

空間構造の形状初期不整を考慮した座屈解析と座屈耐力のロバスト最適化

村瀬 充 兼光 知巳 谷口 尚範
(技術研究所) (技術研究所) (設計本部)

Robust Optimization of Elastic Buckling Capacity Considering Geometrical Imperfection of Spatial Structures

Mitsuru Murase, Tomomi Kanemitsu and Hisanori Taniguchi

単層ラチスドームの施工において、屋根の全節点の形状初期不整を複数回観測した。本論文では、観測記録を節点座標のばらつきデータとみなし、弾性座屈耐力と発生確率の関係を算出した。当単層ラチスドームでは、弾性座屈耐力の設計値は振幅をスパンの2000分の1にスケーリングした座屈モードを形状初期不整として考慮して算出した。上記の検討により、弾性座屈耐力が設計値を下回る確率は非常に小さく、十分に安全側な設計がなされていることを確認した。また、節点座標のばらつきに対し弾性座屈耐力の低下を防ぐ屋根形状をロバスト最適化により例示した。

In the construction of a single-layer lattice dome, the geometrical imperfection of all nodes of the roof was observed multiple times. This paper considers the observation records as data on the variation of nodal coordinates and calculates the relationship between the elastic buckling resistance and the probability of occurrence. This study confirmed that the probability of the elastic buckling resistance being less than the design value is very small and that the design is sufficiently on the safe side. In addition, the roof shape that prevents the reduction of elastic buckling resistance against the variation of nodal coordinates was searched for by robust optimization.

1. はじめに

単層ラチスドームは線部材を単層の曲面上に配置する構造であり、個材座屈に加えて全体座屈や局部座屈による屋根の崩落を防ぐことが設計上重要である。座屈に対する安全性は部材の材料非線形性を考慮した弾塑性座屈荷重により検定することが望ましいが、高度な解析技術を要する。従って実設計では部材の材料非線形性を考慮せず、幾何非線形性を考慮した増分解析により弾性座屈荷重を算出し、指針¹⁾に基づき弾塑性座屈荷重を推定する方法がとられることもある。

空間構造の施工は部材製品精度や建方精度、溶接縮み、ジャッキダウン、温度変化などにより設計図に記された完全系に対し形状初期不整を有する。弾性座屈荷重は形状初期不整による影響を受けるため、設計時に適切な形状初期不整をあらかじめ考慮する必要がある。ここで、設計時に考慮すべき適切な形状初期不整は、その最大振幅について指針¹⁾に記載がある一方で、分布については具体的な資料は示されておらず、完全系の座屈固有値解析により得られる複数の座屈モードやそれらの組み合わせを用いて、

最も弾性座屈耐力が低下する形状初期不整（最悪形状初期不整）を設計者が探索するのが一般的である。

また、座屈に対する安全性を確保することが重要であることから、座屈耐力を目的関数としてドーム形状を最適化する研究が複数存在する²⁾⁴⁾が、いずれも座屈前変形の影響を考慮しない座屈固有値解析に基づく線形座屈耐力を目的関数としており、形状初期不整のばらつきを考慮した弾性座屈耐力の最適化を行った事例は見当たらない。

本論文では、実際に建設した単層ラチスドームを対象とし、施工時に複数回測定した屋根節点の形状初期不整データを用いて、設計用形状初期不整を考慮した弾性座屈耐力の妥当性を検証する。また、設計者が経験的に行っていた最悪形状初期不整の探索を、最適化を用いて自動化できることを示したうえで、最悪形状初期不整を考慮した弾性座屈耐力のロバスト最適化例を示す。

2. 単層ラチスドームの構造概要

構造概要⁵⁾を図-1に示す。建物用途は屋内競輪場である。屋根架構は図-2に示す長辺115.9 m、

短辺 93.0 m の楕円形鉄骨単層ラチスシェルでライズは最大 18.7 m である。単層ドームのグリッドは、放射方向材・円周方向材に斜材を設けたグリッドとしている。屋根架構全重量は約 2,100 t である。また、単層ラチスドームに張弦リングと称する張弦架構が組み合わされていることが特徴的である。張弦リングは固定荷重による屋根変形の低減効果や、外周リングのスラスト力の低減効果を有するうえ、弾性座屈耐力は多少上昇するが、本論文では単純化のため省略する。

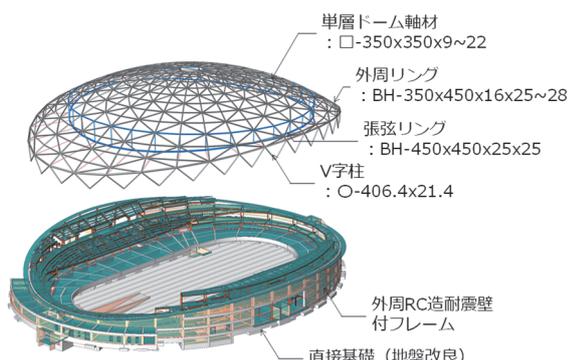


図-1 構造概要

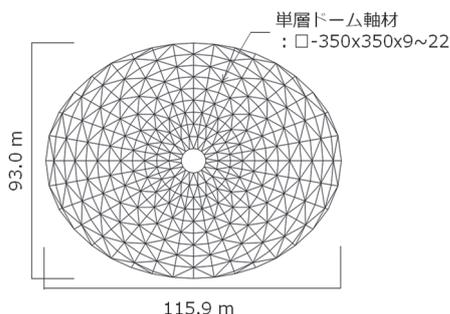


図-2 屋根架構

3. 設計段階における座屈解析概要

本章では、設計段階で実施した座屈解析について概要を示す。解析モデルは図-2 に示した屋根架構のみのモデルとし、柱脚をピン支持とした。座屈解析には当社独自開発の有限要素解析ソフト GENA⁶⁾を用いる。GENA は初期荷重(固定荷重、プレストレス荷重)の形状解析および増分解析による座屈点探索、分岐経路移行解析、座屈固有値解析を行うことができる。本解析では、固定荷重または雪荷重(一様分布および数種の偏在分布)を増分荷重として弧長増分法で静的釣合経路を追跡した。弾性座屈耐力は最初に現れる極限点または分岐点とし、その点における荷重倍率 λ (以下、 λ)を算出した⁷⁾。固定荷重が雪荷重に比べ支配的であるため、本論文では固

定荷重を増分荷重とした際の座屈性状を示す。

形状初期不整を考慮しない場合の鉛直方向変位と固定荷重倍率の関係を図-3 に示す。なお、グラフは凡例図に示す節点の鉛直方向変位を示している。主経路の極限点は $\lambda=10.60$ である。図-4 に 1 次~4 次の座屈モード形状および λ の値を示す。なお、図は屋根架構を上から見た時の上下方向の固有モードの振幅をコンターで示している。1 次座屈モードおよび 2 次座屈モードは対称形であった。また、1~3 次座屈モードは分岐点の座屈モードであり、4 次座屈モードは極限点の座屈モードであった。このように、本ドームはドームの外側に向かうほど部材間隔が広がる部材配置としているため、全体長辺方向裾部の局部座屈が先行して発生し、全体座屈が生じない。また、主経路の極限点付近に複数の分岐経路が存在することが確認された。

次に、施工誤差等を考慮し、設計時にあらかじめ形状初期不整を考慮した弾性座屈耐力を確認する。形状初期不整の設定は、低次の座屈モードを組み合わせる用いることが一般的である。本計画では、対称性を考慮し、1 次座屈モード、3 次座屈モードおよびそれぞれの座屈モードの重ね合わせにより形状初期不整を作成し、最も λ が低下する形状初期不整を設計用として採用した。また、局部座屈モードの凸部は固定荷重による変形と逆方向であるため、凹部を抜き出した形状初期不整を採用した。形状初期不整の最大振幅は局部座屈性状を示すことを考慮し、長辺方向スパンの 1/2 である 58.0 m の 1/1000(58 mm)に設定した。最も λ が低下する形状初期不整を採用したときの鉛直方向変位と固定荷重倍率の関係を図-5 に示す。極限点は $\lambda=9.56$ となり、初期不整を考慮しない場合に比べ座屈耐力は約 10%低下した。

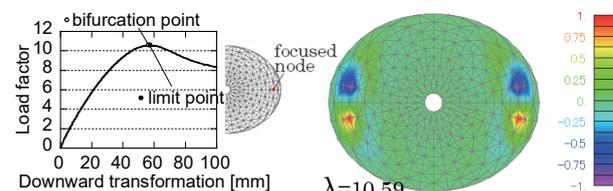


図-3 荷重変形関係 (形状初期不整なし)

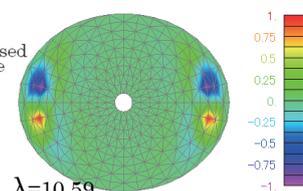


図-4(a) 形状初期不整なし 1次座屈モード

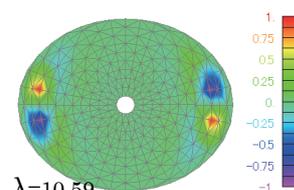


図-4(b) 形状初期不整なし 2次座屈モード

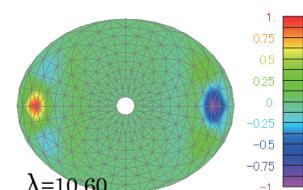


図-4(c) 形状初期不整なし 3次座屈モード

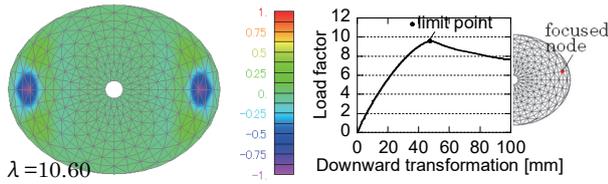


図-4(d) 形状初期不整なし 4次座屈モード
図-5 荷重変形関係 (形状初期不整考慮)

上記の λ を設計値として、文献 1)の方法に基づき弾塑性座屈荷重および部材の許容圧縮応力度を算出し、個々の部材断面を設計した。

4. 施工段階の形状初期不整の測定と座屈耐力

本計画では、施工誤差の把握と施工誤差の座屈耐力への影響を確認することを目的とし、施工中および屋根工事完了後に全節点の座標を計測した。計測は屋根の鉄骨に張り付けたターゲットシールを地上よりトータルステーションで測定した。本章では、得られた形状初期不整を用いて算出した λ が、設計値に比べ大きいことを確認する。なお、荷重は 3 章と同様に固定荷重を対象とする。

建方完了後ジャッキダウン前のドーム形状実測結果と設計値の差を図-6に示す。鉛直方向下向きの最大変位は 52 mm であった。また、それらを形状初期不整としたときの鉛直方向変位と固定荷重倍率の関係を図-7に示す。極限点は $\lambda=10.19$ となり、形状初期不整を考慮しない場合に比べ λ は約 4%低下した。屋根工事終了時のドーム形状実測結果と設計値の差を図-8に示す。鉛直方向下向きの最大変位は 51 mm であった。また、それらを形状初期不整としたときの鉛直方向変位と固定荷重倍率の関係を図-9に示す。極限点は $\lambda=10.43$ となり、形状初期不整を考慮しない場合に比べ λ は約 1%低下した。施

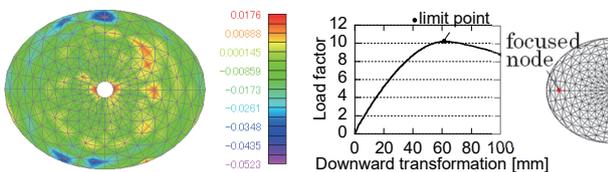


図-6 ジャッキダウン前の形状初期不整
図-7 荷重変形関係

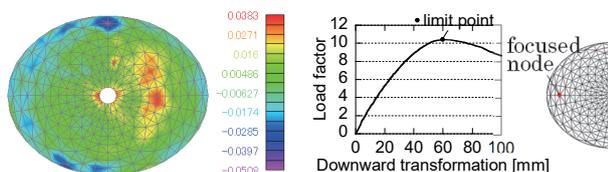


図-8 屋根工事終了時の形状初期不整
図-9 荷重変形関係

工中および屋根工事完了時の形状初期不整の最大変位は設計値の形状初期不整の最大変位を超えるものがあったが、それぞれの形状初期不整を用いて算出した λ は設計値に比べ大きい。その理由の一つとして、建方精度を確保するための計画・管理により、座屈変形が大きい位置の建方誤差が小さい値となったことが考えられる。以上より、設計時に想定した形状初期不整の妥当性を確認した。

5. 形状初期不整のばらつきと座屈耐力の変動

本章では、施工中および屋根工事完了時において測定した全節点の形状初期不整を形状初期不整のばらつきデータとして活用し、鉛直方向の形状初期不整のばらつきに対する λ の変動を確認する。

施工中および屋根工事完了時の鉛直方向の形状初期不整のヒストグラムを図-10に示す。度数分布は概ね正規分布であった。施工中および屋根工事完了時の鉛直方向の形状初期不整の平均値はそれぞれ -4.4 mm、-6.5 mm であり、標準偏差はそれぞれ 12.5 mm、12.4 mm であった。

次に、各節点の形状初期不整が平均値 -5.5 mm、標準偏差 12.5 mm の正規分布に従うものと仮定したうえで、各節点の形状初期不整を乱数で 10000 ケース作成し、10000 回増分解析を実施した。 λ のヒストグラムを図-11に示す。 λ の度数分布は概ね正規分布となり、平均値は 10.33、標準偏差は 0.20 であった。また、 λ が平均値 10.33、標準偏差 0.20 の正規分布に従うものと仮定したときの λ の累積分布関数を図-12に示す。図-12より、 λ が設計値である 9.56 以下となる確率は 0.0055% となり、設計時の検討は十分に安全側であることが確認された。

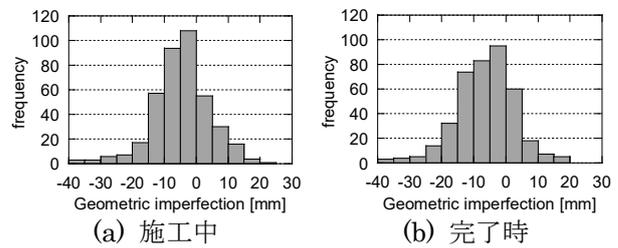


図-10 形状初期不整のヒストグラム

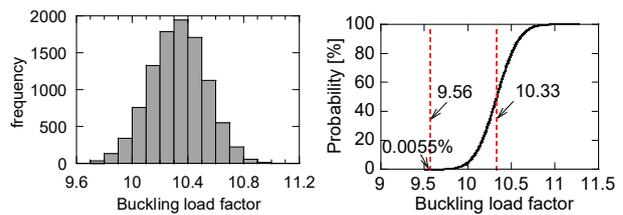


図-11 弾性座屈荷重の分布
図-12 弾性座屈荷重の累積分布関数

6. 形状初期不整を考慮した弾性座屈荷重のロバスト最適化

ばらつきに対して性能の変動が少ないことはロバスト性を有するといわれる。また、ばらつきによる性能の変動を考慮し、性能の最適化を行うことはロバスト最適化といわれる。本章では、形状初期不整による影響を考慮した λ のロバスト最適化を実施する。この場合、ばらつきは各節点の形状初期不整の値であり、性能は形状初期不整による影響を考慮した λ である。最適化では、ばらつきを考慮したときの λ を向上させるドームの節点座標を探索する。なお、荷重は3章と同様に固定荷重を対象とする。

ここで、形状初期不整による影響を考慮した λ は、低次の座屈モードを用いて複数のモードの重ね合わせや加工を行い、最も λ が小さくなる形状初期不整を人力で探索していた。本章の最適化において、モデルの更新の度に上記のような探索を行うことは非常に煩雑であるため、最も λ が小さくなる形状初期不整(WGI: Worst Geometric Imperfection)の探索自動化手法を併せて提案する。

WGIの探索自動化には最適化を用いる。ここで、入力変数は形状初期不整を考慮する節点であり、本論文で対象とするドームでは、対称性を考慮しても198節点となる。このような多変数問題に対し最適化を行う場合、感度解析を用いたスクリーニングを組み合わせた最適化が有効である。本論文では、modeFRONTIER⁷⁾に搭載されているSAnGeAアルゴリズム⁸⁾を利用し、最適化フローを構築した。

最適化のフローを以下に示す。

- ① λ に対するモデルの全節点の形状初期不整の感度を取得する
- ②感度が大きい節点のみを対象とし、最適化により λ が最小となる形状初期不整(WGI)を取得する
- ③WGIの-1倍の値を用いて、各節点の鉛直座標を移動し、モデルを更新する

本計画の解析モデルを対象としたときの各フローの詳細を以下に示す。

- ①各節点の形状初期不整をランダムに10ケース設定し、各ケースに対し、節点の形状初期不整を1つずつ変動させ、各節点の形状初期不整の変動に対する λ の感度を計算する。10ケースの感度の平均値や標準偏差を指標とし、感度が大きい節点を特定する。すなわち、10ケースまわりの全節点の λ

に対する感度を算出し、それらの平均値や標準偏差を指標として全節点の感度を算出する。本論文では、入力変数が198個であり、フローの①の段階でスクリーニングのために1990(10×(198+1))回の増分解析が必要である。

- ②感度が大きい節点以外は中央値に固定し、感度が大きい上位9節点のみを対象に遺伝的アルゴリズムにより最適値(最悪値)を探索する。フローの②では計500(10ケース×50世代)回の増分解析が必要である。500回の増分解析の結果、最も λ が低下する形状初期不整をWGIとする。

以上のフロー①およびフロー②は、SAnGeAアルゴリズムにより連続して実施することができる。形状初期不整は鉛直方向のみを考慮し、最大振幅は3章と同様58mmとしたときのWGIの探索結果を図-13に示す。スクリーニングの結果、 λ に対する感度の上位9節点の位置を図-14に示す。また、これら上位9節点のみを対象としたWGIを図-15に示す。このとき、 λ の値は8.79である。低次の座屈モードを用いて設計者が探索したWGIを用いて算出した設計用 λ に比べ、さらに λ が低下する形状初期不整の取得が自動化できた。ただし、この手法で探索したWGIは各節点の形状初期不整の値が最大振幅の値と一致しており、施工誤差等により実際に生じる確率は非常に小さいと考えられる。WGIモデルの弾性座屈荷重時の変形図を図-16に示す。WGIにより、特定の座屈モードが励起されている。

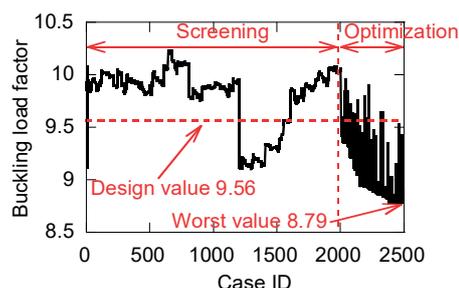


図-13 初期モデルに対するWGIの探索結果

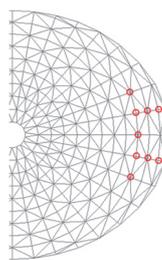


図-14 初期モデルの感度上位9節点

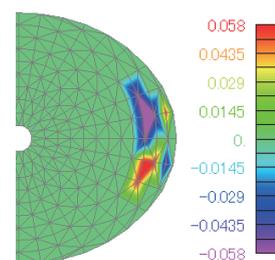


図-15 初期モデルのWGI形状

③WGIの-1倍の値を用いて各節点の鉛直座標を移動し、モデルを更新する。ここで、図-15のように、WGIは特定の位置の座屈モードを励起させるために別の場所の節点に上向きの形状初期不整を与えることがある。WGIの-1倍の値をそのまま使用しモデルを更新すると、鉛直下向きに移動させる節点付近で別の座屈が励起され、モデル更新後にかえってλが低下するおそれがある。従って、モデル更新の際は別の座屈モードを励起するような鉛直下向きの節点移動は採用しないものとした。初期モデルのWGIより作成した節点移動量を図-17に示す。初期モデルの節点座標に図-17の移動量を加え、次のモデルを作成する。

以上のフロー①からフロー③のモデル更新を20回繰り返したときの節点の累積移動量を図-18に示す。一度の節点の移動量は最大58mmであるが、各所の節点を順に移動させているため、20回の更新後の累積移動量の最大値は290mmとなった。また、短辺方向の対称性は考慮せずにWGIを探索したが、累積移動量は概ね短辺方向に対称形となった。

図-19に各モデルのWGI時のλの変遷を示す。なお、更新前のモデルをモデルNo. 1とする。モデル更新の度に弾性座屈荷重に対する感度が高い節点は入れ替わるため、感度上位の節点のみを対象としたWGI時の座屈性状が変化し、更新前のモデルより弾性座屈荷重が低下することがある。モデルNo. 17以降は安定してWGI時の弾性座屈荷重が増大しており、モデルNo. 20はWGIを考慮しても弾性座屈荷重の設計値9.56や初期モデルの形状初期不整を考慮しないときの弾性座屈荷重10.60より大きい弾性座屈荷重が得られた。なお、各モデルの詳細については、付録に示す。

本ドームは半径約99mの球体を楕円でくり抜いた形状をしており、半径の0.29%程度の節点移動でWGI時の弾性座屈荷重を33%向上させることができた。

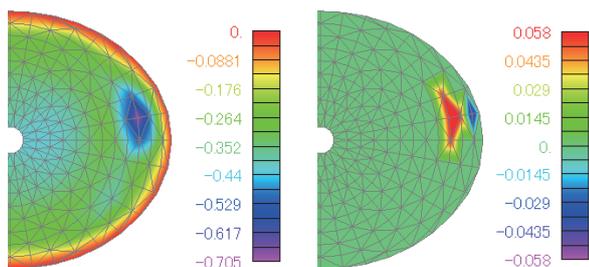


図-16 弾性座屈荷重時変形 図-17 節点移動量

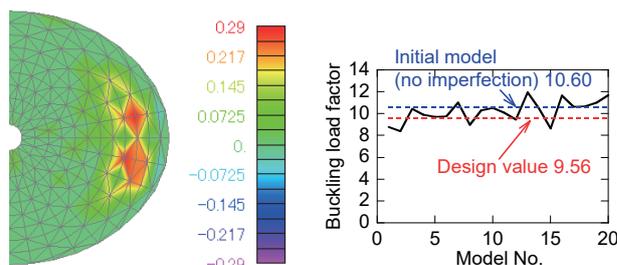


図-18 20回更新後の節点累積移動量 図-19 各モデルのWGI時弾性座屈荷重

7. まとめ

本論文では、某単層ラチスドームを対象とし、施工時に複数回測定した屋根節点の形状初期不整データを用いて、設計時に考慮した弾性座屈耐力の妥当性を検証した。また、設計者が経験的に行っていた最悪形状初期不整(WGI)の探索を、最適化を用いて自動化できることを示したうえで、WGIを考慮した弾性座屈耐力のロバスト最適化例を示した。得られた知見を以下に示す。

- ・全節点の座標計測により得られた形状初期不整データを用いて、形状初期不整のばらつきに対する弾性座屈荷重のばらつきを確率的に算出した。その結果、弾性座屈荷重の設計値を下回る形状初期不整の発生確率は0.0055%であり、十分に安全側な設計がなされていることを確認した。
- ・弾性座屈荷重が最小となるWGIの探索を、感度解析と最適化により自動的に探索する手法を提案した。その結果、従来の低次の座屈モードを用いたWGIより弾性座屈荷重を低減させるWGI形状が探索できた。
- ・自動的に探索されるWGIを用いて、形状初期不整を考慮した弾性座屈耐力のロバスト最適化を実施した。その結果、ドーム半径の0.29%程度の節点移動で、WGI時の弾性座屈荷重を33%向上する節点座標が得られた。節点座標の移動は、部材割の細分化や鉄骨断面の増大に比べ低コストで座屈耐力を上昇させることができる。

<参考文献>

- 1) 日本建築学会：“ラチスシェル屋根構造設計指針”，第1刷，2016
- 2) 山本憲司，皆川洋一，大森博司：“座屈荷重を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究”，日本建築学会構造系論文集，第564号，pp. 95-102，2003
- 3) 小河利行，大崎純，立石理恵：“線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化”，日本建

築学会構造系論文集, 第 570 号, pp. 129-136, 2003

- 4) 日紫喜智昭, 杉崎友哉, 熊谷知彦, 加藤史郎: “形状初期不整に対してロバスト最適化された単層ラチスシェルの信頼性解析”, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 1, pp. 941-942, 2020
- 5) 木内佑輔他: “単層張弦ドームの計画(その 1) 建物概要および構造計画”, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), 構造 I, pp. 881-882, 2020

- 6) Manabu Uchiyama and Seishi Yamada: “Nonlinear Buckling Simulations of Imperfect Shell Domes by Mixed Finite Elements”, J. Eng. Mech., ACSE, 129(7), pp. 707-714, 2003
- 7) modeFRONTIER ESTECO SpA,
<https://www.esteco.com/modefrontier>
- 8) Ricco, L., Technical Report 2011-005, SAnGeA: Screening Analysis Genetic Algorithm, 2011

付録 ロバスト最適化過程におけるモデル変遷

図-付 1 から図-付 19 に、No. 2 モデルから No. 20 モデルの累積節点移動量、最悪形状初期不整、弾性座屈時変形および節点移動量をそれぞれ示す。節

点移動をすることで対応する座屈が起こりにくくなり、他の位置の座屈が先行している。

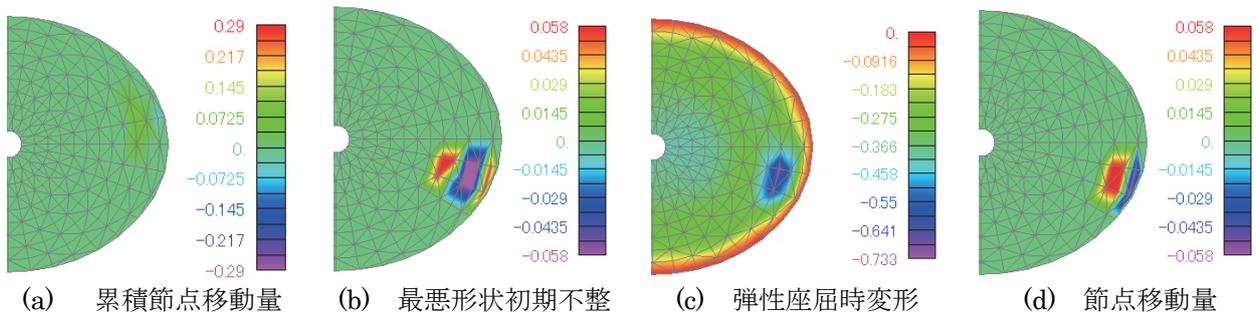


図-付 1 モデル No. 2

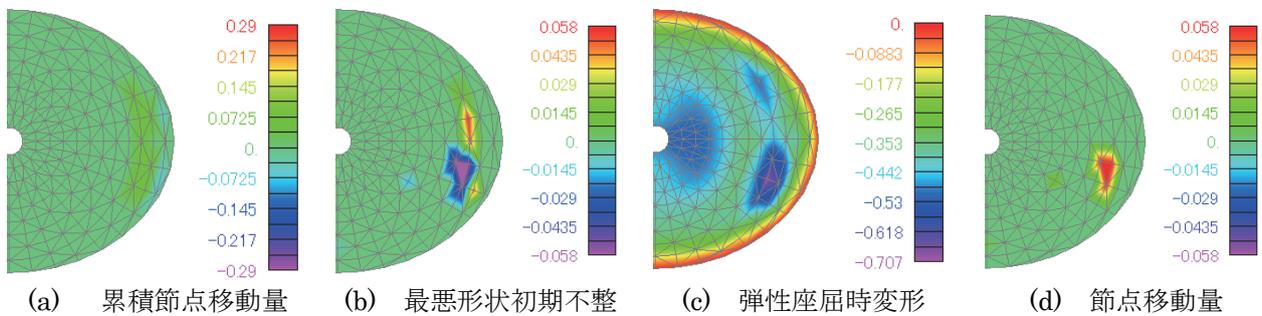


図-付 2 モデル No. 3

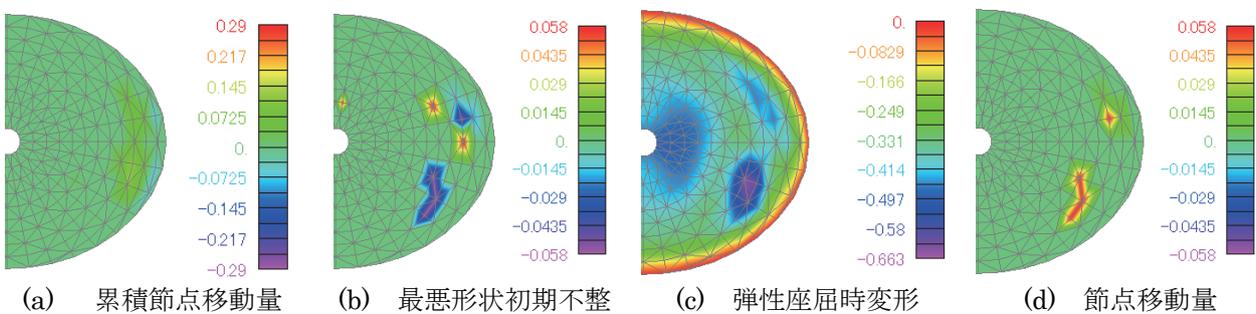


図-付 3 モデル No. 4

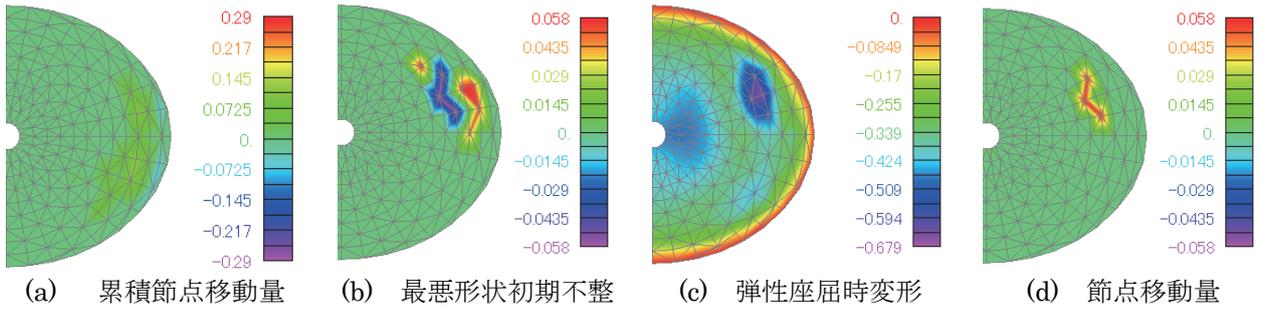


図-付4 モデル No. 5

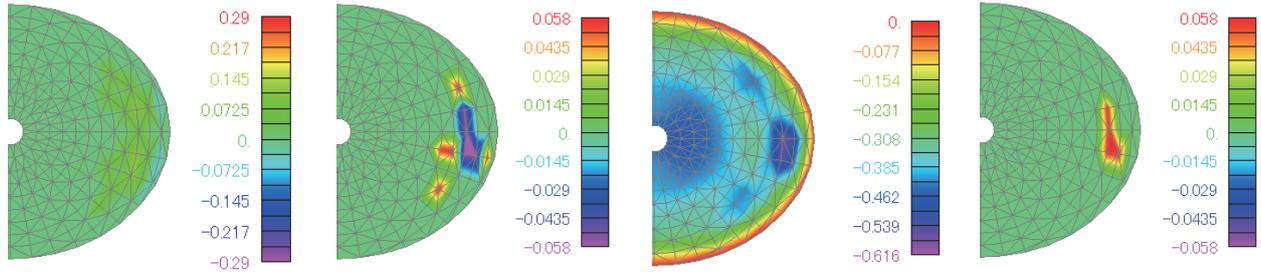


図-付5 モデル No. 6

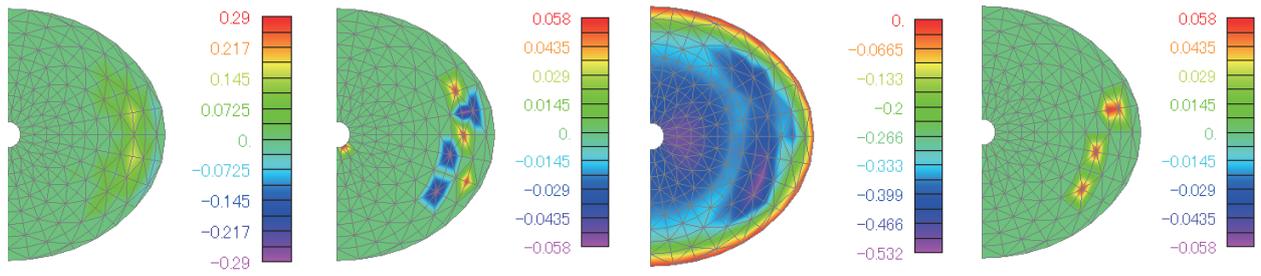


図-付6 モデル No. 7

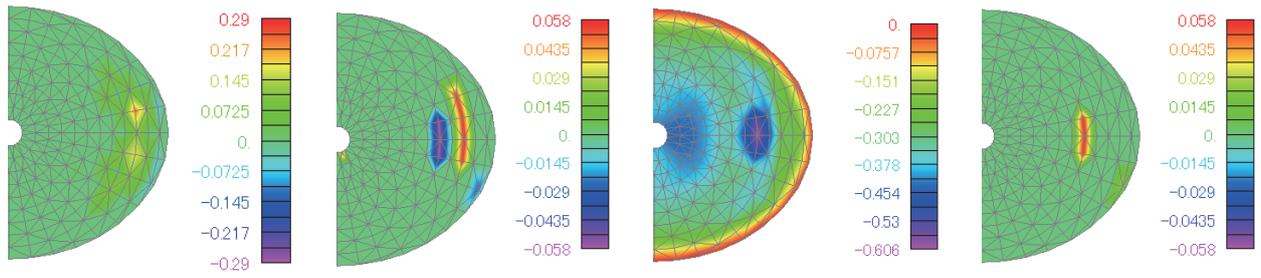


図-付7 モデル No. 8

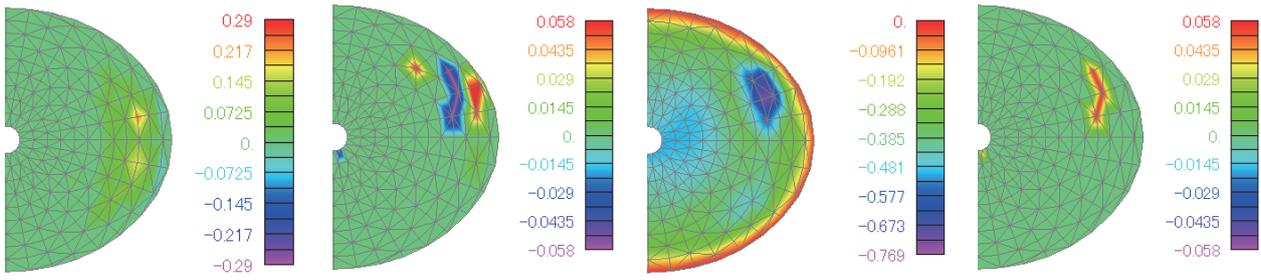


図-付8 モデル No. 9

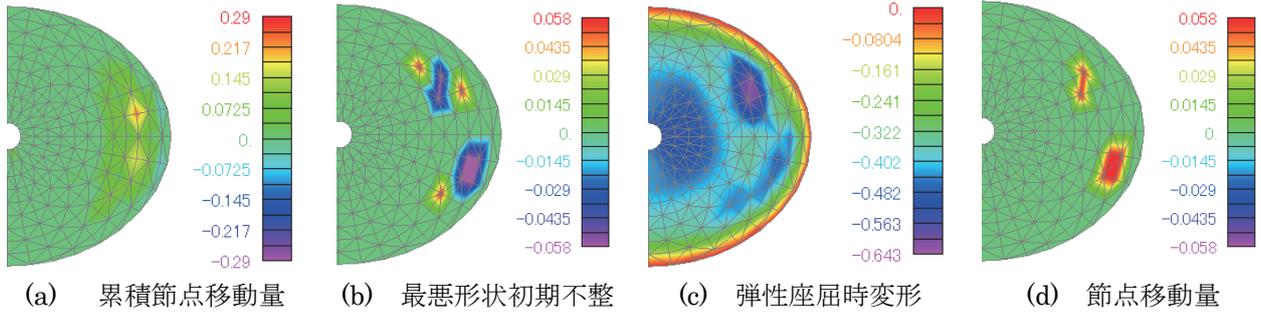


図-付9 モデル No. 10

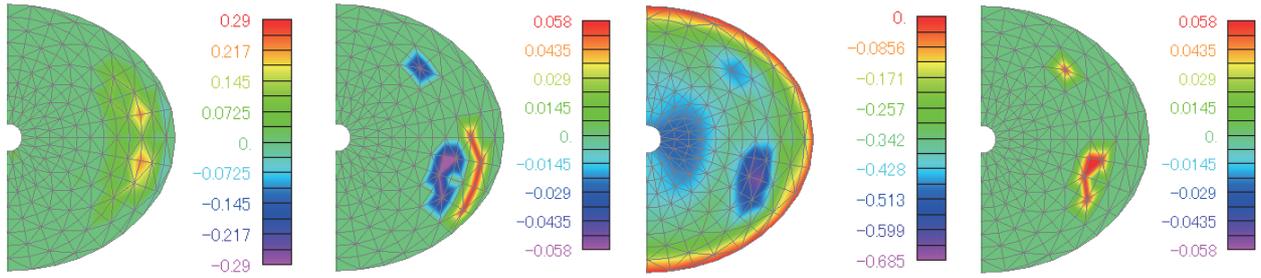


図-付10 モデル No. 11

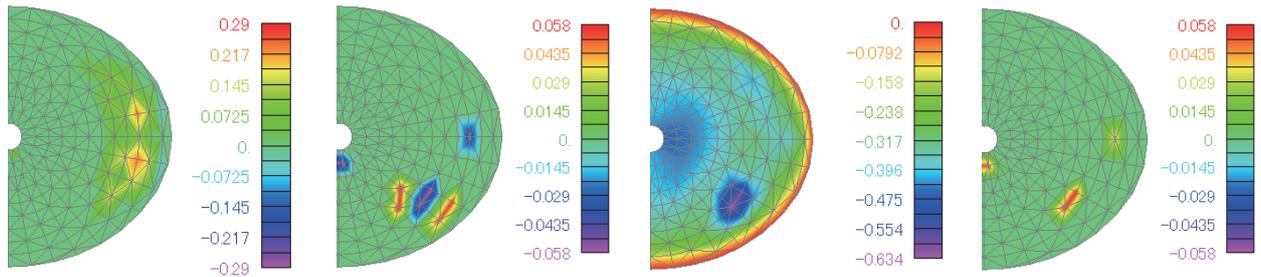


図-付11 モデル No. 12

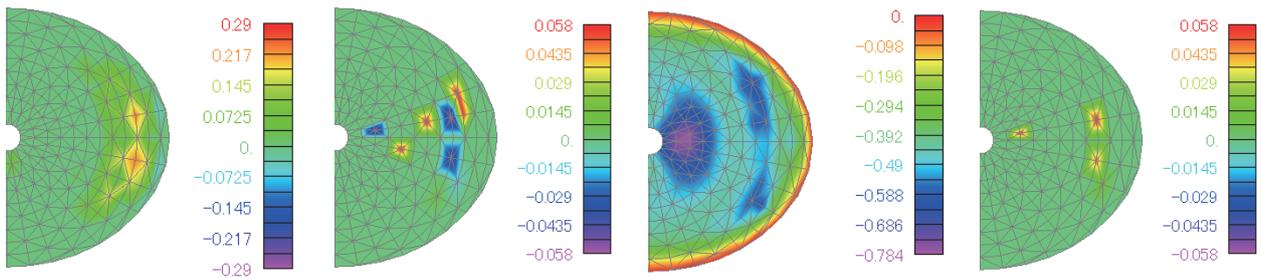


図-付12 モデル No. 13

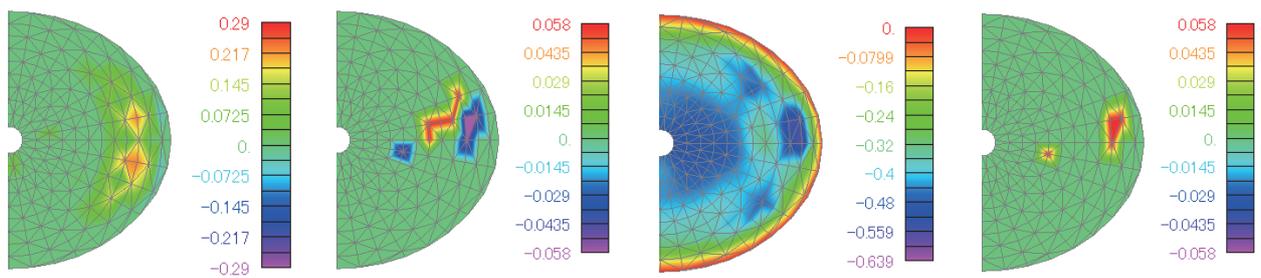


図-付13 モデル No. 14

