

深い基礎を有する構造物の地震応答

奥山吉松
(計算センター)
山原浩

はじめに

深い基礎を有する構造物の地震時の挙動を厳密に解くことは非常にむづかしい。一般には、基礎を支持する地盤の復元力および減衰力特性をばねおよびダッシュポットに置きかえ、過去の地震記録を無造作にそのまま入力地震として与えている。基礎が硬い支持層に直接載っている場合、地震エネルギーはその支持層から直接構造物に入るであろう。また、支持層から表層に入った地震波は、基礎周囲の地盤を動かすであろう。基礎自体の動きとその周囲地盤の動きとの相対的な差によって、基礎自体の動きが拘束されることもあれば、逆に強制加振されることもあるであろう。

深い基礎を有する重要構造物の地震時の挙動を正確に論じようとするならば、その基礎の挙動も考慮されなくてはならない。過去にこの種の解析を行なった論文はいくつか発表されている (Penzien 1964, 田治見 1966, 山本 1970)。

本論文においては、質点系にモデル化された地中構造物について一般的解法を示し、数値計算例として原子力発電所の場合を示した。

§ 1. 解析モデルと運動方程式

まず解析モデルとして、図-1に示すようなものを考える。同図において m_0, m_1, \dots, m_n は構造物の質点系モデル置換であり、 $m_{s0}, m_{s1}, \dots, m_{sn}$ は地盤の質点系モデルである。構造物の運動の自由度として、基礎の水平動 (Sway) と回転動 (Rolling) を考えている。

$$0 \leq i \leq k \quad \text{地中部分}$$

$$k < i \leq n \quad \text{地上部分}$$

とし、地上部分に対しては、 $k_{Hi}=0, C_{Hi}=0$ とおく。

Notations & Symbols

(構造物)

m_i :	下から i 番目の質量	ts^2/cm
C_i :	同 減衰係数	ts/cm
k_i :	同 ばね定数	t/cm
Y_i :	同 基礎座標に対する変位	cm
y_i :	同 構造物自体の変位	cm
H_i :	同 高さ	cm
θ :	基礎版の回転角	
h_B :	構造物自体の減衰定数	
ω_B :	同 固有振動数	$1/s$
I_0 :	基礎版の慣性モーメント	ts^2/cm
C_θ :	同 回転減衰係数	ts/cm
k_θ :	同 回転ばね定数	tcm
C_o :	同 水平減衰係数	ts/cm
k_o :	同 水平ばね定数	t/cm

(地盤—構造物系)

m_{si} :	下から i 番目の地盤の単位断面質量	ts^2/cm
C_{si} :	同 減衰係数	ts/cm

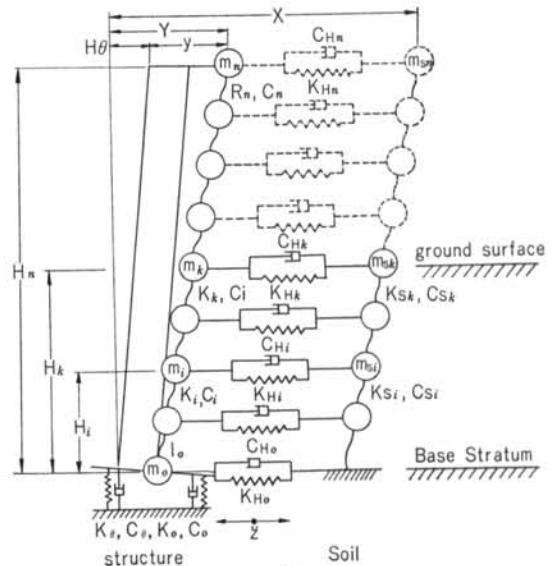


図-1 解析モデル

k_{si} : 下から i 番目の地盤のばね定数	t/cm	γ_i : 地盤の単位体積重量	t/cm^3
X_t : 同 基盤座標に対する変位	cm	A_i : 地盤系の断面積	cm^2
h_s : 地盤系の減衰定数		C_{Hi} : 構造物側面土の水平減衰係数	ts/cm
ω_s : 同 固有振動数	$1/s$	k_{Hi} : 同 水平ばね定数	t/cm
G_i : 地盤のせん断弾性係数	t/cm^2	\ddot{z} : 入力地震波の加速度	cm/s^2
ρ_i : 地盤の密度	ts^2/cm^4		

運動方程式は次のようになる.

$$\begin{aligned}
 m_n \ddot{Y}_n + C_n(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1}) + k_n(y_n - y_{n-1}) + C_{Hn}(\dot{Y}_n - \dot{X}_n) + k_{Hn}(Y_n - X_n) &= -m_n \ddot{z} \\
 \dots\dots\dots \\
 m_i \ddot{Y}_i + C_i(\dot{y}_i - \dot{y}_{i-1}) - C_{i+1}(\dot{y}_{i+1} - \dot{y}_i) + k_i(y_i - y_{i-1}) - k_{i+1}(y_{i+1} - y_i) + C_{Hi}(\dot{Y}_i - \dot{X}_i) \\
 + k_{Hi}(Y_i - X_i) &= -m_i \ddot{z} \\
 \dots\dots\dots \\
 m_0 \ddot{Y}_0 + C_0 \dot{y}_0 - C_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_0) + k_0 y_0 - k_1(y_1 - y_0) + C_{H0} \dot{Y}_0 + k_{H0} Y_0 &= -m_0 \ddot{z} \\
 (I_0 + \sum_{i=1}^n m_i H_i^2) \ddot{\theta} + C_0 \dot{\theta} + k_0 \theta + \sum_{i=1}^n m_i H_i \ddot{y}_i + \sum_{i=1}^n C_{Hi}(\dot{Y}_i - \dot{X}_i) H_i + \sum_{i=1}^n k_{Hi}(Y_i - X_i) H_i &= -\sum_{i=1}^n m_i H_i \ddot{z} \\
 \dots\dots\dots \\
 m_{sn} \ddot{X}_n + C_{sn}(\dot{X}_n - \dot{X}_{n-1}) + k_{sn}(X_n - X_{n-1}) &= -m_{sn} \ddot{z} \\
 \dots\dots\dots \\
 m_{si} \ddot{X}_i + C_{si}(\dot{X}_i - \dot{X}_{i-1}) - C_{s(i+1)}(\dot{X}_{i+1} - \dot{X}_i) + k_{si}(X_i - X_{i-1}) - k_{s(i+1)}(X_{i+1} - X_i) &= -m_{si} \ddot{z} \\
 \dots\dots\dots \\
 m_{s1} \ddot{X}_1 + C_{s1} \dot{X}_1 - C_{s2}(\dot{X}_2 - \dot{X}_1) + k_{s1} X_1 - k_{s2}(X_2 - X_1) &= -m_{s1} \ddot{z}
 \end{aligned}$$

である.

§ 2. 予備計算

構造物系および地盤系の減衰を決めるため, それぞれ独立した系としての固有値計算を行なう.

(構造物系)

構造物系に関する非減衰自由振動の方程式は

$$[M_B]\{\ddot{Y}_B\} + [K_B]\{Y_B\} = 0 \quad \dots\dots(1)$$

ここで

$$[M_B] = \begin{vmatrix} m_n & & & & \\ & m_{n-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & m_i & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & m_1 \end{vmatrix}$$

$$[K_B] = \begin{vmatrix} k_n, & -k_n & & & \\ -k_n, & k_n + k_{n-1}, & -k_{n-1} & & \\ & & \dots & & \\ & & & \dots & \\ & & & & -k_2, & k_2 + k_1 \end{vmatrix}$$

$$\{Y_B\} = \begin{Bmatrix} Y_n \\ Y_{n-1} \\ \vdots \\ Y_1 \end{Bmatrix}$$

振動数方程式

$$[K_B - \omega^2 M_B] = 0 \quad \dots\dots(2)$$

より, 1 次の固有振動数 ω_{B1} を求める.

$$C_i = \frac{2h_B}{\omega_{B1}} k_i \quad \dots\dots(3)$$

より, 構造物の減衰定数 h_B を仮定することにより C_i は決まる.

(地盤系)

構造物系と同様にして

$$[M_s]\{X_s\} + [K_s]\{X_s\} = 0 \quad \dots\dots(4)$$

ここで

$$[M_s] = \begin{vmatrix} m_{sk} & & & & \\ & m_{sk-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_{s1} \end{vmatrix}$$

$$[K_s] = \begin{vmatrix} k_{sk}, & -k_{lk} & & & \\ -k_{sk}, & k_{sk}+k_{sk-1}, & -k_{sk-1} & & \\ & & \dots & & \\ & & & \dots & \\ & & & & \dots \end{vmatrix}$$

振動数方程式

$$[K_s + \omega_s^2 M_s] = 0 \quad \dots\dots(5)$$

より、1次の固有振動数を ω_{s1} とすれば

$$\{X_s\} = \begin{pmatrix} X_k \\ X_{k-1} \\ \vdots \\ X_1 \end{pmatrix}$$

$$C_{st} = \frac{2h_s}{\omega_{s1}} k_{st} \quad \dots\dots(6)$$

より h_s を仮定して C_{st} が定まる。

§ 3. 構造物—地盤系の固有値計算

全体系の自由振動方程式は

$$[M]\{\ddot{Y}\} + [K]\{y\} + [K_H]\{Y\} = 0 \quad \dots\dots(7)$$

ここで

$$[M] = \begin{vmatrix} m_n & & & & \\ & m_{n-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_1 \\ & & & & & m_0 \\ m_n H_n, & m_{n-1} H_{n-1}, & \dots & m_1 H_1 & & I_0 \end{vmatrix}$$

$$[K] = \begin{vmatrix} k_n & -k_n & & & & \\ -k_n, & k_n+k_{n-1}, & k_{n-1} & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & -k_1 \\ & & & & & -k_1, & k_1+k_0 \\ & & & & & & k_0 \end{vmatrix}$$

$$[K_H] = \begin{vmatrix} k_{Hn} & & & & & \\ & k_{Hn-1} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & k_{H1} & \\ & & & & & k_{H0} \\ k_{Hn} H_n, & k_{Hn-1} H_{n-1} & \dots & \dots & k_{H1} H_1 & \end{vmatrix}$$

$$\{Y\} = \begin{pmatrix} Y_n \\ Y_{n-1} \\ \vdots \\ Y_1 \\ Y_0 \\ \theta \end{pmatrix} \quad \{y\} = \begin{pmatrix} y_n \\ y_{n-1} \\ \vdots \\ y_1 \\ y_0 \\ \theta \end{pmatrix}$$

Y と y との関係マトリックス表示すると

$$\{y\} = [T]\{Y\} \quad \dots\dots(8)$$

ここで

$$[T] = \begin{vmatrix} 1 & & & & -H_n \\ & 1 & & & -H_{n-1} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & 1 \\ & & & & & -H_1 \\ & & & & & & 1 \\ & & & & & & & 1 \end{vmatrix} \quad \dots\dots(9)$$

式(9)を式(7)に代入し

$$[M]\{\ddot{Y}\} + ([K][T] + [K_H])\{Y\} = 0$$

ここで $Y = ae^{i\omega t}$ とおくと

$$(-\omega^2[M] + [K][T] + [K_H])Y = 0$$

$Y = 0$ でない解を持つためには

$$|[K][T] + [K_H] - \omega^2[M]| = 0$$

これが全体系の振動数方程式である。

§ 4. 構造物—地盤系の地震応答計算

まず地盤系について応答計算を行ない、 X_i を決定する。

地盤系を純せん断系と考えているから

$$m_{st} = \rho_t A_t (H_t - H_{t-1})$$

$$k_{st} = \frac{G_t A_t}{H_t - H_{t-1}}$$

ここで k_{st}/m_{st} は A_t には無関係になるので、実際の

計算では A_i は任意の面積を選ぶことができる。

地盤系の運動方程式は

$$[M_s]\{\ddot{X}\} + [C_s]\{\dot{X}\} + [K_s]\{X\} = -[M_s]\{\ddot{z}\} \dots\dots(11)$$

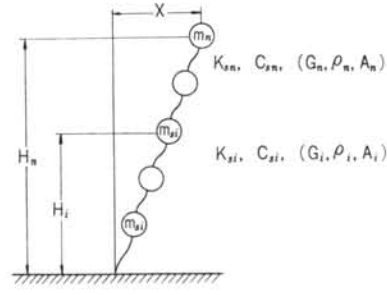


図-2 地盤系モデル

となる。ここで

$$\begin{aligned}
 [M] &= \begin{vmatrix} m_n & & & & \\ & m_{n-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_1 \end{vmatrix} \\
 [C_s] &= \begin{vmatrix} C_{sn}, & -C_{sn} & & & \\ -C_{sn}, & C_{sn} + C_{sn-1}, & -C_{sn-1} & & \\ & & \dots & \dots & \\ & & & \dots & \dots & \\ & & & & -C_{s2}, & C_{s2} + C_{s1} \end{vmatrix} \\
 [K_s] &= \begin{vmatrix} k_{sn}, & -k_{sn} & & & \\ -k_{sn}, & k_{sn} + k_{sn-1}, & -k_{sn-1} & & \\ & & \dots & \dots & \\ & & & \dots & \dots & \\ & & & & -k_{s2}, & k_{s2} + k_{s1} \end{vmatrix}
 \end{aligned}
 \quad [X] = \begin{Bmatrix} X_n \\ X_{n-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ X_1 \end{Bmatrix}$$

線形加速度法により

$$\dot{X}_j = -\frac{\tau}{2}(\ddot{X}_j + \ddot{X}_{j-1}) + \dot{X}_{j-1} \dots\dots(12)$$

$$X_j = \frac{\tau^2}{6}(\ddot{X}_j + 2\ddot{X}_{j-1}) + \tau X_{j-1} + X_{j-1} \dots\dots(13)$$

式(12), (13)を式(11)に代入し, \ddot{X}_j について整理すると

$$\begin{aligned}
 \{ [M_s] + \frac{\tau}{2}[C_s] + \frac{\tau^2}{6}[K_s] \} \{\ddot{X}_j\} \\
 = -[M_s]\{\ddot{z}\} - \left(\frac{\tau}{2}[C_s] + \frac{\tau^2}{3}[K_s] \right) \{\ddot{X}_{j-1}\} - \{ [C_s] + \tau[K_s] \} \{\dot{X}_{j-1}\} - [K_s]\{X_{j-1}\} \dots\dots(14)
 \end{aligned}$$

ここで τ は計算の時間間隔である。このようにして得られた \ddot{X}_j, X_j を, 全体系の応答計算における定数として与える。

つぎに全体系の地震応答を計算する, 運動方程式は

$$[M]\{\ddot{Y}\} + [C]\{\dot{Y}\} + [K_H](\dot{Y} - \dot{X}) + [K]\{y\} + [K_H](Y - X) = -[M]\{\ddot{z}\}$$

ここで

$$\begin{aligned}
 [M] &= \begin{vmatrix} m_n & & & & & \\ & m_{n-1} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & m_1 & \\ & & & & & m_0 \end{vmatrix} \\
 &\quad \begin{vmatrix} m_n H_n, & m_{n-1} H_{n-1}, & \dots & \dots & m_1 H_1 & \\ & & & & & I_0 \end{vmatrix} \\
 [C] &= \begin{vmatrix} C_n, & -C_n & & & & \\ -C_n, & C_n + C_{n-1}, & -C_{n-1} & & & \\ & & \dots & \dots & \dots & \\ & & & \dots & \dots & \dots & \\ & & & & -C_1, & C_1 + C_0 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[C_H] &= \begin{pmatrix} C_{Hn} & & & & & \\ & C_{Hn-1} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & C_{H1} & \\ & & & & & C_{Ho} \end{pmatrix} \\
[K] &= \begin{pmatrix} k_n & -k_n & & & & \\ -k_n & k_n+k_{n-1} & & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & k_2+k_1 & -k_1 \\ & & & & -k_1 & k_1+k_0 \end{pmatrix} \\
[K_H] &= \begin{pmatrix} k_{Hn} & & & & & \\ & k_{Hn-1} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & k_{H1} & \\ & & & & & k_{Ho} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{Y\} &= \begin{pmatrix} Y_n \\ Y_{n-1} \\ \vdots \\ Y_1 \\ Y_0 \\ \theta \end{pmatrix} \quad \{y\} = \begin{pmatrix} y_n \\ y_{n-1} \\ \vdots \\ y_1 \\ y_0 \\ \theta \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

線形加速度法により

$$\begin{aligned}
\dot{Y}_j &= \frac{\tau}{2} (\ddot{Y}_j + \ddot{Y}_{j-1}) + \dot{Y}_{j-1} \\
Y_j &= \frac{\tau^2}{6} (\ddot{Y}_j + 2\ddot{Y}_{j-1}) + \tau\dot{Y}_{j-1} + Y_{j-1} \\
\ddot{y}_j &= \frac{\tau}{2} (\ddot{y}_j + \ddot{y}_{j-1}) + \dot{y}_{j-1} \\
\ddot{y}_j &= \frac{\tau^2}{6} (\ddot{y}_j + 2\ddot{y}_{j-1}) + \tau\dot{y}_{j-1} + y_{j-1}
\end{aligned} \tag{16}$$

式 (16) を式 (15) に代入し整理すると

$$\begin{aligned}
& \left([M] + \frac{\tau}{2} [C_H] + \frac{\tau^2}{6} [K_H] \right) \{\ddot{Y}_j\} + \left(\frac{\tau}{2} [C] + \frac{\tau^2}{6} [K] \right) \{\ddot{y}_j\} \\
&= -[M]\{\ddot{z}_j\} + [C_H]\{\dot{X}_j\} + [K_H]\{X_j\} \\
&\quad - \left(\frac{\tau}{2} [C] + \frac{\tau^2}{3} [K] \right) \{\ddot{y}_{j-1}\} - ([C] + \tau[K])\{\dot{y}_{j-1}\} - [K]\{y_{j-1}\} \\
&\quad - \left(\frac{\tau}{2} [C_H] + \frac{\tau^2}{3} [K_H] \right) \{\dot{Y}_{j-1}\} - ([C_H] + \tau[K_H])\{Y_{j-1}\} - [K]\{Y_{j-1}\}
\end{aligned}$$

一方,

$$\{y\} = [T]\{Y\}$$

なる関係を使って $\{y\}$ を消去すると

$$\begin{aligned}
& \left([M] + \frac{\tau}{2} [C_H] + \frac{\tau^2}{6} [K_H] \right) \{\ddot{Y}_j\} + \left(\frac{\tau}{2} [C] + \frac{\tau^2}{6} [K] \right) [T]\{\ddot{Y}_j\} \\
&= -[M]\{\ddot{z}_j\} + [C_H]\{\dot{X}_j\} + [K_H]\{X_j\} \\
&\quad - \left[\left(\frac{\tau}{2} [C_H] + \frac{\tau^2}{3} [K_H] \right) + \left(\frac{\tau}{2} [C] + \frac{\tau^2}{3} [K] \right) [T] \right] \{\dot{Y}_{j-1}\} \\
&\quad - \left[([C_H] + \tau[K_H]) + ([C] + \tau[K])[T] \right] \{Y_{j-1}\} \\
&\quad - ([K_H] + [K][T])\{Y_{j-1}\}
\end{aligned}$$

§ 5. 数値計算例

数値計算例として原子力発電所を想定し、図-3に示すモデルについて考えることにした。

すなわちPCPV-基礎系のモデルを想定し、両者は一体になっているものとする。考える解析モデルは、基礎部を3質点、PCPV部を2質点とする。

基礎部は厚さ8m分のコンクリートを厚さ21mに均質に分布させるものとする。また基礎の断面は43×67mの矩形で、その短辺方向の振動について考えることにする

$$m_0 = 14.11 \quad t^2/cm$$

$$m_1 = 28.22 \quad t^2/cm$$

$$m_2 = 26.81 \quad t^2/cm$$

$$m_3 = 23.14 \quad t^2/cm$$

$$m_4 = 15.65 \quad t^2/cm$$

$$I_0 = 2.304 \times 10^7 \quad t^2/cm$$

構造物系のばね定数は $G = 90 t/cm^3$ として、各部のせん断ばね定数を求めるとつぎようになる。

$$k_1 = 9.407 \times 10^5 \quad t/cm$$

$$k_2 = 9.407 \times 10^5 \quad t/cm$$

$$k_3 = 4.040 \times 10^5 \quad t/cm$$

$$k_4 = 1.878 \times 10^5 \quad t/cm$$

減衰係数 C_i は、 $h_B = 0.05$ と仮定し、式(3)より計算するとつぎようになる。

$$C_1 = 2.991 \times 10^2 \quad t/cm$$

$$C_2 = 6.434 \times 10^2 \quad t/cm$$

$$C_3 = 1.498 \times 10^3 \quad t/cm$$

$$C_4 = 1.498 \times 10^3 \quad t/cm$$

地盤条件はつぎのように想定する。

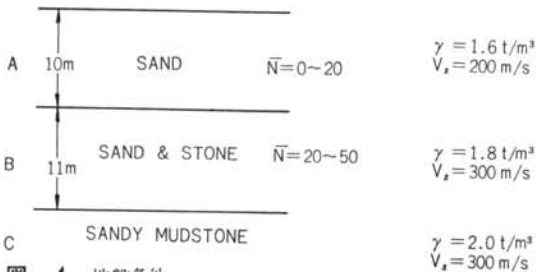


図-4 地盤条件

A_i の選定は自由であるが、計算の便宜上 $10m \times 10m = 10^8 cm^2$ を考えることにする。

$$m_{s1} = 1.929 \quad t^2/cm$$

$$m_{s2} = 1.724 \quad t^2/cm$$

$$G_A = \rho_A V_{SA}^2 = 0.653 \quad t/cm^2$$

$$G_B = \rho_B V_{SB}^2 = 1.654 \quad t/cm^2$$

$$k_{s1} = 1.575 \times 10^3 \quad t/cm$$

$$k_{s2} = 0.640 \times 10^3 \quad t/cm$$

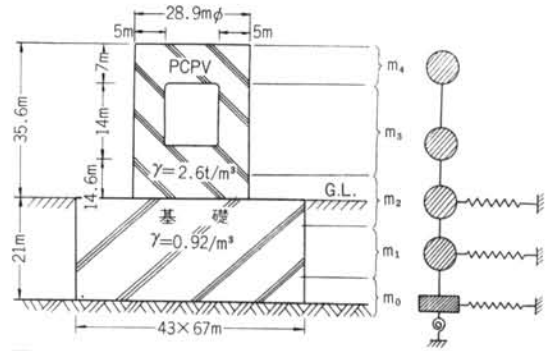


図-3 解析モデル

減衰係数 C_{st} は $h_s = 0.10$ と仮定し、式(6)より計算するとつぎようになる。

$$C_{s1} = 8.138 \quad t/cm$$

$$C_{s2} = 2.026 \times 10 \quad t/cm$$

基礎断面の等価半径

水平動に対して

$$a_e = \frac{2}{\pi} a \left[\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{b}{a} \right) + \frac{b}{a} \cdot \right.$$

$$\left. \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{a}{b} \right) \right] = 20.68 m$$

回転動に対して

$$a_e = \frac{4}{\pi} a^3 \left[\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{b}{a} \right) + \left(\frac{b}{a} \right)^3 \left\{ \frac{a}{2b} \cdot \right. \right.$$

$$\left. \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2} - \frac{1}{2} \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{a}{b} \right) \right] \right]$$

$$= 35.18 m$$

基礎底面における地盤のばね定数

水平動に対して接地圧分布を等分布に考えると

$$k_0 = \frac{2\pi a e \rho V_s^2}{2 - \nu}$$

$$= 1.391 \times 10^3 \quad t/cm$$

回転動に対して接地圧分布を三角分布に考えると

$$k_\theta = \frac{\pi a e^3 \rho V_s^2}{2(1 - \nu)}$$

$$= 4.465 \times 10^{11} \quad t/cm$$

基礎底面における地盤の減衰係数

逸散波による振動リアクタンスは

$$C_0 = \rho V_s A$$

$$= 4.516 \times 10^3 \quad t/cm$$

$$C_\theta = \rho V_p I$$

$$= 9.194 \times 10^9 \quad t/cm$$

基礎側面における地盤のばね定数

地中にある円筒体の側面のばね定数は

$$K_{HL} = \frac{16\pi G(1-\nu)}{d} a$$

ただし

$$d = 3 - 4\nu + \frac{1}{\sqrt{1+16Z^2}} + \frac{8Z^2}{\sqrt{(1+16Z^2)^3}} + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{\sqrt{1+16Z^2+Z}} \\ + \frac{2}{3} \left\{ 1 + \frac{3-4\nu}{\sqrt{(1+16Z^2)^3}} - \frac{24Z^2}{\sqrt{(1+16Z^2)^5}} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{(1+16Z^2)(\sqrt{1+16Z^2+4Z})^2} \right\}$$

である。これを無次元化深さについて計算すると次表のようになる。図-5はこれを図で示したものである。

Z	深さ (m)	K_{HL} (aG)
0	0	6.85
0.1	6.7	7.20
0.2	13.4	8.14
0.3	20.1	9.02
0.4	26.8	9.70

表-1

$$aG_A = 2.19 \times 10^3 \text{ t/cm}$$

$$aG_B = 5.54 \times 10^3 \text{ t/cm}$$

であるから、A層の平均の単位深さ当りのばね定数は

$$K_{HLA} = 0.751 \times 10^3 \text{ t/cm/m}$$

同様にB層の場合には

$$K_{HLB} = 2.242 \times 10^3 \text{ t/cm/m}$$

深さ0~10.5m間を k_{H2} 、10.5~21m間を k_{H1} とすれば

$$k_{H1} = 2.354 \times 10^4 \text{ t/cm}$$

$$k_{H2} = 8.630 \times 10^3 \text{ t/cm}$$

基礎側面における地盤の減衰係数

基礎底面の場合に準じて次

のように考える。

地中にある円筒体が

$$u = u_0 e^{i\omega t}$$

で運動するとき、その接地面

においてx方向には疎密波、

y方向にはせん断波による波

動応力が加わると仮定する。

$$u_x = u_0 e^{i\omega(t-x/V_p)}$$

$$u_y = u_0 e^{i\omega(t-y/V_s)}$$

側壁面における波動圧は

$$p_x = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

$$= -i\omega \frac{\lambda + 2\mu}{V_p} e^{i\omega(t-x/V_p)}$$

$$p_y = \mu \frac{\partial u_y}{\partial y}$$

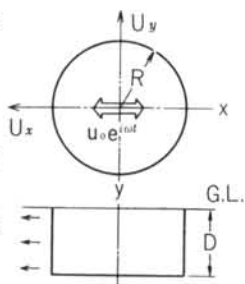


図-6

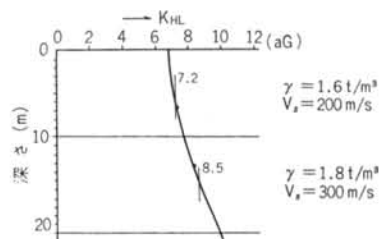


図-5

$$= -i\omega \frac{\mu}{V_s} e^{i\omega(t-y/V_s)}$$

ここで、 λ, μ はラーメの定数で

$$\lambda + 2\mu = \rho V_p^2, \quad \mu = \rho V_s^2$$

である。これらを代入して

$$(p_x)_{x=0} = -i\omega \rho V_p e^{i\omega t}$$

$$(p_y)_{y=0} = -i\omega \rho V_s e^{i\omega t}$$

よって波動リアクタンス C_L は

$$C_L = 2 R D \rho (V_p + V_s)$$

となる。よって基礎側面上の逸散波の波動リアクタンスは

$$C_{H1} = 1.059 \times 10^3 \text{ ts/cm}$$

$$C_{H2} = 0.648 \times 10^3 \text{ ts/cm}$$

となる。

地震入力

本計算例で考えている解析モデルに対しては、構造物が載っている支持層における動きを地震入力として与えなければならない。地中深い位置における過去の地震記録は極く少なく、一般には地表近くで得られた過去の地震記録を、この種の地震入力としてそのまま与えている。

本計算例では地表面における地震の最大加速度を

0.1gに規準化し、支持層における地動を推定し、それを解析モデルに対する地震入力として与えることにした。地表面における記録から地中における波形を推定する方法として、ここでは

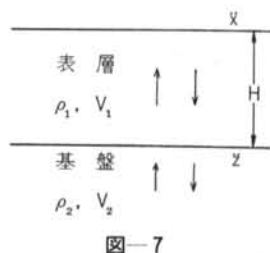


図-7

重複反射の原理を用いることにした(金井 1956). ここで

- ρ_1 : 表層の土の密度
- V_1 : 表層のS波速度
- ρ_2 : 基盤層の土の密度
- V_2 : 基盤層のS波速度
- \ddot{x} : 地表面の加速度
- \ddot{z} : 基盤面の加速度
- H : 層厚

最も簡単なモデルとして, 図-7に示すような単層の重複反射系を考える. 地表面の加速度 \ddot{x} から基盤面の加速度 \ddot{z} を算定するには, 土の常数 (ρ, V) に関係なく次式で計算される.

$$\ddot{z}(t - \frac{H}{V_1}) = \frac{1}{2} \{ \ddot{x}(\tau) + \ddot{x}(\tau - \frac{2H}{V_1}) \} \dots\dots(18)$$

$\ddot{x}(\tau)$ についてスペクトル解析を行ない, そのピークに相当する周期成分 T_n は, 地表層における重複反射によって生じたと考えれば

$$T_n = \frac{4H}{V_1} \dots\dots(19)$$

これを式(18)に代入し

$$\ddot{z}(t - \frac{T_n}{4}) = \frac{1}{2} \{ \ddot{x}(\tau) + \ddot{x}(\tau - \frac{T_n}{2}) \} \dots\dots(20)$$

となる.

さて本計算においては, 地震入力としてEl-Centro 1940 NSを用いる. この地震は0.5sec付近に最も卓越した成分波を含んでいる. そこで, $T_n = 0.50\text{sec}$ とし, 式(20)より $\ddot{x}(\tau)$ を与えて $\ddot{z}(t)$ を計算し, それを支持層における地震入力として用いることにした. このようにして得られた $\ddot{z}(t)$ の最大加速度は, $\ddot{x}(\tau)$ を0.1gに規準化したとき, 0.0814gになる.

(予備計算結果)

まず基礎において固定された構造物自体の固有値計算の結果は次のようになる.

Mode	固有周期 (sec)
1 st	0.100
2 nd	0.048
3 rd	0.032
4 th	0.020

表-2

地盤系の固有値計算の結果はつぎのようになる.

Mode	固有周期 (sec)
1 st	0.411
2 nd	0.176

表-3

(全体系の固有値計算結果)

全体系の固有値に与える側面土の効果を調べるため,

- (A) 側面土を考慮した場合
- (B) 側面土を無視した場合

の2つの場合について計算し, 結果を表-4に示した.

Mode	A (sec)	B (sec)
1 st	0.300	0.342
2 nd	0.098	0.102
3 rd	0.038	0.038
4 th	0.027	0.027
5 th	0.018	0.018
6 th	0.014	0.014

表-3

1次の固有周期は側面土の剛性によって約14%短かくなっている. また3次以上の周期については, 側面土の効果は全く現われていない. 一方, 基礎固定としたときの構造系の固有周期が0.01secであることを考えると, 全体系の周期は基礎版の回転, 並進といった剛体運動が決定的要素になっていることがわかる.

(全体系の地震応答計算結果)

地震応答計算は, 図-8に示すように3つのモデルについて行なった.

(A) 全体系の完全モデル(側面土の動きを考慮した場合)

(B) 側面土を拘束ばねとしてのみ考えた場合

(C) 側面土を無視した場合

すなわち(A)は地震が構造物と表層地盤に入り, 両者が動くものとして両者の力の相互作用を考えたもの.

(B)は地震が構造物だけに入り, 側面土は構造物の動きを拘束するだけの効果しか持たないとした場合である.

(C)は側面土の存在を全く無視した場合である.

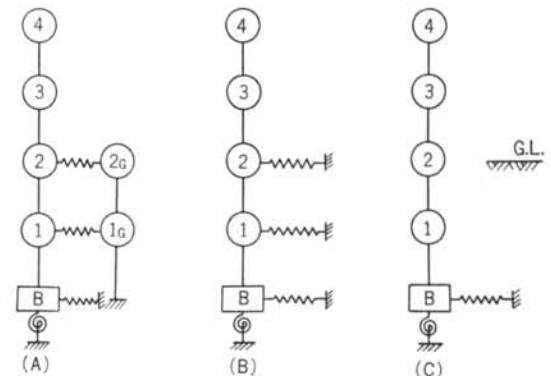


図-8

応答計算の結果, 各質点の最大応答変位と最大応答加速度はつぎのようになる.

最大応答変位

最大応答加速度

質点	(A)		(B)	(C)	質点	(A)		(B)	(C)
	構造体	地盤				構造体	地盤		
④	0.590cm		0.340cm	0.511cm	④	172.9gal		153.9gal	180.2gal
③	0.405		0.227	0.348	③	113.3		113.3	126.9
②	0.274	0.511cm	0.145	0.232	②	75.8	141.7gal	85.9	91.3
①	0.177	0.175	0.088	0.150	①	54.9	69.1	78.5	71.4
ⓑ	0.080		0.033	0.066	ⓑ	64.9		78.6	73.4

表-5

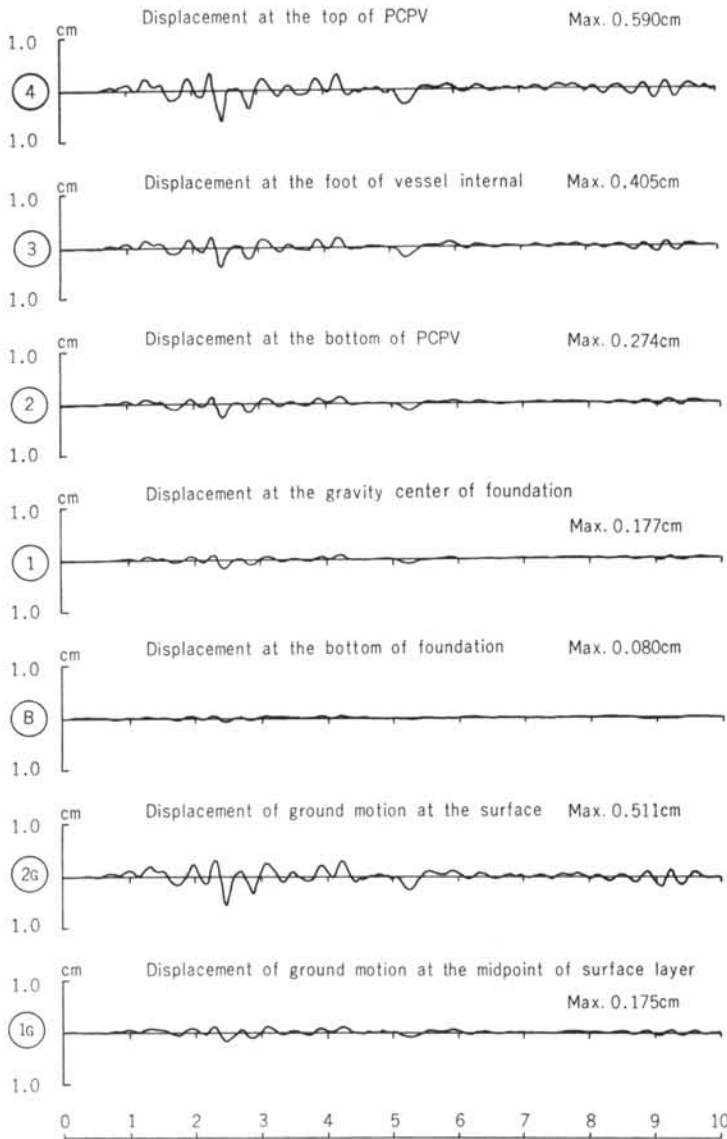
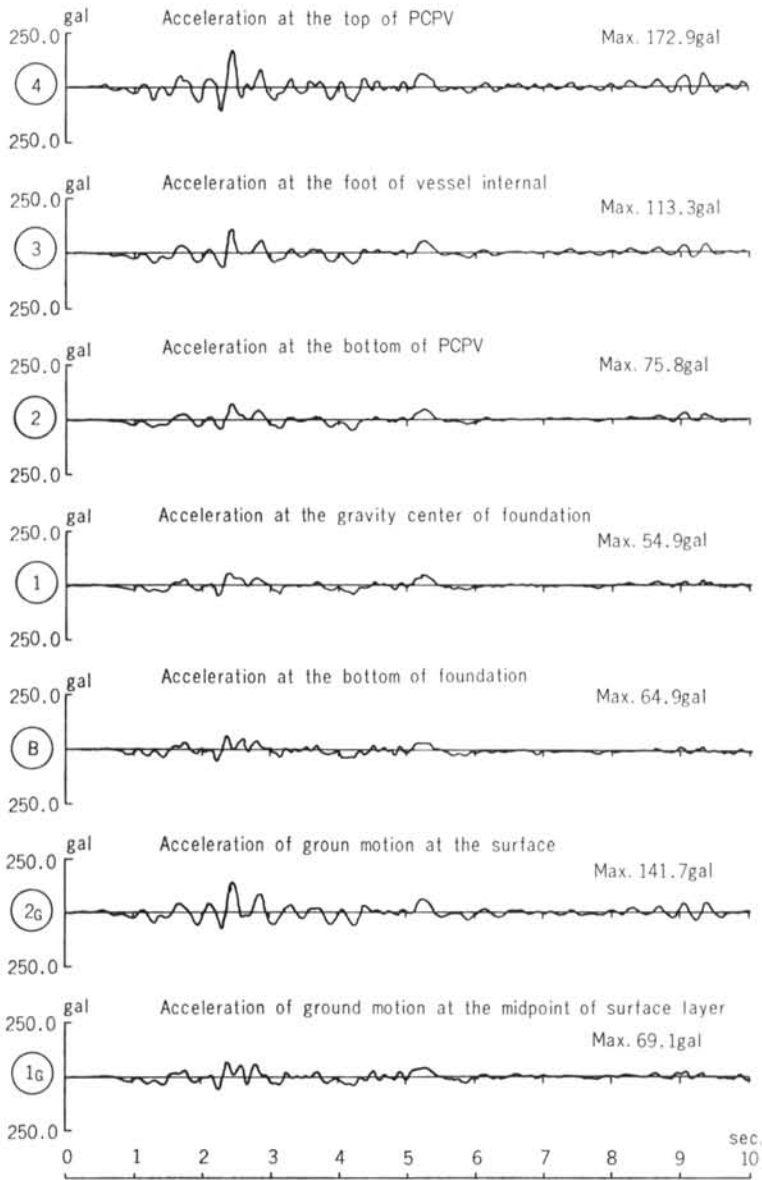
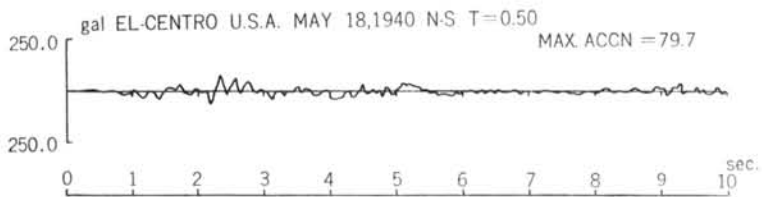


図-9 全体系モデル(A)の各質点の変位応答波形



図一10 全体系モデル (A) の各質点の加速度応答波形



図一11 支持層における地震入力

図-9および図-10は全体系モデル(A)の各質点の変化および加速度応答波形を示したものである。また図-11は式(20)によって推定した支持層における地震入力波形である。

以上の計算結果からわかるように、本例の場合、構造物の基礎の動きより側面地盤の動きの方が一般に大きく、そのため地盤は構造物を拘束するよりもむしろ加振する効果の方が強い。しかし側面土を完全に無視すると構造物の応答はかえって大きくなる。すなわち側面土は、構造物の応答が小さいときは加振し、大きくなるとブレーキをかけるといった効果を見ることができる。

さて、この種の構造物の動的解析において一般に行なわれている方法は、地盤の効果をばねとダッシュポットにおきかえ、地中構造物をも含めた解析モデルについて既往の地震記録をそのまま与えている。本例の構造物の場合、構造物自体の剛性が極めて高いので、その最も簡単な解析モデルとして図-12に示すような2自由度をもつ剛体モデルが考えられる。さらに地震入力の与え方として最も簡単な手法は、地表面を想定した地震地動をそのまま解析モデルの入力として与える方法である。

そこで、本例の構造物を図-12に示すような剛体モデルに置きかえ、地表面の地震記録をそのまま地震入力として与え、構造物の固有周期および応答特性を求め、本例の計算結果と比較してみよう。

運動方程式をマトリックス表示すれば

$$[M]\{\ddot{X}_t\} + [C]\{\dot{X}_t\} + [K]\{X_t\} = -[M]\{\ddot{z}_t\} \quad \dots\dots(21)$$

ただし

$$[M] = \begin{bmatrix} M & \\ & J \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} C_x & -C_x H_G \\ -C_x H_G & C_\phi + C_x H_G^2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x & -K_x H_G \\ -K_x H_G & K_\phi + K_x H_G^2 \end{bmatrix}$$

$$\{\dot{X}_t\} = \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} \quad \{X_t\} = \begin{Bmatrix} u_x \\ \phi \end{Bmatrix} \quad \{\ddot{z}_t\} = \begin{Bmatrix} \ddot{z}_t \\ 0 \end{Bmatrix}$$

である。

- M : 構造物全体の質量 ts^2/cm
- C_x : 地盤の水平減衰係数 ts/cm
- K_x : 地盤の水平ばね定数 t/cm
- J : 構造物全体の重心まわりの慣性モーメント ts^2cm
- C_ϕ : 地盤の回転減衰係数 $tscm$
- K_ϕ : 地盤の回転ばね定数 tcm
- H : 構造物の全高 cm
- H_G : 構造物の底面から重心までの高さ cm

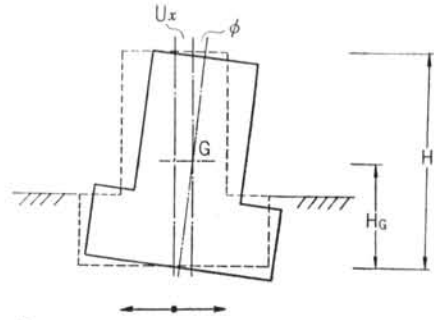


図-12 最も簡単な剛体モデル

- U_x : 構造物の重心の水平変位 cm
- ϕ : 構造物の重心まわりの回転角
- \ddot{z}_t : 地震加速度 cm/s^2

である。

線形加速度法により

$$\{\dot{X}_t\} = \{\dot{X}_{t-\Delta t}\} + \frac{\Delta t}{2} (\{\ddot{X}_t\} + \{\ddot{X}_{t-\Delta t}\})$$

$$\{X_t\} = \{X_{t-\Delta t}\} + \Delta t \{\dot{X}_{t-\Delta t}\} + \frac{\Delta t^2}{3} \{\ddot{X}_{t-\Delta t}\} + \frac{\Delta t^2}{6} \{\ddot{X}_t\}$$

上2式を式(21)に代入し $\{\ddot{X}_t\}$ について整理すると

$$\{\ddot{X}_t\} = -T^{-1} \{A\{\ddot{X}_{t-\Delta t}\} + B\{\dot{X}_{t-\Delta t}\} + [K]\{X_{t-\Delta t}\} + [M]\{\ddot{z}_t\}\} \quad \dots\dots(22)$$

となる。ただし

$$T = [M] + \frac{\Delta t}{2} [C] + \frac{\Delta t^2}{6} [K]$$

$$A = -\frac{\Delta t}{2} [C] + \frac{\Delta t^2}{3} [K]$$

$$B = [C] + \Delta t [K]$$

である。

応答計算に使用した地震波は El-Centro 1940 NS で、最大加速度を 0.1g に規準化し、前項の例と同じように、 $\Delta t = 0.01sec$ として $n=6$ なる入力損失を考えることにした。構造物および地盤に関する各仕様はすべて本例の計算例と同じである。

(固有値計算結果)

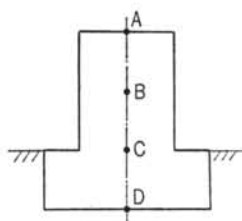
Mode	固有周期 (sec)
1 st	0.327
2 nd	0.093

表-6

(地震応答計算結果)

図-13に示す各位置の最大変位および最大加速度はつぎのようになる。

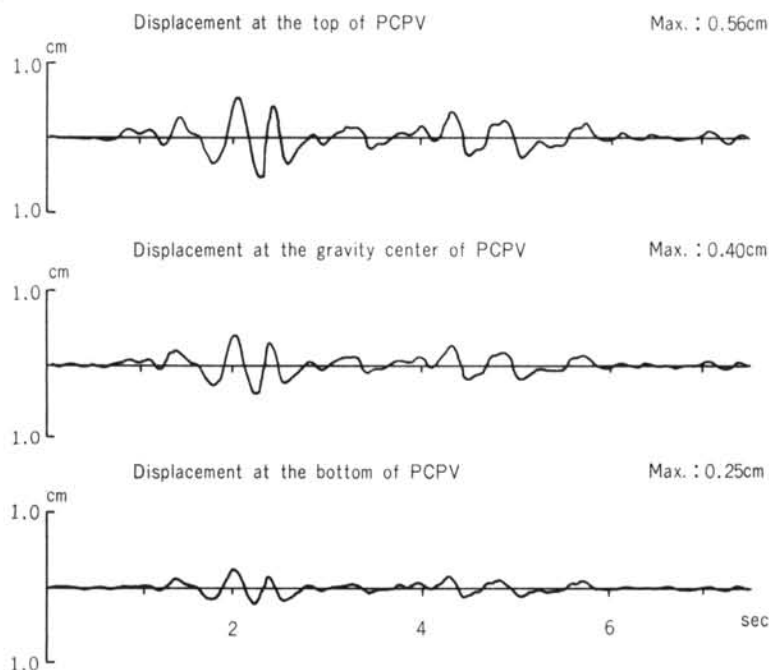
位置	最大変位	最大加速度
A	0.562cm	189.7gal
B	0.407	153.8
C	0.253	126.7
D	0.079	101.5



表一7

図一13

図一14は変位応答波形，図一15は加速度応答波形を示したものである。



図一14 各点の変位応答波形

以上の結果を本例の全体系モデルの応答計算結果と比較するとつぎのようになる。

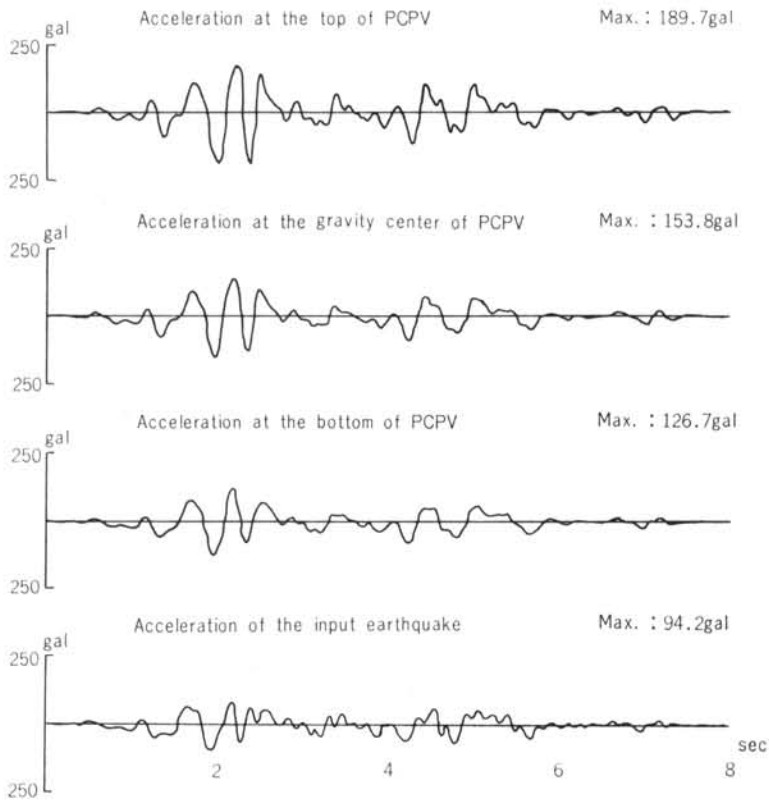
	本例の全体系モデル	剛体モデル
1 次の固有周期 (sec)	0.300	0.327
A点の最大変位 (cm)	0.590	0.562
A点の最大加速度 (gal)	172.9	189.7
C点の最大変位 (cm)	0.274	0.253
C点の最大加速度 (gal)	75.8	126.7

表一7

このような比較から，本例の解析モデルのように，地中構造物をモデル化しその底面と側面から地震入力を作らせようとする考え方をしても，地表面において地震入力を与える簡単な方法と結果においてあまり差がないことがわかった。したがってこの種の問題の解析に当り，地中構造物の挙動についてあまり複雑に考える必要はない。実用的な意味ならば，後者の方法のような簡単なモデル化で，充分目的を達し得ることがわかる。

謝 辞

本研究の比較に用いた図一12の解析モデルに関する計算は，研究所の広瀬道孝氏が行なったものである。末筆ながら同氏の協力に感謝の意を表する。



図一15 各点の加速度応答波形

<参考文献>

- 1) J. Penzien, C. Scheffey, R. Parmelee : "Seismic Analysis of Bridges on Long Piles" Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 90, No. 3 1964
- 2) 田治見 宏 : "深い基礎を有する構造物の地震応答について" 日本地震工学シンポジウム 1966
- 3) 山本鎮男, 関 孝 : "Earthquake Response of Multi-Story Building Supported on Piles" Proceedings of The Third Japan Earthquake Engineering Symposium 1970
- 4) Kanai K. : "The Requisite Conditions for the Predominant Vibration of Ground" Bulletin of the Earthquake Research Institute, Vol. 35, 1956