U. D. C. 72.011.1:51

清水建設研究所報
第2号昭和38年4月

動線計画の数学的解析（第2報）

太田　利彦

§1. はじめに

1.1　本論は，設計計画における考え方を，実際にどのように設計活動に適用させて行くか，という設計技術に関する研究の一環をなすものであり，先に発表した第1報[1)]を，さらに発展させたものである．

1.2　すなわち，第1報では，内部機能が複雑な建物の設計の場合，それら機能に従って，建物を幾つかのブロックに分けて考えられるが，これらブロックの結びつき方により，予めブロックプラン，あるいは平面構成のおおよその型を導き得ることを解析した．今回は，同様な建物の各ブロックに対する外部アプローチ可能の条件を検討し，平面構成上，他のブロックによって，外部から閉ざされるブロックの存在する条件を，明らかにした．これは，設計条件の設定から，実際に設計活動に入る前の段階で確められ，具体化される設計に対して，設計条件の検定を行う際に役立つものと思われる．

§2. あるブロックが全領域に接し得る条件

2.1　まず問題を単純化するために，ブロックを点とおきかえ，ブロック間の結びつきを線とおきかえ，これを動線と考える．N個のブロックを相交わらないM本の動線で結び合わせた平面型を，一般に，

$$N(a^p b^q \cdots)M$$

の記号で表わすものとする．ここに，

a, b：あるブロックから他のブロックへ結びつけられる動線の数

p, q：他のブロックへ結びつけられる動線が同数のブロック数

2.2　いま，1平面上にN個の点を互いに結び合わせて多角形を作る時，これは，位相空間の球と同位相の閉多面体と考えられる．従って，この多角形によって幾つかに区画された領域の数Fは，オイラーの定理[1)]により次のように求められる．

$$F=2-N+M \qquad \cdots\cdots(1)$$

ここに，

F：面の数（ここでは領域の数）

N：頂点の数（ここではブロックの数）

M：稜の数（ここでは動線の数）

2.3　一方，1平面上の1点pを端として，m本の半直線を引いた場合，m本の半直線はその平面をm個の領域に分割する(fig-1)．

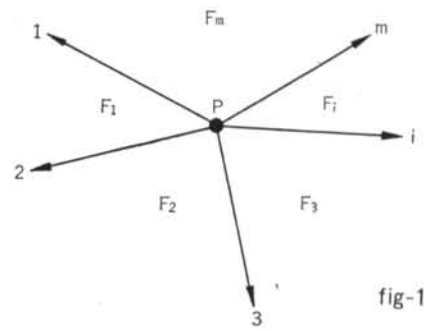


fig-1

従って，m_A本の動線につながるブロックAが，全領

域に接し得るためには $m_A \geq F$，すなわち，

$$m_A \geq 2-N+M \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

でなければならない．一般にN個のブロックが互いに結びつけられてある平面型を作る場合に，少くとも，あるブロックから他のブロックへ結びつけられる動線の数が最大の $m_{\max}$ について

$$F > m_{\max} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

ならば，この平面型では，ある領域に接しられないブロックが，必ず１つ以上存在することになる．あるいは，全領域に接しられるブロックは，１つもないということになる．

例えば，${}_5(3^4 2)_7$ では，$F=2-N+M=2-5+7=4$，しかも，$m_{\max}=3<4=F$ であるから，**fig-2** において，３本の動線を有するＡ～Ｄまでの各ブロックは，４つある領域のうち，必ず１つには接しられないことになる．すなわち，Ａは３に，Ｂは４に，Ｃは２に，Ｄは１に，接しられない．

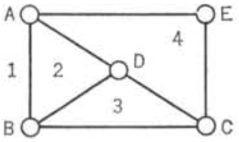


fig-2

§3. 全ブロックが外部空間に接し得る条件

3. 1　さらに，具体的にある建物を設計するに際しては，外部空間から各動線に交叉することなく各ブロックに至る動線（いわゆる外部アプローチ）の必要な場合がある．最も条件のきびしい場合の，全ブロックが外部空間に接し得る条件を求めてみる．

3. 2　前節で求めた条件で，仮りに，あるブロックがある領域に接しられない場合でも，他の特定の領域には全ブロックが接しられる場合がある．この特定の領域が，外部空間であればよいわけである．むしろ建築の設計には，前節で求めた条件よりも，この節で求めようとする条件の必要な場合が多い．

例えば，${}_6(4^2 3^2 2^2)_9$ では，$m_{\max}=4$，$F=2-6+9=5>4$，すなわち $F>m_{\max}$ となり，**fig-3** にみられるように，ブロックＡを例にとると，これは４，５の領域には接していない．しかし，Ａ～Ｆの全ブロックは，ともに１の領域に接しており，この平面型が仮りに，戸外と結びつきを必要とする小学校低学年の教室棟のような場合には，平家建てで設計し得ることになる．

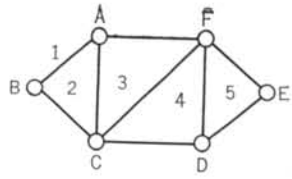


fig-3

3. 3　先ず一般的に，N個の点を１平面上におき，順次結び合わせて，かつ，できたN多角形の中で交叉することなく，最も多く対角線を引いた場合，この結びつきの線Mは

$$M=N+N-3=2N-3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

で表わされる（**fig-4**）．

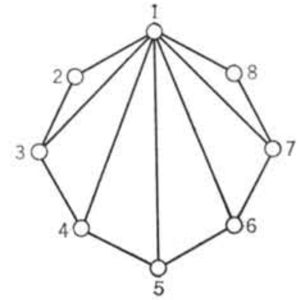


fig-4

もしこれ以上に各点を結びつければ，必ず外の領域に接し得ない点ができるはずである．従って

$$M \leq 2N-3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

は，全ブロックが外部空間に接し得る必要条件となる．

しかし，実際の平面型では，各ブロックの結びつき方によっては，この条件内で外部空間に接しられないブロックが生ずる．例えば，${}_6(3^2 2^4)_7$ は，$2N-3=12-3=9>7$ となり，結びつけ方によっては，全ブロックを外部空間に接しさせることは可能である（**fig-5 (a)**）．

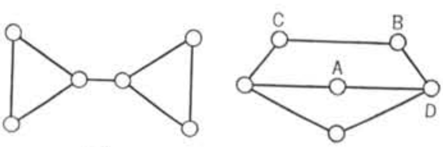


fig-5

しかし，**fig-5 (b)** のような結びつき方であれば，どうしてもあるブロックは，外部空間に対して閉ざされることになる．従って，上の条件は，必要かつ充分な条件とはいえない．

3. 4　次に，あるブロックが，外部空間に対して閉ざされる条件を求めてみる．

上の例でわかるように，**(b) 図**では，Ａが閉ざされるためには，必ずしもN個（ここでは６個）のブロックす

べてが関りあっているわけではなく，特定のブロックの結びつき方が関係している．例えば，ここでBを除き，C，Dを結んでも，やはり閉ざされるブロックが存在する．

一般に，いくつかのブロックを結びつけ合わせて，あるブロックを閉ざすためには，ブロックの数は4以上なければならない．ブロック数が3までは，どのような結びつけ方をしても，あるブロックが閉ざされることはない．従って，ブロック数が4以上で，あるブロックが閉ざされる場合の検討をしてみる．

3.5 4つのブロックの位相幾何学的結びつきの場合を尽くしてみると，次の通りである（**fig-6**）．

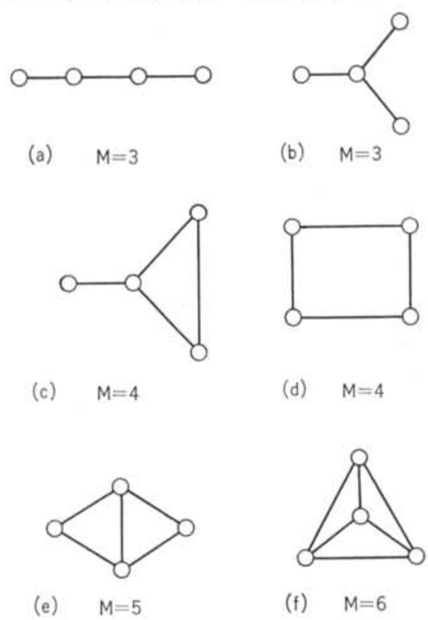


fig-6

ここで，1ブロックが外部空間に対して閉ざされるためには，（**f**），すなわち $_4(3^4)_6$ の型の場合しかあり得ない．これは，4つのブロック間の動線数が最大の場合である．仮りに，3つのブロックによって囲まれるブロックのもつ動線が，2あるいは1の場合を考えると，位相幾何学的には，全ブロックが外部空間に接するように変形し得る（**fig-7**）．

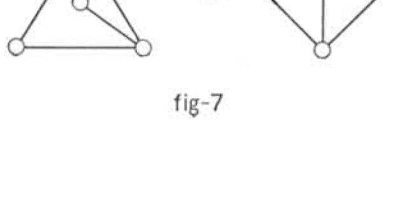


fig-7

3.6 さらに5ブロック以上の結びつきについて検討する．もし5ブロックの中の4ブロックについて，前節に記した $_4(3^4)_6$ の結びつきが存在するならば，既に外部に対して閉ざされるブロックが存在することになる．あるいは3つのブロックで，1つあるいは2つのブロックを囲めたとすれば，その型は全て $_4(3^4)_6$ の型から出発している（**fig-8**）．

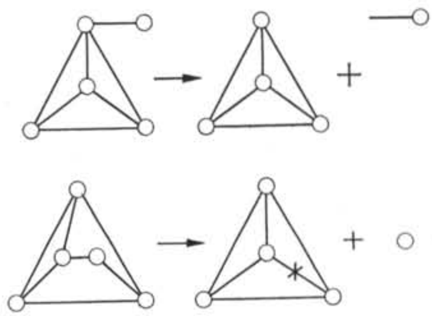


fig-8

一方，5つのブロックがすべて関りあって，外部に閉ざされたブロックが存在するためには，4つのブロックが1つのブロックを囲む形となろう．すなわち最も簡単な型として，**fig-9** が考えられる．

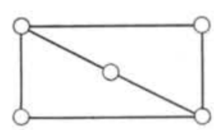


fig-9

さらに動線数が増したとしても，この型に加わって行く以上，閉ざされたブロックの条件は変わらない（**fig-10**）．

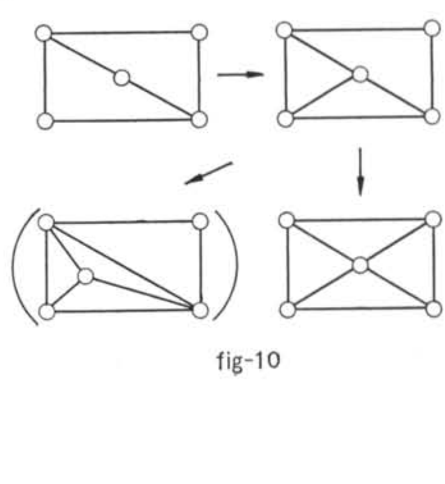


fig-10

これらの図形の間の共通性を求めてみると，閉ざされるブロックは，必ず３本以上の動線を有する２つのブロックの間に存在するということである．従って，閉ざされるブロックが存在するかどうかを検討するには，その平面型の中で，３本以上の動線を有するブロックが２つ以上あるかどうかを確め，かつ，その間に他のブロックがどのように介在しているかをみればよい．

3.7 いま，これらの法則性を求めるために Association chart* を利用してみる．

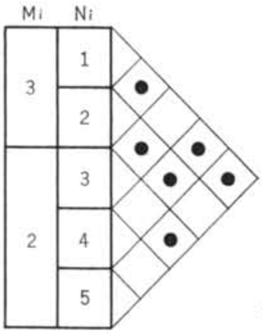


fig-11

* Association chart：これは **fig-11** のように結びついている他のブロックの数の多い順に，ブロックに番号をつけて縦軸に並べ，これから45度に傾けて方眼格子を付したものである．これにより，互いに結びついているブロックに，格子の共通の欄に印をつけて，各ブロック間の結びつきの関係を表わすことができる．

〈例１〉 いま仮りに，**fig-12** のような結びつきがあったとする．

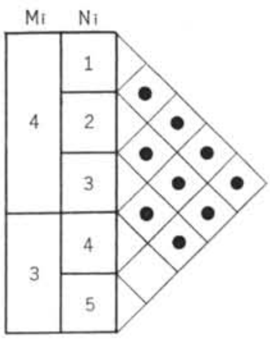


fig-12

これは，すべて３本以上の動線を有するブロックであり，１～４までのブロックは，すべて互いに結びつき合っている．これは前に述べたように，４点が互いに結びついている $_4(3^4)_6$，すなわち **fig-6 (f)** の型がこの中に入っているということであり，これを実際に記号と型に表わしてみると，**fig-13** のようになる．

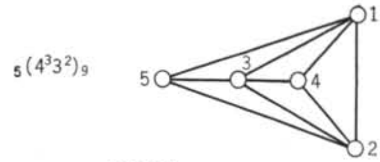


fig-13

事実，外部空間に接しられないブロックが存在する．従って，Association chart で $M_i \geq 3$ の４点について **fig-14** の型がなりたったならば，必ず閉じられるブロックの存在することがわかる．

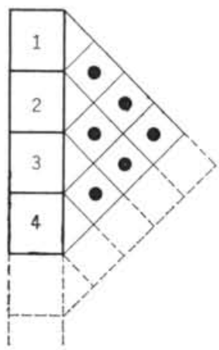


fig-14

〈例２〉 次に，**fig-15** の場合を考えてみると，３本以上の動線を有するブロック１，２の間にあるブロックのいずれかが閉ざされるわけだから，１から２へ到達するために，少くとも他のブロックを介して，独立に３本のルートがなければならない．

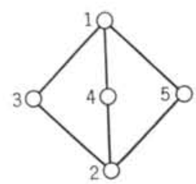


fig-15

これを Association chart で表わすと，**fig-16** のようになる．

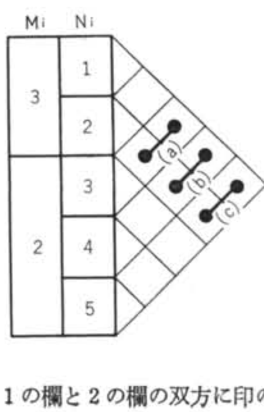


fig-16

すなわち，１の欄と２の欄の双方に印のついている３

は，1と2の両方から結びついていることを意味し，この2つの印を結んだ線(a)は，1から2へ，3を通って結ばれるルートのあることを示す．このようにして引かれた線 (a)，(b)，(c) が互いに特定のブロックを共有しなければ，これらは互いに独立であるといえる．そうして1，2の間にこれら独立のルートが3本以上あれば，介在するブロックのいずれかが閉ざされることになる．

以上2例で示したように，あるブロックが外部空間から閉ざされてしまうための条件は，Association chart で **fig-14** ができるか，$M_i\geq3$ の2つのブロックの間に，介在する共通のブロックが各々独立して3つ以上あればよい．

3.8 すなわち，5ブロック以上の関係については，ブロック数の如何にかかわらず，局部的に上記のいずれかの関係が成立していれば，必ず外部に閉ざされたブロックが存在していることになる．

次に，$M_i\geq3$ の2つのブロックの間に，独立したルートが3本以上あり，そこに他のブロックが介在しているかどうか，Association chart で確める方法について検討してみる．

〈例3〉 **fig-17** のような場合を考えてみると，$M_i\geq3$ の矢印内で考えればよく，この範囲内の2つのブロック相互の関係について各々検討する (**fig-18**)．

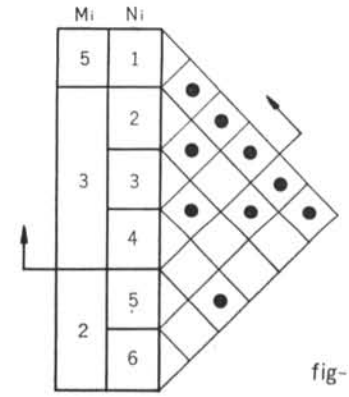
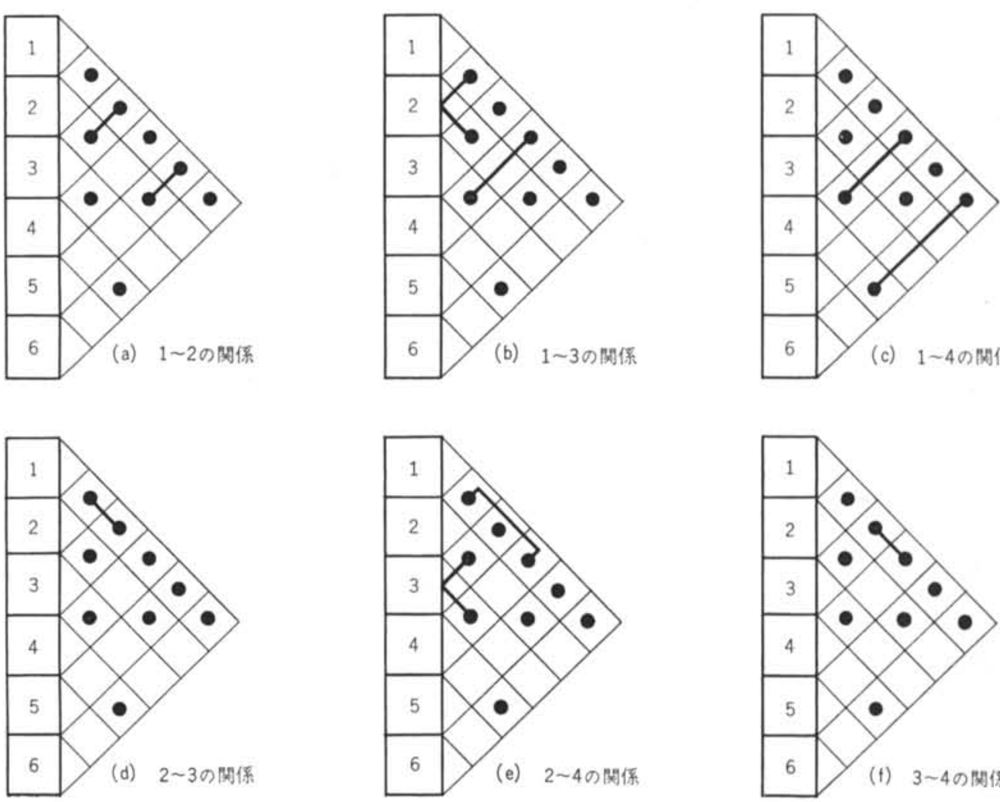


fig-17

このように，$Mi\geq3$ のどの2つのブロックをとってみても，直結のルートを除いて，3本の独立のルートは存在せず，従って，閉ざされるブロックは存在しないことになる．

これは記号と型で示すと **fig-19**のようなものである．



(a) 1~2の関係　(b) 1~3の関係　(c) 1~4の関係

(d) 2~3の関係　(e) 2~4の関係　(f) 3~4の関係

fig-18

$_6(53^32^2)_9$

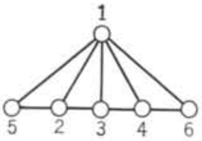


fig-19

なお，ここでは２つのブロックの間の関係を各場合に分解して検討したが，実際には，もちろん１つの chart で行えるし，直結していない２つのブロック２と４との間に，他のブロックが介在する可能性が強いから，はじめに２と４との関係を検討するのがよい．

3.9 また，介在するブロックの数は，１つに限らず数の多い時でも，同様に判定できる．

〈**例4**〉 例えば，$_8(3^22^6)_9$ で，**fig-20** の場合を考える．

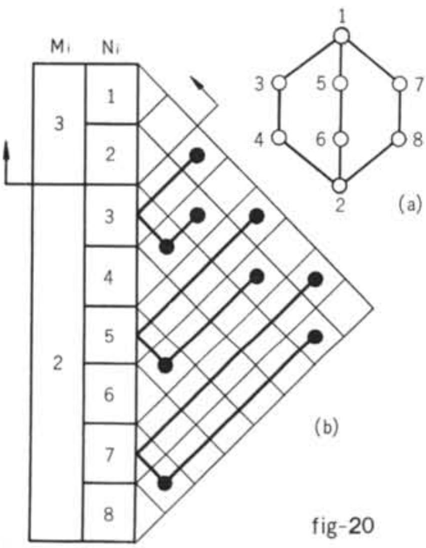


fig-20

$M=9,\quad 2N-3=16-3=13>9$

１と２との関係を調べると，どれひとつとして結びつく共通のブロックはない．しかし(**b**)図の折線が示すように，１から２へ，３本の独立のルートが存在し，閉ざされるブロックのあることがわかる．

§4. 応　用　例

4.1 実際の設計活動に，この方法を使って，早期に計画を推進した例を挙げる．

某私立学校の新築工事計画であるが，この学校は，

(1) 中等部と高等部があり，

(2) 教師は，両部の兼任が多い．

(3) 各運営方式は，それぞれ特別教室型とし，従って，独立したホームルームを持っている．

(4) 特別教室，体育館，講堂は，中等部，高等部からともに使うものとし，

(5) かつ，中等部と高等部は，生活の場を分けるようにする．

(6) 上足と下足の場は区別する．

といった条件が，設計計画の段階でわかった．

この際，(5)の条件によって，なるべく大きなブロック割りを考え，各ブロック間の生徒の移動が相交わらない計画が必要となろう．

4.2 そこで，次の表により，**fig-21** の Association chart を作った．

ブロック名	記　号	結びつかねばならぬ相手のブロック	動線数
中等部H.R.	J	APGU	4
高等部H.R.	S	APGU	4
管　理　部	A	J S P	3
特別教室	P	A S J	3
体　育　館	G	J S	2
講　　　堂	U	J S	2

ブロック数 $N=6$　　$M=1/2(4+4+3+3+2+2)=9$

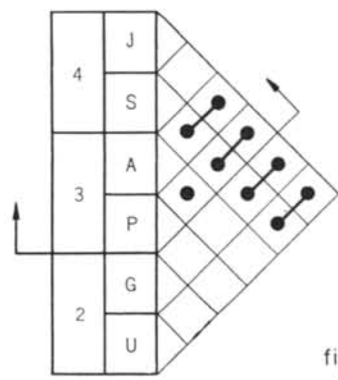


fig-21

これから一見して，ＪとＳとの間に，外部から閉ざされるブロックの生ずることがわかる．実際に，これら結びつきを図に表わすと，**fig-22** のようになる．

fig-22

すなわち，ＪとＳの間に，少くともＡ，Ｐ，Ｇ，Ｕのいずれか２つが閉ざされる形となる．一方，外部からのアプローチの必要性を検討すると，上の (6) の条件を加味して，特別教室棟Ｐを除いて，各ブロックとも直接出入

りできるほうが好ましい.

ここで，残るG，Uのいずれかが閉ざされることになり，解決としては，**fig-23**のようにGとUに共通のブロックHを設けて，J，Sからは，Hを経由して，G，Uに至るようにした. これは具体的には，講堂のホワイエを兼ねたホールのような空間である（**付図—1参照**）.

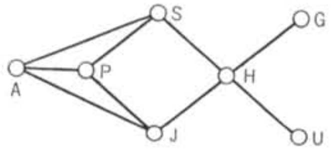


fig-23

4. 3　なお，Pは外部からのアプローチの必要がなくても，戸外の作業場のようなものと結びつく必要があるとすれば，平家建てとして，中庭に面した閉ざされたブロックとなるわけである. しかしさらに，直接，大地との結びつきも必要でないから，AとPは，JとSに関しては，同じ結びつきの関係にあり，かつ，AとPとは結びついているから，**fig-24**のようにAとPを重ねて考えることもできる. これはAとPを層で分けることを意味する.

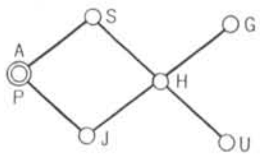


fig-24

§5. おわりに

5. 1　この種の検討により，各ブロックの面積的なバランスを考えて，さまざまの解決はあり得るが，設計のかなり初期に，大まかなブロックプランの見当をつけるのに意味があろう.すなわち,このような設計条件の確認がないと，本来，設計活動として建物の形にまとめて行くのは，むずかしいはずである.

5. 2　本報告は，第1報に引続いた問題として，外部アプローチ可能の条件を求めたわけであるが，さらに実際の建物の設計に当っては，単に外部といっても，敷地条件により方向性のあるアプローチしかできない場合もあり，今後，こうした動線の方向性も考慮に入れた解析まで行う予定である.

また一方，面積，動線の比重を加えた場合の解析，および前節で触れた立体的結びつきの解析も，行う予定である.

なお，本論は，日本建築学会論文報告集第74号に報告し，昭和37年度日本建築学会大会において発表したものである.

また，数学的扱いについては，清水達雄氏に種々御教示いただいたことを付記して，謝意を表したい.

<参考文献>

1) **動線計画の数学的解析（第1報）**：　拙稿：清水建設研究所報　第1号，1962

2) **数と図形**：　ラーデマッヘル，テップリッツ，山崎三郎訳：創元社，1942

3) **回路のトポロジー**：　近藤一夫，小野寺力男：岩波書店，1958

4) **An Introduction to Combinatorial Analysis**:　John Riordan : Jhon Wiley & Sons Inc., 1958

5) **the·orie des graphes et ses applications**:　Claude Berge : Dunod, 1958

付図—1

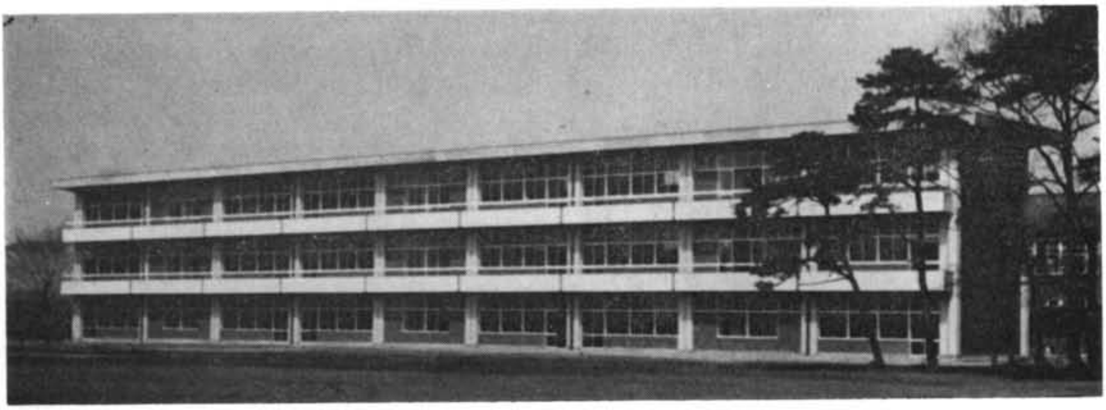
〈付図―1〉 応用例における学校の計画鳥瞰図：

実際の設計計画に当っては，本論の動線計画の上に，敷地内既存プールは今後も活用し，自然の雑木林はなるべく保存するという条件を加味して，プールを中心に体育的活動スペースをまとめた．この種の建築の設計の場合，各ブロックの相互的位置関係が，上のような検討によって確認されて，はじめて，ブロックプランは推進され得るものであろう．

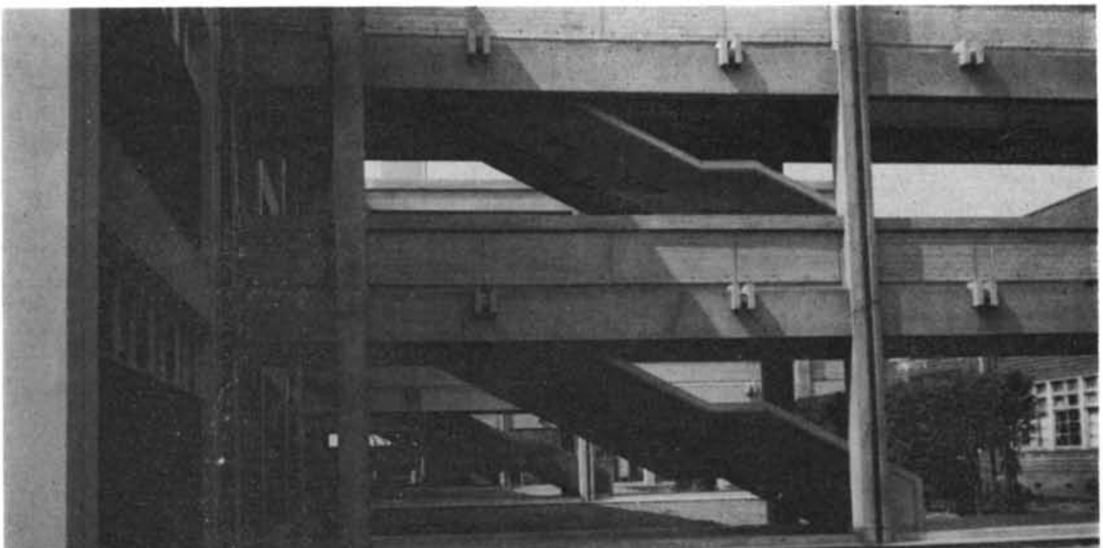
なお，本図は，視点の関係により，記号は **fig―24** をほぼ180°廻転した位置になっている．

〈付図―2～3〉 同校高等部ホームルーム棟（Ｓブロック）：

本来，学校建築の建設に際し，設計計画上，問題となるべきことは多々あり，あるブロックだけをとり上げれば，またその中で，ユニットプランなどについて，個々の問題を検討せねばならぬが，本論では触れない．いずれ機会を改めて，設計計画の研究については，その設計過程における位置づけを行って論じたい．ここでは，ただ，本論を応用して設計した学校建築が，計画案通りその一部の完成したことを報告しておきたい．（竣工：昭和38年３月23日）



付図―2



付図―3