

## 設備における電算機の応用 (その3)

### — 1次元熱流応答係数計算プログラムの開発 —

桜井 翰

#### § 1. はじめに

今日、世界的な規模でエネルギー資源の枯渇や、燃料消費等に基づく環境汚染が深刻な社会問題となってきた。このような社会的条件を背景に建築物においても熱源システムを中心に、空調システムの設計計画段階において省エネルギー、あるいはエネルギーの有効利用といったテーマにより積極的に取組む傾向にある。とくに大規模建築物における熱回収システムの計画、あるいは設備運転費等の算定に対しては、年間にわたる負荷変動を予め知っておく必要があり、それには諸条件のもとでのシュミレーション解析が不可欠といえる。このような目的で、“熱負荷計算プログラムの開発”として研究所報 Vol. 18 に報告済みのプログラム (THLC 00) は目下、設計部等において利用されつつあるが、このプログラムは熱流の定常計算をベースとしており (一部非定常)、動的負荷のシュミレーション解析用としては問題点が多い。

一般に日射、外気温あるいは室温変動はランダムであり、また壁体、床、机等の蓄熱特性 (熱流の時間遅れ) によって熱負荷変動は非定常的に行なわれるのが実状である。前述の報告済みのプログラムにおいても外壁、屋根からの流入 (出) 熱流に対しては外気温、日射の外乱条件を周期的として解を求め、いわゆる相当温度差を用いた周期非定常の考えを用いている。これに対して近年、ランダムな外乱条件のもとで多層平面壁の非定常熱流解を得ることができるいわゆる“励振と応答”の考えを導入した Response Factor (熱流応答係数) 法が D. G. Stephenson, G. P. Mitalas らによって提案され動的負荷解析等に使われはじめている。

ここに、Response Factor 法による一般多層平面壁に対する1次元熱流計算法を明確にするとともに、Response Factor 計算プログラムの完成をみたので、その内容解説ならびに相当温度差法による熱流計算値との比較例を報告する。

#### § 2. 熱流応答係数による1次元熱流計算法

##### 2.1 励振と応答

すべての物理現象は“励振と応答”として捉えることができる。いま励振が  $\delta$  関数として与えられ、それに対する応答現象が“重量の原理”<sup>(注1)</sup>に従う現象であるならば、時刻  $\tau$  において単位時間当り入力する励振エネルギー量を  $E(\tau)$ 、その  $\delta$  関数に相当する  $E(\tau)d\tau$  に対する応答量、すなわち重み関数を  $\varphi(\tau)$  とするとき時刻  $t$  において示される応答量総和  $R(t)$  は、次式で示される Duhamel の積分によって求められる。

$$R(t) = \int_{-\infty}^t E(\tau)\varphi(t-\tau)d\tau \quad \dots\dots(1)$$

ここで、 $\delta$  関数とは次式によって定義される関数である (図-1 参照)。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \tau \leq \varepsilon \text{ にて, } \delta(\tau) &= \frac{1}{\varepsilon} \\ \tau < 0, \tau > \varepsilon \text{ にて, } \delta(\tau) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

として、

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{\varepsilon} \delta(\tau)d\tau = 1$$

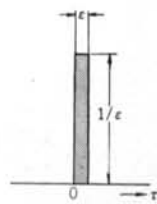


図-1 δ(τ)関数

##### 2.2 平面壁の1次元熱流応答

図-2 に示すごとき平面壁において壁面に垂直方向の1次元熱流を考慮して壁表面 I, II 面における時刻  $t$  での単位面積、時間当りの熱流  $q_I(t)$ ,  $q_{II}(t)$  (kcal/m<sup>2</sup>h) をそれぞれ I, II 面の示す温度励振  $\theta_I(\tau)$ ,  $\theta_{II}(\tau)$  (°C) に対する応

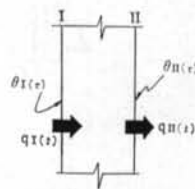


図-2 平面壁1次元熱流  
答と見なすならば  $q_I(t)$ ,  $q_{II}(t)$  は式(1)を参照して、

注 1) 線形性と再現性をいう。

$$q_I(t) = \int_0^t \theta_I(\tau) \varphi_{I/I}(t-\tau) d\tau + \int_0^t \theta_{II}(\tau) \varphi_{I/II}(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots(3)$$

$$q_{II}(t) = \int_0^t \theta_I(\tau) \varphi_{II/I}(t-\tau) d\tau + \int_0^t \theta_{II}(\tau) \varphi_{II/II}(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots(4)$$

として求められる。ここで  $\varphi_{u/w}(\tau)$  ( $u, w = I, II$ ) は  $w$  面と反対側面の表面温度一定 (基準温) に保ち  $w$  面の温度,  $\theta_w(\tau)$  を  $\delta$  関数で与えるときの  $u$  面における熱流の重み関数。

## 2.3 熱流応答待数 (Response Factor)

### 2.3.1 定義

式(3)において  $q_I(t)$  を求めるに当って図-3 に示すごとく,  $\tau$  を  $\Delta T$  で区切って ( $\Delta T = \tau_i - \tau_{i-1} = \text{一定時間間隔}$ ),  $\theta_I(\tau_{i-1}), \theta_{II}(\tau_i)$  を結ぶ折線が示す温度励振  $[\theta_I](\tau)$  を考え,  $\Delta T$  を十分小さくとるならば,

$$\theta_I(\tau) \doteq [\theta_I](\tau) = f_{IL(t-1-t)}(\tau) + f_{IR(t-1-t)}(\tau)$$

同様に  $\theta_{II}(\tau)$  も,

$$\theta_{II}(\tau) \doteq [\theta_{II}](\tau) = f_{IIL(t-1-t)}(\tau) + f_{IIR(t-1-t)}(\tau)$$

とできるから  $q_I(t)$  は,

$$\begin{aligned} q_I(t) &= \int_0^t [\theta_I](\tau) \varphi_{I/I}(t-\tau) d\tau + \int_0^t [\theta_{II}](\tau) \varphi_{I/II}(t-\tau) d\tau \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \{ f_{IL(t-1-t)}(\tau) \varphi_{I/I}(t-\tau) d\tau + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \{ f_{IR(t-i+1)}(\tau) \varphi_{I/I}(t-\tau) d\tau \} \right. \\ &\quad \left. + \int_{\tau_{n-1}}^{\tau_n} f_{IL(n-1-n)}(\tau) \varphi_{I/I}(t-\tau) d\tau \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \{ f_{IIL(t-1-t)}(\tau) \varphi_{I/II}(t-\tau) d\tau + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \{ f_{IIR(t-i+1)}(\tau) \varphi_{I/II}(t-\tau) d\tau \} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int_{\tau_{n-1}}^{\tau_n} f_{IIL(n-1-n)}(\tau) \varphi_{I/II}(t-\tau) d\tau \right] \right] \quad \dots\dots(6) \end{aligned}$$

ここで,  $f_{IL(t-1-t)}(\tau), f_{IR(t-i+1)}(\tau), \dots\dots$ などは  $\tau$  に関する 1 次関数であるから式(6)はさらに,

$$\begin{aligned} q_I(t) &= \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \left[ \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \left\{ \frac{1}{\Delta T} (\tau - \tau_{i-1}) \varphi_{I/I}(t-\tau) d\tau + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \left\{ \frac{-1}{\Delta T} (\tau - \tau_{i+1}) \varphi_{I/I}(t-\tau) d\tau \right\} \times \theta_I(\tau_i) \right\} \right.}{(a)} \\ &\quad \left. + \int_{\tau_{n-1}}^{\tau_n} \left\{ \frac{1}{\Delta T} (\tau - \tau_{n-1}) \varphi_{I/I}(t-\tau) d\tau \right\} \times \theta_I(\tau_n) \right] \times \theta_I(\tau_i)}{(c)} \\ &+ \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \left[ \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \left\{ \frac{1}{\Delta T} (\tau - \tau_{i-1}) \varphi_{I/II}(t-\tau) d\tau + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \left\{ \frac{-1}{\Delta T} (\tau - \tau_{i+1}) \varphi_{I/II}(t-\tau) d\tau \right\} \times \theta_{II}(\tau_i) \right\} \right.}{(b)} \\ &\quad \left. + \int_{\tau_{n-1}}^{\tau_n} \left\{ \frac{1}{\Delta T} (\tau - \tau_{n-1}) \varphi_{I/II}(t-\tau) d\tau \right\} \times \theta_{II}(\tau_n) \right] \times \theta_{II}(\tau_i)}{(d)} \quad \dots\dots(7) \end{aligned}$$

同様に  $q_{II}(t)$  は式(7)において,  $\varphi_{I/I}(t-\tau)$  を  $\varphi_{II/I}(t-\tau)$  へ,  $\varphi_{I/II}(t-\tau)$  を  $\varphi_{II/II}(t-\tau)$  へ置き換えたもので示される (省略)。

ここに式(7)の右辺において各項(a), (b), (c), (d)はそれぞれ,

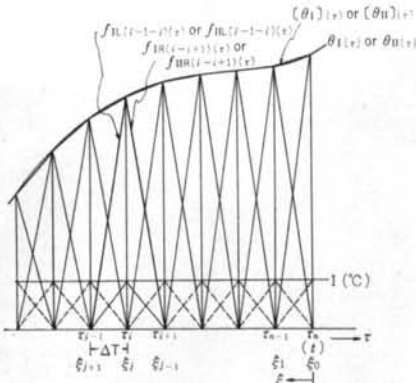


図-3 温度励振  $\theta_I(\tau)$  or  $\theta_{II}(\tau)$  の時系列

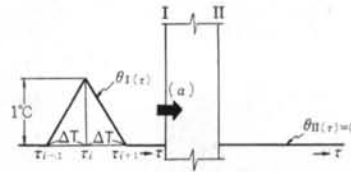


図-4 2等辺三角波温度励振 (a)

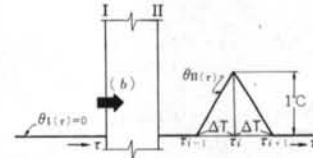


図-5 2等辺三角波温度励振 (b)

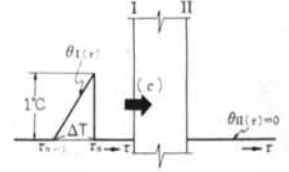


図-6 直角三角波温度励振(c)

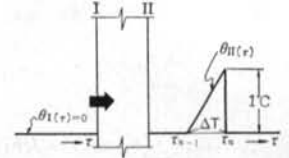


図-7 直角三角波温度励振(d)

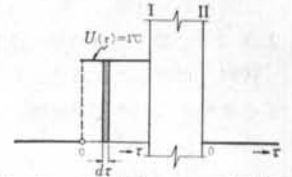


図-8 単位関数による温度励振

- (a)項: II面の温度  $\theta_{II}(\tau) = 0$  に保ち, I面の温度  $\theta_I(\tau_i) = 1$  (°C) となるごとく  $\tau_{i-1} \sim \tau_{i+1}$  間に単位2等辺三角波温度励振で与えるときの時刻  $t$  に及ぼすI面での熱流応答分 (図-4参照),
- (b)項:  $\theta_I(\tau) = 0$  に保ち,  $\theta_{II}(\tau) = 1$  (°C) となるごとく  $\tau_{i-1} \sim \tau_{i+1}$  間に単位2等辺三角波温度励振で与えるときの時刻  $t$  に及ぼすI面での熱流応答分 (図-5参照),
- (c)項:  $\theta_{II}(\tau) = 0$  に保ち,  $\theta_I(\tau_n) = 1$  (°C) となるごとく  $\tau_{n-1} \sim \tau_n$  間に単位直角三角波温度励振で与えるときの時刻  $t$  に及ぼすI面での熱流応答分 (図-6参照),
- (d)項:  $\theta_I(\tau) = 0$  に保ち,  $\theta_{II}(\tau_n) = 1$  (°C) となるごとく  $\tau_{n-1} \sim \tau_n$  間に単位直角三角波温度励振で与えるときの時刻  $t$  に及ぼすI面での熱流応答分 (図-7参照),

を示しており, これを(a), (b), (c), (d)項を総称して1次元熱流応答係数—Response Factor—と呼んでいる(定義).

次に, 式(7)の各積分項に示される熱流の重み関数  $\phi_{u/w}(u, w = I, II)$  は熱流の単位応答, すなわち  $w$  面と反対側の表面温度を0に保ち,  $w$  面の温度励振を単位関数  $u(\tau)$  で与えるときの  $u$  面における熱流応答  $\phi_{u/w}(\tau)$  (kcal/m<sup>2</sup>h) を考えると次式で示される (図-8参照).

$$\phi_{u/w}(\tau) = \frac{d\phi_{u/w}(\tau)}{d\tau} \quad \dots\dots(8)$$

この関係と図-3に示すごとく時刻  $t$  から以前にさかのぼって計る時間を  $\xi$  (h), すなわち,

$$\xi = t - \tau \text{ or } \xi_j = t - \tau_i \quad \dots\dots(9)$$

ただし,  $j = n - i$

とすれば式(7)は,

$$q_I(t) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[ \frac{1}{\Delta T} \left\{ \int_{j\Delta T}^{(j+1)\Delta T} \phi_{I/I}(\xi) d\xi - \int_{(j-1)\Delta T}^{j\Delta T} \phi_{I/I}(\xi) d\xi \right\} \times \theta_I(\tau_{n-j}) \right] + \frac{1}{\Delta T} \left\{ \int_0^{\Delta T} \phi_{I/I}(\xi) d\xi \right\} \times \theta_I(\tau_n) \quad \dots\dots(10)$$

$$+ \sum_{j=1}^{n-1} \left[ \frac{1}{\Delta T} \left\{ \int_{j\Delta T}^{(j+1)\Delta T} \phi_{I/II}(\xi) d\xi - \int_{(j-1)\Delta T}^{j\Delta T} \phi_{I/II}(\xi) d\xi \right\} \times \theta_{II}(\tau_{n-j}) \right] + \frac{1}{\Delta T} \left\{ \int_0^{\Delta T} \phi_{I/II}(\xi) d\xi \right\} \times \theta_{II}(\tau_n)$$

となる. 式(10)で示される Response Factor (a), (b), (c), (d)をそれぞれまとめて次式で表わす.

$j \geq 1$  に対しては(a), (b)項から,

$$RF_{u/w}(j) = \frac{1}{\Delta T} \left[ \int_{j\Delta T}^{(j+1)\Delta T} \phi_{u/w}(\xi) d\xi - \int_{(j-1)\Delta T}^{j\Delta T} \phi_{u/w}(\xi) d\xi \right] \quad \dots\dots(11)$$

$j=0$  に対しては(c), (d)項から,

$$RF_{u/w}(0) = \frac{1}{\Delta T} \int_0^{\Delta T} \phi_{u/w}(\xi) d\xi \quad \dots\dots(12)$$

(ただし,  $u, w = I, II$ )

したがって, 以上式(10), (11), (12)などから  $q_u(t)$  は,

$$\left. \begin{aligned} q_I(t) &= \sum_{j=0}^{\infty} \theta_I(\tau_{n-j}) \cdot RF_{I/I}(j) + \sum_{j=0}^{\infty} \theta_{II}(\tau_{n-j}) \cdot RF_{I/II}(j) \\ q_{II}(t) &= \sum_{j=0}^{\infty} \theta_I(\tau_{n-j}) \cdot RF_{II/I}(j) + \sum_{j=0}^{\infty} \theta_{II}(\tau_{n-j}) \cdot RF_{II/II}(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

として求められる。

### 2.3.2 一般多層壁の単位応答 $\phi_{u/w}(\tau)$

式(11), (12)に示されるごとく一般多層壁に対する Response Factor は多層壁に関する単位応答  $\phi_{u/w}(\tau)$  を求めてやる必要がある。まず単層壁に対しては式(3), (4)において  $q_u(t)$ ,  $\theta_u(t)$ ,  $\phi_{u/w}(t)$  の  $t$  についての各 Laplace 変換注2) をそれぞれ,

$$\left. \begin{aligned} Q_u(s) &= L\{q_u(t)\}_t \\ \Theta_u(s) &= L\{\theta_u(t)\}_t \\ F_{u/w}(s) &= L\{\phi_{u/w}(t)\}_t \end{aligned} \right\} \dots\dots(14)$$

として示せば, 式(3), (4)の両辺を  $t$  に関して Laplace 変換すると,

$$\left. \begin{aligned} Q_I(s) &= \Theta_I(s) \cdot F_{I/I}(s) + \Theta_{II}(s) \cdot F_{I/II}(s) \\ Q_{II}(s) &= \Theta_I(s) \cdot F_{II/I}(s) + \Theta_{II}(s) \cdot F_{II/II}(s) \end{aligned} \right\} \dots\dots(15)$$

となる。これを行列表示すれば,

$$\begin{bmatrix} \Theta_I(s) \\ Q_I(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{II}(s) \\ Q_{II}(s) \end{bmatrix} \quad \dots\dots(16)$$

となる。ここで, 行列要素  $A(s)$ ,  $B(s)$ ,  $C(s)$ ,  $D(s)$  は,

$$\begin{aligned} A(s) &= -\frac{F_{II/II}(s)}{F_{II/I}(s)} \\ B(s) &= \frac{1}{F_{II/I}(s)} \\ C(s) &= -\frac{F_{I/I}(s) \cdot F_{II/II}(s)}{F_{II/I}(s)} + F_{I/II}(s) \\ D(s) &= \frac{F_{I/I}(s)}{F_{II/I}(s)} \end{aligned}$$

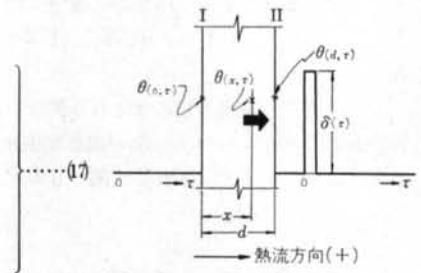


図-9 1次元熱流

である。次に式(16)あるいは(17)の重み関数の Laplace 変換  $F_{u/w}(s)$  は1次元非定熱流に関して次式で示される微分方程式を Laplace 変換することによって求められる (図-9 参照)。

$$\frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta(x, \tau)}{\partial x^2} \quad \dots\dots(18)$$

ここで,  $a$  は熱拡散率で単層壁の熱伝導率  $\lambda$ , 定圧比率  $c_p$ , 比重量  $\gamma$  によって次式で示される。

$$a = \lambda / c_p \gamma \quad \dots\dots(19)$$

式(18)の両辺をに関して Laplace 変換 ( $L\{\theta(x, \tau)\}_\tau = \Theta(x, s)$ ) すると,

$$s\Theta(x, s) = a \frac{\partial^2 \Theta(x, s)}{\partial x^2} \quad \dots\dots(20)$$

注 2)  $f(t)$  の Laplace 変換  $L\{f(t)\}_t = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$

が得られる。これを I, II 面の境界条件を,

$$\text{I 面 } (x=0) \text{ において } \theta(0, \tau) = 0 \rightarrow \Theta(0, s) = 0$$

$$\text{II 面 } (x=d) \text{ において } \theta(d, \tau) = \delta(\tau) \rightarrow \Theta(d, s) = 1 \text{注3)}$$

} ..... 21

と置いて  $\Theta(x, s)$  について解けば,

$$\Theta(x, s) = \frac{\sinh x \sqrt{\frac{s}{a}}}{\sinh d \sqrt{\frac{s}{a}}}$$

..... 22

式22から, 式21の条件のともでの  $x$  点の 1 次元熱流の重み関数の Laplace 変換,  $F_{x/II}(s)$  は,

$$F_{x/II}(s) (= L[q(x, \tau)] \cdot \tau) = -\frac{\partial}{\partial x} [\Theta(x, s)] = -\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{\cosh x \sqrt{\frac{s}{a}}}{\sinh d \sqrt{\frac{s}{a}}}$$

..... 23

これより  $x=0, d$  と置いて  $F_{I/II}(s), F_{II/II}(s)$  が求められる。同様にして  $F_{I/I}(s), F_{II/I}(s)$  も求められる。結果をまとめて次式に示す。

$$F_{I/I}(s) = \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{\cosh d \sqrt{\frac{s}{a}}}{\sinh d \sqrt{\frac{s}{a}}}$$

$$F_{II/I}(s) = \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} / \sinh d \sqrt{\frac{s}{a}}$$

$$F_{I/II}(s) = -\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} / \sinh d \sqrt{\frac{s}{a}}$$

$$F_{II/II}(s) = -\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{\cosh d \sqrt{\frac{s}{a}}}{\sinh d \sqrt{\frac{s}{a}}}$$

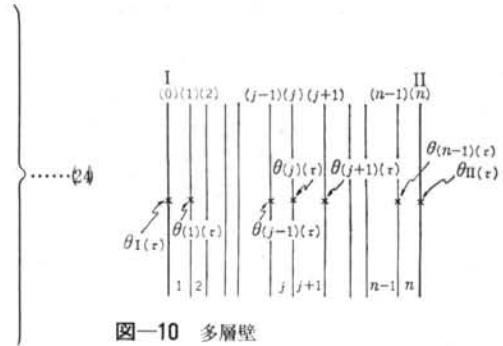


図-10 多層壁

} ..... 24

式24, 25から  $A(s), B(s), C(s), D(s)$  は,

$$A(s) = \cosh d \sqrt{\frac{s}{a}}$$

$$B(s) = \sinh d \sqrt{\frac{s}{a}} / \lambda \sqrt{\frac{s}{a}}$$

$$C(s) = \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \sinh d \sqrt{\frac{s}{a}}$$

$$D(s) = \cosh d \sqrt{\frac{s}{a}}$$

} ..... 25

次に図-10に示すごとく  $n$  層からなる多層平面壁については, 第  $j$  層と  $j+1$  層の境界面における温度を  $\theta_{(j)}(\tau)$ , 矢印方向への熱流を  $q_{(j)}(\tau)$  とし, それらの Laplace 変換をそれぞれ  $\Theta_{(j)}(s), Q_{(j)}(s)$  とすれば各層において式24から次式が成立つ。

$$\begin{bmatrix} \Theta_I(s) \\ Q_I(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_{(0)}(s) \\ Q_{(0)}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1(s) & B_1(s) \\ C_1(s) & D_1(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{(1)}(s) \\ Q_{(1)}(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Theta_{(j)}(s) \\ Q_{(j)}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{j+1}(s) & B_{j+1}(s) \\ C_{j+1}(s) & D_{j+1}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{(j+1)}(s) \\ Q_{(j+1)}(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Theta_{(n-1)}(s) \\ Q_{(n-1)}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n(s) & B_n(s) \\ C_n(s) & D_n(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{II}(s) \\ Q_{II}(s) \end{bmatrix}$$

} ..... 26

注 3)  $\delta$  関数の Laplace 変換は 1 とする。

これより,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Theta_I(s) \\ Q_I(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1(s), B_1(s) \\ C_1(s), D_1(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2(s), C_2(s) \\ B_2(s), D_2(s) \end{bmatrix} \cdots \cdots \begin{bmatrix} A_n(s), C_n(s) \\ B_n(s), D_n(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{II}(s) \\ Q_{II}(s) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_m(s), C_m(s) \\ B_m(s), D_m(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{II}(s) \\ Q_{II}(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (27)$$

よって多層壁の熱流単位応答  $\phi_{I/I}(\tau)$ ,  $\phi_{II/I}(\tau)$  は,

$$\begin{aligned} \theta_I(\tau) = 1 &\longrightarrow \Theta_I(s) = 1/s \\ \theta_{II}(\tau) = 0 &\longrightarrow \Theta_{II}(s) = 0 \end{aligned} \quad \left. \right\} \cdots \cdots (28)$$

の条件のもとで得られる  $Q_I(s)$ ,  $Q_{II}(s)$  を  $\tau$  (原空間変数) へ Laplace 逆変換して求めることができる.

$$\begin{aligned} \phi_{I/I}(\tau) &= L^{-1} \left\{ \frac{D_m(s)}{sB_m(s)} \right\} \\ \phi_{II/I}(\tau) &= L^{-1} \left\{ \frac{1}{sB_m(s)} \right\} \end{aligned} \quad \left. \right\} \cdots \cdots (29)$$

式29において  $s$  に関する関数  $B_m(s)$  は,

$$B_m(s) = 0 \quad \cdots \cdots (30)$$

としたときの根を  $\beta_i (i=1, 2, \cdots)$  とすれば  $\phi_{I/I}(\tau)$ ,  $\phi_{II/I}(\tau)$  は  $\tau$  の関数として注4),

$$\begin{aligned} \phi_{I/I}(\tau) &= \frac{D_m(0)}{B_m(0)} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_m(\beta_i)}{\beta_i \left\{ \frac{dB_m(s)}{ds} \right\}_{s=\beta_i}} e^{\beta_i \tau} \\ \phi_{II/I}(\tau) &= \frac{1}{B_m(0)} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_i \left\{ \frac{dB_m(s)}{ds} \right\}_{s=\beta_i}} e^{\beta_i \tau} \end{aligned} \quad \left. \right\} \cdots \cdots (31)$$

$\phi_{I/II}(\tau)$ ,  $\phi_{II/II}(\tau)$  は図-10で示される各層を I, II 両面に関して対称置換 (I  $\rightarrow$  II', II  $\rightarrow$  I' 面と) して式31から得られる  $\phi_{I'/I'}(\tau)$ ,  $\phi_{II'/I'}(\tau)$  より, 次式にしたがって求められる.

$$\begin{aligned} \phi_{I/II}(\tau) &= -\phi_{II'/I'}(\tau) \\ \phi_{II/II}(\tau) &= -\phi_{I'/I'}(\tau) \end{aligned} \quad \left. \right\} \cdots \cdots (32)$$

### § 3. プログラム

#### 3.1 プログラムの要点

プログラムは壁体の材料データをインプットして1次元熱流に関する Response Factor,  $RF_{u/w}(j)$  ( $u, w=I, II, j=0, 1, 2, \cdots$ ) ならびにその総和  $\sum_{j=0}^{\infty} RF_{u/w}(j)$  を計算することができる. 結果はシートアウトプットするとともに, オプションとしてそれらをカードへのアウトプットも可能としている. カードを直接インプットとして非定常熱流の諸計算へ用いることができる. なお, プログラム名を RFC 000 として登録 (Disk Directory) してある.

#### 3.2 計算項目

Response Factor は前節で述べられた基本式にしたがって計算されるが, まず, 多層壁体各層の熱定数として熱抵抗, 熱容量を求めて置く必要があり, また, あらかじめ式30の根  $\beta_i (i=1, 2, \cdots)$  の根の数をどの範囲まで求めるかを指定する必要がある. 以下実際にプログラムで実行している計算項目の主なるものについて説明する. サフィックスは全て同一のものを意味する.

注 4) Heaviside の留数定理による.

### 3.2.1 熱抵抗 $R(jlyr)$ ( $m^2h^\circ C/kcal$ )

図-10で示される多層壁においてI面からII面に到る第  $jlyr$  層の熱抵抗  $R(jlyr)$  の計算式は、

$$R(jlyr) = \frac{d(jlyr) \times 10^{-3}}{\lambda(jlyr)} \quad \dots\dots(33)$$

ここで、

$d(jlyr)$  は第  $jlyr$  層の材厚 (mm)

$\lambda(jlyr)$  は第  $jlyr$  層の熱伝達率 ( $kcal/mh^\circ C$ )

ただし、空気層は熱抵抗 ( $=0.2 m^2h^\circ C/kcal$ ) そのものを、室内外の境界層は熱伝達率  $\alpha(jlyr)$  ( $kcal/m^2h^\circ C$ ) から次式による。

$$R(jlyr) = \frac{1}{\alpha(jlyr)} \quad \dots\dots(34)$$

### 3.2.2 熱容量 $C_w(jlyr)$ ( $kcal/^\circ C m^2$ )

各層の単位断面積当りの熱容量  $C_w(jlyr)$  の計算式は、

$$C_w(jlyr) = d(jlyr) \cdot \gamma(jlyr) \cdot c_p(jlyr) \times 10^{-3} \quad \dots\dots(35)$$

ここで、

$\gamma(jlyr)$  は第  $jlyr$  層の比重量 ( $kp/m^3$ )

$c_p(jlyr)$  は第  $jlyr$  層の定圧比熱 ( $kcal/kp^\circ C$ )

### 3.2.3 $A(jlyr)$ , $B(jlyr)$ , $C(jlyr)$ , $D(jlyr)$

式29で示される  $A(s)$ ,  $B(s)$ ,  $C(s)$ ,  $D(s)$  の各層の任意の  $s$  ( $<0$ ) に対する値、 $A(jlyr)$ ,  $B(jlyr)$ ,  $C(jlyr)$ ,  $D(jlyr)$  の計算式は、

$$x = \sqrt{-s} \quad \dots\dots(36)$$

として、

$$\left. \begin{aligned} A(jlyr) &= \cos \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \\ B(jlyr) &= \frac{R(jlyr) \sin \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x}{\sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)}} \\ C(jlyr) &= -\frac{\sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x}{R(jlyr)} \sin \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \\ D(jlyr) &= \cos \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \end{aligned} \right\} \dots\dots(37)$$

### 3.2.4 $A'(jlyr)$ , $B'(jlyr)$ , $C'(jlyr)$ , $D'(jlyr)$

$A(s)$ ,  $B(s)$ ,  $C(s)$ ,  $D(s)$  の微係数の各層の任意の  $s$  に対する値、 $A'(jlyr)$ ,  $B'(jlyr)$ ,  $C'(jlyr)$ ,  $D'(jlyr)$  の計算式は式38の  $x$  を用いて、

$$\left. \begin{aligned} A'(jlyr) &= \frac{1}{2x^2} \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \sin \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \\ B'(jlyr) &= -\frac{R(jlyr)}{2x^2} \left\{ -\frac{\sin \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x}{\sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)}} + \cos \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \right\} \\ C'(jlyr) &= \frac{C_w(jlyr)}{2} \left\{ \frac{\sin \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x}{\sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)}} + \cos \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \right\} \\ D'(jlyr) &= \frac{1}{2x^2} \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \sin \sqrt{R(jlyr) \cdot C_w(jlyr)} \cdot x \end{aligned} \right\} \dots\dots(38)$$

### 3.2.5 $RF_{u/w}(j)$ ( $kcal/m^2h$ )

式11, 12で示される Response Factor,  $RF_{u/w}(j)$  ( $j=0, 1, 2, \dots$ ) の最終計算式は、 $RF_{u/1}(j)$  ( $u=I, II$ ) に対して、

$j=0$  のとき、

$$RF_{I/1}(0) = \frac{D_m(0)}{B_m(0)} + \frac{1}{\Delta T} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_i^2} \left\{ \frac{D_m(s)}{B_m'(s)} \right\}_{s=\beta_i} e^{\beta_i \Delta T} + \left\{ \frac{d}{ds} \left( \frac{D_m(s)}{B_m(s)} \right) \right\}_{s=\beta_i} \right] \quad \dots\dots(39)$$

$$RF_{II/I}(0) = \frac{1}{B_m(0)} + \frac{1}{\Delta T} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_i^2} \left\{ \frac{1}{B_m'(s)} \right\}_{s=\beta_i} e^{\beta_i \Delta T} + \left\{ \frac{d}{ds} \left( \frac{1}{B_m(s)} \right) \right\}_{s=\beta_i} \right] \quad \dots\dots(40)$$

$j \geq 1$  のとき,

$$RF_{I/I}(j) = \frac{1}{\Delta T} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_i^2} \left\{ \frac{D_m(s)}{B_m'(s)} \right\}_{s=\beta_i} (1 - e^{\beta_i \Delta T})^2 e^{\beta_i(j-1)\Delta T} \quad \dots\dots(41)$$

$$RF_{II/I}(j) = \frac{1}{\Delta T} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_i^2} \left\{ \frac{1}{B_m'(s)} \right\}_{s=\beta_i} (1 - e^{\beta_i \Delta T})^2 e^{\beta_i(j-1)\Delta T} \quad \dots\dots(42)$$

$RF_{u/II}(j)$  に対しては式(42)による。

### 3.3 フローチャート

図-11にプログラムのゼネラル・フローチャートを示しておく。

### 3.4 インプットデータ

(a)壁材料データとして,

$mlyr$ : 壁構成層数, 境界層を含める場合は+2とする。

$d(jlyr)$ : 第  $jlyr$  層の材厚 (mm)

$\gamma(jlyr)$ : 第  $jlyr$  層の比重量 (kp/m<sup>3</sup>)

$\lambda(jlyr)$ : 第  $jlyr$  層の熱伝導率 (kcal/mh°C)

$R(jlyr)$ : 第  $jlyr$  層の熱抵抗 (m<sup>2</sup>h°C/kcal)(第  $jlyr$  層が熱抵抗として与えられる場合)

$C_p(jlyr)$ : 第  $jlyr$  層の定圧比熱 (kcal/kp°C)

(b)根  $\beta_i$  の最小値,  $\beta_{min}$

$RF_{u/w}(j)$  の計算項数,  $m_j$

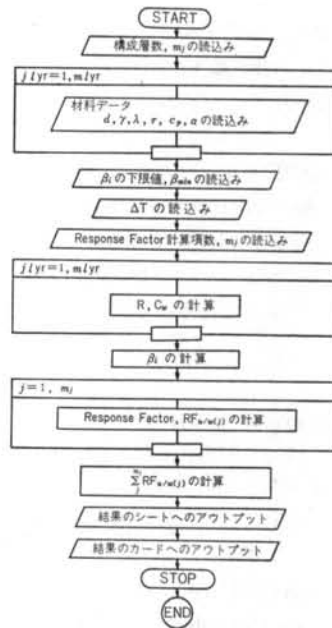


図-11 ゼネラルフローチャート

### 3.5 計算例

表-1に示すとき壁体について Response Factor,  $RF_{u/w}(j)$  (kcal/m<sup>2</sup>h) を計算した結果を, 室内側表面熱伝達率  $\alpha_i = 7.5$  (kcal/m<sup>2</sup>h°C), 外気表面熱伝達率  $\alpha_o = 20$  (kcal/m<sup>2</sup>h°C) として境界層を含めた場合, 境界層を含めない場合(壁材のみ)をそれぞれ図-12, 13に示して置く。図-12, 13に示される SUM の値はそれぞれ熱貫流率, 熱コンダクタンスとなっている。

層		材厚 $d$ (mm)	比重量 $\gamma$ (kp/m <sup>3</sup> )	熱伝導率 $\lambda$ (kcal/mh°C)	熱抵抗 $R$ (m <sup>2</sup> h°C/kcal)	定圧比熱 $c_p$ (kcal/kp°C)
1	ベニヤ板	10	550	0.13	—	0.3
2	空気層	—	—	—	0.2	—
3	コンクリート	150	2,200	1.4	—	0.2
4	モルタル	15	2,100	1.3	—	0.2
5	タイル	8	2,400	1.1	—	0.2

表-1 物性値



BETA(I)

-0.11841  
-1.30181  
-4.42359  
-9.43807  
-11.67886  
-16.87857  
-26.03255  
-37.33812  
-50.78856  
-66.35063  
-83.88853

BETA(I)

-0.33747  
-2.37372  
-6.47125  
-12.66077  
-20.85263  
-25.10222  
-31.45163  
-43.68855  
-57.98057  
-74.35460  
-92.90488

RESPONSE FACTOR

J	RF1/1	RF2/1	RF1/2	RF2/2
0	6.02782	0.00076	-0.00081	-3.75733
1	-0.90283	0.06462	-0.06456	1.12264
2	-0.47219	0.14026	-0.14026	0.12571
3	-0.35366	0.15571	-0.15571	0.09548
4	-0.29624	0.14693	-0.14693	0.08064
5	-0.25833	0.13286	-0.13286	0.07050
6	-0.22817	0.11866	-0.11866	0.06232
7	-0.20233	0.10559	-0.10559	0.05527
8	-0.17904	0.09384	-0.09384	0.04908
9	-0.15956	0.08338	-0.08338	0.04359
10	-0.14173	0.07407	-0.07407	0.03872
11	-0.12590	0.06580	-0.06580	0.03440
12	-0.11184	0.05845	-0.05845	0.03056
13	-0.09935	0.05192	-0.05192	0.02714
14	-0.08826	0.04613	-0.04613	0.02411
15	-0.07840	0.04098	-0.04098	0.02142
16	-0.06965	0.03640	-0.03640	0.01903
17	-0.06187	0.03233	-0.03233	0.01690
18	-0.05496	0.02872	-0.02872	0.01502
19	-0.04882	0.02552	-0.02552	0.01334
20	-0.04337	0.02267	-0.02267	0.01185
21	-0.03853	0.02014	-0.02014	0.01053
22	-0.03423	0.01789	-0.01789	0.00935
23	-0.03040	0.01589	-0.01589	0.00831
24	-0.02701	0.01412	-0.01412	0.00738
25	-0.02399	0.01254	-0.01254	0.00656
26	-0.02131	0.01114	-0.01114	0.00582
27	-0.01893	0.00990	-0.00990	0.00517
28	-0.01682	0.00879	-0.00879	0.00460
29	-0.01494	0.00781	-0.00781	0.00408
30	-0.01327	0.00694	-0.00694	0.00363
31	-0.01179	0.00616	-0.00616	0.00322
32	-0.01047	0.00547	-0.00547	0.00286
33	-0.00930	0.00486	-0.00486	0.00254
34	-0.00827	0.00432	-0.00432	0.00226
35	-0.00734	0.00384	-0.00384	0.00201
36	-0.00652	0.00341	-0.00341	0.00178
37	-0.00579	0.00303	-0.00303	0.00158
38	-0.00515	0.00269	-0.00269	0.00141
39	-0.00457	0.00239	-0.00239	0.00125
40	-0.00406	0.00212	-0.00212	0.00111
41	-0.00361	0.00189	-0.00189	0.00099
42	-0.00321	0.00168	-0.00168	0.00088
43	-0.00285	0.00149	-0.00149	0.00078
44	-0.00253	0.00132	-0.00132	0.00069
45	-0.00225	0.00117	-0.00117	0.00061
46	-0.00200	0.00104	-0.00104	0.00055
47	-0.00177	0.00093	-0.00093	0.00048
48	-0.00156	0.00082	-0.00082	0.00043
49	-0.00140	0.00073	-0.00073	0.00038
50	-0.00124	0.00065	-0.00065	0.00034
SUM	1.716	1.701	-1.701	-1.709

図一12 根  $\beta_i$  と  $RF_{u/w}(j)$  (境界層含む)

RESPONSE FACTOR

J	RF1/1	RF2/1	RF1/2	RF2/2
0	24.90356	0.03424	-0.03424	-4.53827
1	-15.44789	0.40823	-0.40823	1.52880
2	-2.90291	0.54839	-0.54839	0.15501
3	-1.77084	0.42379	-0.42379	0.10701
4	-1.23585	0.30545	-0.30545	0.07607
5	-0.87929	0.21824	-0.21824	0.05422
6	-0.62720	0.15576	-0.15576	0.03889
7	-0.44753	0.11115	-0.11115	0.02760
8	-0.31934	0.07931	-0.07931	0.01970
9	-0.22787	0.05660	-0.05660	0.01406
10	-0.16261	0.04038	-0.04038	0.01003
11	-0.11603	0.02882	-0.02882	0.00716
12	-0.08280	0.02056	-0.02056	0.00511
13	-0.05908	0.01467	-0.01467	0.00364
14	-0.04216	0.01047	-0.01047	0.00260
15	-0.03008	0.00747	-0.00747	0.00186
16	-0.02147	0.00533	-0.00533	0.00132
17	-0.01532	0.00380	-0.00380	0.00094
18	-0.01093	0.00271	-0.00271	0.00067
19	-0.00789	0.00194	-0.00194	0.00048
20	-0.00557	0.00138	-0.00138	0.00034
21	-0.00397	0.00099	-0.00099	0.00024
22	-0.00283	0.00070	-0.00070	0.00017
23	-0.00202	0.00050	-0.00050	0.00012
24	-0.00144	0.00036	-0.00036	0.00009
25	-0.00103	0.00026	-0.00026	0.00006
26	-0.00073	0.00018	-0.00018	0.00005
27	-0.00052	0.00013	-0.00013	0.00003
28	-0.00037	0.00009	-0.00009	0.00002
29	-0.00027	0.00007	-0.00007	0.00002
30	-0.00019	0.00005	-0.00005	0.00001
31	-0.00014	0.00003	-0.00003	0.00001
32	-0.00010	0.00002	-0.00002	0.00001
33	-0.00007	0.00001	-0.00001	0.00000
34	-0.00004	0.00001	-0.00001	0.00000
35	-0.00003	0.00001	-0.00001	0.00000
36	-0.00002	0.00000	-0.00000	0.00000
37	-0.00001	0.00000	-0.00000	0.00000
38	-0.00001	0.00000	-0.00000	0.00000
39	-0.00001	0.00000	-0.00000	0.00000
40	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
41	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
42	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
43	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
44	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
45	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
46	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
47	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
48	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
49	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
50	-0.00000	0.00000	-0.00000	0.00000
SUM	2.482	2.482	-2.482	-2.482

図一13 根  $\beta_i$  と  $RF_{u/w}(j)$  (境界層含まない)

§ 4. 相当温度差法による熱流計算結果との比較

研究所報 vol. 19, p. 69 の表一2 に示される各シーズンごとの外気温、大気透過率を1日周期として気象条件を与え、同表の室内設定温度の元で壁体からの熱流を従来の相当温度差法によって求めた値、 $q_{DTE}$  (kcal/m<sup>2</sup>h) と Response Factor から求めた値、 $q_{RF}$  (kcal/m<sup>2</sup>h) を図一14, 15 に示す。各計算式は次式による。

$$q_{DTE} = K \cdot \Delta t_e \quad \dots\dots(43)$$

$$q_{RF} = \sum_{j=1}^{\infty} RF_{11/1}(j) \{t_{SAT}(n-j) - t_R\} \quad \dots\dots(44)$$

ここで、

- $K$  は壁体の熱貫流率 (kcal/m<sup>2</sup>h℃)
- $\Delta t_e$  は相当温度差 (℃)
- $t_{SAT}(n-j)$  は日射温度 (℃)
- $t_R$  は設定室温 (℃)

を表わす。

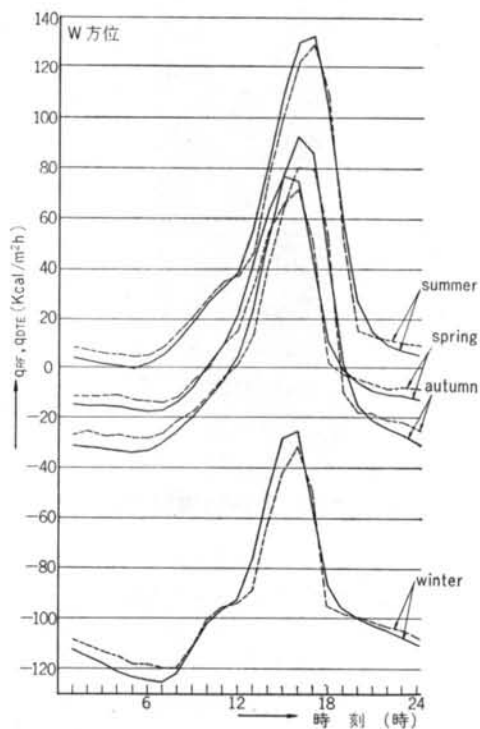
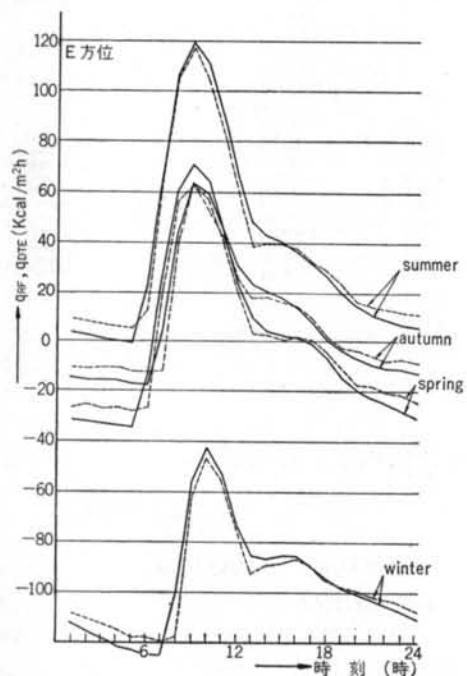
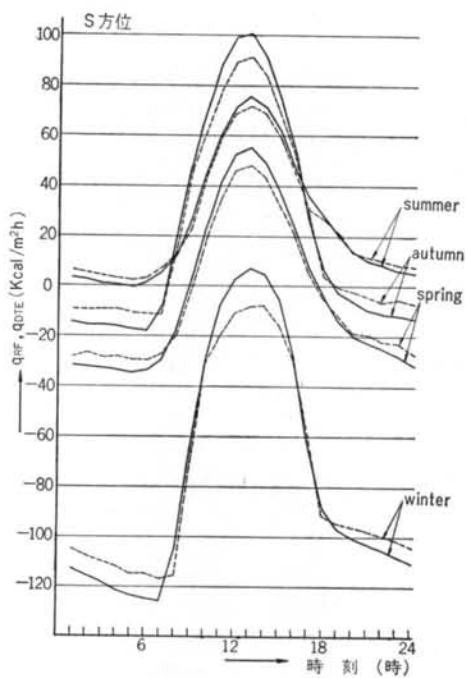
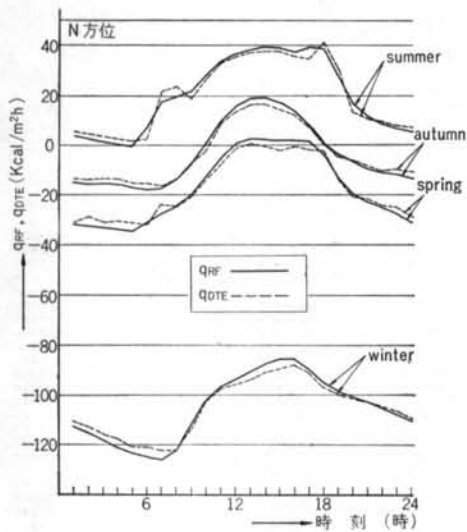
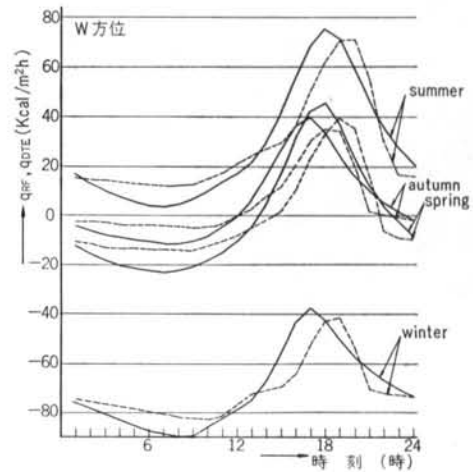
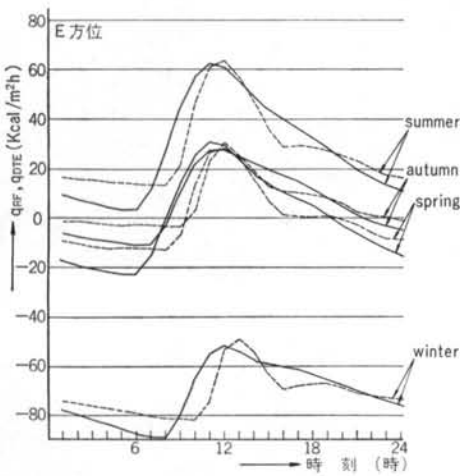
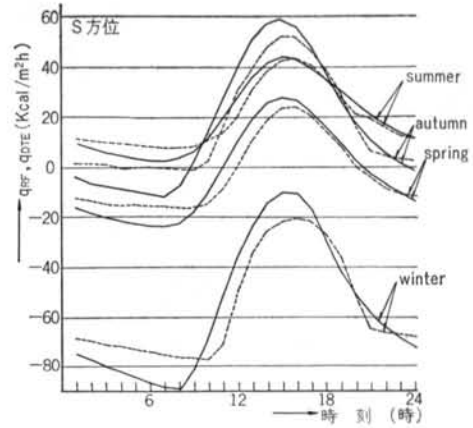
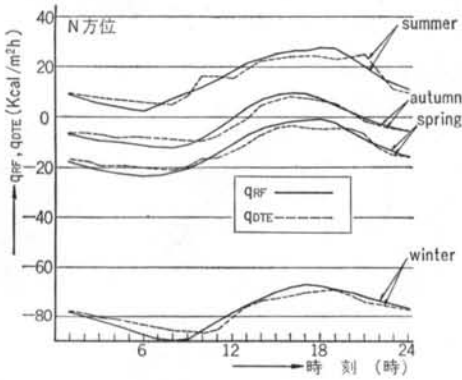


図-14  $q_{RF}, q_{DTE}$  (5cm厚コンクリート壁)



図—15  $q_{RF}$ ,  $q_{DTE}$  (15cm厚コンクリート壁)

## § 5. あとがき

当プログラムの完成の結果、一般多層平面壁に関してはあらかじめ Resonse Factor を求めて置けば、壁面境界層あるいは表面温度変化を知ることによって、両面に見られる熱流の瞬時値を容易に理論計算できることにな

った。  $\Delta T$  を小さくすることにより計算精度は上がる。日射が当る床面、机などの蓄熱特性も同様にして  $RF_{I/I}$  ( $j$ ),  $RF_{I/II}$  ( $j$ ) から知ることができる。このプログラムは、さらに熱負荷、室温変動等のシュミレーションプログラムへ組込む予定である。

### <参考文献>

- 1) 木村建一: "建築設備基礎理論演習" 学献社 (1970)
- 2) Stephenson, D. G. & Mitalas, G. P.: "Cooling Load Calculation by Thermal Response Factor Method" ASHRAE Transaction, Vol. 73, Part I (1967)
- 3) Mitalas, G. P. & Stephenson, D. G.: "Room Thermal Response Factors" ASHRAE Transaction, Vol. 73, Part I (1967)
- 4) 松尾陽: "日射熱取得の算法" 空調調和と冷凍 Vol. 10, No. 3 (1970)
- 5) 鈴木他: "設備における電算機の応用(その2)" 清水建設研究所報 Vol. 18 (1972)

*[Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page]*