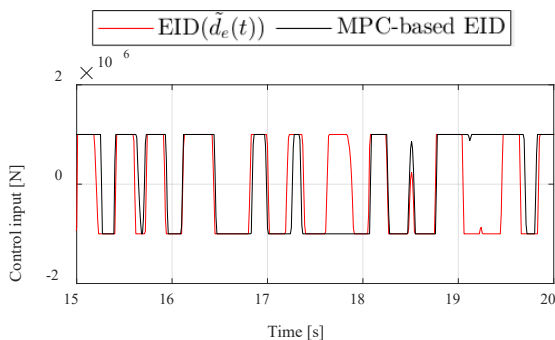


図-8 神戸波に対する応答変位の比較

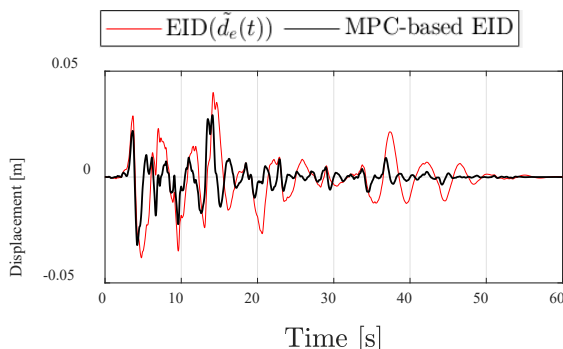


図-9 Taft波に対する応答変位の比較

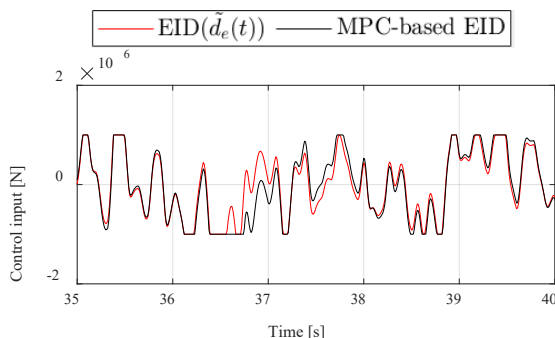


図-10 Taft波に対する制御入力の比較  
(35 s~40 s)

次に、Taft波に対しての変位を比較するために、EIDとMPC-based EIDの結果のみを抜粋した波を図-9に示す。図-9より、MPC-based EIDは、EIDよりも変位を素早く低減させている他、最大変位も抑えられていることがわかる。これについて、特にEIDとMPC-based EIDの応答に差が確認された35s~40s付近の制御入力を図-10に示す。図-10より、36s~38s付近において、MPCによって、制御入力の振幅や入力するタイミングが調整されていることがわかり、これにより、最大変位の抑制や、変位の素早い低減へ結びつくと考察される。

以上より、MPC手法を併用することにより、特に、制御入力が飽和する際は、MPCがEID推定器によって計算された制御入力を調整することで、制御性能を高めることができていることが確認された。

## 7. まとめ

本研究では、外乱の影響を推定し、それを除去する等価入力外乱(EID:Equivalent-input-disturbance)手法と、制御対象の応答を推定し、制約条件を満たすような制御入力を与えるモデル予測制御(MPC:Model-predictive-control)手法を組み合わせた新しい制御システムであるMPC-based EID手法を提案し、建築物のアクティブ制御へと応用した。本制御システムでは、EIDが推定した制御入力の値が最大値を超えることが想定される場合は、MPCにより制御入力が調整される方法である。本論文では、解析を用いることで、提案手法の妥当性の検討を行った。その結果、制御入力が飽和しないケースでは、EIDとMPC-based EIDの制御性能は同等であることがわかった。これは、EID推定器が適切に外乱の影響を推定し、それを打ち消す制御入力を計算出来ていることによるものと考察される。一方で、制御入力が飽和するケースでは、MPCを併用することにより、従来のEID手法よりも変位を素早く収束させることができることが明らかとなった。

本研究では、特に免震層の変位のみに着目を行った制御システムの構築を行った。一方で、絶対加速度についても、制御時には重要な値となる。MPCの評価関数に、絶対加速度も含め、さらに重み関数の設定方法についても検討し、両者の応答を適切に低減できる制御システムへと拡張することが今後の課題の一つである。



<参考文献>

- 1) 島田明：“外乱オブザーバ(計測・制御セレクションシリーズ2)”，コロナ社，2021
- 2) 矢代大祐，日恵野直，弓場井一裕，駒田諭：“むだ時間を有するバイラテラル制御系のマスタ位置出し 制御器設計法”，電気学会論文誌 D(産業応用部門誌)，Vol. 135，No. 3，pp.268-275，2015
- 3) I. Penarrocha-Alos, D. Tena, and R. Sanchis: “Cascade multi-resonant disturbance observer design. Application to a distillation column”, Journal of Process Control, Vol. 132, 2023, Paper ID: 1031105
- 4) Y. Yang, Y. Cui, J. Qiao, and Y. Zhu: “Adaptive periodic-disturbance observer based composite control for SGCMG gimbal servo system with rotor vibration”, Control Engineering Practice, Vol. 132, Paper ID: 105407, 2023
- 5) 余錦華，大山恭弘，小林裕之，忻欣：“等価入力外乱推定による外乱除去性能の向上” 計測自動制御学会論文集，Vol. 41，No. 10，pp.798-802，2005
- 6) K. Miyamoto, D. Sato, J. She, Y. Chen, and Q.-L. Han: “New spectra of responses and control force for design of equivalent-input-disturbance-based active structural control of base-isolated buildings”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 507, Paper ID: 116160, 2021
- 7) L. Wang: “Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB”, Springer, 2009
- 8) 富吉雄太，高橋正樹，小槻祥江，吉田直人，森川和彦，神原浩，福喜多輝：“ビルディングマスダンパのモデル規範型予測制御”，日本機械学会論文集，Vol. 88，no. 906，pp.1-16，2022
- 9) K. Miyamoto, Y. Tomiyoshi, N. Yoshida, S. Nakano, and J. She: “Disturbance rejection using the combination of equivalent-input-disturbance and model-predictive-control methods”, The 49th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON23-000680, 2023
- 10) T. Yu, Z. Mu, and E. A. Jphnson: “Real-time neural network based semiactive model predictive control of structural vibrations”, Computers & Structures, No. 275, Paper ID 106899, 2023
- 11) 宮本皓：“等価入力外乱による外乱除去のエッセンスと基礎”，機械の研究，Vol. 75，No.1，pp.8-11，2023

