

杭に働く負の摩擦力の性状に関する考察

井上 嘉信
小林 幸男
玉置 克之

§ 1. はじめに

地盤沈下によって杭に負の摩擦力が働くことは、わが国でもかなり以前から指摘され、杭の設計規準^{1),2)}や指針^{3),4)}にその概要が示されていた。しかし、ごく最近までは地盤沈下を生じていることが明らかな場合でも、杭基礎の設計において負の摩擦力が意識的に等閑視や無視されていた場合が少なくなかった。この理由としては次のようなことが考えられる。

- ・前記の規準や指針によって負の摩擦力を算定した場合、杭の設計荷重の数倍という大きな値になり、この大きさに疑問がもたれていた。
- ・負の摩擦力が大きくなると、杭基礎の設計がむずかしくなったり、従来のものに比して極めて不経済と考えられるような杭基礎になる。
- ・負の摩擦力による被害例が公にされることがほとんどなかったために、負の摩擦力によって被害を受けることがないと考えられていた。
- ・規準や指針を裏付ける研究や実測例が皆無に近く、負の摩擦力の実態はよくわからず、規準や指針は合理的設計法とはいえないと考えられていた。

このような状況に対して、数年前から負の摩擦力による考えられる構造物の被害例がいくつか公にされ始めてきた。その中には鉄筋コンクリート造の建物を竣工後4年たらずで取りこわさざるを得なくなるという最悪の被害例⁵⁾があったり、新聞⁶⁾に負の摩擦力の恐ろしさが取上げられたりして、負の摩擦力に対する技術的関心が急速に高まるとともに、社会的にも広く認識されるところとなった。

一方、地盤沈下地域で実大杭による負の摩擦力に関する大規模な実験も行なわれるようになり、これらの結果から負の摩擦力は意外に大きく、その諸性状からみて既往の規準や指針では不十分であることが明らかになってきた。

したがって、今後は負の摩擦力に対して従来のような

安易な設計態度は許されず、可能な限りの検討を行なう必要がある。しかし、負の摩擦力に関する本格的研究はその緒についたばかりで、これまでの実大杭による実験結果についても総合的検討が行なわれたことはなく、負の摩擦力の性状や設計についていまだ不明な点も多い。

そこで、本報ではわが国において現在までに実施された負の摩擦力に関する実大杭による主な実験の結果を総合的に検討し、負の摩擦力の経時的変化、その大きさと分布、地盤沈下との関係などについて明らかにするとともに、近接杭の影響に関して検討案を提案し、実測結果との対比を行なうなど、実測結果を基に負の摩擦力の諸性状について考察する。

§ 2. 負の摩擦力の実測例

わが国における実大杭による負の摩擦力の実測としては、国鉄大阪環状線工事に当って行なわれた例⁷⁾を初めとし、いくつか実測が試みられていたが、成功したものが少なかった。最近の成功した実測例で結果が公表されている主な例としては、次の3例がある。

- 土質工学会鋼グイ研究委員による江東での実測⁸⁾（以下A例という）
- 国鉄東京第三工事局による三郷での実測^{9),10),11)}（以下B例という）
- 清水建設研究所による江東での実測^{12),13)}（以下C例という）

これらの実測例の概要は表-1に示すとおりであり、地盤の構成や杭体の実測軸力分布は、それぞれ図-1, 2, 3に示すとおりである。

各実測例ではすべて負の摩擦力に関する調査だけを目的として特別に実測杭が設置されているので、それぞれの結果によって負の摩擦力の実態をかなり明確に把握することができ、貴重な実測であるといえよう。しかし、いずれも実測の条件が表-1に示したように類似してお

実測例		A例 ; 土質工学会鋼パイ研究委員会の実測	B例 ; 国鉄東京第三工事局の実測	C例 ; 清水建設研究所の実測
実測概要				
実測位置と年月		東京都江東区南砂町(竹中技研構内) 1964. 6. ~1966. 4.	埼玉県三郷市(武蔵野ヤード) 1970. 5. ~測定中(1974. 8.)	東京都江東区越中島(研究所構内) 1973. 8. ~測定中(1974. 8.)
地盤条件	中間層	沖積粘性土(G.L.-40mまで)	沖積粘性土(G.L.-40mまで)	沖積粘性土(G.L.-32mまで)
	支持層	洪積細砂 N>20 (G.L.-43m以深)	洪積れき混り砂 N>20 (G.L.-40m以深)	洪積砂れき N>50 (G.L.-37m以深)
地盤沈下の条件と沈下量		自然地盤沈下状態-中間層の年間沈下量 6 ~ 8 cm/year	・自然地盤沈下状態-中間層の年間沈下量 6~7cm/year ・盛土による地盤沈下状態-盛土高さ 3 ~ 4 m	自然地盤沈下状態-中間層の年間沈下量 7 ~ 8 cm/year
測定杭の条件	杭の種類	鉛直鋼管杭(他に斜杭PC杭もあり)打込み杭, 支持杭と摩擦杭, 単杭	鉛直鋼管杭 打込み杭, 支持杭と摩擦杭 単杭(群杭, 2重管杭もあり)	鉛直鋼管杭 打込み杭, 支持杭のみ 単杭, 群杭
	杭の形状寸法	閉端杭(平底), 閉端杭 $\phi 609.6 \times t 9.5$	閉端杭(平底) $\phi 609.5 \times t 12.7, \phi 711.2 \times t 12.7$	閉端杭(平底) $\phi 711.2 \times t 12.7$
	杭の打込み深さと先端のN値	支持杭-G.L.-43m, N=15~20 摩擦杭-G.L.-31m, N=0	支持杭-G.L.-40~-44m N=10~40 摩擦杭-G.L.-21m, N=5	支持杭-G.L.-44m, N>50
実測結果の概要(杭頭無載荷)	負の摩擦力 f_N の大きさ(単杭)	$f_N \approx q_u/2$ (q_u : 1軸圧縮強さ) $f_N = (0.25 \sim 0.35) \sigma'_v$ (σ'_v : 鉛直有効応力)	$f_N > q_u/2$ $f_N = (0.35 \sim 0.6) \sigma'_v$	$f_N > q_u/2$ $f_N = (0.35 \sim 0.5) \sigma'_v$
	中立点の深さ	$\beta = \ell_n / \ell = 0.7 \sim 0.8$ (ℓ_n : 地表面から中立点までの深さ ℓ : 圧縮層中の杭長さ)	支持杭 $\beta = 0.8 \sim 0.9$ 摩擦杭 $\beta = 0.7 \sim 0.75$	$\beta = 0.9 \sim 0.95$
	その他	・閉端杭の f_N は閉端杭のその約60% ・地盤の沈下速度が遅い程 f_N は $q_u/2$ より大きくなる ・支持杭と摩擦杭では本質的違いがない	・盛土の場合は比較的早い時機に f_N は平衡状態に至る ・支持杭と摩擦杭では本質的違いがない	・近接杭による f_N の軽減効果大

表-1 各実測例の測定概要

- り, 特に次のような類似点には注意する必要がある。
- (i) すべて実測用の試験杭で, 杭頭に載荷重はなく打込んだままの状態である。
 - (ii) すべて打込み鋼管杭で, 径がほぼ同じ (600 ϕ ~700 ϕ) である。
 - (iii) 沈下層は軟弱な沖積粘性土が主体で, そのため比較的深部にある中位程度までの砂質土層に関しては結果が得られていない。
 - (iv) 沖積粘性土層の厚さは30~40mの範囲で, その年間地盤沈下量は5~8cmで比較的同じような沈下状態を示している。
 - (v) 支持杭と称している杭のなかには, 杭先端が実際の支

- 持杭のように硬質の支持層へ十分打込まれていない不完全な支持杭がある。
- (vi) 測定期間は最長で約2年であり, 比較的期間が短かく負の摩擦力の測定としては必ずしも十分な測定期間とはいえない。
 - (vii) 支持杭では, 杭周囲の摩擦力が杭の全長にわたって完全に発揮 (full mobilize) されていないものがある。特に中立点近傍あるいはそれ以深においては, 杭周囲の摩擦力の発揮が不十分で, 杭体応力の変化が停止し平衡状態になっているものが少ない。
 - (viii) 測定計器 (特に杭体歪計) やその設置方法などの測定方法が同じである。

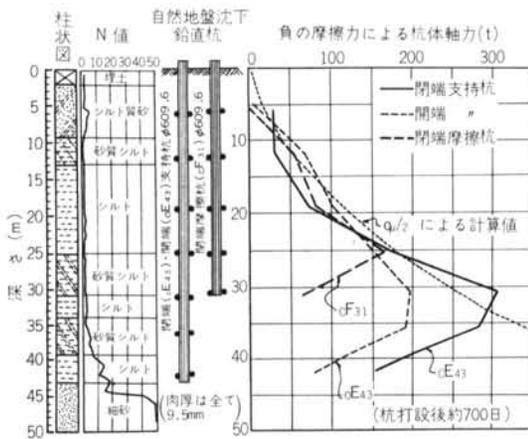


図-1 A例：土質工学会鋼パイ研究委員会の実測結果（鉛直鋼管杭のみ）

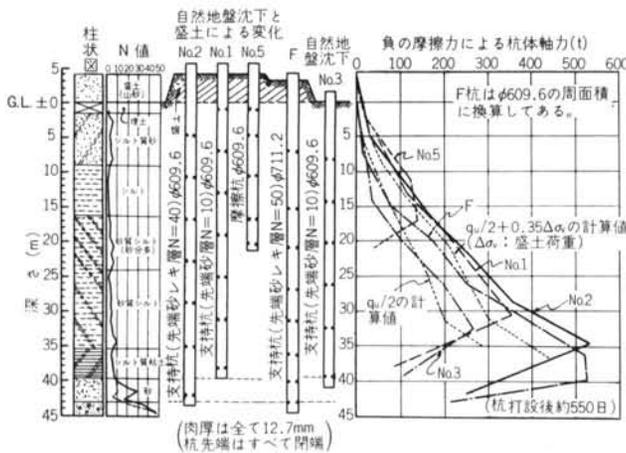


図-2 B例：国鉄の実測結果（単杭のみ）

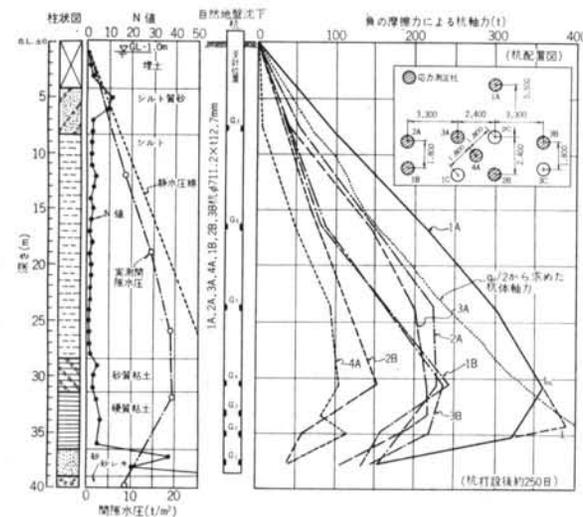


図-3 C例：清水建設研究所の実測結果

以上のような類似点あるいは問題点があるが、杭に働く負の摩擦力がかなり詳細に測定されているとともに、地盤や杭の沈下量、地中間隙水圧の分布、地盤の性状などの関連測定もよく行なわれている。したがって、負の摩擦力を各種の状況と関連付けて検討することが可能であり、これによって負の摩擦力のより一般的性状を把握できるといえる。

以下A～C例における実測結果を基に、単杭に働く負の摩擦力の経時変化、地盤沈下との関係、土質および有効土被り圧との関係、中立点の位置、近接杭による影響などについて考察する。

§ 3. 負の摩擦力の経時変化および地盤沈下との関係

地盤沈下によって杭に負の摩擦力が働くがこの地盤沈下としては次の2種類のものが考えられる。

- (i) 下部層（主として杭の支持層以深の層）の間隙水圧の減少に起因する広域的地盤沈下（以下、自然地盤沈下という）
- (ii) 盛土による支持層より上方の軟弱層の圧縮（主として粘性土の圧密）による地盤沈下（以下、盛土による地盤沈下という）

これらの地盤沈下において、負の摩擦力が杭に働く際の経時変化を杭体応力の変化でみると次のようになっている。

支持層が浅の沖積層の年間沈下量が5～8 cmの自然地盤沈下状態では、図-4のように中立点近傍を除き杭体応力の増加は、杭打設約200日以後ほとんど認められなくなり、負の摩擦力がほぼ完全に発揮された状態に近くになっている。これに対して中立点近傍では杭と周辺地盤との相対変位が小さいため、図-4(a)にみるように杭打設500日以後でも杭体応力の増加が認められ、負の摩擦力が完全に発揮された状態には至っていない。なお、A例 cE_{43} 杭では杭打設700日以後でも中立点近傍では杭体応力が増加している。しかし、いずれの例においても杭打設300～400日以後は、中立点近傍の杭体応力の増加は鈍化し、漸増傾向に変わっている。これらの関係は図-4に示した杭について中立点（最大応力を示している歪計位置）と、この点と地表面との

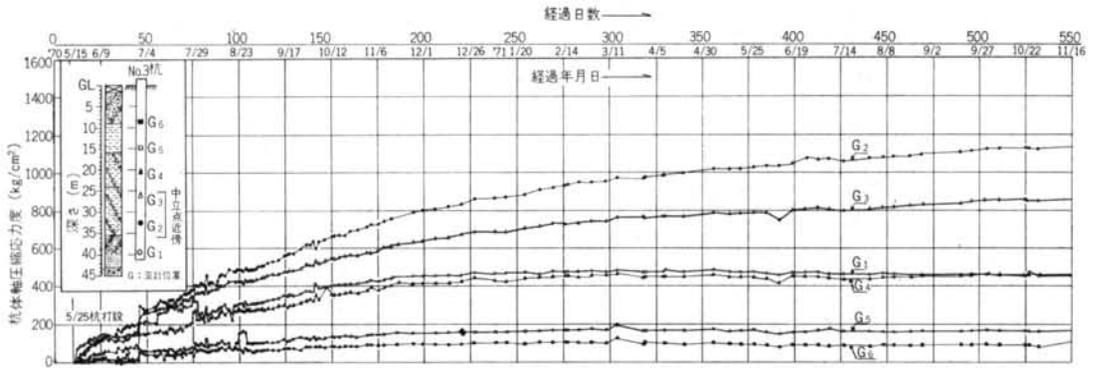


図-4(a) B例：No. 3 杭 自然地盤沈下状態での杭体圧縮応力度の経時変化

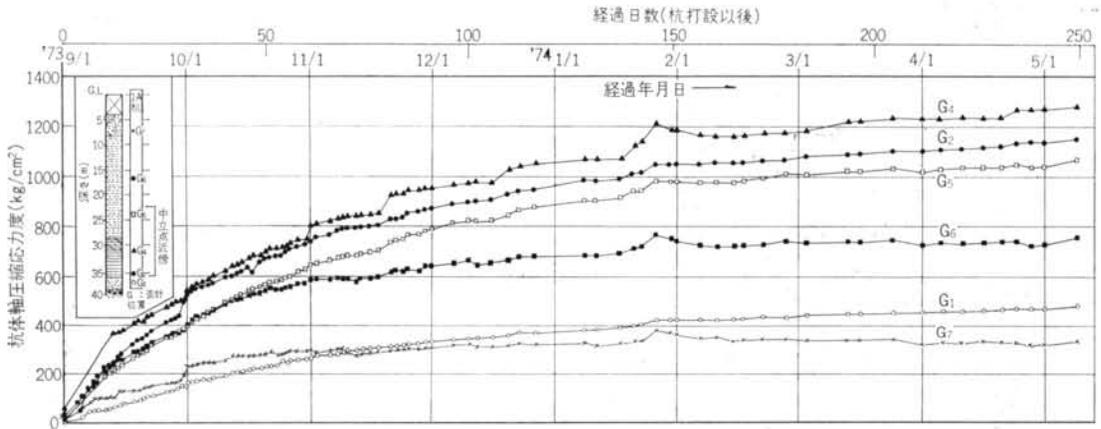


図-4(b) C例：1A 杭 自然地盤沈下状態での杭体圧縮応力度の経時変化例

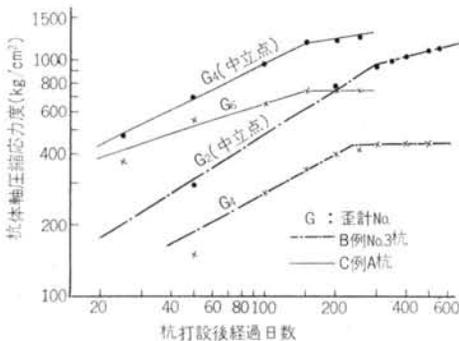


図-5 経過日数と杭体応力との両対数表示による関係例
間点付近の歪計による測定値を対比して示した 図-5
において明らかである。

盛土による地盤沈下状態の場合としてB例 No. 2 杭についてみると、図-6に示すようになってい。敷地造成用の盛土は杭打ち前に行なわれ、盛土による沈下が生じている状態のところへ杭を設置することが多いが、B

中例の盛土は杭打ち約80日後に開始され、高さ4.0mの盛土を約40日で終了している。この点通常の盛土による地盤沈下状態とは異なるが、盛土荷重の増加による負の摩擦力の性状が測定されている点貴重である。図-6によると盛土荷重の増加につれて急激に杭体応力は増大するが、盛土終了以降は中立点近傍を除きほとんど増大が認められなくなる。中立点近傍については、自然地盤沈下状態の場合と同様に杭打設550日後（盛土終了400日後）でも杭体応力の漸増が認められる。

次にこれらの結果を洪積砂層（支持層）で浅の沖積層の沈下量と、中立点以浅の杭の平均軸力との関係でみると、各実測例の杭では図-7のようになる。ここで杭の平均軸力とは、図-8のような杭の軸力分布において式(1)で求められる値であり、杭の各深さでの軸力は歪計位置での軸力を用い、中立点は最大軸力を示す歪計位置とする。

図-8から負の摩擦力による杭の平均軸力 \bar{Q}_{FN} は、次式のようになる。

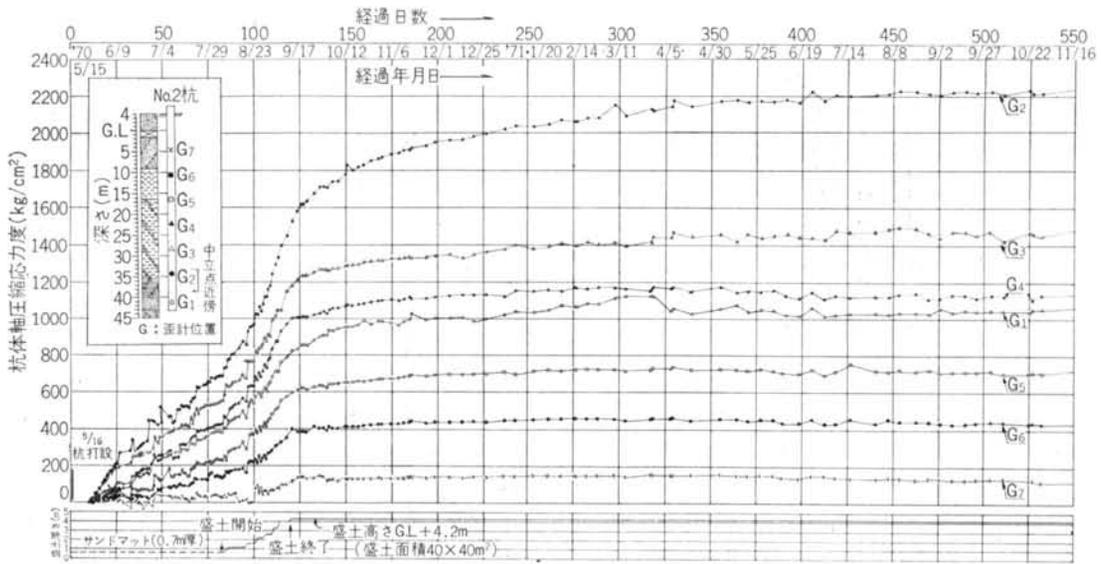


図-6 B例：No. 2 杭 盛土による地盤沈下状態での杭体圧縮応力度の経時変化例

$$\bar{Q}_{FN} = \frac{\frac{1}{2}(Q_{FN0} + Q_{FN1})l_1 + \frac{1}{2}(Q_{FN1} + Q_{FN2})l_2 + \dots + \frac{1}{2}(Q_{FNn-1} + Q_{FNn})l_n}{l_1 + l_2 + \dots + l_n}$$

$$= \frac{Q_{FN0}l_1 + Q_{FN1}(l_1 + l_2) + Q_{FN2}(l_2 + l_3) + \dots + Q_{FNn-1}(l_{n-1} + l_n) + Q_{FNn}l_n}{2(l_1 + l_2 + \dots + l_n)} \quad \dots(1)$$

ここで、 $l_1 = l_2 = l_3 = \dots = l_n = l$, $Q_{FN0} = 0$ とすれば、

$$\bar{Q}_{FN} = \frac{2Q_{FN1}l + 2Q_{FN2}l + \dots + 2Q_{FNn-1}l + Q_{FNn}l}{2nl}$$

$$= \frac{Q_{FN1} + Q_{FN2} + \dots + Q_{FNn-1} + \frac{1}{2}Q_{FNn}}{n} \quad \dots(1)'$$

図-7 に示した平均軸力は、ほぼ式(1)' の \bar{Q}_{FN} に相当すると考えてよい。この図によると、B例の盛土による地盤沈下状態の杭 (No. 1, No. 2, No. 5 杭) では、沈下量15cm 程度まで杭の平均軸力は沈下量に比例して増大

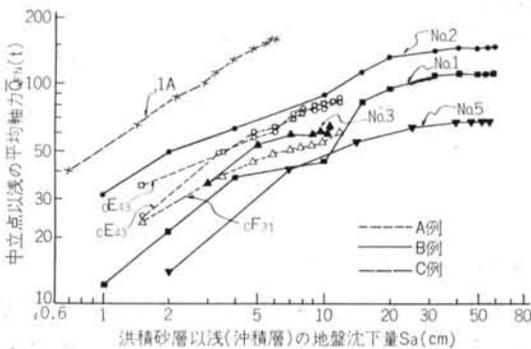


図-7 $\log S_a \sim \log \bar{Q}_{FN}$

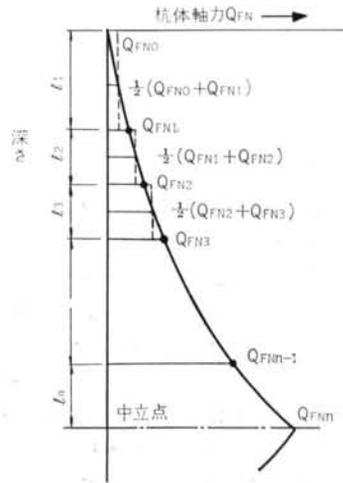


図-8 杭体軸力の分布と平均軸力

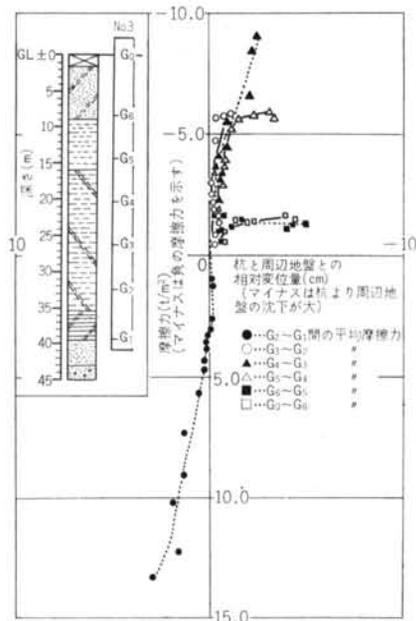


図-9(a) B例: No. 3 杭 摩擦力と相対変位との関係(自然地盤沈下状態での支持杭の例)

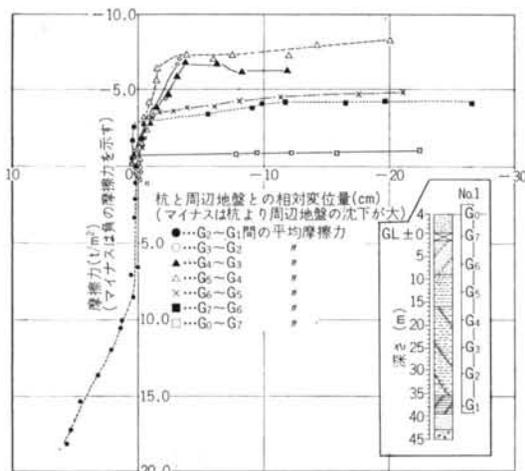


図-9(b) B例: No. 1 杭 摩擦力と相対変位との関係(盛土による地盤沈下状態での支持杭の例)

するが、それ以上の沈下量では増大がみられず平衡状態に至っている。これに対して自然地盤沈下状態での杭では、大半が増大傾向にあり明瞭な平衡状態を認めにくい。沈下量が5~8cm以上になると、 oE_{43} , eE_{43} , No. 3 杭のように平均軸力の増大が鈍化し、次第に平衡状態に近づく傾向を示すものもあるが、この傾向はいまだ不明確である。したがって、図-7から判断すれば、沈下層の厚さが30~40mの場合杭の平均軸力が平衡状態に至るに

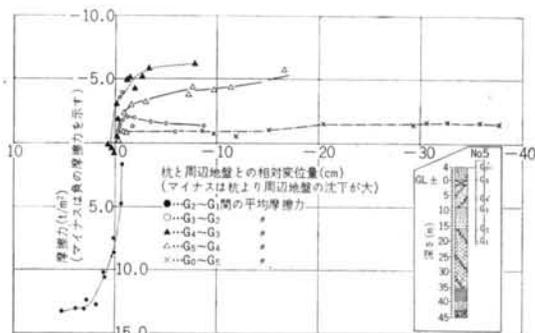


図-9(c) B例: No. 5 杭 摩擦力と相対変位との関係(盛土による地盤沈下状態での摩擦杭の例)

は、沈下層の沈下量として15~20cm以上必要であるということになる。

杭周面に働く摩擦力は、通常杭と周辺地盤との相対変位に比例して増大し、ある相対変位量になると最大値を示してそれ以上の変位ではほぼ一定値を保持する。この関係をB例のNo. 1, No. 5, No. 3 杭についてみると、図-9のようになる。この図で摩擦力は各杭の測定杭体軸力差から求めた応力測定点間の平均摩擦力であり、相対変位は杭の応力測定点間の中間位置と、杭から数m離れた位置での層別沈下計による地盤沈下との相対変位である。図-9(a)は自然地盤沈下状態におけるもので、G.L.-20m以深では相対変位が小さいために負の摩擦力は最大値を示し平衡状態に至っていない。これに対して、同図(b), (c)は盛土による地盤沈下状態におけるもので、相対変位が大きいためNo. 1 杭の中立点近傍のものを除きすべて平衡状態に至っている。なお、正の摩擦力については最大値に達しているものはないが、摩擦力は相当に大きいようで15 t/m²以上になると考えられる。

これらの図から、負の摩擦力が最大値 f_N になるのに要する相対変位量 S_r は0.5~4.0cmであり、 f_N が大きい程 S_r も大きくなる傾向が認められ、 f_N と S_r との関係は大略次のようになっている。

$$f_N < 2.0 \text{ t/m}^2 \text{ では } S_r \leq 0.5 \text{ cm}$$

$$f_N = 2.0 \sim 6.0 \text{ t/m}^2 \text{ では } S_r = 1 \sim 3 \text{ cm}$$

$$f_N > 6.0 \text{ t/m}^2 \text{ では } S_r = 3 \sim 4 \text{ cm}$$

§ 4. 負の摩擦力の大きさ

粘性土における負の摩擦力の大きさを考える場合、粘性土の非排水せん断強さを基にする方法と、地盤の鉛直有効応力を基にする方法が多く用いられている。粘性土

の非排水せん断強さとしては通常 $qu/2$ (qu : 一軸圧縮強さ) が用いられているので、ここではこの方法を「 $qu/2$ 法」といい、また、鉛直有効応力を用いる方法は「有効応力法」ということにして、以下これらの方法によって実測結果における負の摩擦力の大きさを検討してみよう。

(1) $qu/2$ 法による検討

図一1~3には、自然地盤沈下状態の場合には杭打込み前の $qu/2$ を、盛土による地盤沈下状態の場合には杭打込み前の $qu/2$ に盛土による地中応力の0.35倍を加えたものを、それぞれの杭に働く負の摩擦力として求めた杭体軸力を併記してある。

これらの図によると、地盤沈下状態の杭については、中立点以浅で実測値より $qu/2$ 法による計算値が大きかったりその逆であったりしているが、中立点付近では両者がほぼ等しくなっている。したがって、 $qu/2$ 法によって中立点における負の摩擦力による最大杭体軸力を求めることは一応妥当であると考えてよい。しかし、前項において述べたように中立点付近では負の摩擦力が増大傾向にあるので、この傾向を考えると $qu/2$ 法は危険側の値を与えていることになる。盛土による地盤沈下状態の杭については、実測値より計算値が相当に小さくなっている。

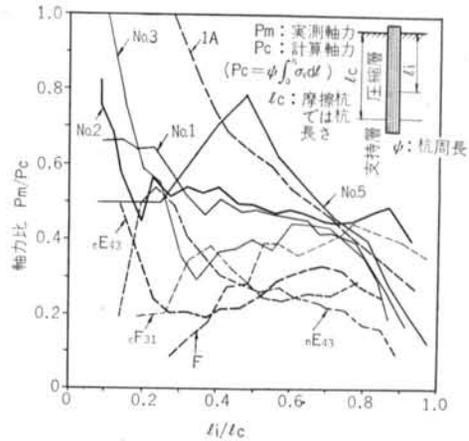
以上の概括的比較の結果から、杭打込み前の $qu/2$ による計算値は、長期間の自然地盤沈下や盛土による地盤沈下状態においては負の摩擦力による杭体軸力を過小に求め、危険側の値を与える可能性が大きいといえる。この理由としては次のようなことが考えられる。

- (i) 土質試時の試料の乱れによる qu の低下。
- (ii) 間隙水圧の低下や杭打ちによる側方排土圧などによるねり返しの回復や圧密によって生じる qu の増加。
- (iii) 砂分を含む場合には、地中の応力状態によって非排水せん断強さは $qu/2$ より大きい。
- (iv) 杭周面におけるせん断条件が非排水の条件であるとはいえず、杭周面の摩擦抵抗が非排水せん断強さに等しいとは限らない。

以上のような点を考慮すると、負の摩擦力を $qu/2$ によって求めることは適切とはいえないが、 qu は比較的簡単に知ることができるので、実用的な点からいうと便宜的方法として $qu/2$ 法は棄て難い。ただし、 $qu/2$ 法による場合には、前述の点を考慮して砂分の含有率が少ないいわゆる粘土に対してのみ適用するとともに、地盤調査によって得られた qu より20~30%割増しした qu を用いる必要がある。

(2) 有効応力法による検討

地盤の鉛直有効応力すなわち有効土被り圧を式(2)のよ



図一10 深さ比 l_i/l_c と軸力比 P_m/P_c

うに考えれば、間隙水圧の実測により比較的簡単に求めることができる。次に負の摩擦力が地盤の鉛直有効応力に比例するとすれば、式(3)の比例定数 α の値を知ることによって、負の摩擦力を容易に求め得る。

$$\sigma_v' = \gamma l_i - u_{mi} \quad \dots\dots(2)$$

- ここで、 σ_v' : 鉛直有効応力 (t/m^2)
- γ : 土の湿潤単位体積重量 (t/m^3)
- l_i : 地表面からの深さ (m)
- u_{mi} : l_i での実測間隙水圧 (t/m^2)

$$f_N = \alpha \sigma_v' \quad \dots\dots(3)$$

- ここで、 f_N : 単位面積当りの負の摩擦力 (t/m^2)
- σ_v' : 地盤の鉛直有効応力 (t/m^2)
- α : 比例定数

各実測例について、実測軸力と σ_v' を杭周面の摩擦力として計算した軸力との比を求めると、図一10のようになる。この図では軸力の比になっているので、各深さにおける比はその深さまでの平均摩擦力と平均 σ_v' との比になっている。したがって、負の摩擦力については、式(3)の α の平均値として、中立点付近でみると $l_i/l_c = 0.6 \sim 0.8$ の範囲で0.25~0.5となっている。

次に、実測軸力差から求めた杭周面の摩擦力 τ と σ_v' との比 (中立点以浅では $\tau = f_N$ で式(3)の α とする) を示すと、図一11のようになる。この図によると $l_i/l_c < 0.6$ の範囲では $\alpha = 0.2 \sim 0.7$ 、 $l_i/l_c = 0.3 \sim 0.6$ では大半が $\alpha = 0.25 \sim 0.6$ の範囲にはいつている。なお、 $l_i/l_c = 0.7 \sim 0.8$ で比が小さくなっているのは、中立点近傍で杭と周辺地盤との相対変位が小さく、杭周面の摩擦力の発揮が不十分なためと考えられる。 $l_i/l_c \approx 0.9$ では、比が前記の α とほぼ同じになっており、正の摩擦力についても、負の摩擦力と同じよう考えてよいことを示している。また、閉端杭について $l_i/l_c < 0.6$ の範囲における各深さで

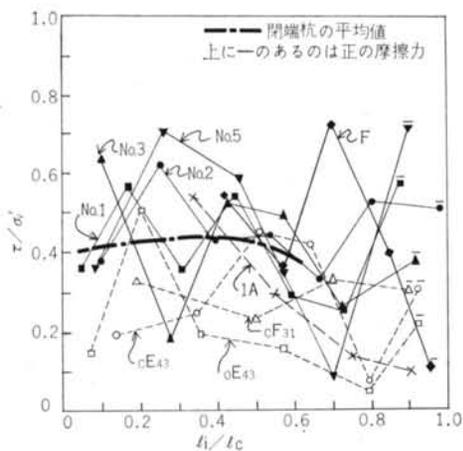


図-11 深さ比 l_i/l_c と τ/σ_v' の関係

の平均 α を求めると、図に示すように約 0.4 となり、ばらつきは 0.4 の $\pm 5\%$ の範囲にある。したがって、大略的には $\alpha \approx 0.4$ ということができる。これに対して、開端杭は 1 本の実測結果しかないが、これでは $\alpha \approx 0.2$ で開端杭の約 50% になっている。

α の値は、杭の種類（主として材種による周面状態）と形状（先端開放・閉鎖の別）・寸法、杭の設置方法（打込み、埋込み、場所打ちなど）、地盤の性質、杭と地盤の沈下性状などによって変化すると考えられる。各実測例の開端杭については、杭と設置方法に関する条件が同じであると考えてよいので、図-10, 11 の実測例における α の差は、地盤の性質および杭と地盤の沈下性状など主に地盤の条件によると考えられる。

地盤の沈下性状としては、杭と地盤との相対変位の大きさと速度が主要なものと考えられる。相対変位の大きさについては、図-9 にみるように最大の摩擦力が発揮されるに必要な相対変位 $S_r > 1 \sim 4 \text{ cm}$ で、 $l_i/l_c = 0.7 \sim 0.8$ で α が小さくなっているのは、中立点近傍で相対変位が小さいためであることは前述した。次に、相対速度と α との関係を探ると図-12 のようになる。この図の各点は、相対変位が明らかでしかも S_r 以上であり、 f_N が完全発揮の状態にあると認められるものであって、速度は f_N が完全発揮の状態になった時の相対変位量を杭打設からその時までの経過時間で除したものである。この図によると、相対変位速度が大きくなると α も大きくなる傾向が認められるが、同一地盤条件ということで B 例 (No. 1, 2, 3 の杭) についてみると α は 0.35 ~ 0.6 の範囲でばらついていて、相対変位速度との明瞭な関係は認めがたい。変位速度が約 100 倍変化しているにも拘わらず α に傾向的变化が認められないということは、図-12 に示した程度の相対変位速度の変化範囲では、速度による

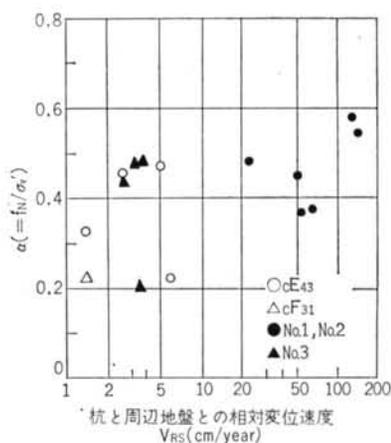


図-12 $\log V_{RS}$ と α

α の変化を特に考える必要がないといえよう。しかし、相対変位速度が大きいものの、 α はすべて盛土による地盤沈下の場合であることを考えると、盛土による杭周近傍での間隙水圧が周辺のそれより大きく σ_v' が小さくなっていたり、変位速度が大きいと土の乱れの影響が大きいなどにより、 α が見掛け上小さく計算されている可能性もある。

Bjerrum¹⁴⁾ は杭と粘土間のせん断抵抗すなわち杭周面の摩擦力として式(4)を与えており、軟らかい粘土での負の摩擦力の測定結果から、軟らかい海成粘土においては設計値として $K \tan \phi_a' \approx 0.2$ を提唱している。

$$\tau_a = \sigma_h' \tan \phi_a' = \sigma_v' K \tan \phi_a' \quad \dots (4)$$

ここで、 τ_a : 杭周面と土の摩擦抵抗

σ_h' : 杭周面に作用する水平方向の有効応力

ϕ_a' : 有効応力表示の杭周面と土の摩擦抵抗角

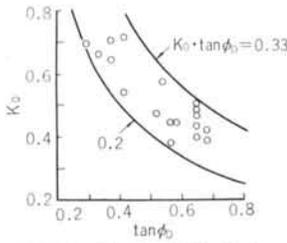
σ_v' : 鉛直有効応力

K : σ_h'/σ_v' の比例定数 (土圧係数に相当する)

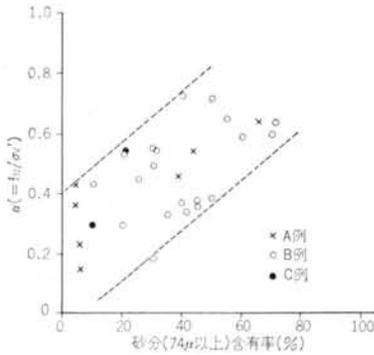
一方、実際に地中に打込まれた杭を掘出した場合や引抜いた場合に、杭周面には堅硬な土砂が薄く貼付ていることが多く、杭周面の摩擦抵抗は杭表面と杭周囲土との摩擦抵抗によって決まるとばかりはいえない。むしろ、すべり面は杭周近傍の土の中に発生していると考えた方が実状に近いといえよう。

柴田⁷⁾ は正規圧密粘土について、 $\phi_a' = \phi_D$ (ϕ_D : 排水せん断試験による内部摩擦角)、 $K = K_0$ (K_0 : 静止土圧係数) として、 $K_0 \tan \phi_D = 0.2 \sim 0.33$ (図-13) になるとしている。

わが国の沖積粘土では $\phi_D = 25^\circ \sim 30^\circ$ ($\tan \phi_D = 0.47 \sim 0.58$) で変化は小さいが、シルト分や砂分を含むいわゆる粘性土においては $\phi_D = 25^\circ \sim 40^\circ$ ($\tan \phi_D = 0.47 \sim 0.84$)



図一13 正規圧密粘土の静止土圧係数と排水せん断による内部摩擦角（柴田）



図一14 砂分の含有率とα

土質名	砂分の含有率 (%)	α の値
粘土あるいはシルト	20以下	0.25~0.35
砂質粘土あるいはシルト	20~50	0.35~0.55
砂質土 (N<10)	50~70	0.55~0.65

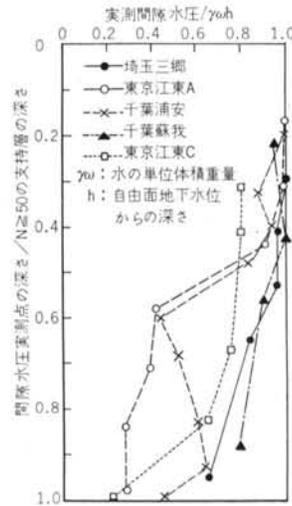
表一2 沖積粘性土における打込み杭に対するα

とかなり変化する。Kについては杭の設置方法によって大きく変わると考えられ、打込み杭では側方排土圧の残留があり K_0 より大きく、これも砂分を含む程大きくなる。そこで、実測例におけるαと砂分の含有率との関係を見ると図一14のようになり、αは砂分の多い程大きく、前述の傾向とよく一致している。

以上の結果から、沖積粘性土層における打込み杭ではαとして表一2のような値が目安となろう。

開端杭について遠藤⁹⁾は、A例の開端杭の測定結果から負の摩擦力は開端杭の約6割でよいとしているが、地盤の構成、打込み中の先端閉塞による側方排土状況、支持層への打込み深さなどによって変わると考えられ、現状では開端杭の場合と同じように考えておいた方がよいであろう。場所打ちコンクリート杭や埋込み杭などの掘削杭については実測例はないが、載荷試験の結果などから類推すれば、粘性土に対しては少なくともα=0.25~0.35は考えておく必要があろう。

砂層については、打込み時の側方排土圧や締固め効果



図一15 間隙水圧の深さ方向分布

が大きく、載荷試験でも大きな周面摩擦力が得られている例¹⁵⁾もあり、αとしては0.8~1.0以上が予想されるが、現状では実測例がなく載荷試験から得られた結果¹⁶⁾を準用¹⁷⁾せざるを得ない。

なお、自然地盤沈下状態では、下部層の間隙水圧が例えば図一15のように低下しているのので、 σ'_v を自由面地下水水位による静水圧分布を基に求めた有効土被り圧とすると、危険側になり注意しなければならない。したがって、地盤調査時に間隙水圧を実測することが望ましく、実測を行わない場合には次式による。

$$\sigma'_v = \gamma_w z + \gamma_w h - K_w \gamma_w h \quad \dots\dots(5)$$

ここで、z: 地表面から自由面地下水水位までの深さ

h: 自由面地下水水位からの深さ

K_w : 水圧分布係数 (通常0.8, 地盤沈下量が大きい場合は0.7とする)

γ_w : 水の単位体積重量

§ 5. 中立点の深さ

実測結果から中立点の位置を推定する方法として、杭と周辺地盤との相対変位から求める方法と、杭体軸力の分布から求める方法が考えられる。相対変位から求める方法では、両者の変位が正確に測定されている必要があり、摩擦杭では比較的容易に求められるが、支持杭では杭先端の変位量が小さいため両者が等しくなる点を求めることは、摩擦杭の場合に比してむずかしいことが多い。杭体応力分布から求める方法では、最大応力の位置を知る必要があり、このためには中立点近傍での応力測

定間隔を小さくする必要がある。しかし、実際には数mの間隔があり、中立点近傍では摩擦力の完全発揮が遅れるので、最大応力点は人為的補間によって推定しなければならない。したがって、いずれの方法によっても多少の誤差を生ずる可能性があり、現状ではこれらの方法によって総合的に推定せざるを得ない。ここでは、各実測結果の報告に示されている値を用いて検討を行なうことにする。A例は主として杭体応力分布から、B例は主として相対変位から、C例は杭体応力分布と相対変位の両者によってそれぞれ中立点深さが求められている。

地表面から中立点までの深さ l_n と沈下を生ずる地層中の杭長さ l_c との比 $\beta (=l_n/l_c)$ の経時変化は、図-16に示すように杭打設後100日程度までは変化するが、時間の経過とともに一定値に安定化する傾向が認められ、経過300日以降では杭先端が沈下しているにも拘わらずほとんど β は変化しない。

A例では、杭と地盤との相対変位から求めた中立点の推移は不連続な変動を示し、しかも β の値も応力分布から求めたものと相違しているが、B例、C例では初期の状態を別にすれば連続的な推移を示し、A例のような大きな変動はみられない。また、C例では相対変位によるものと応力分布によるものとはほとんど同じである。

実測例における β の値については、摩擦杭で $\beta=0.72$

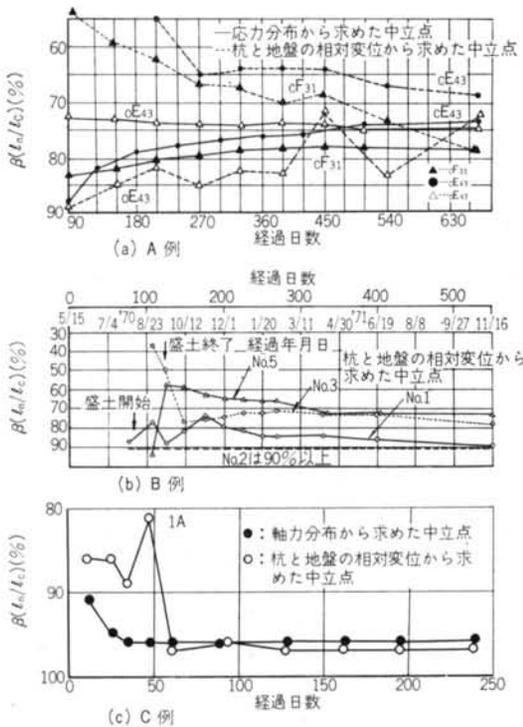


図-16 中立点深さの経時変化

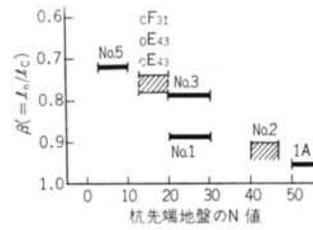


図-17 杭先端地盤のN値と β

杭の種類	採用すべき β
沈下をほとんど許さない支持杭	>0.95
有害な沈下を生じない範囲で沈下を許容する支持杭 (通常的支持杭)	0.85~0.95
地盤沈下と同じように沈下する杭 (摩擦杭)	0.7~0.8

表-3 杭に許容し得る沈下と β の値

~0.78, 支持杭で $\beta \geq 0.74$ となっている。支持杭で β の範囲が大きいのは、杭先端地盤に差があるためと考えられ、杭先端地盤のN値と β との関係を求めると、図-17のようになっている。この図によれば閉端杭では、杭先端地盤が堅硬になる程 β は大きくなっている。すなわち、 $N < 20$ では $\beta = 0.7 \sim 0.8$, $N = 20 \sim 50$ では $\beta = 0.8 \sim 0.95$, $N > 50$ では $\beta > 0.95$ となっている。したがって、実際に施工されている通常的支持杭では、 $\beta = 0.9 \sim 0.95$ を考えておく必要がある。

一方、杭先端の沈下は、設計における杭先端支持力に対する安全率に関係するとともに、 β の大きさにも関係がある。すなわち、杭先端の長期的沈下の増加を許さず、杭頭沈下を極力小さくするためには、 $\beta = 1.0$ として設計しなければならない。 $\beta < 1.0$ とすることは、地盤沈下が続いて負の摩擦力が働いている間、杭も地盤沈下に従ってわずかずつでも沈下していくという前提にたっていることになる。杭が沈下してもよいと考えれば、 β の値は0.70より大きい範囲で小さく採ることができる。以上のことから、 β としては表-3のように考えることができる。

§ 6. 近接杭による負の摩擦力の軽減

杭が相互に近接してくると、各杭に働く負の摩擦力は単杭に比して小さくなり、いわゆる負の摩擦力における群杭効果が現われる。この効果をここでは摩擦杭における群杭効果と区別するために、近接杭効果と呼ぶことにする。

6.1 近接杭効果の検討法

近接杭効果の実用的検討法として遠藤⁹⁾は、次のような提案を行なっている。すなわち、式(6)に示す等価重量負担半径 r_e により 図-18 に示すように各杭を中心に円を描き、各杭の負担範囲 A_e (図中の斜線部分の面積) と r_e による円の面積 A_0 (厳密にはこの面積から杭の閉鎖断面積を差引いた面積とする) との面積比 $\eta (=A_e/A_0)$ を軽減乗数とするものである。

$$r_e = \sqrt{\frac{Df_N}{\bar{\gamma}} + \frac{D^2}{4}} \quad \dots\dots(6)$$

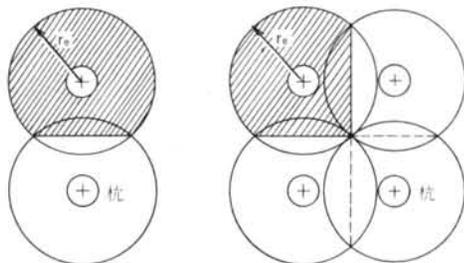
ここで、 r_e : 等価重量負担半径 (m)

D : 杭の外径 (m)

f_N : 単杭に働く中立点以浅の負の摩擦力の平均 (t/m^2)

$\bar{\gamma}$: 中立点深さまでの土の平均単位体積重量 (t/m^3)

式(6)において、 f_N と $\bar{\gamma}$ の採り方によって r_e は変化する。特に $\bar{\gamma}$ については最大値として湿潤単位体積重量 γ_t から、最小値としては水中単位重量 γ' まで考えられ、 $\gamma_t/\gamma' = 2.0 \sim 3.0$ の範囲にあるので、 γ_t によるか γ' によるか



(a) 2本杭

(b) 4本杭

図-18 近接杭の負担面積(斜線部分)例

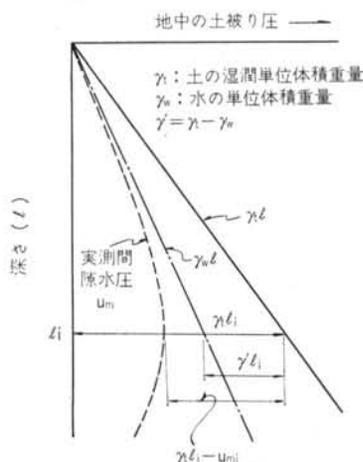


図-19 地中の土被り圧の分布

によって r_e は 40~70% 変化することになり、 $\bar{\gamma}$ の採り方は重要である。

$\bar{\gamma}$ としては負の摩擦力を発生させるのに有効な土の単位体積重量でなければならない。すなわち、地中の土被り圧は 図-19 のようになっているので、式(3)の σ_v' を生ずるに必要な $\bar{\gamma}$ でなければならない。これは γ_t と γ' の中間的な値である。

実際の間隙水圧分布を式(7)のように考えれば、式(3)は式(8)となる。

$$U_{mt} = \bar{K}_w \cdot \gamma_w l_t \quad \dots\dots(7)$$

$$\sigma_v' = \gamma_t l_t - U_{mt} = (\gamma_t - \bar{K}_w \gamma_w) l_t \quad \dots\dots(8)$$

ここで、 \bar{K}_w : 間隙水圧の平均分布係数 (式(5)参照) σ_v' を式(8)のように考えれば、 f_N は式(2)から式(9)となる。

$$f_N = \alpha \sigma_v' = \alpha (\gamma_t - \bar{K}_w \gamma_w) l_t \quad \dots\dots(9)$$

以上から、式(6)の f_N 、 $\bar{\gamma}$ はそれぞれ式(10)、式(11)となり、式(6)は式(12)となる。

$$f_N = \frac{\alpha}{2} l_t (\gamma_t - \bar{K}_w \gamma_w) \quad \dots\dots(10)$$

$$\bar{\gamma} = \gamma_t - \bar{K}_w \gamma_w \quad \dots\dots(11)$$

$$\therefore r_e = \left(\frac{1}{2} \alpha D l_n + \frac{D^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots(12)$$

ここで、 l_n : 中立点までの深さ

式(12)によれば、 α と l_n がわかれば容易に r_e を求めることができ、 $\bar{\gamma}$ を推定する必要がない。負の摩擦力が問題となるような地盤では、自由面地下水位は地表面に近いが、これによる静水圧よりは圧縮層の間隙水圧が小さく (図-15) $\bar{\gamma}$ として γ_t や γ' を用いることは不適當で、式(6)による場合には間隙水圧の分布から地盤の有効単位体積重量を求めなければならない。この点式(12)は簡便になっており、 α を用いて負の摩擦力を推定する場合には本式によって r_e を求めた方がよい。なお、式(12)の r_e を $\alpha = 0.3, 0.4$ について例示すると 図-20 のようになる。

実際的设计においては、以上の計算によって求めた軽

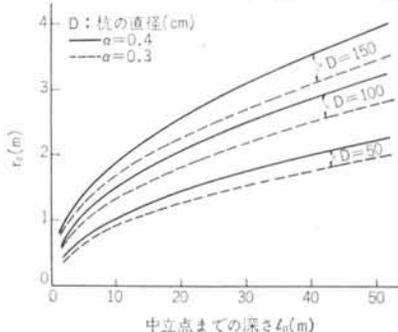


図-20 中立点までの深さ l_n と r_e の関係

減乗数 η を、単杭の中立点位置での負の摩擦力による軸力に乘じ、これを近接杭の負の摩擦力による最大軸力とする。

6.2 近接杭効果の実測

実大杭によって近接杭効果を実測した例としては、現在のところB例の敷地内における橋脚での例^{10),11)}とC例しかない。C例は図-4に示すように2本杭、5本杭と杭本数の少ない場合であり、B例の橋脚での例は38本杭と多数杭の場合である。各例の杭間隔は杭径の2.1~2.5倍で、通常の杭配置である。

杭体軸力分布の経時変化をC例についてみると、図-21のように各杭ともに単杭の分布と相似な形で軸力が発生している。軸力は杭打設後150日頃までは急速に増加し、それ以降は比較的緩やかになるが、250日後でも漸増傾向にある。これらの傾向はB例の橋脚での例についても同じで、杭打設後600日においても杭体軸力は全体的に漸増している。単杭では中立点近傍を除き杭打設後200~300日でほとんど軸力の増加が認められなくなるのに対して、近接杭特に外周を杭で囲まれた中側の杭では軸力の発生が緩慢で、かなり長い期間にわたって漸増していくようである。これは杭間の土の沈下が杭によって抑制され、沈下が極めて遅くなっているためと考えられる。

したがって、以下で検討を行なう実測例における近接杭効果は、杭体軸力が漸増傾向にある過程でのものである点に注意する必要がある。

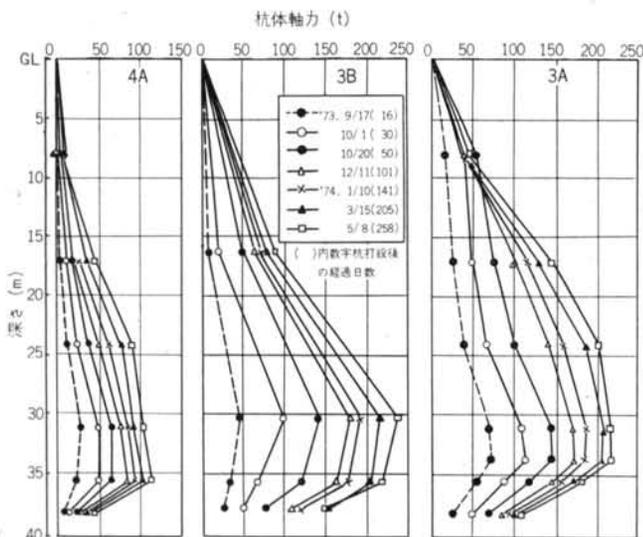


図-21 C例：4A, 3B, 3A杭体軸力分布の経時変化

C例について、図-4に示した杭体軸力分布を基に、各杭と単杭との同じ深さにおける軸力比を求めると図-22のようになる。この図によると各杭の軸力比はG.L.-35m(中立点付近)以深を除きおおむね一様であり、近接杭による負の摩擦力の軽減効果が明瞭に認められる。この図で各深さの軸力比は、その深さまでの単杭に対する平均軽減乗数を示している。したがって、G.L.-30~35m付近での軸力比をみると、2本杭と5本杭の外側杭では2本杭を除き0.5~0.7, 5本杭の内側杭では0.2~0.3となっている。また、各深さにおける単位面積当りの摩擦力の単杭との比を求めると図-23のようになり、図-21よりばらつきは大きい。

実測例について軽減効果を考える場合、単杭とどのような形で比較するかが問題である。実際の設計を対象とした場合には、最大軸力値についてそれぞれ単杭と比較し、近接杭においても最大軸力値が単杭の中立点位置と同じ深さに生ずるとすればよい。しかし、近接杭の最大軸力を生ずる深さは、必ずしも単杭の中立点位置と同じとは限らず、実測例では概して単杭より浅くなっている。C例について、各杭と単杭の最大軸力の比、および中立点以浅の平均軸力(式(1))の比を示すと図-24のようになる。杭によって比は多少ばらついているが、前記の両軸力の比はほぼ同じである。図における点線は両軸力の比の最大と最小の値をそれぞれ結んで範囲を示したもので、これによると2本杭では軸力の比が0.5~0.7, 5本杭の外側杭で0.4~0.7, 5本杭の中側杭で約0.3となっている。また、この図には単杭の実測結

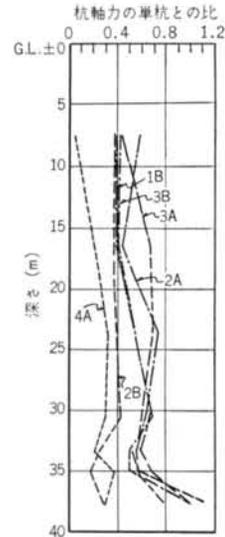
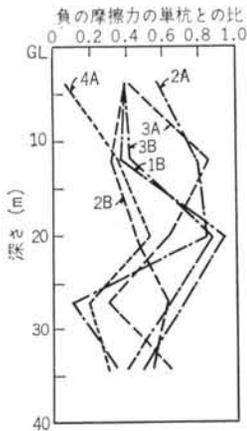


図-22 C例：各杭軸力と単杭軸力との比の分布(杭打設後約250日)



図一23 C例：負の摩擦力の単杭との比

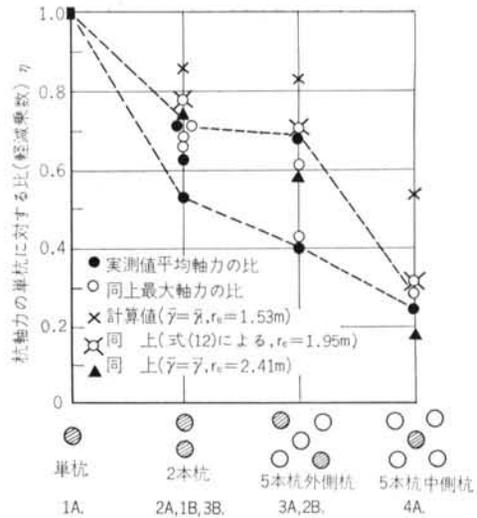
果から \bar{f}_N を逆算し、式(6)と式(12)による軽減乗数 η を併記してある。式(6)では $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}_e$ と $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}'$ とした η で、 $\bar{\gamma}'$ による η は実測値より小さいものがあり、危険側の値になっているのに対して、 $\bar{\gamma}_e$ による η は実測値より大きく安全側の値になっている。式(12)による η は実測値の最大値とほぼ同じで、妥当な値になっている。

B例の橋脚での例について、最大軸力の比と前記と同様の計算値を示すと図一25のようになる。各杭の最大軸力の位置は、単杭の中立点位置とほぼ同じであるが、それより数m浅いが、計算値と実測値との関係はC例(図一24)と同じで、式(12)による η が妥当な値を示しているといえよう。

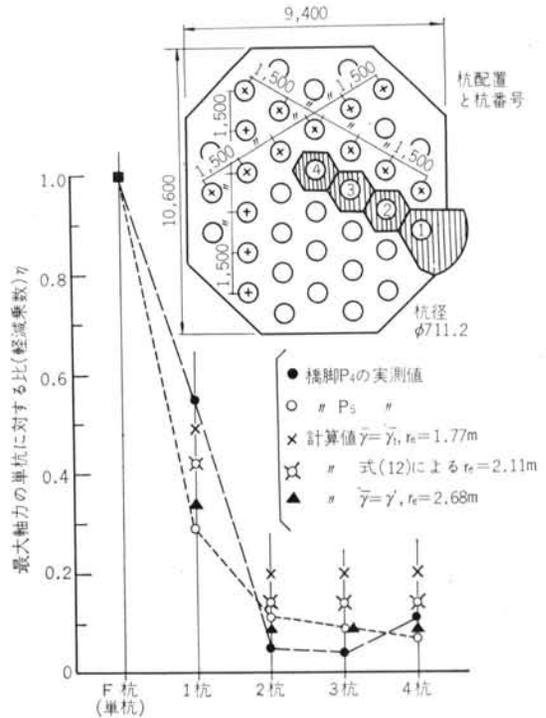
以上の検討結果から、負の摩擦力に対する近接杭効果は大きく、この効果は式(6)によって推定することができるが、式(6)に用いる $\bar{\gamma}$ については間隙水圧の分布を考慮した有効単位体積重量(式(5)から逆算した値)を用いる必要がある。なお、粘性土層などで α が推定できる場合には式(12)を用いることができ、この場合には $\bar{\gamma}$ を特に推定する必要はなく、実測値との対応もよい。

§ 7. 結論

以上の検討は、最近行なわれた実大杭による負の摩擦力に関する実験のうちで、実測が成功していると考えられ、しかもその詳細な結果が公にされている3例を基に行なったものである。これら3例の実測は、実測例の概要紹介において指摘したように、杭や地盤に関する条件が類似している点には注意を要するが、これらの実測によって負の摩擦力の性状に関して相当の部分が明確になったといえる。少なくとも年間の地盤沈下量が数cm以



図一24 実測による最大軸力比と平均軸力比ならびに計算による軽減乗数 η



図一25 実測による最大軸力の比と計算による軽減乗数 η

上の、比較的厚い沖積粘性土地盤に打込まれた鉛直鋼管杭に働く負の摩擦力の性状については、前記3例の実測に関する検討結果から、次のように結論づけることができる。

〈単杭に働く負の摩擦力について〉

① 負の摩擦力は杭と周辺地盤との相対変位（沈下）が0.5～4 cm 以上になると最大値に達し、数10cmの相対変位においてもこの最大値は持続され低下は認められない。負の摩擦力が最大値に達する相対変位量は、負の摩擦力が大きい程大きくなる傾向が認められる。

② 負の摩擦力による杭体応力の経時変化は、自然地盤沈下状態（沖積層部分の年間沈下量が5～8 cm程度）では中立点近傍を除き、杭打設後約200日で応力の増加がほとんど認められなくなる。中立点近傍では500日以後でも応力は増加するが、300～400日以後は応力の増加は鈍化し漸増傾向に変わっている。これに対し、盛土による地盤沈下状態では、盛土荷重の増加につれて急激に杭体応力は増大し、盛土終了以降は中立点近傍を除きほとんど増大しなくなる。中立点近傍については550日以後でも漸増が認められるが、全体的には盛土によって大きな地盤沈下を生ずるような場合には、短期間に負の摩擦力が完全に発揮されると考えてよい。

③ 沖積層の沈下量15cm程度までは、中立点以浅の杭の平均軸力は増大するが、それ以上の沈下量では増大がみられず平衡状態を持続する。

④ 杭体軸力分布の経時変化は、杭打設後の初期から終局状態の分布と相似の分布がみられ、この分布が全体的に大きくなり、地表面に近い部分から次第に軸力の増加が認められなくなって平衡状態に至る。

⑤ 負の摩擦力の大きさを杭打ち前の土質調査による一軸圧縮強さ q_u の $1/2$ から推定することは、必ずしも適切とはいえないが、これによる場合には種々の理由から2～3割大きい q_u を用いた方がよい。

⑥ 負の摩擦力の大きさと鉛直有効土被り圧 σ_v' との間には1次の比例関係が認められ、この比例定数 α は杭に関する条件が同じであれば、杭と周辺地盤との相対変位速度と明瞭な相関は認められず、地盤の砂分の含有率によって変化することが明らかになった。すなわち、沖積粘性土地盤における先端閉鎖打込み鉛直鋼管杭では、砂分の含有率が20%以下では $\alpha=0.25\sim0.35$ 、同含有率20～50%では $\alpha=0.35\sim0.55$ 、同含有率50～70%では $\alpha=0.55\sim0.65$ で、平均的には $\alpha=0.4$ となっており、実測例の α は 0.4 ± 0.2 の範囲にある。

⑦ なお、 σ_v' については全土被り圧から実測間隙水圧を差引いたものとし、間隙水圧は実測することが望ましい。実測値が得られない場合には、自由面地下水位からの水圧分布係数 $K_w=1.0$ とせず、中立点以浅で $K_w=0.7\sim0.8$ として σ_v' を求めればよいであろう。

⑧ 中立点位置の経時変化は、杭打設後100日程度までは変動がみられるが、300日以降では杭先端が沈下して

いてもほとんど変動がなく一定値になっている。

⑨ 地表面から中立点までの深さと、沈下を生ずる地層中の杭長さとの比 β は、杭先端地盤のN値によって0.7～0.95の範囲で変化し、摩擦杭では $\beta=0.7\sim0.8$ 、通常の支持杭では $\beta=0.85\sim0.95$ となっている。なお、沈下をほとんど許容しない杭では $\beta=1.0$ とする必要がある。

<近接杭における負の摩擦力について>

⑩ 近接杭による負の摩擦力の軽減効果（近接杭効果）は、極めて顕著で設計においても十分期待し得ると考えてよく、この効果を大いに活用すべきである。例えば、通常の杭間隔による2本杭や5本杭の外側杭に働く負の摩擦力は、単杭に働く負の摩擦力の50～70%、5本杭の内側杭では30%、多数の杭に囲まれている杭では10%以下となっている。

⑪ これら近接杭効果の検討法として、等価重量負担半径 r_e による実用的方法が提案されているが、この r_e を求める場合には、⑦の σ_v' を基にした地盤の有効単位体積重量を用いる必要がある。

⑫ 粘性土地盤で α が推定できる場合には、 r_e を α によって表わした本報の提案式が便利で、実測結果との対応もよい。

以上実測例を基にした検討結果について述べたが、これらのうち定性的な傾向については負の摩擦力の一般的な性状を示していると考えられる。定量的なものについては実測条件によって変り得る可能性があり、条件の違う杭や地盤への適用に当ってはこの点に対する注意が必要である。

§ 8. おわりに

本報において利用した実測例は3例であるが、これらの実測例ではいずれも負の摩擦力やその他の関連測定がほぼ満足できる状態にあり、測定結果に信頼性があると考えられる。したがって、これらの実測例によって負の摩擦力の実態をかなり明確に把握でき、これらの結果を総合的に検討した本報の結論は、今後の杭の設計に十分利用し得るものであるといえよう。

しかし、杭と地盤の条件が3例とも類似しており、この点については今後新たな実測が強く望まれるところである。特に杭についていえば、場所打ちコンクリート杭や既製コンクリート杭、地盤についていえば、砂質土層と比較的硬質の粘性土層などに関する実測が必要である。また、鉛直杭の他に斜杭とか、小径や大径杭、長尺摩擦杭などについても実測が必要である。さらに、負の摩擦力に効果的に対処するための対策工法に関する実測

と研究も併せて望まれるところである。

負の摩擦力に関する研究自体その緒についたばかりであり、杭に関する研究分野でも未開拓な分野であるが、負の摩擦力に対する杭の設計においては、杭の先端支持力、正の摩擦力、負の摩擦力のほかにこれらの変形に対する性状も重要で、杭に働く負の摩擦力は杭の総合問題といえることができる。しかも、これまでは杭基礎においては極めてまれであった不同沈下も、杭に負の摩擦力が働く場合には、その対処が不十分であると容易に発生することが明らかになってきた。また、負の摩擦力を考慮した場合、考慮しない基礎に比して規模が大きくなったり工費が多くなる一方、被害例が公にされるのが極

めて少ないため、負の摩擦力を軽視したり、その大きさや設計に考慮することの必要性に対して半信半疑の設計態度がしばしばみられる。

したがって、今後も負の摩擦力の解明を進め、その性状を的確に把握し、合理的な対処工法を開発するとともに、現状においてはこれまでの実測や研究成果を可能な限り設計に反映し、負の摩擦力による被害を受けることのないよう十分な配慮が必要であろう。

本報においては実測例を中心に多くの文献を参考にさせていただいたが、最後にこのことを記してこれら各実測を行なわれ貴重な結果を提供された方々に深謝の意を表したい。

〈参考文献〉

- 1) 日本建築学会：“建築基礎構造設計規準・同解説（1961年改訂版）”
- 2) 日本建築学会：“建築鋼くい基礎設計施工規準・同解説” 1963
- 3) 日本道路協会：“道路橋下部構造設計指針——くい基礎の設計篇” 1964. 3
- 4) 運輸省港湾局編：“港湾構造物設計基準” 日本港湾協会 1968. 7
- 5) 井上・小粥：“負の摩擦力による建物の不同沈下の経過とその考察” 清水建設研究所報第22号 1974. 4
井上・小粥：“負の摩擦力による建物の不同沈下の経過とその考察” 日本建築学会関東支部第44回研究発表会梗概集，1974. 3
- 6) 朝日新聞：“足なしビルの恐怖”という見出しの記事 S.48. 8.28 朝刊
- 7) 柴田徹：“くい基礎に働く負の摩擦力” 施工技術 1972. 2（実測の概要が紹介されている）
- 8) 遠藤正明：“鋼グイ——鋼グイ研究委員会報告——ネガティブフリクション（土質工学会編土質基礎工学ライブラリー6）” 1969. 9
- 9) 岡部・鬼頭：“武蔵野ヤードにおけるネガティブフリクションの実験” 構造物設計資料，No. 27, 1971. 9
- 10) 岡部達郎：“軟弱な地盤および地盤沈下対策のための調査・試験，軟弱な地盤沈下地帯における自動化ヤードの計画・設計およびこれに関して行なった実験的研究” 鉄道技術研究報告，No. 897, 1974
- 11) 岡部・鬼頭・坂東・山本：“ネガティブフリクションの算定とその対策” 基礎工 1974. 1
- 12) 小林・井上：“東京下町低地におけるネガティブフリクションの測定例——その1；単杭” 日本建築学会大会梗概集 1974. 10
- 13) 井上・小林：“東京下町低地におけるネガティブフリクションの測定例——その2；近接杭の影響” 日本建築学会大会梗概集 1974. 10
- 14) I. J. Johannessen, L. Bjerrum：“Measurement of the Compression of a Steel Pile to Rock Due to Settlement of the Surrounding Clay” 6th I. C. S. M. F. E., Vol. II 1965
- 15) 井上・小林・清水：“砂層に設置された打込みグイと掘削グイの支持力” 第6回土質工学研究発表会講演集 1971. 6
- 16) 阪口理：“クイに働く砂質土の摩擦力推定式” 日本建築学会大会梗概集 1969. 10
- 17) 小泉安則：“地盤沈下をする地域におけるクイ基礎の設計について” 土と基礎 1972. 4

