

## フーリエ級数展開による構造物のランダム地震応答解析法 (続報)

—複素モーダルアナリシスへの応用—

伊藤 哲次

## § 1. はじめに

すでにフーリエ級数展開による構造物のランダム地震応答解析法<sup>1)</sup>については、フーリエ変換に Fast Fourier Transform (FFT)<sup>2)</sup> の手法を取り入れることにより、計算精度、スピードにおいて従来の直接積分法(Runge-Kutta 法や Newmark  $\beta$ -method 等)と比較しても、あまり問題にならないことが確かめられている。(文献1)参照)

一方、近年巨大な構造物や複雑な構造物、たとえば原子力発電所等の地震応答解析を行なう場合、各構成部材が色々異なるため、それらの振動特性も当然異なってくる<sup>3)</sup>。それゆえ、応答解析も非常に難しくなる。とくに減衰特性については、おのおのの性状が異なるため、構造物全体としての減衰マトリクスを考えた場合、これまでのような、質量マトリクスと剛性マトリクスよりなる固有値解析から得られる固有ベクトルによっては、かならずしもこの減衰マトリクスは対角マトリクス化されない<sup>4),5)</sup>。それゆえ、従来のモーダルアナリシスの解析手法は、このような構造物の応答計算を行なう場合使用できない。そこで、このような構造物に対しては、減衰マトリクスをも含めた固有値解析を行ない、得られた複素表示された固有値、固有ベクトルから導かれる、モーダルアナリシスが適用される<sup>6),7),8)</sup>。そしてこの解析法では、応答計算を行なう方程式が、複素表示された1階微分方程式の型をしている。それゆえ、この方程式の解法に、フーリエ級数展開による応答計算法を使用することにした。そして十分な精度で解析可能か否かを調べた。

本論では、はじめに以上述べてきた計算法を導き、つづいて例題として、本計算法を適用した地震応答解析を行ない、これまでの計算法と比較検討を行なった。

## § 2. 解析方法

## 2.1 固有値解析

$N$ 個の自由度をもつ構造物の自由振動方程式は、一般に次のように表わされる。

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{0\} \quad \dots(1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} [M] &: N \times N \text{ 全体系質量マトリクス} \\ [C] &: \quad \quad \quad \text{減衰マトリクス} \\ [K] &: \quad \quad \quad \text{剛性マトリクス} \\ \{U\} &: N \times 1 \text{ 全体系変位ベクトル} \end{aligned}$$

つぎに式(1)を次式のように変形し、

$$\begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ U \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K \\ K & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \dot{U} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots(2)$$

さらに、変位ベクトルをつぎのようにおいて、

$$\begin{Bmatrix} U \\ \dot{U} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v \\ \lambda v \end{Bmatrix}_j e^{\lambda_j t} = [V]_j e^{\lambda_j t} \quad \dots(3)$$

ここで、

$\lambda_j$ :  $j$  次の固有値 (複素数)

$[V]_j$ : " 固有ベクトル (複素数)

$$j = 1, 2, 3, \dots, 2N$$

式(3)を式(2)に代入し、次式で表わされる固有値解析を行ない、各次数の固有値、固有ベクトルを求める。

$$\lambda_j \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} [V]_j = - \begin{bmatrix} 0 & K \\ K & C \end{bmatrix} [V]_j \quad \dots(4)$$

そしてつぎの関係式で示されるように、各次数の固有ベクトルを正規直交化する。すなわち今  $i$  次、 $j$  次の固有ベクトルを、それぞれ  $[V]_i$ 、 $[V]_j$  とすると、

$$[V]_i^T \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} [V]_j = \delta_{ij} \quad \dots(5)$$

ここで、 $\delta_{ij}$  は Kronecker のデルタ記号で、つぎのように定義される。

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \dots \dots i = j \\ 0 & \dots \dots i \neq j \end{cases}$$

そして、式(5)の関係より、各次数の固有値はつぎのよ

うに表わされる。

$$\lambda_j = -\{V\}_j^T \begin{bmatrix} 0 & K \\ K & C \end{bmatrix} \{V\}_j \quad \dots(6)$$

以上、式(4)を解くことにより、 $2N$ 個の複素固有値、固有ベクトルが求まる、ところで、式(4)は実数マトリクスから形成されているので、 $\lambda_j$ 、 $\{V\}_j$ が求まると、それらに共役な  $\bar{\lambda}_j$ 、 $\{\bar{V}\}_j$ が同時に求まる。

なお、 $\lambda_j$ は次式のように表わされる。

$$\lambda_j(\text{or } \bar{\lambda}_j) = -\omega_j h_j \pm i \omega_j \sqrt{1 - h_j^2} \quad \dots(7)$$

ここで、

$\omega_j$  :  $j$  次固有円振動数

$h_j$  : " $\eta$ " 減衰定数

$i$  : 虚数単位

## 2.2 地震応答解析

式(1)の自由振動方程式に地震外力が加わった場合、運動方程式は一般につぎのように表わされる。

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M]\{\delta\}\ddot{y} \quad \dots(8)$$

ここで、

$\ddot{y}$  : 入力地震加速度

$\{\delta\}$  : 地震外力ベクトル (入力加速度で1にノーマライズされている。)

つぎに、式(1)を式(2)に変形したように、式(8)を次式のように変形する。

$$\begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ U \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K \\ K & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \dot{U} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \delta \end{Bmatrix} \ddot{y} \quad \dots(9)$$

さらに、固有値解析結果を利用し、変位ベクトルを次式のようにおき、

$$\begin{Bmatrix} U \\ \dot{U} \end{Bmatrix} = [V]\{q\} \quad \dots(10)$$

ここで、

$[V]$  :  $2N \times 2N$  固有ベクトルを並べたマトリクス

$\{q\}$  :  $2N \times 1$  規準時刻関数ベクトル (複素数)

式(10)を式(9)に代入し、前から  $[\lambda][V]^T$  をかけ、式(5)、式(6)の関係を使って整理すると、

$$[\lambda]\{\dot{q}\} - [\lambda^2]\{q\} = -\{\beta\}\ddot{y} \quad \dots(11)$$

ここで、

$[\lambda]$  :  $2N \times 2N$  固有値マトリクス (対角マトリクス)

$\{\beta\}$  :  $2N \times 1$  刺激係数ベクトル (複素数)

ところで、 $\{\beta\}$ についてはつぎのような関係がある。すなわち、いま  $\{\delta\}$  を次式のように表わすと、

$$\{\delta\} = \beta_1 \{v\}_1 + \bar{\beta}_1 \{\bar{v}\}_1 + \dots + \beta_N \{v\}_N + \bar{\beta}_N \{\bar{v}\}_N \quad \dots(12)$$

$\{0, \delta\}^T$  はつぎのように表わすことができる。

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \delta \end{Bmatrix} = \frac{\beta_1}{\lambda_1} \begin{Bmatrix} v \\ \lambda v \end{Bmatrix}_1 + \frac{\bar{\beta}_1}{\bar{\lambda}_1} \begin{Bmatrix} \bar{v} \\ \bar{\lambda} \bar{v} \end{Bmatrix}_1 + \dots + \frac{\beta_N}{\lambda_N} \begin{Bmatrix} v \\ \lambda v \end{Bmatrix}_N + \frac{\bar{\beta}_N}{\bar{\lambda}_N} \begin{Bmatrix} \bar{v} \\ \bar{\lambda} \bar{v} \end{Bmatrix}_N = [V][\lambda]^{-1}\{\beta\} \quad \dots(13)$$

それゆえ、式(9)を式(11)に変換した場合の右辺は、式(13)の関係を使うと、つぎのようにして導かれる。

$$-[\lambda][V]^T \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \delta \end{Bmatrix} \ddot{y} = -[\lambda][V]^T \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} [V][\lambda]^{-1}\{\beta\} \ddot{y} = -[\lambda][\lambda]^{-1}\{\beta\} \ddot{y} = -\{\beta\} \ddot{y} \quad \dots(14)$$

そして、各次式の  $\beta_j$  は次式より求まる。すなわち、

$$\beta_j = \lambda_j [V]_j^T \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \delta \end{Bmatrix} = \lambda_j \{v^T, \lambda v^T\}_j \begin{Bmatrix} 0 \\ M\delta \end{Bmatrix} = \lambda_j^2 \{v\}_j^T [M]\{\delta\} \quad \dots(15)$$

なお、式(15)より  $\beta_j$  を求める場合に使用する  $\{v\}_j$  は、 $\{v\}_j$  の最大値が1になるようにノーマライズした値とする。

式(11)に戻って、いま  $j$  次のみを取り出してみると、

$$\lambda_j \dot{q}_j - \lambda_j^2 q_j = -\beta_j \ddot{y} \quad \dots(16)$$

さらに次式の関係を使うと、

$$q_j = \beta_j r_j \quad \dots(17)$$

式(16)はつぎのように表わされる。

$$\lambda_j \dot{r}_j - \lambda_j^2 r_j = -\ddot{y} \quad \dots (18)$$

ここで、 $r_j$  は  $q_j$  同様、規準時刻関数を示す。

以上、式(18)で表わされる各次数についての、複素表示された1階の微分方程式を解法し、式(17)→式(10)に順次代入して、地震応答解析を行なうことができる。すなわち、変位および加速度応答値はそれぞれ、

$$\{U\} = \{v\}_1 \beta_1 r_1 + \{\bar{v}\}_1 \bar{\beta}_1 \bar{r}_1 + \dots + \{v\}_N \beta_N r_N + \{\bar{v}\}_N \bar{\beta}_N \bar{r}_N = 2 \sum_{j=1}^N \text{Re}(\{v\}_j \beta_j r_j) \quad \dots (19)$$

$$\{\dot{U}\} = \{v\}_1 \beta_1 \dot{r}_1 + \{\bar{v}\}_1 \bar{\beta}_1 \dot{\bar{r}}_1 + \dots + \{v\}_N \beta_N \dot{r}_N + \{\bar{v}\}_N \bar{\beta}_N \dot{\bar{r}}_N = 2 \sum_{j=1}^N \text{Re}(\{v\}_j \beta_j \dot{r}_j) \quad \dots (20)$$

のように表わされる。

ところで式(18)の解は、Duhamel の定理を使うと、つぎのように表わされる。

$$r_j(t) = -\frac{1}{\lambda_j} \int_0^t \ddot{y}(\tau) e^{\lambda_j(t-\tau)} d\tau \quad \dots (21)$$

しかしながら、入力地震加速度波として、実地震のようなランダム波を考えた場合、式(21)を直接積分して求めようとすると、計算時間が非常にかかり、かならずしも良い計算法とはいえない。ところが入力地震加速度波として調和波を考えると、式(21)より解析的に解を求めることができる。それゆえ、ランダムな入力地震波を考えた場合も、いったんこれを Fourier 級数に展開して調和波の和として扱うと、その解も解析的に求めることができる。つぎに調和波が入力した場合と、ランダム地震波が入力した場合について求めてみることにしよう。

(i) 調和波が入力した場合

いま入力地震加速度として調和波形を考えると、

$$\ddot{y}(t) = a_n \cos \omega_n t \quad \dots (22)$$

式(22)を式(21)に代入し、 $r_j$ 、 $\dot{r}_j$  を求めると次式のように表わされる。すなわち、

$$r_{jn}(t) = -\frac{a_n(\omega_n \sin \omega_n t - \lambda_j \cos \omega_n t)}{\lambda_j(\lambda_j^2 + \omega_n^2)} - \frac{a_n e^{\lambda_j t}}{\lambda_j^2 + \omega_n^2} \quad \dots (23)$$

$$\dot{r}_{jn}(t) = -\frac{\omega_n a_n(\lambda_j \sin \omega_n t + \omega_n \cos \omega_n t)}{\lambda_j^2 + \omega_n^2} - \frac{\lambda_j^2 a_n e^{\lambda_j t}}{\lambda_j^2 + \omega_n^2} \quad \dots (24)$$

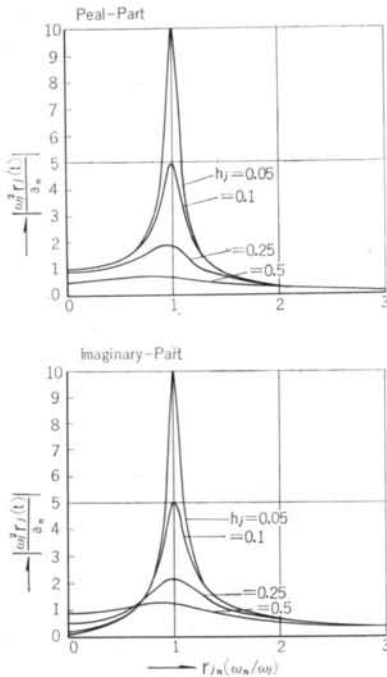


図-1 変位応答特性

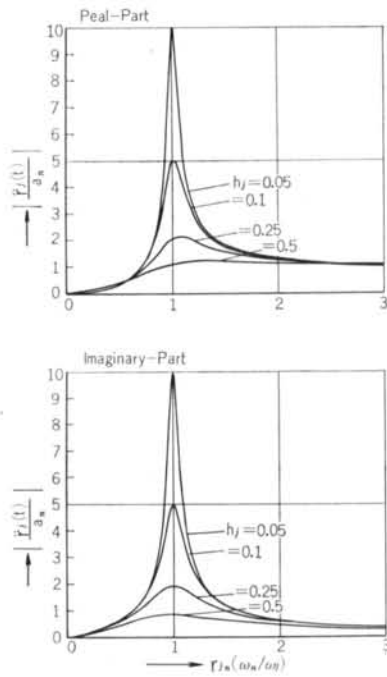


図-2 加速度応答特性

ここで、初期条件はつぎのように仮定した。

$$r_j(t=0)=0$$

すなわち、

$$U_j(t=0)=\dot{U}_j(t=0)=0$$

ところで、式23, 24の第1項は定常振動項、第2項は初期条件によって決まる自由減衰振動項を表わす。そしてとくに定常振動項の振動特性を知るために、変位ならびに加速度応答倍率を求め、それらを図-1~2に示す。なお、 $r_{jn}$ ,  $\dot{r}_{jn}$  は複素表示されているので、実数部、虚数部別に示した。これらの結果からもわかるように、変位、加速度とも、その実数部、虚数部の特性はほぼ同じ性状を示している。また通常の1質点系の振動特性と較べても、ほぼ等しい性状を持っていることがわかる。

(ii) ランダム地震波が入力した場合

つぎに入力波として、実地震のようなランダム波を考えた場合について、その解を求めてみよう。はじめに、ランダム地震波を Fourier 級数展開し、調和波形の和として考える。すなわち、

$$\ddot{y}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t\} \quad \dots\dots 25$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} \ddot{y}(t) \cos \omega_n t dt \\ b_n &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} \ddot{y}(t) \sin \omega_n t dt \\ \omega_n &= \frac{2n\pi}{T_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots 26$$

$$n=0, 1, 2, \dots$$

$T_0$ : 計算に使用する地震波の長さ (sec)

一方、調和波が入力した場合の各次数の応答値については、すでに式23, 24で求まっている。それゆえ、式25で表わされるようなランダム地震波が入力した場合の応答値は次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} r_j(t) \\ \text{or } \dot{r}_j(t) \end{aligned} \right\} = \frac{A_{j0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{A_{jn} \cos \omega_n t + B_{jn} \sin \omega_n t\} + e^{\lambda_j t} \sum_{n=0}^{\infty} C_{jn} \quad \dots\dots 27$$

ここで変位応答値については、

$$\left. \begin{aligned} A_{jn} &= \frac{\lambda_j a_n + \omega_n b_n}{\lambda_j(\lambda_j^2 + \omega_n^2)} \\ B_{jn} &= \frac{-\omega_n a_n + \lambda_j b_n}{\lambda_j(\lambda_j^2 + \omega_n^2)} \\ C_{jn} &= -A_{jn} \end{aligned} \right\} \dots\dots 28$$

加速度応答値については、

$$\left. \begin{aligned} A_{jn} &= -\frac{\omega_n(\omega_n a_n - \lambda_j b_n)}{\lambda_j^2 + \omega_n^2} \\ B_{jn} &= -\frac{\omega_n(\lambda_j a_n + \omega_n b_n)}{\lambda_j^2 + \omega_n^2} \\ C_{jn} &= -\frac{\lambda_j(\lambda_j a_n + \omega_n b_n)}{\lambda_j^2 + \omega_n^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots 29$$

ところで、式27のはじめの2項はそのまま応答値  $r_j$  あるいは  $\dot{r}_j$  を、Fourier 級数に展開した型に表わされているが、最後の自由減衰振動項はその型を示していない。それゆえ、これらの項も Fourier 級数に展開する必要がある。すなわち、いま、

$$Z_j = \sum_{n=0}^{\infty} C_{jn} \quad \dots \text{⑩}$$

$$g_j(t) = Z_j e^{\lambda_j t} \quad \dots \text{⑪}$$

とおくと、 $g_j(t)$  もつぎのように Fourier 級数に展開される。

$$g_j(t) = \frac{A_{j0}'}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_{jn}' \cos \omega_n t + B_{jn}' \sin \omega_n t] \quad \dots \text{⑫}$$

ここで、

$$A_{jn}' = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} g_j(t) \cos \omega_n t dt = \frac{2Z_j}{T_0} \int_0^{T_0} e^{\lambda_j t} \cos \omega_n t dt = \frac{2\lambda_j(e^{\lambda_j T_0} - 1)}{T_0(\lambda_j^2 + \omega_n^2)} Z_j \quad \dots \text{⑬}$$

$$B_{jn}' = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} g_j(t) \sin \omega_n t dt = \frac{2Z_j}{T_0} \int_0^{T_0} e^{\lambda_j t} \sin \omega_n t dt = -\frac{2\omega_n(e^{\lambda_j T_0} - 1)}{T_0(\lambda_j^2 + \omega_n^2)} Z_j \quad \dots \text{⑭}$$

したがって、式⑫を式①に代入することにより、応答値は次式で表わされるように、Fourier 級数に展開された型になっている。

$$\text{or } \begin{cases} r_j(t) \\ \ddot{r}_j(t) \end{cases} = \frac{1}{2} (A_{j0} + A_{j0}') + \sum_{n=1}^{\infty} [A_{jn} + A_{jn}'] \cos \omega_n t + (B_{jn} + B_{jn}') \sin \omega_n t \quad \dots \text{⑮}$$

それゆえ、式⑮を計算することにより、各次数についての応答が求まる。なお実際に式⑮、⑯を計算する場合は FFT を利用する。また図-3 に以上の計算順序を簡単にフローチャートで示す。

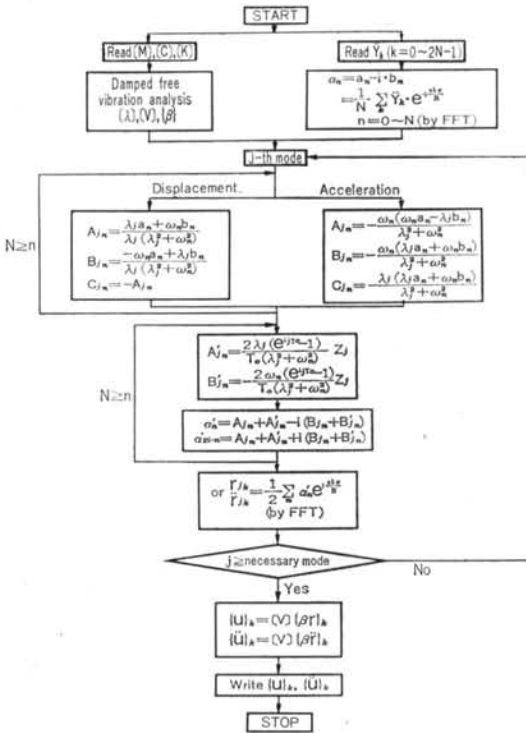


図-3 地震応答計算フローチャート

### § 3. 例題 (原子力発電所地震応答解析への応用)

つぎに、以上述べてきた解析法を、図-4 に表わされているような、8 自由度に単純化された原子力発電所プラントの地震応答解析に応用してみた。

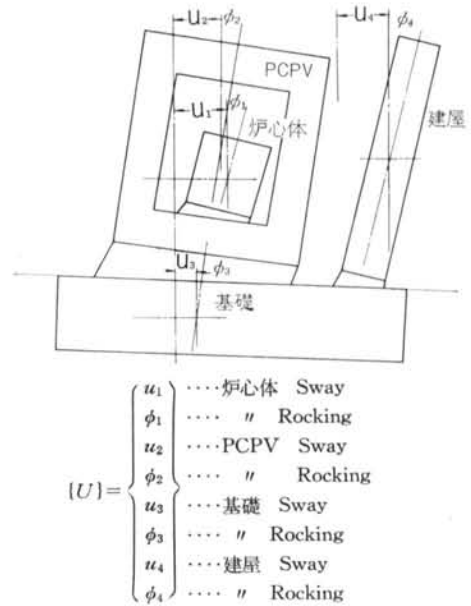


図-4 解析モデル

項目	基礎	PCPV	炉心体	建屋
質量 ( $t \cdot s^2/cm$ )	57.8	55.2	5.40	16.0
慣性モーメント ( $t \cdot s^2 \cdot cm$ )	$2.35 \times 10^8$	$8.71 \times 10^7$	$1.68 \times 10^6$	$2.14 \times 10^7$
水平ばね定数 ( $t/cm$ )	$1.62 \times 10^8$	$5.18 \times 10^8$	$1.16 \times 10^4$	$6.17 \times 10^8$
回転ばね定数 ( $t \cdot cm$ )	$1.20 \times 10^{12}$	$7.80 \times 10^{12}$	$8.70 \times 10^9$	$2.67 \times 10^{11}$
水平減衰係数 ( $t \cdot s/cm$ )	$5.62 \times 10^9$	$5.38 \times 10^9$	9.99	$6.17 \times 10^9$
回転減衰係数 ( $t \cdot s \cdot cm$ )	$3.44 \times 10^{10}$	$2.61 \times 10^9$	$4.83 \times 10^6$	$2.67 \times 10^{11}$

表-1 モデル解析諸定数

ここでは、原子力発電所プラントを、基礎—Prestressed Concrete Pressure Vessel (PCPV)—炉心体—建屋の4つの構造体からなるモデルとし、各構造体を剛体として扱い、変位ベクトルとしてのおおの中心における水平変位 (Sway) および回転変位 (Rocking) のみを考慮した。そして各成分に対する減衰の与えかたは、炉心体、PCPVおよび建屋については、水平、回転両成分について、各1次モードの減衰定数が臨界減衰値に対してそれぞれ、2、5、5%となるように求めた。また基礎については、地下逸散減衰を考慮して求めた。なお計算に使用した各定数値を参考までに表-1に示す。

Mode	最大変位応答値(cm)		最大加速度応答値(gal)	
	実数部	虚数部	実数部	虚数部
1 st	2.204	2.514	930.3	774.4
2 nd	0.529	0.614	395.2	371.9
3 rd	0.781	0.693	830.7	794.7
4 th(A)	0.156	—	228.1	—
4 th(B)	0.027	—	117.2	—
5 th	0.046	0.026	235.2	270.0
6 th	0.0262	0.0137	145.1	170.5
7 th	0.0094	0.0059	36.9	89.1
8 th	0.0024	0.0006	7.2	39.2

表-3 各次数の最大応答値

### 3.1 固有値解析

以上のデータをもとに式(4)より固有値解析を行ない、得られた結果を無減衰固有値解析結果とともに表-2に示す。これらの結果からもわかるように、この例題では各次数の固有振動数が、減衰のあるなしによって、大きく異なることはなかった。しかしながら固有ベクトルについてはかなりの相違がみられた。特に各ベクトル間の位相ずれは大きく異なっている。このことは、無減衰の固有値解析結果は、位相ずれが0 (同位相) か $\pi$  (逆位相) のどちらかであるのに対して、減衰を含めると、位相ずれが0~ $2\pi$ の全ての範囲で存在することである。

		モーダルアナリシス			$\beta$ -method	
		1 st~5 th	1 st~4 th	1 st~3 rd	$\beta = 1/4$	$\beta = 1/6$
炉心体 頂部	$U(cm)$	2.470	2.470	2.475	2.459	2.458
	$A(gal)^{1)}$	1820	1821	1820	1829	1814
炉心体 中央部	$U(cm)$	1.833	1.832	1.830	1.820	1.824
	$A(gal)$	1299	1298	1299	1303	1292
PCPV 頂部	$U(cm)$	1.143	1.143	1.163	1.136	1.138
	$A(gal)$	472.6	472.8	478.3	472.2	472.7
PCPV 中央部	$U(cm)$	0.8901	0.8902	0.8887	0.8878	0.8889
	$A(gal)$	439.1	439.2	439.3	434.9	435.3
建屋 頂部	$U(cm)$	4.110	4.110	4.127	4.092	4.095
	$A(gal)$	1275	1275	1262	1273	1281
建屋 中央部	$U(cm)$	3.710	3.710	3.710	3.696	3.700
	$A(gal)$	1159	1159	1159	1153	1158
計算時間	(sec)	3.9	3.5	2.5	1.2	1.7

[注] 1) 加速度値はすべて絶対加速度で示してある

表-4 最大応答値

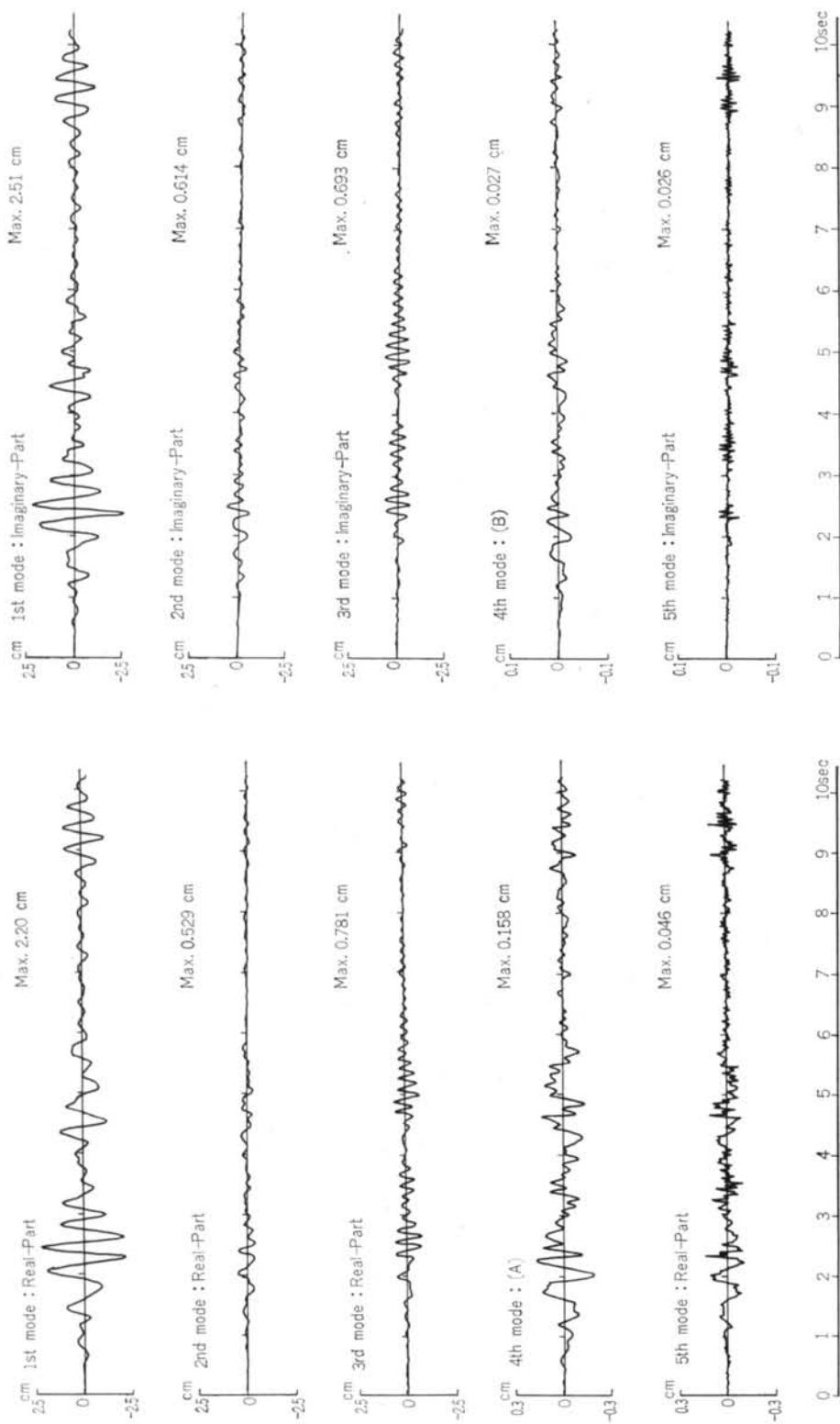
Mode	1st		2nd		3rd		4th	
	$f(\text{Hz})$	$h$	$f(\text{Hz})$	$h$	$f(\text{Hz})$	$h$	$f(\text{Hz})$	$h$
$f(\text{Hz})$	2.809 <sup>1)</sup>	—	4.255	4.119	5.430	5.647	10.97	10.51
$h$	0.088	—	0.276	—	0.057	—	1.103	—
$\beta$	0.8766 ± $i$ - 0.0933	1.701	0.4611 ± $i$ 0.8395	-1.478	-0.1116 ± $i$ - 0.6505	0.902	(A) -0.4462 (B) 0.8437	-0.453
$u_1$	0.19933(±36.6) <sup>2)</sup>	0.22617	1.00000(±61.2)	1.00000	1.00000(±99.7)	1.00000	0.07016	0.02861
$\phi_1$	0.00006(±31.7)	0.00006	0.00044(±83.3)	0.00043	0.00068(±94.7)	0.00073	-0.00030	-0.00016
$u_2$	0.15317(±39.9)	0.17617	0.60256(±25.7)	0.42748	0.12629(±141.1)	-0.16696	0.01851	-0.05496
$\phi_2$	0.00003(±38.1)	0.00003	0.00010(±27.4)	0.00006	0.00002(±141.4)	-0.00002	-0.00035	-0.00038
$u_3$	0.07443(±42.4)	0.08727	0.28369(±18.6)	0.20322	0.05865(±131.0)	-0.08521	1.00000	1.00000
$\phi_3$	0.00003(±38.3)	0.00002	0.00010(±25.1)	0.00006	0.00002(±137.6)	-0.00002	-0.00036	-0.00044
$u_4$	1.00000(±6.1)	1.00000	0.46103(±157.1)	-0.44469	0.05365(±42.1)	0.06365	0.00808	0.00209
$\phi_4$	0.00006(±14.0)	0.00006	0.00006(±37.3)	0.00003	0.00001(±135.5)	-0.00001	-0.00031	-0.00022
Mode	5th		6th		7th		4th	
$f(\text{Hz})$	16.00	16.02	18.51	18.73	27.25	28.18	57.54	58.61
$h$	0.039	—	0.079	—	0.263	—	0.121	—
$\beta$	0.0082 ± $i$ - 0.0264	-0.0326	0.0030 ± $i$ - 0.0061	0.0104	0.0314 ± $i$ 0.0406	-0.0077	-0.0041 ± $i$ 0.0008	0.00056
$u_1$	1.00000(±72.8)	1.00000	0.37304(±80.6)	0.09887	0.09928(±21.8)	-0.12525	0.14508(±116.8)	0.15356
$\phi_1$	0.00492(±106.0)	-0.00492	0.00148(±109.0)	-0.00019	0.00033(±155.8)	0.00043	0.00066(±66.6)	-0.00071
$u_2$	0.04590(±147.3)	-0.02599	1.00000(±63.9)	-0.69085	0.87423(±142.4)	1.00000	0.94364(±60.5)	-0.98655
$\phi_2$	0.00002(±92.0)	0.00000	0.00027(±5.7)	-0.00030	0.00030(±91.0)	-0.00038	0.00729(±111.9)	0.00819
$u_3$	0.05371(±123.0)	-0.09568	0.87895(±172.6)	1.00000	1.00000(±52.3)	-0.97599	1.00000(±168.4)	1.00000
$\phi_3$	0.00002(±74.8)	0.00000	0.00021(±49.1)	-0.00013	0.00054(±70.5)	-0.00064	0.00205(±41.9)	-0.00253
$u_4$	0.00638(±80.1)	0.00273	0.00557(±28.5)	-0.42900	0.01516(±89.3)	0.01071	0.00516(±156.3)	0.00301
$\phi_4$	0.00005(±54.7)	0.00001	0.00009(±128.4)	0.00742	0.00033(±149.2)	0.00039	0.00021(±142.7)	0.00025

[注] 1) 減衰を含む固有値解析結果

2) 無減衰固有値解析結果

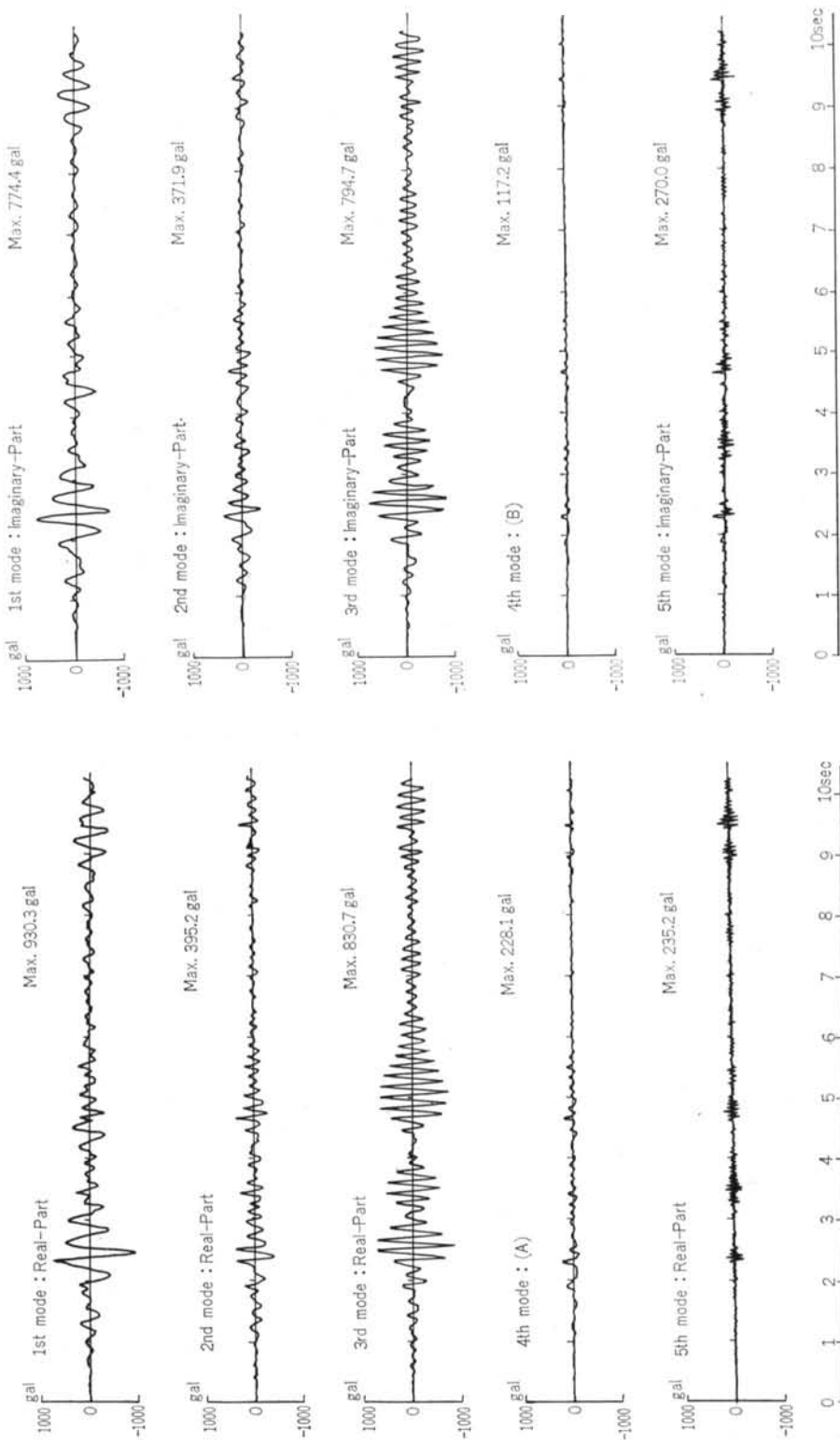
3) 複素数ベクトル値をその絶対値と位相差角度(カッコ内の値)で表わしている

表-2 固有値解析結果



图—5 各次数单位态答波形





图—6 各次数加速度响应波形

なお、本例題では4次モードにおいて、減衰定数： $h_4$ が1より大きいため、式(7)より計算されるとおり、その固有値： $\lambda_4$ が実数で表わされる。それゆえ、対応する固有ベクトルも実数で表わされる。

### 3.2 地震応答解析

前節の固有値解析より得られた結果をもとにして、2章で述べた計算法によって地震応答解析を行なった。また、式(8)を直接積分法(Newmark  $\beta$ -method)によって求め、両計算法によって求めた応答値の比較検討を行なうことにした。なお、計算に使用した地震波はEL-CENTRO, 1940, N-S, 最大値 319.4gal とした。

表-3には式(8)より得られた各次数ごとの変位、ならびに加速度の最大応答値を示してある。さらに各次数ごとの応答波形の一部を図-5, 6に示す。また、表-4

には各部の最大応答値を、本計算法によって求めた値と、 $\beta$ -method によって求めた値を並べて表わした。さらに、図-7, 8には応答波形の一部を参考までに示した。

以上の結果からもわかるように、両計算法によって求めた応答値は良く一致している。ことに本例題では、3次のモードまで考慮しても十分良く合っている。これは4次モードの減衰定数が1以上という過減衰状態にあるため、振動現象を起こさないこと(図-5, 6の4次の応答波形参照)、そのうえ、5次以上では固有振動数が10Hz以上と高いことと、刺激係数が1~3次に較べて非常に小さいため、応答値に与える影響がほとんどないためであろう。

つぎに、計算スピードについて簡単に述べよう。固有値計算については、本例題では自由度が小さかったこと

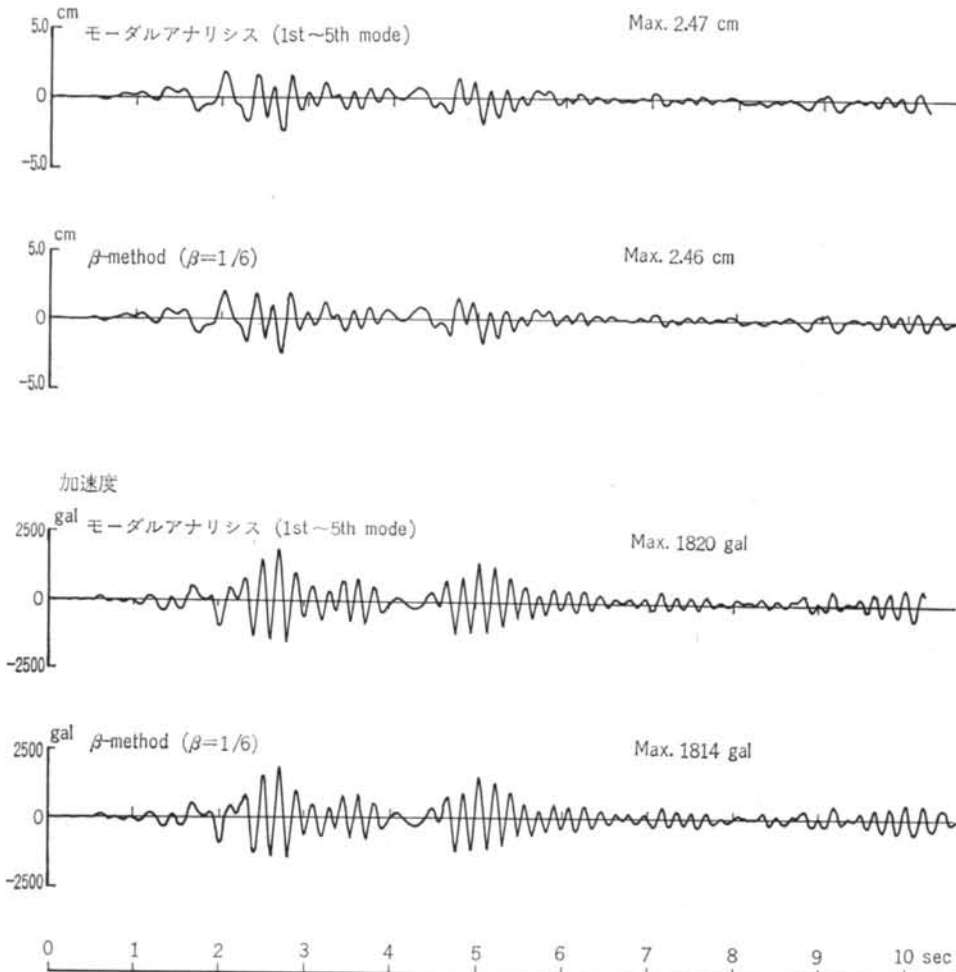


図-7 応答波形(炉心体頂部)

もあってあまり問題にならなかったが、式(4)からもわかるように、計算に使われるマトリクスの大きさが2倍になるので、自由度が増した場合、計算時間はかなり増加するものと思われる。一方、応答計算については、表-4に示すように、本計算法に較べて $\beta$ -methodの方が短時間で解析可能であった。しかしながら、このことは本例題の自由度が比較的小さかったため、このような結果が現われたものと思われる。すなわち、本計算法のようなモード合成法では、応答計算時間が自由度にほぼ比例して増加するが、 $\beta$ -methodのような直接積分法では、マトリクス計算を行なっているため、自由度のほぼ2乗に比例して増加するものと思われるからである。それゆえ、自由度がもっと大きくなった場合、逆に本計算法に

よる計算時間のほうが短くなる。なお、使用した計算機は IBM-360, Model-195 である。

#### § 4. おわりに

本論では構造物の地震応答解析を行なう計算法として、減衰マトリクスを含めた型の固有値解析を行ない、得られた複素表示の固有値、固有ベクトルを使い、モーダルアナリシスによって応答値を求める方法を述べた。そして、フーリエ級数展開による地震応答計算法を使用することにより、十分な精度で計算可能なことも確かめられた。ただ、本解析法の問題点は、式(4)で表わ

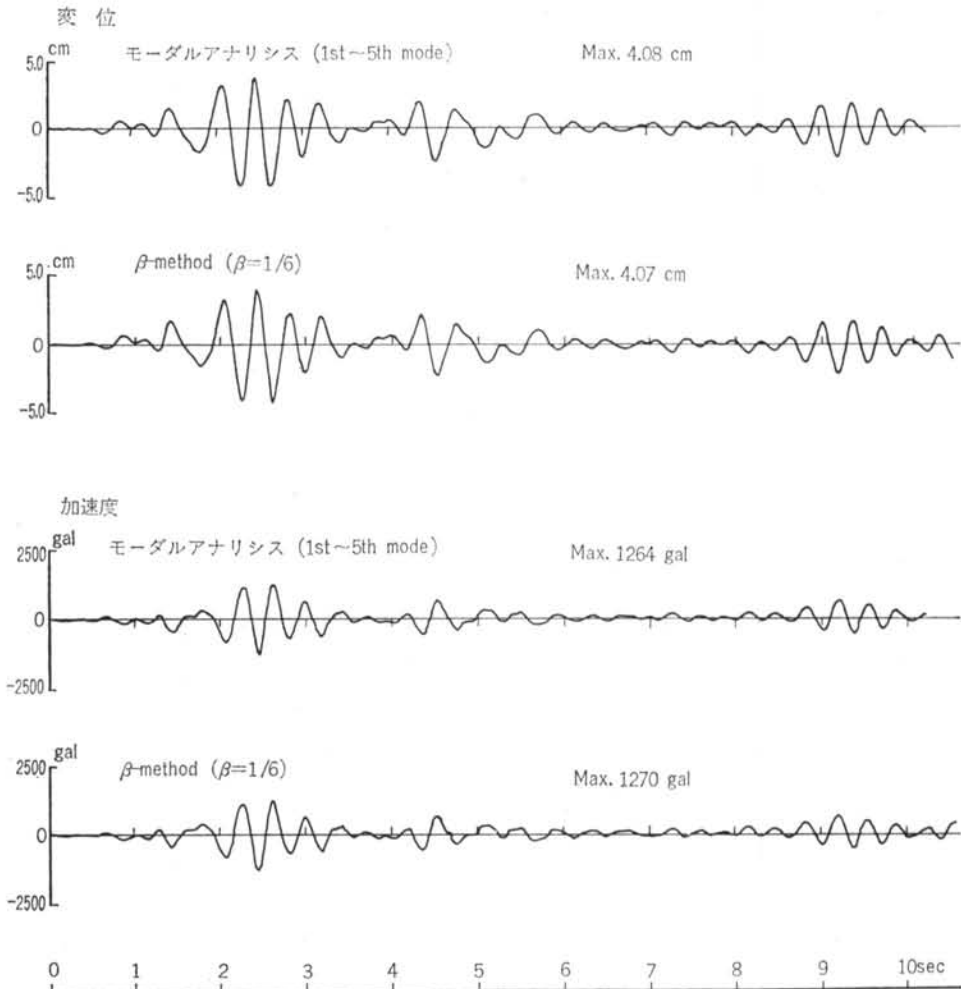


図-8 応答波形(建屋とPCPVの接続部)

される複素固有値計算の処理方法にかかっている。例題では自由度が小さかったため、容易に固有値計算が行なえたが、自由度が大きくなった場合、計算時間が相当かかる。一方、この固有値計算が済めば、その後の応答計算はモーダルアナリシスを使うことにより、自由度が

増した場合、逆に計算時間が少なくてすむものと思われるので、容易となろう。

おわりに、本解析を行うに当ってご指導いただいた、当研究所山原浩氏を始めとする多くの方々に深く感謝の意を表わします。

#### <参考文献>

- 1) 伊藤哲次, 山原浩: “フーリエ級数展開による構造物のランダム地震応答解析” 日本建築学会論文報告集第190号, 昭和46年12月 pp. 35~41
- 2) W. T. Cochran, et al.: “What is the Fast Fourier Transform?”, Tran. IEEE, AU-15, No. 2, (1967) pp. 45~79
- 3) 平島新一, 小柳義雄: “原子力発電所の耐震解析 (その1)” 日本建築学会大会学術講演梗概集, 昭和47年 pp. 651~652
- 4) T. K. Caughey: “Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic System” J. Appl. Mech. 27 (1960) pp. 269~271
- 5) E. L. Wilson, J. Penzien: “Evaluation of Orthogonal Damping Matrices” Int. J. Num. Meth. Engng. 4 (1972) pp. 5~10
- 6) W. C. Hurty, M. F. Rubinstein: “Dynamics of Structures” Prentice-Hall (1964) pp. 313~337
- 7) 武藤清, 小林俊夫: “減衰付振動方程式のモーダルアナリシス” 日本建築学会大会学術講演梗概集 昭和45年 pp. 323~324
- 8) 山田善一, 後藤洋三: “非比例減衰をもつ多自由度系の振動解析” 日本鋼構造協会第5回大会研究集会論文集 昭和46年 pp. 346~353