

溶接の溶け込みに関する一考察

—移動面熱源による温度分布について—

藤 盛 紀 明

桐 生 栄五郎

新 見 芳 男

§ 1. 序

溶接の溶け込み深さはのど厚を左右し、開先形状等を左右するために、設計者や施工者にとっては非常な関心事である。溶接の溶け込みについては古くからアーク物理学の見地から各種の実験と考察がなされ、現在でも活発な研究が行なわれている。その結果、溶け込みに影響を与える因子が究明され、明らかにされてきたが、まだ未解決の問題を数多く残している。

施工管理という立場から考えれば、管理者が外的条件として適格に把握できるデータから、溶け込み深さを推定し、かつ各種溶接法や溶接棒の溶け込み深さの特性を知ることができれば便利である。

筆者等は溶け込みに影響を及ぼす要因の中で、最も重要であり、かつ理論的に解明しうる熱伝導について、従来の熱源を移動する点熱源とする仮定を拡張し、ある領域に分布しながら移動する面熱源による温度分布を求めた。点熱源とする仮定はアークより速く離れた点の温度分布を示すには有効であるが、アークの近傍では適用し難い。熱源を面とすることは、点とするよりも現実的である。

この、より現実的な熱伝導の計算結果をもととして、他の要因を分析することは、溶け込み深さの究明にとってひとつの進歩と考えられる。

外力として供給される電気的エネルギーは、いかなる溶接法、溶接棒にとっても一義的に決定し得るものであり、結果として得られる溶け込み深さの差異は、溶接法、溶接棒の特性に起因させることができる。したがって与えられた電気的エネルギーがすべて熱エネルギーに変換されるとして得られた、熱伝導のみによる溶け込み深さをパラメーターとして、各種溶接法、溶接棒の溶け込み深さについての特性を表示することは、溶け込み深さを解明するための有効な手段と考えられる。

§ 2. 母板の溶け込みについて

現在までの研究によれば、母板の溶け込み形状には、図一に示す3種類のあることが判明している。

母板の溶け込み形状を左右する要因としては次のものが挙げられている。

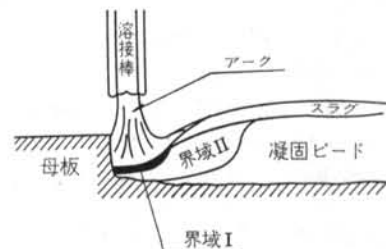
- (1) 母板に与えられる熱とその伝導
- (2) アークの掘下げ作用(プラズマ気流および電磁圧力)
- (3) 溶融池内の対流

アーク溶接中の溶融池(図二)においては、アーク真下の溶融金属液面の薄い層(界域Ⅰ)とそれ以外のアーク後方の溶融プール内の溶融金属液(界域Ⅱ)に分かれ、電気的エネルギーの大部分は界域Ⅰに集中し、その界域の大きさはほぼ溶接棒断面積に等しいといわれている。^{1),2)}

以上のことから母板の溶け込みの生成過程は次のようにいえる。まず界域Ⅰにおいてアーク熱によって母板が溶けアークの掘下げ作用が大きい場合、これによって溶融池にくぼみが生じ、常に未溶融金属面が露出し、熱による計算値より深い溶け込みが生ずる。アークの掘下げ作用の小さい時は、溶融金属の対流によって、周辺が熱



図一 溶け込み形状



図二 アーク溶接中の溶融池

による計算値より幅広く溶ける。いずれの場合もさらに界域Ⅱにおいて、若干の二次的溶け込みを生ずる。

アークの掘下げ作用も溶融池内の対流作用も供給される電気的エネルギーをそのファクターとして有しているが、溶接方法や溶接棒によっても大きく左右されるものと考えられる。それに比して供給される熱量は、熱効率を除けば、溶接方法や溶接棒に無関係にアーク電流と電

圧によって一義的に決定される。

もし熱効率が既知であれば、熱伝導による溶け込み深さをパラメーターとすることによって、各種溶接方法や溶接棒の特性（アークの掘下げ作用の程度）を考察することができ、かつ電流、電圧とアークの掘下げ作用の関係を導くことが可能となる。

§ 3. ある領域に分布しつつ移動する面熱源による熱伝導

簡単のため板厚が半無限で表面からの熱放散のない場合について考える。

三次元熱伝導の基礎方程式は(1)式で与えられる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \dots (1)$$

ここで k : 温度拡散率または熱拡散率(cm^2/sec)
 T : 温度($^{\circ}\text{C}$)
 t : 時間(sec)

板厚が半無限で表面からの熱放散のない場合、板の表面に x, y 軸、板厚方向に z 軸をとり原点に強さ $q \text{ cal/sec}$

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{v}{2k} \left(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) \right\}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \dots (2)$$

ここで λ : 熱伝導率 $\text{cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^{\circ}\text{C}$

(2)式を球面座標に書き換えると

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{v}{2k} R (1 + \sin\psi \cos\phi) \right\}}{R} \dots (3)$$

ここで $x = R \sin\psi \cos\phi$
 $y = R \sin\psi \sin\phi$
 $z = R \cos\psi$

今板内の任意の点 P (以上 図-3 参照)

$$P(R \sin\psi \cos\phi, R \sin\psi \sin\phi, R \cos\psi)$$

と $x-y$ 平面上の任意の点 P'

$$P'(r \cos\theta, r \sin\theta, 0)$$

と距離 R' は(4)式で与えられる。

$$R' = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \sin\psi \cos(\theta - \phi)} \dots (4)$$

今 $x-y$ 平面上の領域 G において $q(r \cdot \theta) \text{ cal/sec} \cdot \text{cm}^2$ なる熱分布が与えられたとすれば、この領域内の任意の微小面積 $r dr d\theta$ の受ける単位時間当りの熱量 dq は(5)式で与えられる。

$$dq = q(r \cdot \theta) r dr d\theta \text{ cal/sec} \dots (5)$$

この熱量による板内の任意の点 P の温度上昇 $T'p$ は、(3), (4), (5)式より

$$T'p = \frac{q(r \cdot \theta)}{2\pi\lambda} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{v}{2k} \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \sin\psi \cos(\theta - \phi)} \cdot (1 + \sin\psi \cos\phi) \right\}}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \sin\psi \cos(\theta - \phi)}} \cdot r dr d\theta \dots (6)$$

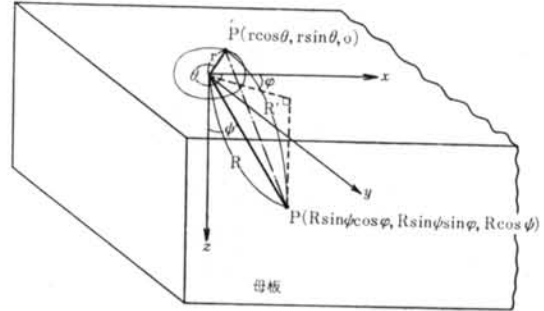


図-3

の点熱源が座標と共に x 軸の正方向に $v \text{ cm/sec}$ の速度で移動する時の(1)式の解は Rosenthal³⁾、田中⁴⁾等によって(2)式のごとく求められている。(初期温度分布は 0°C とする)

領域Gに与えられた全熱量に点によるPの温度上昇 T_p は

$$T_p = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_0^a q(r, \theta) \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{v}{2k} \sqrt{R^2 + r^2} - 2Rr \sin\psi \cos(\theta - \varphi) \right\} \cdot (1 + \sin\psi \cos\varphi)}{\sqrt{R^2 + r^2} - 2Rr \sin\psi \cos(\theta - \varphi)} r dr d\theta \quad \dots(7)$$

今、板に与えられる熱が半径 a cm の円に均一に分布していると仮定すれば

$$q(r, \theta) = \frac{q}{\pi a^2} \quad \dots(8)$$

ここで $q = 0.216\eta IV$ (cal/sec)(9)

η : 熱効率
 I : アーク電流(アンペア)
 V : アーク電圧(ボルト)

(7), (8)式から

$$T_p = \frac{q}{2\pi^2 a^2 \lambda} \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{v}{2k} \sqrt{R^2 + r^2} - 2Rr \sin\psi \cos(\theta - \varphi) \right\} \cdot (1 + \sin\psi \cos\varphi)}{\sqrt{R^2 + r^2} - 2Rr \sin\psi \cos(\theta - \varphi)} r dr d\theta \quad \dots(10)$$

(10)式は初等函数的には積分不可能である。

$\psi = 0$ の場合 (z 軸上, アーク直下) (10)式は

$$T_{p\psi=0} = \frac{q}{2\pi^2 a^2 \lambda} \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{\text{EXP} \left(-\frac{v}{2k} \sqrt{R^2 + r^2} \right)}{\sqrt{R^2 + r^2}} \cdot r dr d\theta \quad \dots(11)$$

$$= \frac{2qk}{\pi a^2 \lambda v} \left\{ \text{EXP} \left(-\frac{v}{2k} R \right) - \text{EXP} \left(-\frac{v}{2k} \sqrt{R^2 + a^2} \right) \right\} \quad \dots(12)$$

この場合熱源を点熱源とした(3)式は(13)式となる

$$T_{p\psi=0} = \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \frac{\text{EXP} \left(-\frac{v}{2k} R \right)}{R} \quad \dots(13)$$

(12), (13)式を次のように書き変える。

$$N_p = \frac{T_{p\psi=0}}{q/\lambda} = \frac{2k}{\pi a^2 v} \left\{ \text{EXP} \left(-\frac{v}{2k} R \right) - \text{EXP} \left(-\frac{v}{2k} \sqrt{R^2 + a^2} \right) \right\} \quad \dots(14)$$

$$N = \frac{T_{p\psi=0}}{q/\lambda} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\text{EXP} \left(-\frac{v}{2k} R \right)}{R} \quad \dots(15)$$

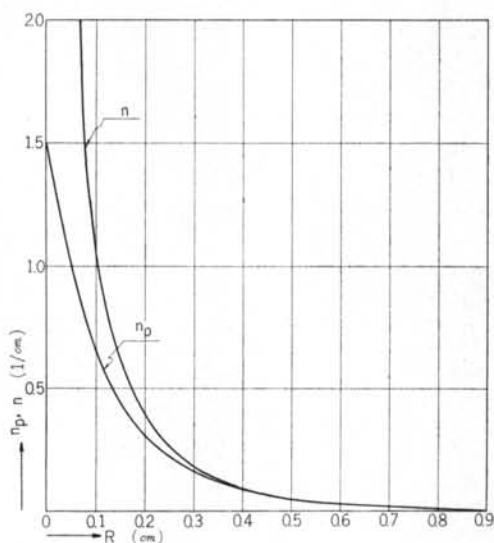


図-4 $N_p, N \sim R$ ($a = 0.16$ cm $v = 0.5$ cm)

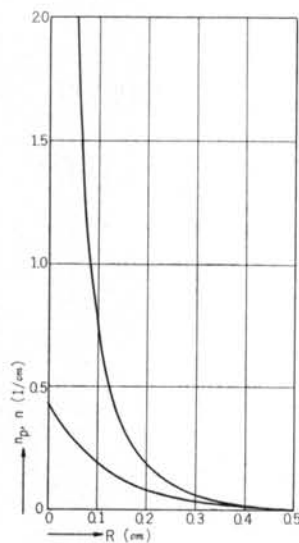


図-5 $N_p, N \sim R$ ($a = 0.3$ cm $v = 1.0$ cm)

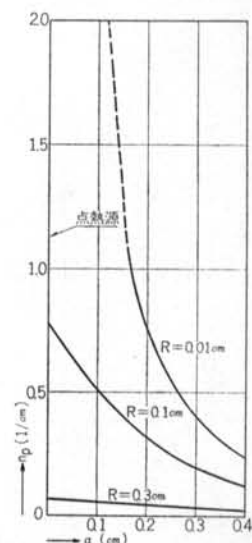


図-6 $N_p \sim a$ ($v = 1.0$ cm)

k は温度の函数であるが簡単のため $0^\circ\text{C} \sim 1,500^\circ\text{C}$ の間の積分平均値 $k_m \doteq 0.07\text{cm}^2/\text{sec}$ を採用する。

$v=0.5\text{cm}$, $a=0.16\text{cm}$ の時の N_p および N と R の関係を 図-4 に, $v=1.0\text{cm}/\text{sec}$, $a=0.3\text{cm}$ の時の N_p および N と R の関係を 図-5 に, $v=1.0\text{cm}/\text{sec}$ の時の N_p と a の関係を 図-6 に示す。

式および図から分るように, N は R が 0 になると無限大となるが, n_p は有限値に近づく。 R が小さければ a の影響が大きい。

§ 4. 点熱源と面熱源の比較

今 N と N_p の比を α と置く

$$\alpha = \frac{N}{N_p} = \frac{a^2 v}{4kR} \cdot \frac{1}{1 - \text{EXP}\left\{-\frac{v}{2k}(\sqrt{R^2+a^2}-R)\right\}} \quad \dots(16)$$

$$\begin{aligned} \lim_{v \rightarrow 0} \alpha &= \lim_{v \rightarrow 0} \frac{a^2 v}{4kR} \cdot \frac{\text{EXP}\left\{\frac{v}{2k}(\sqrt{R^2+a^2}-R)\right\}}{\text{EXP}\left\{\frac{v}{2k}(\sqrt{R^2+a^2}-R)\right\} - 1} \\ &= \lim_{v \rightarrow 0} \frac{a^2}{4kR} \cdot \frac{2k + (\sqrt{R^2+a^2}-R)v}{\sqrt{R^2+a^2}-R} \\ &= \frac{a^2}{2R(\sqrt{R^2+a^2}-R)} \quad \dots(17) \end{aligned}$$

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \alpha = \infty \quad \dots(18)$$

$$\lim_{R \rightarrow 0} \alpha = \infty \quad \dots(19)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \alpha = \frac{a^2 v}{4k} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1 - \text{EXP}\left\{\frac{v}{2k}(R - \sqrt{R^2+a^2})\right\}} \quad \dots(19)$$

$$\begin{aligned} R - \sqrt{R^2+a^2} &= R \left(1 - \sqrt{1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2}\right) \\ &\doteq -\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{R} \end{aligned}$$

$$\frac{a^2 v}{4k} = C \quad \text{とおけば}$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \alpha = \frac{C}{R} \cdot \frac{1}{\left\{1 - \text{EXP}\left(-\frac{C}{R}\right)\right\}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \text{EXP}\left(\frac{C}{R}\right) = 1 \quad \dots(20)$$

$$\begin{aligned} \lim_{v \rightarrow 0} N_p &= \lim_{v \rightarrow 0} \frac{\left\{(\sqrt{R^2+a^2} \cdot \text{EXP}\left(\frac{v}{2k}\sqrt{R^2+a^2}\right) - R) \cdot \text{EXP}\left(-\frac{v}{2k}R\right)\right. \\ &\quad \left. + \pi a^2 \left[\text{EXP}\left\{\frac{v}{2k}(R + \sqrt{R^2+a^2})\right\} + R + \sqrt{R^2+a^2} \cdot \text{EXP}\left\{\frac{v}{2k}(R + \sqrt{R^2+a^2})\right\} \cdot v\right]\right\}}{\pi a^2} \\ &= \frac{\sqrt{R^2+a^2}-R}{\pi a^2} \quad \dots(21) \end{aligned}$$

$$\lim_{v \rightarrow \infty} N_p = 0 \quad \dots(22)$$

$$\lim_{R \rightarrow 0} N_p = \frac{2k}{\pi a^2 v} \left\{1 - \text{EXP}\left(-\frac{v}{2k}a\right)\right\} \quad \dots(23)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} N_p = 0 \quad \dots(24)$$

$$\lim_{v \rightarrow 0} N = \frac{1}{2\pi R} \quad \dots(25)$$

$$\lim_{v \rightarrow \infty} N = 0 \quad \dots(26)$$

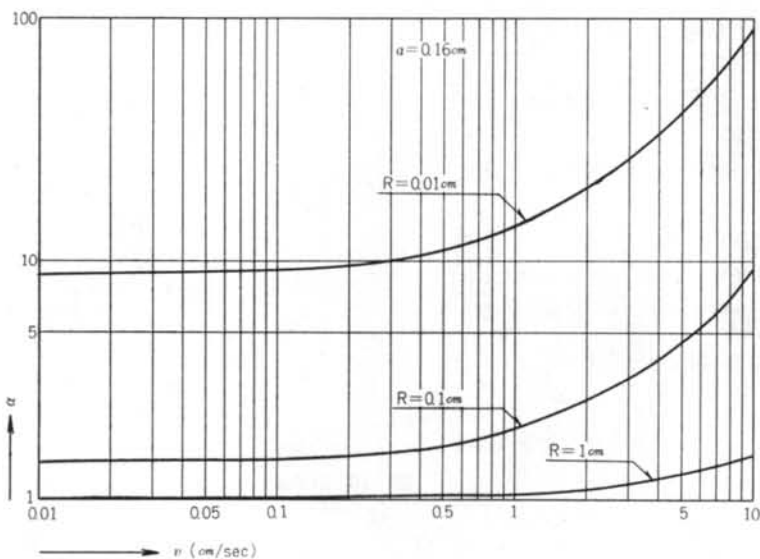


図-7 $v \sim \alpha$

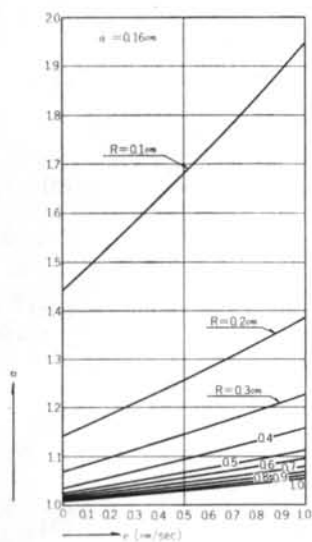


図-8 $v \sim \alpha$

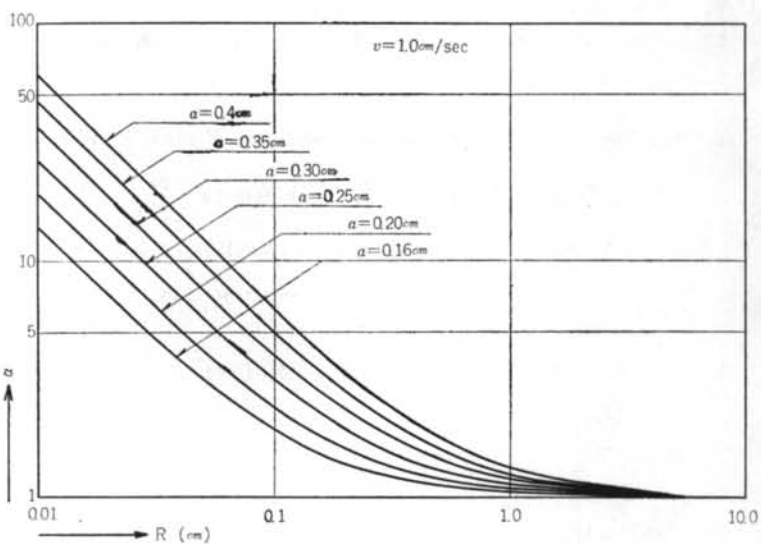


図-9 $R \sim \alpha$

$$\lim_{R \rightarrow 0} N = \infty \quad \dots (27)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} N = 0 \quad \dots (28)$$

$a = 0.16 \text{ cm}$ の時の v と α の関係を図-7, 図-8に示す。 $v = 1.0 \text{ cm/sec}$ の時の R と α の関係を 図-9 に示す。
 v が大きいほどは α 大きくなり、そのなり方は R が小さいほど大きい。 $a = 0.4 \text{ cm}$, $v = 1.0 \text{ cm/sec}$ では、 $R = 3 \text{ mm}$ で N と N_p の比は 2.5 倍にもなる。

§ 5. 近似解

§ 3 においてアーク直下の温度分布以外は初等函数的には解の誘導は困難であった。

この節では板内の任意の位置における温度分布を近似解法によって求める。

与えられる熱は半径 a の円状に均等に分布すると仮定する。以下符号は前節までのものを準用する。

図-10 に示すように半径 a の円を $\frac{a}{n} i$ (n : 正の整数, $i = 1 \cdots n$) の半径をもつ同心円で n 分割する。

さらに $\frac{2\pi}{m} j$ (m : 正の整数, $j = 1 \cdots m$) の傾きをもち原点を起点とする半直線で m 分割する。

半径 $\frac{a}{n} (i-1)$ と $\frac{a}{n} i$ の円および直線 $y = \frac{2\pi}{m} j x$

($j-1)x$ と $y = \frac{2\pi}{m} j x$ によって囲まれた部分の面積 A_{ij} は(29)式で与えられる。

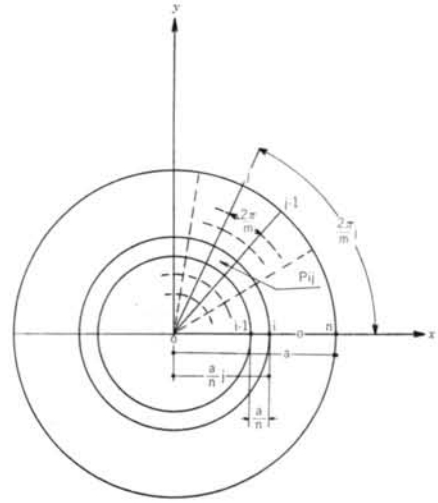


図-10 計算座標

$$A_{ij} = \left[\left(\frac{a}{ni} \right)^2 - \left(\frac{a}{n} (i-1) \right)^2 \right] \frac{\pi}{m} = \frac{a^2(2i-1)}{n^2 m} \quad \dots (29)$$

この面積内の点

$$P_{ij} \left(\frac{2i-1}{2n} a \cos \left(\frac{2j-1}{m} \pi \right), \frac{2i-1}{2n} a \sin \left(\frac{2j-1}{m} \pi \right), 0 \right)$$

は n, m がある程度大きくなれば、この部分の重心に近づく。

またこの部分の受ける熱 q_{ij} は、熱が半径 a の円に均等に分布するとすれば(30)式で与えられる。

$$q_{ij} = \frac{(2i-1)}{n^2 m} q \quad \dots (30)$$

点 P_{ij} と板内の任意の点 $P(R \sin \psi \cos \varphi, R \sin \psi \sin \varphi, R \cos \psi)$ との距離 R' は(31)式で与えられる。

$$R' = \sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a \right)^2 - 2R \left(\frac{2i-1}{2n} a \right) \sin \psi \cos \left(\varphi - \frac{2j-1}{m} \pi \right)} \quad \dots (31)$$

したがって A_{ij} 部分に与えられた熱による板内の点 P の温度上昇 T_{ij} は(3)式, (30)式, (31)式から

$$T_{ij} = \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \frac{2i-1}{mn^2} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{\nu}{2k} (\sin \psi \cos \varphi + 1) R' \right\}}{R'} \quad \dots (32)$$

故に半径 a の円内の全熱量による点 P の温度上昇 T' は

$$T' = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m T_{ij} \quad \dots (33)$$

ここで

$$\lim_{n, m \rightarrow \infty} T' = T_p \quad ((10) \text{式における}) \quad \dots (34)$$

アーク真下の温度分布は $\psi = 0$ とおけば

$$\begin{aligned} T'_{\psi=0} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \frac{2i-1}{mn^2} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{\nu}{2k} \sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a \right)^2} \right\}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a \right)^2}} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \frac{2i-1}{n^2} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{\nu}{2k} \sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a \right)^2} \right\}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a \right)^2}} \quad \dots (35) \end{aligned}$$

$x-z$ 平面上の温度分布は $\varphi=0$ とおいて

$$T'_{\varphi=0} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \frac{2i-1}{mn^2} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{v}{2k} (\sin\psi+1) \sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a\right)^2} + \frac{R(2i-1)}{n} a \sin\psi \cos \frac{2j-1}{m} \pi \right\}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a\right)^2} + \frac{Ra}{n} (2i-1) \sin\psi \cos \frac{2j-1}{m} \pi} \quad \dots(36)$$

(35), (36)式を前項の式と比較するために次のように書き変える.

$$N'_{p\psi=0} = T'_{\psi=0}/q/\lambda = \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{2\pi n^2} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{v}{2k} \sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a\right)^2} \right\}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a\right)^2}} \quad \dots(37)$$

$$N'_{p\varphi=0} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{2i-1}{2\pi mn^2} \cdot \frac{\text{EXP} \left\{ -\frac{v}{2k} (\sin\psi+1) \sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a\right)^2} + \frac{R(2i-1)}{n} a \sin\psi \cos \frac{2j-1}{m} \pi \right\}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{2i-1}{2n} a\right)^2} + \frac{Ra}{n} (2i-1) \sin\psi \cos \frac{2j-1}{m} \pi} \quad \dots(38)$$

$a=0.16\text{cm}$, $v=0.5\text{cm/sec}$ の時の $n=m=15$ とした時の N_p と $N'_{p\psi=0}$ の値を表-1に示す.

R が小さい時には近似解の方が大きい温度を与えるが $R=0.01\text{cm}$ の位置でその誤差は, 0.5%以下である.

R が大きい時には, 近似解の方が小さい温度を与える. が, その誤差は $0.00051/\text{cm}$ で, アーク電流500A, アーク電圧30V, $\eta=1$ の時の温度にして18°Cである. (λ は積分平均値の $0.085\text{cal/cm}^2\text{sec}$ を使用)

図-11 に $v=0.5\text{cm/sec}$, $a=0.16\text{cm}$, $K=0.07\text{cm}^2/\text{sec}$ の場合の $\varphi=0$ における等温曲線を示す. R が小さいと a の影響を受け等温曲線は扁平になる. N_p が $1.0/1\text{cm}$ 以上の場合, x の正側の温度は原点から同距離における負側の温度より高い $\alpha=0$, かつ v が小なので R が大になると原点を中心とする同心円に近くなる.

R (cm)	N_p (1/cm)	$N'_{p\psi=0}$ (1/cm)	$N_p - N'_{p\psi=0}$ (1/cm)
0.01	1.3960	1.4021	-0.0061
0.1	0.6618	0.6617	0.0001
0.2	0.3101	0.3096	0.0005
0.3	0.1592	0.1587	0.0005
0.4	0.0874	0.0869	0.0005
0.5	0.0503	0.0498	0.0005
0.6	0.0300	0.0294	0.0006
0.7	0.0183	0.0178	0.0005
0.8	0.0115	0.0110	0.0005

表-1 $a=0.16\text{cm}$ $v=0.5\text{cm}$ $n=m=15$

§ 6. あとがき

従来の溶接熱源を移動点熱源として計算する方法では溶接部の近傍の温度分布や溶け込みを考察する場合に, 大きな誤差が生ずる. この報告書に述べた方法によれば, 熱源が均一でなくともその分布状態が判明すれば, 従来より明快な温度分布を得ることができる.

実際にはアークの掘下げ作用や熔融金属の対流作用によって, 溶融池内にくぼみが生じたり, 強制的な熱の移動が生ずるため, 計算値と異なる温度分布となるものと考えられる. しかしながらこれらの作用の少ない溶接方法では従来より良い近似値が得られるものと思う. また計算値より大きな溶け込みはアークの掘下げ作用によるものであり, この要因を単独に取り出して考察することが可能となる. なお, 数値計算に際して力学研究部の広瀬道孝氏, 伊藤哲次氏のご助力を得ました. 紙上を借りて謝意を表します.

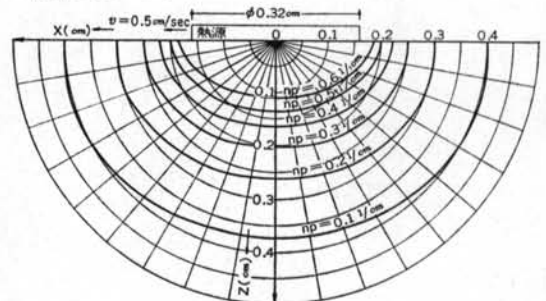


図-11 $v=0.5\text{cm/sec}$, $a=0.16\text{cm}$, $\varphi=0$ の時の温度分布

<参考文献>

- 1) 橋本達哉, 松田福久: “溶融金属池の温度測定法と測定例について” 溶接学会誌第34巻(1965)第7号
- 2) Apolot, A: “Carbon Oxidation in the Weld Pool” Pergamon Press, The Macmillan Co., New York 1962 p. 95
- 3) D. Rosenthal: “Mathematical Theory of Heat Distribution during Welding and Cutting” Welding Journal Vol. 20 (1941) No. 5 pp220s~234s
- 4) 田中正三: “移動熱源による熱伝導について” 溶接学会誌第22巻(昭和28) pp148~151
- 5) 小林信夫: “移動熱源による熱伝導(II)” 溶接学会誌第15巻第3号(昭和21年3月)
- 6) 渡辺正紀, 佐藤邦彦: “溶接力学とその応用” 朝倉書店
- 7) 川下研介: “熱伝導論” オーム社
- 8) 橋藤雄, 甲藤好郎: “熱伝達論・熱伝導論” 応用力学講座
- 9) 安藤弘平, 長谷川光雄: “溶接アーク現象” 産報
- 10) N. Christensen: “Distribution of Temperatures in Arc Welding” British Welding Journal, February 1965