

不均等分布荷重による円形サイロ壁体の の円環応力について

山 原 浩

§ 1. はじめに

サイロの建設は今世紀になって広汎な発達を示し、今日では極めて大規模な鉄筋コンクリートサイロが、工法の発達にもなって著しく短期間に建造されるようになった。しかしサイロの設計理論は、1895年以来の Janssen の古典理論が今日なお支配している。

サイロ、特に深槽に関する研究は、1882年頃から20世紀初頭にかけて、多くの学者によって行われ、この間に古典理論としてほぼ完成された恰好になっていた。

この時代の研究はすべて小さな模型槽による実験で、理論解析を裏付けるといったもので、当時の学者は今日のような大規模なサイロの出現まで考えていなかったであろう。時代の経過にしたがってサイロは大型化し、工法は著しく発達しているのに、設計理論のみがひとり19世紀の段階で遺されているのは全く奇妙である。

サイロの設計に当って、内容物が槽壁におよぼす圧力の想定が先ず問題になる。実際に槽壁に加わる圧力分布は、Janssenの計算式で表わされるほど単純なものではない。実際のサイロについて、我々の行った実験結果を本論文集の第3項に掲載してあるから参照されたい。

内容物の圧力想定は、従来過少に評価していた傾向は指摘されるが、Janssen の古典理論に代わるべく新理論の確立までには、今後幾多の実験を繰返さなければならぬであろう。

槽壁に加わる圧力分布に関しては、このように不完全であっても、古くから多くの学者によって研究され、修

正されてきたのであるが、これに比べて槽壁の算定があまりにも簡単に片付けられている点に、着目しなければならない。

内容物の円周圧力分布が §2 で論ずるような諸原因から、相当に不均等になる上に、比較的壁厚の大きいコンクリートサイロに対して、鋼板の水槽を設計する場合とまったく同じ取扱いをしている。また地震荷重による壁体の円環応力に関する検討も、極めて不完全に略算されている。

槽壁に加わる圧力分布に関する研究と並行して、槽壁の算定理論も拡充していかねばならないと思われる。

本題では不均等荷重によるサイロ壁体の円環応力について検討し、今後のサイロ設計の参考資料に供したい。

§ 2. 従来の計算法の問題点

従来、サイロ槽壁の算定は、Janssen の式によって側圧を求め、各水平断面に均等に分布するものとして、次の式によって円環応力を計算している。

$$\sigma_t = \frac{pr}{t} \dots\dots\dots(1)$$

- σ_t = 円環応力 (Hoop Stress) ton/m²
- p = 槽壁に加わる圧力 ton/m²
- r = 円形サイロの半径 m
- t = 槽壁厚 m

(1) 式は、半径に比べて極めて薄い薄肉円筒について、図一1に示す力の釣合いによって導いた式である。

すなわち、縦断面ABにおいて、上下に引き裂こうと

する力は、

$$\int_0^\pi p r \sin \theta d\theta = 2prl$$

これに抗する材料の抵抗力は $2l\sigma_t$ である。

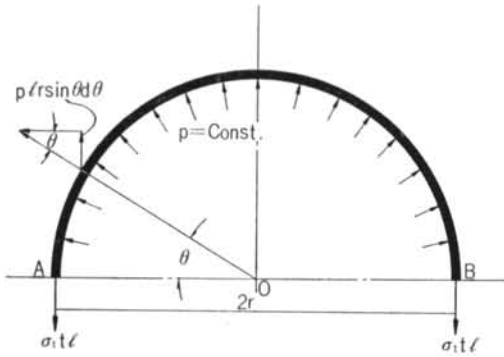


図-1

この両者の釣り合いから(1)式は導かれる。したがってここに2つの仮定が入っている。

- a. 槽壁厚が半径に比べて極めて薄いこと。
 - b. 内容物の圧力が水平断面に均等に分布すること。
- a の仮定は円形サイロの設計の場合、計算結果の実用精度において問題はない。

もし壁厚を考慮すれば σ_t の最大は内壁面に生じ、その大きさは次式で表われる。

$$\sigma_t' = \frac{p a^2}{(r+a)t} \left\{ \left(\frac{r}{a} \right)^2 + 1 \right\} \dots\dots\dots(2)$$

a = 円形サイロの内径

(1) 式で計算される値との比を求めると、

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_t'} = \frac{1+a/r}{1+(a/r)^2} \dots\dots\dots(3)$$

すなわち(1)式の計算で、半径 r をサイロの外径でとれば、壁厚を考慮した精算値よりも応力 σ_t は大きく(安全側)に計算される。図-2はこの模様を図示したものである。

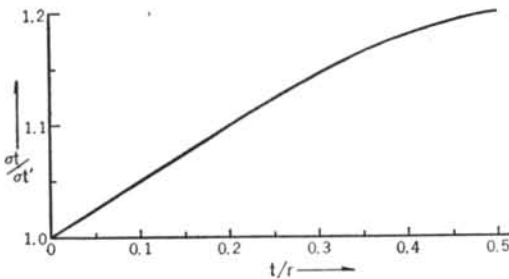


図-2

ここで問題になるのは b の仮定であり、内容物の圧力が、水平断面に必ずしも均等に分布しないことである。この原因は、サイロの構造上の条件による場合と、内容物の投入抽出時における不規則な圧力変動による場合とがある。例えば図-3に示すように、投入口がサイロの中心からはずれている場合、壁圧の垂直分布は対称にはならない。

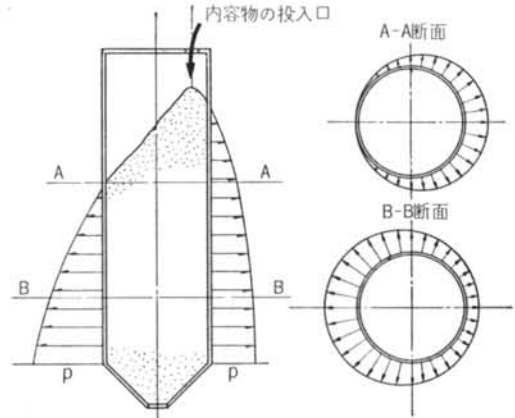


図-3

図-4は我々の行った実験で、投入時の最終圧力分布からこの模様を図解したものである。

また投入抽出時において、内容物の全体または一部が移動するため、壁圧の一時的な変動を生ずる。投入時において図-5に示すような現象があれば、壁圧の水平分布に不均等性を生ずる。

内容物が液体であれば、壁圧は高さによって一義的に定まり、水平断面に均等に分布することはいうまでもない。しかし内容物が粒体または粉体であれば、内容物を安定に保つ条件は、土質力学でいう主働および受働の中間状態で定義される。

投入時における壁圧分布は、古くは Koenon が Rankineの土圧理論より演繹して、サイロ理論に主働土圧係数を取入れているように、我々の実験結果でも主働状態として扱って大過ないことが実証されている。

しかし抽出時においては、底圧が著しく減少するため全体の力のバランスから当然側圧は増加し、主働状態から受働状態に移行する。もし内容物が一種のアーチを形成し、あくまでも静止状態を保持しようとする作用があれば、側圧は著しく上昇し、極限において受働崩壊をする。壁面がコンクリートの場合、一般に壁面の表面摩擦抵抗よりも、内容物の内部摩擦抵抗の方が小さいため、崩壊は内容物に生じ、壁面で迂ることはない。

このように内容物の側圧状態が非常に広い巾をもって存在することになれば、実際のサイロが各水平断面について、まったく等方に理想化された状態におかれることは、先ずあり得ないと考えられる。

むしろ、抽出時におけるこのような現象からくる圧力分布の不均等性が、実際には最も大きいのではないかと思われる。

以上述べたような圧力の不均等分布によって、サイロ壁体は水平面内に曲げモーメントを受ける。

このような考慮を無視した現行の設計法が、果して妥当といえるだろうか、検討を加えることにしよう。

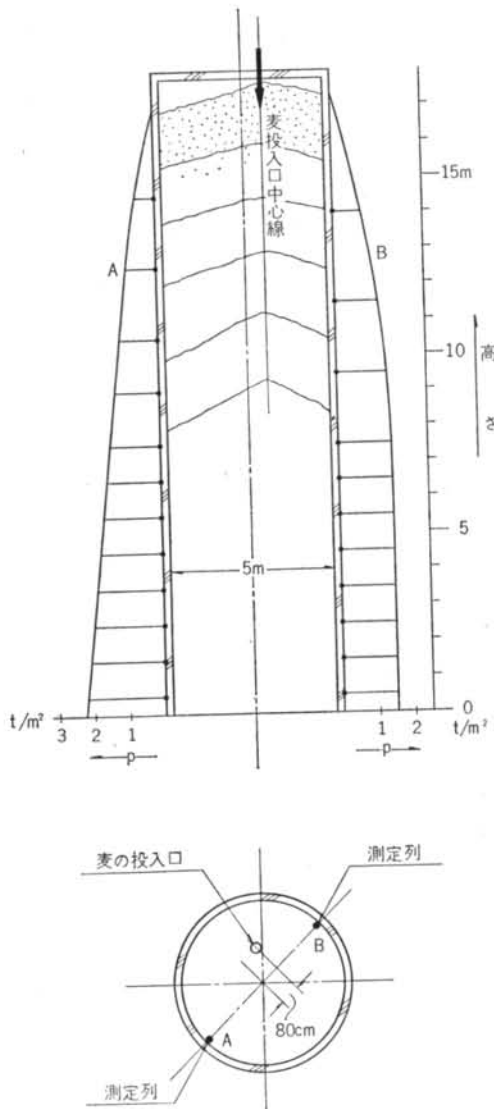


図-4

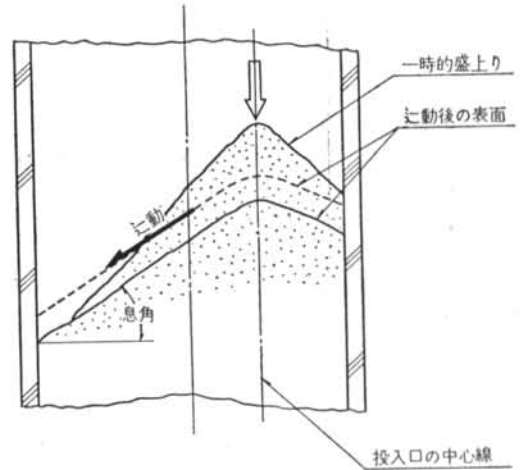


図-5

§3. 応力計算

実際のサイロの壁圧分布函数 $p(\theta)$ は、フーリエ級数にて、

$$p(\theta) = p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n \sin n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} p_n' \cos n\theta \dots\dots(4)$$

と表わされる。

均等分布圧力 p_0 による円環応力は(1)式によって容易に定まるから、ここでは切離して考えることにしよう。

座標軸を図-6のようにとれば、第3項は座標軸を入れ換えることによって第2項と同様に論ずることができるから、不均等部分を(5)式のような正弦函数として計算を進めることにしよう。

$$p = p_n \sin n\theta \dots\dots\dots(5)$$

さて、実際のサイロにおける不均等圧力分布形態を大別すれば、図-6に示す3種に分類される。

図-6-aは図-3に示すような現象から生ずるもので、水平面内の分布圧力はY軸成分について不釣合いとなり、これに抵抗する剪断力が壁体に分布する。

図-6-bは抽出時に一種のアーチ作用が形成されるような場合に生ずるもので、分布圧力は水平面内において釣合っている。

この種の分布形態は、実際には必ずしもXY軸に対称とはならないが、数学的取扱いの簡便のため、対称分布としても同等の結果は得られる。

図-6-cは地震荷重を受けた場合の分布形態である。

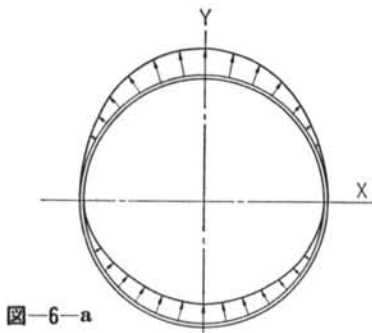


図-6-a

逆対称分布型

$$n=1$$

$$p=p_n \sin n\theta$$

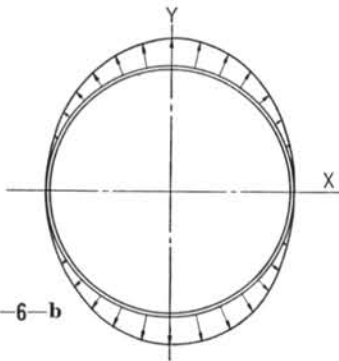


図-6-b

正対称分布型

$$n=1$$

$$p=p_n \sin n\theta$$

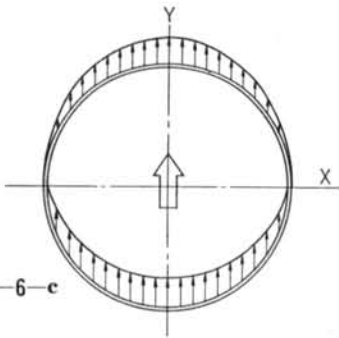


図-6-c

地震分布型

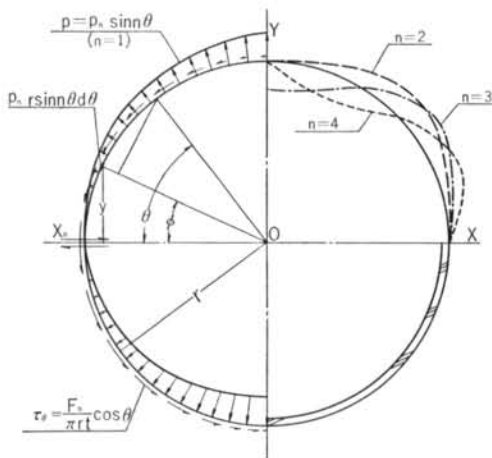


図-7

(1) 逆対称分布型

図-7において、角度 θ に対応する壁体の点のモーメント M_θ は、

$$M_\theta = \int_0^\theta p_n r^2 \sin n\phi \sin(\theta - \phi) d\phi - \int_0^\theta \tau_\theta r^2 t \left\{ 1 - \cos(\theta - \phi) \right\} d\phi - X_n r \sin \theta \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで剪断反力分布 τ_θ は、

$$\tau_\theta = \frac{F_n S}{Z_1 I \cos \theta} = \frac{4F_n}{3\pi \cos \theta (r_2^4 - r_1^4)} \left\{ r_2^2 + r_1^2 - 2y^2 + \sqrt{(r_2^2 - y^2)(r_1^2 - y^2)} \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

F_n = 剪断力

r_1 = 内半径 r_2 = 外半径

$$r_2^4 - r_1^4 = (r_2^2 + r_1^2)(r_2 + r_1)(r_2 - r_1) \doteq 4r^2 t$$

$$r_2^2 + r_1^2 - 2y^2 + \sqrt{(r_2^2 - y^2)(r_1^2 - y^2)} \doteq 2r^2(1 - \sin^2 \theta) + r^2(1 - \sin^2 \theta) = 3r^2 \cos^2 \theta$$

として、

$$\tau_\theta = \frac{F_n}{\pi r t} \cos \theta \quad \dots\dots\dots(8)$$

(6) 式に代入して $n \neq 1$ の場合

$$M_\theta = \int_0^\theta p_n r^2 \sin n\phi \sin(\theta - \phi) d\phi - \int_0^\theta \frac{F_n r}{\pi} \cos \phi \left\{ 1 - \cos(\theta - \phi) \right\} d\phi - X_n r \sin \theta$$

$$= p_n r^2 \frac{1}{n^2 - 1} (n \sin \theta - \sin n\theta) - \frac{F_n r}{2\pi} (\sin \theta - \cos \theta \cdot \theta) - X_n r \sin \theta \quad \dots\dots\dots(9)$$

未知の反力 X_n を求めするため Castigliano の定理より、A点におけるX軸方向の変位 $\delta = 0$ から、

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial X_n} = \frac{\partial}{\partial X_n} \int_0^\pi \frac{M_\theta^2 r d\theta}{2EI} = \frac{r}{EI} \int_0^\pi M_\theta \frac{\partial M_\theta}{\partial X_n} d\theta = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

(9) 式より

$$\frac{\partial M_\theta}{\partial X_n} = -r \sin \theta$$

$$- \int_0^\pi M_\theta \frac{\partial M_\theta}{\partial X_n} d\theta = \int_0^\pi p_n r^2 \frac{1}{n^2 - 1} (n \sin \theta - \sin n\theta) r \sin \theta d\theta - \int_0^\pi \frac{F_n r}{2\pi} (\sin \theta - \cos \theta \cdot \theta) r \sin \theta d\theta - \int_0^\pi X_n r^2 \sin \theta d\theta \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$= p_n r^3 \frac{1}{n^2 - 1} \left[\frac{n}{2} \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) - \frac{1}{2(n-1)} \sin(n-1)\theta + \frac{1}{2(n+1)} \sin(n+1)\theta \right]_0^\pi$$

$$- \frac{F_n r^2}{2\pi} \left[\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta - \frac{1}{8} \sin 2\theta + \frac{1}{4} \theta \cdot \cos 2\theta \right]_0^\pi$$

$$- X_n r^2 \left[\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right]_0^\pi$$

$$= p_n r^3 \frac{1}{n^2 - 1} \left\{ \frac{n\pi}{4} - \frac{1}{2(n-1)} \sin(n-1) \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2(n+1)} \sin(n+1) \frac{\pi}{2} \right\} - \frac{F_n r^2}{16} - \frac{\pi r^2 X_n}{4} = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

$n = 1$ の場合は

$$M_\theta = \int_0^\theta p_1 r^2 \sin \phi \sin(\theta - \phi) d\phi - \int_0^\theta \frac{F_1 r}{\pi} \cos \phi \{1 - \cos(\theta - \phi)\} d\phi - X_1 r \sin \theta = \frac{p_1 r^2}{2} (\sin \theta - \cos \theta \cdot \theta) - \frac{F_1 r}{2\pi} (\sin \theta - \cos \theta \cdot \theta) - X_1 r \sin \theta \quad (13)$$

(13)式第2項および3項は(9)式と同じであるから、第1項について計算すると、

$$\int_0^\theta \frac{p_1 r^2}{2} (\sin \theta - \cos \theta \cdot \theta) \sin \theta d\theta = \frac{p_1 r^2}{4} \left[\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta + \frac{\theta}{2} \cos 2\theta - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right]_0^\theta = \frac{\pi p_1 r^2}{16} \quad (14)$$

よって、

$$\frac{\partial}{\partial X} \int_0^\pi \frac{M_\theta^2 r d\theta}{2EI} = \frac{r}{EI} \left(\frac{\pi p_1 r^2}{16} - \frac{F_1 r^2}{16} - \frac{\pi r^2 X_1}{4} \right) = 0 \text{ より}$$

$$X_1 = \frac{p_1 r}{4} - \frac{F_1}{4\pi} \quad (15)$$

一方、剪断力 F_n は (図-7 参照)

$$F_n = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} p_n r \sin n\theta \sin \theta d\theta$$

$n \neq 1$ の場合には、

$$F_n = 2p_n r \left\{ \frac{1}{(n-1)} \sin \frac{(n-1)\pi}{2} - \frac{1}{(n+1)} \sin \frac{(n+1)\pi}{2} \right\} \quad (16)$$

$n = 1$ の場合には、

$$F_1 = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} p_1 r \sin^2 \theta d\theta = \pi p_1 r \quad (17)$$

(16)、(17)式より F_n の数値計算を行い、(12)および(15)式に代入して X_n を求めると、表-1 のようになる。

n	F_n	X_n
1	3.1416 $p_1 r$	0
2	2.6667 $p_2 r$	0.1715 $p_2 r$
3	0	0.3750 $p_3 r$
4	-1.0667 $p_4 r$	0.3742 $p_4 r$
5	0	0.2083 $p_5 r$
6	0.6857 $p_6 r$	0.1105 $p_6 r$
7	0	0.1458 $p_7 r$
8	-0.5079 $p_8 r$	0.1698 $p_8 r$
9	0	0.1126 $p_9 r$
10	0.4040 $p_{10} r$	0.0675 $p_{10} r$
11	0	0.0917 $p_{11} r$
12	-0.3357 $p_{12} r$	0.1114 $p_{12} r$

表-1

この結果を(9)および(13)式に代入して整理すると、壁体に加わるモーメントは次のようになる。

$$(M_\theta)_{n=1} = 0$$

$$(M_\theta)_{n=2} = (0.0708 \sin \theta - 0.3333 \sin 2\theta + 0.4244 \cos \theta \cdot \theta) p_2 r^2$$

$$(M_\theta)_{n=3} = -0.1250 \sin 3\theta \cdot p_3 r^2$$

$$(M_\theta)_{n=4} = (0.0623 \sin \theta - 0.0667 \sin 4\theta - 0.1698 \cos \theta \cdot \theta) p_4 r^2$$

$$(M_\theta)_{n=5} = -0.0417 \sin 5\theta \cdot p_5 r^2$$

$$(M_\theta)_{n=6} = (-0.0482 \sin \theta - 0.0286 \sin 6\theta + 0.1091 \cos \theta \cdot \theta) p_6 r^2$$

$$(M_\theta)_{n=7} = -0.0208 \sin 7\theta \cdot p_7 r^2$$

$$(M_\theta)_{n=8} = (0.0377 \sin \theta - 0.0159 \sin 8\theta - 0.0805 \cos \theta \cdot \theta) p_8 r^2$$

$$(M_\theta)_{n=9} = -0.0125 \sin 9\theta \cdot p_9 r^2$$

$$(M_\theta)_{n=10} = (-0.0308 \sin \theta - 0.0101 \sin 10\theta + 0.0643 \cos \theta \cdot \theta) p_{10} r^2$$

$$(M_\theta)_{n=11} = -0.0083 \sin 11\theta \cdot p_{11} r^2$$

$$(M_\theta)_{n=12} = (0.0267 \sin \theta - 0.0070 \sin 12\theta - 0.0542 \cos \theta \cdot \theta) p_{12} r^2$$

また壁体に生ずる剪断分布力 f_θ を、

$$f_\theta = \tau c t = \frac{F_n}{\pi r} \cos \theta = \alpha_n p_n \cos \theta \quad (19)$$

とにおいて、(16)、(17)式から α を数値計算をすると、表-2 のようになる。

n	α_n	n	α_n
1	1.0000	7	0.0000
2	0.8488	8	-0.1617
3	0.0000	9	0.0932
4	-0.3395	10	0.0932
5	0.0000	11	0.0000
6	0.2183	12	-0.0823

表-2

以上の結果から、壁体に加わるモーメントおよび剪断力分布を要約し、表-3 および図-8 に示しておいた。

M_θ による曲げ応力 σ_B と、均等荷重 p_0 による円環応力 σ_t を合成して σ_1 とすれば、(図-9 参照)

$$\sigma_1 = \sigma_t + \sigma_B$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 r}{t}, \quad (\sigma_B)_{max} = \frac{(M_\theta)_{max}}{Z} = \frac{6\beta p_n r}{t^2}$$

であるから

$$(\sigma_1)_{max} = \frac{p_0 r}{t} + \frac{6\beta p_n r}{t^2} \quad (20)$$

ここで β は、表-3 に与えた係数の最大値である。

モーメント M_θ による曲げ応力の程度を調べるため、

$$\frac{(\sigma_B)_{max}}{\sigma_t} = \frac{6\beta}{t} \frac{p_n}{p_0} \quad (21)$$

として、 p_n/p_0 の各値について $t=20\text{cm}$ の場合について計算し、図-10 に示しておいた。

(18)

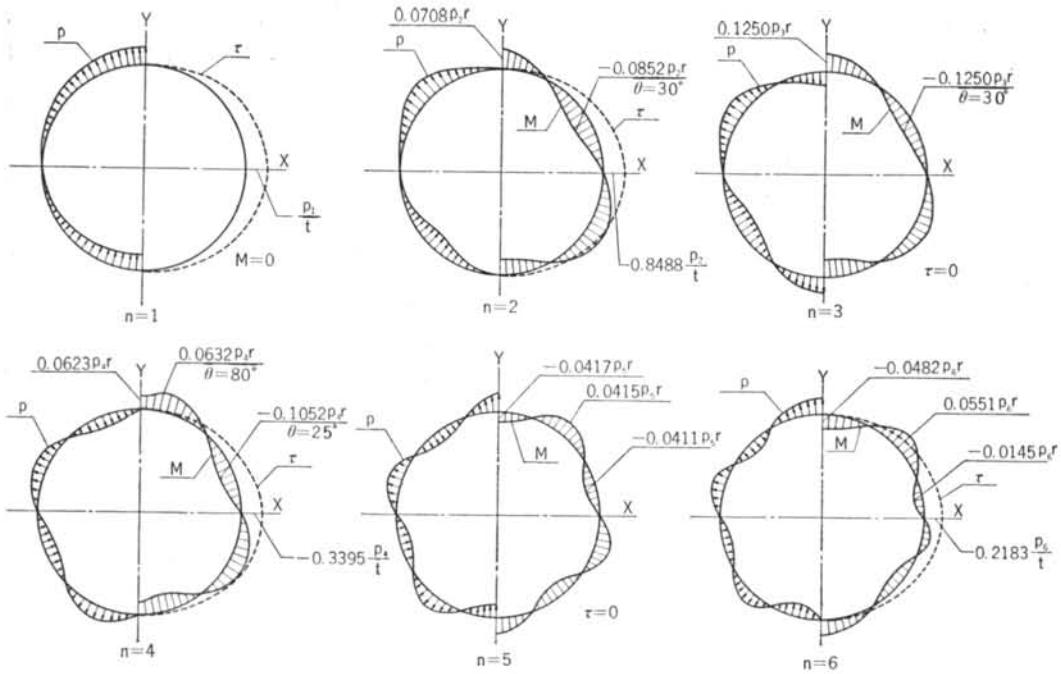


図-8

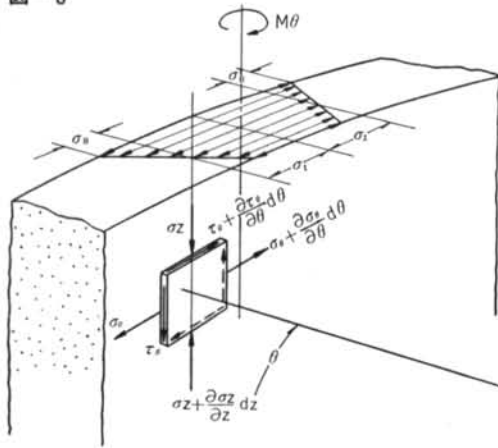


図-9

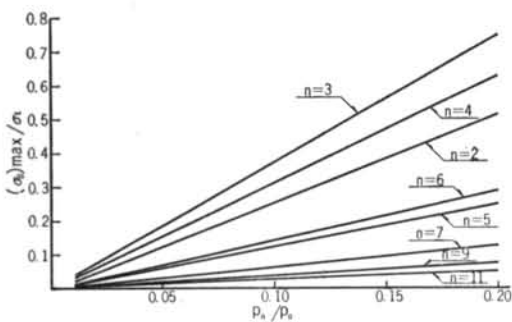


図-10

θ°	$M\theta$					
	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
0	0	.000	.000	.000	.000	.000
5	0	-.015	-.032	-.032	-.019	-.009
10	0	-.029	-.063	-.061	-.032	-.015
15	0	-.041	-.088	-.085	-.040	-.014
20	0	-.051	-.108	-.100	-.041	-.006
25	0	-.032	-.125	-.105	-.034	.008
30	0	-.085	-.121	-.104	-.021	.025
35	0	-.060	-.121	-.092	-.004	.041
40	0	-.056	-.108	-.074	.014	.052
45	0	-.048	-.088	-.052	.030	.055
50	0	-.036	-.063	-.025	.042	.048
55	0	-.022	-.032	.000	.042	.035
60	0	-.005	.000	.023	.036	.015
65	0	.022	.032	.037	.019	-.003
70	0	.030	.063	.053	.007	-.025
75	0	.045	.088	.061	-.011	-.038
80	0	.059	.108	.063	-.027	-.046
85	0	.068	.121	.063	-.038	-.048
90	0	.071	.125	.062	-.042	-.048

表-3

(単位 $p_1 r^2$)

実際のサイロについて巨視的にみた不均等圧力振巾が均等圧力の20%に相当するものとすれば、図-10から、曲げ応力が円環応力の50%以上に相当することがあっても、決して偶然ではないことがわかる。

(2) 正対称分布型

図-11においてA点における張力を T_n 、モーメントを M_0 とすると、 $n \neq 1$ の場合、

$$T_n = \int_0^{\pi/2} p_n r \sin n\theta \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{2} p_n r \left\{ \frac{1}{n-1} \sin \frac{n-1}{2} \pi - \frac{1}{n+1} \sin \frac{n+1}{2} \pi \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$n = 1$ の場合、

$$T_1 = \int_0^{\pi/2} p_1 r \sin^2 \theta d\theta = \frac{\pi}{4} p_1 r \dots\dots\dots (2)$$

角度 θ に対応する壁体の点のモーメント M_{θ} は、 $n \neq 1$ の場合、

$$M_{\theta} = \int_0^{\theta} p_n r^2 \sin n\phi \sin(\theta - \phi) d\phi - T_n r (1 - \cos \theta) + M_0$$

$$= p_n r^2 \frac{1}{n^2 - 1} (n \sin \theta - \sin n\theta) - T_n r (1 - \cos \theta) + M_0 \dots\dots\dots (2)$$

$n = 1$ の場合、

$$M_{\theta} = \int_0^{\theta} p_1 r^2 \sin \phi \sin(\theta - \phi) d\phi - T_1 r (1 - \cos \theta) + M_0$$

$$= \frac{p_1 r^2}{2} (\sin \theta - \theta \cdot \cos \theta) - T_1 r (1 - \cos \theta) + M_0 \dots\dots\dots (2)$$

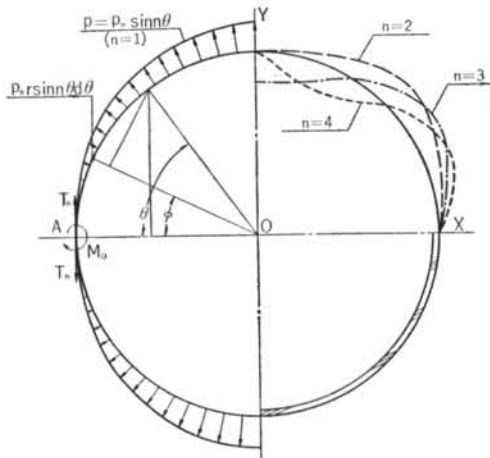


図-11

A点は曲げによって回転しないから、 M_0 に対する変位が0である。したがって Castigliano の定理によって

$$\frac{\partial U}{\partial M_0} = \int_0^{\pi/2} \frac{M_{\theta} r^2}{2EI} d\theta = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} M_{\theta} \frac{\partial M_{\theta}}{\partial M_0} r d\theta = 0$$

$\frac{\partial M_{\theta}}{\partial M_0} = 1$ であるから、 $n \neq 1$ の場合、

$$\int_0^{\pi/2} \left\{ p_n r^2 \frac{1}{n^2 - 1} (n \sin \theta - \sin n\theta) - T_n r (1 - \cos \theta) + M_0 \right\} d\theta = 0$$

これを計算して、

$$M_0 = \frac{2}{\pi} \left\{ T_n r \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) - p_n r^2 \frac{1}{n^2 - 1} \left\{ \frac{1}{n} \left(\cos \frac{n\pi}{2} - 1 \right) + n \right\} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$n = 1$ の場合には、

$$\int_0^{\pi/2} \left\{ p_1 r^2 \left(\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\theta}{2} \cos \theta \right) - T_1 r (1 - \cos \theta) + M_0 \right\} r d\theta = 0$$

これより、

$$M_0 = \frac{2}{\pi} \left\{ T_1 r \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) - \frac{p_1 r^2}{2} \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \dots\dots\dots (2)$$

n	T_n	M_0
1	0.7854 $p_1 r$	0.1488 $p_1 r^2$
2	0.6667 $p_2 r$	0.0301 $p_2 r^2$
3	0	-0.2121 $p_3 r^2$
4	-0.2667 $p_4 r$	-0.2667 $p_4 r^2$
5	0	-0.1273 $p_5 r^2$
6	0.1715 $p_6 r$	-0.0407 $p_6 r^2$
7	0	-0.0910 $p_7 r^2$
8	-0.1270 $p_8 r$	-0.1270 $p_8 r^2$
9	0	-0.0707 $p_9 r^2$
10	0.1010 $p_{10} r$	-0.0263 $p_{10} r^2$
11	0	-0.0579 $p_{11} r^2$
12	-0.0839 $p_{12} r$	-0.0839 $p_{12} r^2$

表-4

(2) (2)式より T_n を、(2) (2)式より M_0 を数値計算すると表-4を得る。これらの値を使って(2) (2)式によって M_{θ} を計算すると、

$$\begin{aligned} (M_{\theta})_{n=1} &= (0.5000 \sin \theta - 0.5000 \theta \cos \theta + 0.7854 \cos \theta - 0.6366) p_1 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=2} &= (0.6667 \sin \theta - 0.3333 \sin 2\theta + 0.6667 \cos \theta - 0.6366) p_2 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=3} &= (0.3750 \sin \theta - 0.1250 \sin 2\theta - 0.2121) p_3 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=4} &= (0.2667 \sin \theta - 0.0667 \sin 2\theta - 0.2667 \cos \theta) p_4 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=5} &= (0.2083 \sin \theta - 0.0417 \sin 2\theta - 0.1273) p_5 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=6} &= (0.1714 \sin \theta - 0.0286 \sin 2\theta + 0.1715 \cos \theta - 0.2122) p_6 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=7} &= (0.1458 \sin \theta - 0.0208 \sin 2\theta - 0.0910) p_7 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=8} &= (0.1270 \sin \theta - 0.0159 \sin 2\theta - 0.1270 \cos \theta) p_8 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=9} &= (0.1125 \sin \theta - 0.0125 \sin 2\theta - 0.0707) p_9 r^2 \\ (M_{\theta})_{n=10} &= (0.1010 \sin \theta - 0.0101 \sin 2\theta + 0.1010 \cos \theta - 0.1273) p_{10} r^2 \end{aligned} \dots\dots\dots (2)$$

$$(M\theta)_{n=11} = (0.0917 \sin \theta - 0.0083 \sin 2\theta - 0.0579) p_{11} r^2$$

$$(M\theta)_{n=12} = (0.0839 \sin \theta - 0.0070 \sin 2\theta - 0.0839 \cos \theta) p_{12} r^2$$

θ°	$M\theta$					
	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6
0	.149	.030	-.212	-.267	-.127	-.041
5	.146	.028	-.212	-.265	-.128	-.041
10	.138	.022	-.210	-.259	-.123	-.038
15	.125	.013	-.203	-.246	-.114	-.031
20	.108	.004	-.192	-.227	-.097	-.017
25	.099	.007	-.167	-.189	-.069	.005
30	.067	-.014	-.150	-.155	-.044	.022
35	.043	-.021	-.118	-.108	-.011	.041
40	.019	-.026	-.079	-.056	.021	.054
45	-.005	-.027	-.035	.000	.050	.059
50	-.029	-.026	.013	.056	.072	.054
55	-.052	-.021	.063	.108	.085	.041
60	-.073	-.014	.113	.155	.089	.022
65	-.087	.007	.160	.189	.080	.005
70	-.107	.004	.203	.225	.076	-.017
75	-.120	.014	.240	.246	.063	-.031
80	-.129	.022	.266	.259	.051	-.038
85	-.135	.028	.282	.265	.042	-.041
90	-.137	.030	.288	.267	.039	-.041

表-5

(単位 pnr^2)

各 θ の値に関する上記の $M\theta$ を数値計算すると表-5 のようになり、図-12はこれを図示したものである。

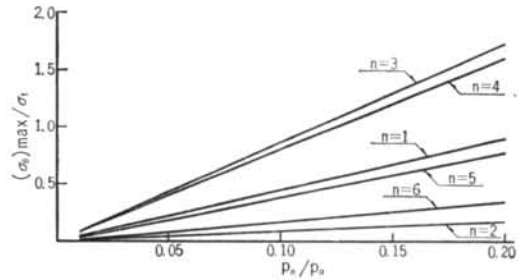


図-13

(3) 地震分布型

図-14において斜線で区別した微少部分の面積は、

$$ds = r^2 \sin \theta \cos(\pi/2 - \theta) d\theta = r^2 \sin^2 \theta d\theta$$

内容物の密度を ρ 、震度係数を α とすれば、この部分に働らく慣性力 dp は、

$$dp = \alpha \rho r^2 \sin^2 \theta \cdot d\theta$$

壁面におよぼす分布荷重強度 p は、

$$p = dp / rd\theta = \alpha \rho r \sin^2 \theta$$

壁面に生ずる剪断反力は(8)式によって、

$$\tau_\theta = \frac{F}{\pi r t} \cos \theta$$

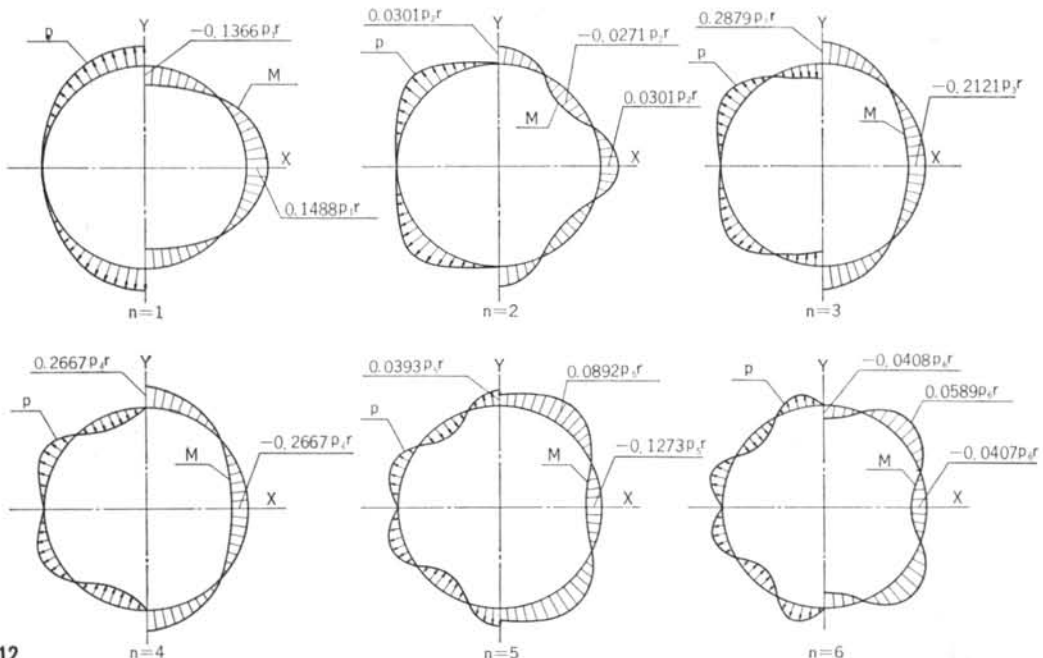


図-12

ここで地震力Fは、 $F = \alpha \rho r^2$ であるから、

$$\tau \theta = \frac{\alpha \rho r}{t} \cos \theta \quad \dots\dots\dots (29)$$

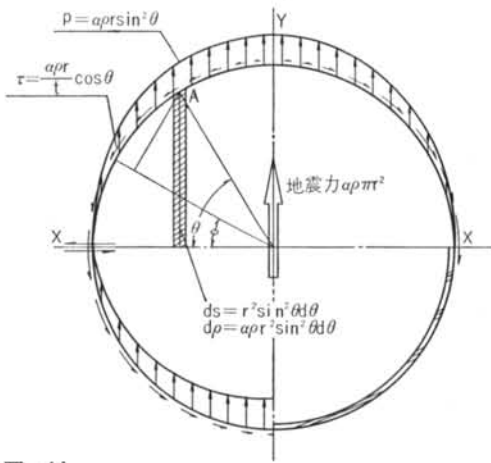


図-14

A点に生ずるモーメント M_θ は、

$$\begin{aligned} M_\theta &= \int_0^\theta \alpha \rho r^3 \sin^2 \phi (\cos \phi - \cos \theta) d\phi - \int_0^\theta \alpha \rho r^3 \cos \phi \\ &\quad \left\{ 1 - \cos(\theta - \phi) \right\} d\phi + X r \sin \theta \\ &= \frac{\alpha \rho r^3}{6} (3 \sin \theta - 3 \cos \theta \cdot \theta - \sin^3 \theta) - \frac{\alpha \rho r^3}{2} (\sin \theta - \cos \\ &\quad \theta \cdot \theta) + X r \sin \theta = X r \sin \theta - \frac{\alpha \rho r^3}{6} \sin^3 \theta \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

荷重Xによる変位は、X軸に関する逆対称の理から0である。

したがって、

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{1}{EI} \int_0^\pi M_\theta \frac{\partial M_\theta}{\partial X} r d\theta = 0$$

$$\frac{\partial M_\theta}{\partial X} = r \sin \theta \quad \text{であるから、}$$

$$\int_0^\pi (X r \sin \theta - \frac{\alpha \rho r^3}{6} \sin^3 \theta) r^2 \sin \theta d\theta = 0$$

これをXについて解くと、

$$X = \frac{\alpha \rho r^2}{8} \quad \dots\dots\dots (31)$$

(31)式を(30)式に代入し、

$$M_\theta = \frac{\alpha \rho r^3}{24} (3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta) \quad \dots\dots\dots (32)$$

θ の各値に対して M_θ を数値計算し、その結果を表-6、および図-15に示しておいた。

次にサイロ壁体自重の地震力によって生ずるモーメントは、図-16を参照して、壁体の地震荷重分布は、

$$dp = \alpha \rho_c t r d\theta$$

ここで ρ_c は壁体の単位体積重量。

θ°	A	B
0	0.0000	0.0000
10	0.0208	0.0520
20	0.0361	0.0903
30	0.0417	0.1043
40	0.0362	0.0905
50	0.0209	0.0523
60	0.0001	0.0025
70	-0.0207	-0.0518
80	-0.0390	-0.0975
90	-0.0417	-0.1043

表-6

(注) $M_\theta = \alpha \rho r^3 \left(\frac{1}{8} \sin \theta - \frac{1}{6} \sin^3 \theta \right)$

$$A = \frac{1}{8} \sin \theta - \frac{1}{6} \sin^3 \theta$$

Bは $\alpha = 0.2$ $\rho = 0.8 \text{ t/m}^3$ $r = 2.5 \text{ m}$ とした場合の $M_\theta \text{ t}\cdot\text{m}$

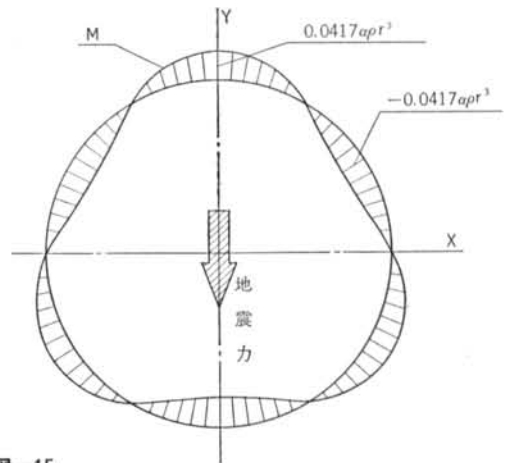


図-15

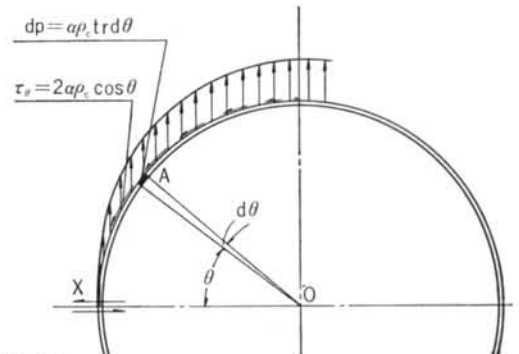


図-16

剪断反力分布は(8)式にしたがうものとすれば、

$$\tau\theta = \frac{F}{\pi r t} \cos \theta$$

ここで地震力 F は、 $F = 2\pi r t \alpha p_c$ であるから、

$$\tau\theta = 2\alpha p_c \cos \theta \quad \dots\dots\dots(33)$$

A 点に生ずるモーメント M_θ は、

$$M_\theta = \int_0^\theta \alpha p_c t r^2 (\cos \phi - \cos \theta) d\phi - \int_0^\theta 2\alpha p_c t r^2 \cos \phi \{1 - \cos(\theta - \phi)\} d\phi + X r \sin \theta$$

上式において第1項および第2項は、ともに、

$$\alpha p_c t r^2 (\sin \theta - \cos \theta \cdot \theta)$$

となって消去され、 $X = 0$ となるから、壁体自身の地震力によるモーメントは無視することができる。

§4. おわりに

実際にサイロ内に生ずる不均等荷重がどの程度であるか、一概にいうことはできない。内容物の種類、投入口の位置、サイロの寸法、特に直径と高さの比等によって著しく変わってくるであろう。

一般に壁圧の測定は、受圧面積の小さい(我々の実験では直径70mm)圧力計で行うが、このように小さな部分の測定から得られた不均等性は極めて大きくなる。

我々の実験でも、幾何学的に対称に同一高さに配置された2つの点の圧力に、2~3倍の差を生ずることがあった。しかし、これを1m²単位程度に分割して巨視的に眺めれば、相当に均されて、不均等分は平均圧力のせいぜい20%程度になるようである。

一般の円形コンクリートサイロに関しても、設計に当って20%程度の不均等分布を考慮しなくてはならないであろう。

§3で論じたように、不均等荷重の分布形式によって、壁体に生ずるモーメントおよび剪断力分布は著しく変わる。

実際のサイロにおいて、これらの分布形式がどのような割合で複合されているか知ることはできないが、最悪の場合、モーメントは正対称分布の $n = 3$ のときに、剪断応力は逆対称分布の $n = 1$ のときに最大となり、それぞれ次の値をとる。

$$\left. \begin{aligned} M &= 0.2879 p_n r = 0.2879 k p_o r \\ \tau &= p_1 / t = k p_o / t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

ここで $k = p_n / p_o$ で、先に述べたように不均等分が平均圧力の20%と仮定すれば、 $k = 0.2$ となる。

また地震力によって壁体に生ずるモーメント、および剪断応力の最大値は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} M &= 0.0417 \alpha p r^3 \\ \tau &= \alpha p r / t + 2\alpha p_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

$k = 0.2$, $\alpha = 0.2$, $\rho = 0.8 \text{ t/m}^3$ とすれば、最大モーメントは図-17のようになる。

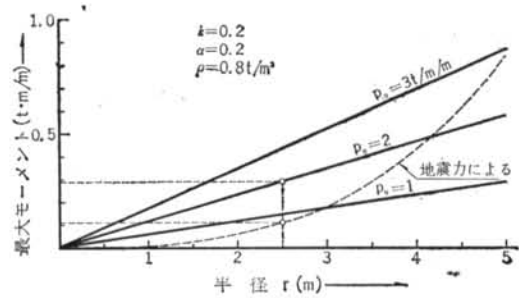


図-17

これから、壁体に生ずるモーメントは、設計上無視できないことがわかる。

一方、剪断応力は、不均等荷重による場合、 $k = 0.2$, $p_o = 2 \text{ t/m}^2$, $t = 20 \text{ cm}$, $\rho_c = 2.4 \text{ t/m}^3$ として、
 $\tau = k p_o / t = 2 \text{ t/m}^2 = 0.2 \text{ kg/cm}^2$

地震荷重の場合、 $\alpha = 0.2$, $\rho = 0.8 \text{ t/m}^3$, $r = 2.5 \text{ m}$, $t = 20 \text{ cm}$ として、

$$\tau = \alpha p r / t + 2\alpha p_c = 2.96 \text{ t/m}^2 = 0.296 \text{ kg/cm}^2$$

の程度であるから、設計上無視してさしつかえない。

一例として円筒部高さ18m、内径5mのサイロに密度 0.8 t/m^3 の麦を充填する場合、最底部の側圧は 2 t/m^2 程度になるから、図-17で破線で示したように、不均等荷重によって約 0.3 t-m/m 、地震荷重によって約 0.1 t-m/m の円環モーメントを考慮しなくてはならないことになる。

以上の論旨を要約すれば、次のようになる。

(a) サイロ内圧の不均等分布によって壁体に生ずるモーメントは、設計上無視できない。

(b) 不均等部分に均等圧力の20%を見込んで、このモーメントの最大値は、

$$M \approx 0.58 p_o r \quad \left. \begin{aligned} p_o &: \text{均等圧力} \\ r &: \text{半径} \end{aligned} \right\}$$

(c) 地震力によって壁体に生ずるモーメントは、

$$M \approx 0.042 \alpha p r^3 \quad \left. \begin{aligned} \alpha &: \text{震度係数} \\ \rho &: \text{内容物の密度} \end{aligned} \right\}$$

(d) 不均等圧力、および地震力によって生ずるサイロ壁面の剪断力は、設計上無視できるほど小さい。

サイロの設計に当って、以上の諸点に留意し、配筋計画をたてるよう配慮したい。