

# Rayleigh 波による地中構造物の地震時応力

山原 浩  
伊藤 哲次

## § 1. はじめに

最近、地下鉄、沈埋トンネル、地中埋設管、共同溝など、地中に設けられた細長い構築物が増えてきている。このような地中管路構築物は、地震時にどのような力を受けるだろうか。また、その耐震設計をどのように考えたらよいのだろうか。甚だ不可解なむづかしい問題である。

従来、地震時に構築物が受ける力は、地動の加速度に比例した慣性力として扱われてきた。地上に建つ構築物に関してはそのような考え方でとくに問題はなく、実際の現象ともよく合致することが今までの研究によって立証されてきた。そのため、地上構築物の耐震解析では、多くの場合構築物は質量一ばね—ダシュポットからなる質点系モデルに置きかえられ、その基礎部に地震入力を加速度で与え運動方程式を解くといった手法が常用されてきた。

最近、このような地上構築物で用いられている手法をそのまま地中構築物に適用し、地中構築物を質点系モデルに置きかえて解析する方法が試みられている。すなわち、地中構築物とそれを取巻く表層地盤を質点系に置きかえ、基盤に地震入力を加速度で与えて応答解析を行な

うという方法である。しかし、地中構築物に対して地表面に垂直に進行するSH波の、しかもそれによる慣性力だけを考慮することでよいのであろうか。地中構築物は周囲の地盤と密着しているため、地震時の地盤の変形によって、直接複雑な力を受けるのではないだろうか。

地震とはもともと波動であり、地中の各点は同じ位相で振動するものではない。地中管路構築物は、構造体を形成する素材の剛性は高いが、一般に大きな空洞を有するものが多く、全体として平均化された剛性はもとの地盤に比べて大差ないであろう。また、構築物の断面規模は、地震波の波長に比べて著しく小さい。したがって、地中管路構築物が存在したとしても、地震時の波動伝播の状態を変えるまでにはいかなないであろう。

一般に、地中管路構築物は地表面から比較的浅い位置に設けられる。しかも、地表面に対してほぼ平行に設けられる。このような配置にある地中構築物に対しては、管路に沿って進行する表面波が最も厳しい条件を与えることが容易に想像される。

そこで、まず表面波のうち Rayleigh 波を取上げ、地中管路が存在しても波動の伝播状態が変わらないと仮定し、地盤の変形によって地中構築物に生ずる応力を求める方法について考えてみることにした。

## § 2. 弾性論による Rayleigh 波に関する解

等方等質の無限弾性体について、その微小部分の応力と慣性力との釣合から、つぎの方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここで、 $u$ 、 $v$ 、 $w$ はそれぞれ  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の変位、 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$  および  $\tau_{xy}$ 、 $\tau_{yx}$ 、 $\tau_{yz}$ 、 $\tau_{zy}$  はそれぞれ  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の軸応力およびせん断応力であり、 $\rho$  は媒体の密度である。

式(1)の右辺を変位の関数として表わすために、弾性論におけるつぎの関係を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, & \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \sigma_y &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, & \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \sigma_z &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}, & \tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ここで、 $\lambda$  および  $\mu$  は Lamé の定数であり、

$$\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

である。式(2)を式(1)に代入し、つぎの運動方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

ここで、

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

である。いま、**図-1** に示すように  $x$ - $y$  軸を含む面を自由地表面とし、その原点を  $y=0$  とする。ここで平面波が  $x$  方向に伝播する場合を考えれば、各点の変位は  $y$  軸方向には無関係になる。

$x$  および  $y$  方向の変位を、2つのポテンシャル関数  $\Phi$  および  $\Psi$  を考えることによってつぎのように表わす。

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad \dots\dots(4)$$

体積変化  $\Delta$  は、

$$\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla^2 \Phi \quad \dots\dots(5)$$

$y$  軸まわりの回転角  $\theta_y$  は、

$$\theta_y = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \nabla^2 \Psi \quad \dots\dots(6)$$

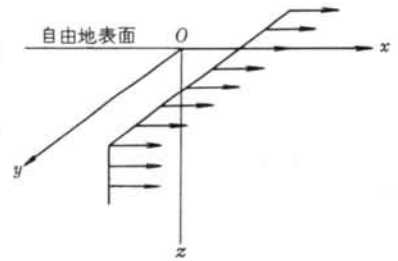
となる。式(4)を式(3)に代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Phi) + \mu \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Psi) \\ \rho \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Phi) - \mu \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots(7)$$

となる。式(7)は2つのポテンシャル関数  $\Phi$ ,  $\Psi$  が、それぞれつぎの関係を有するとき満足される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \nabla^2 \Phi = V_p^2 \nabla^2 \Phi \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} &= \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \Psi = V_s^2 \nabla^2 \Psi \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

ここで、式(8)の解として  $x$  方向に伝播する調和波形連続波動を仮定すれば、



**図-1** 半無限体の座標の設定

$$\phi = F(z)e^{i(\omega t - Nx)}, \quad \Psi = G(z)e^{i(\omega t - Nx)} \quad \dots\dots\dots(9)$$

とおける。ここで  $F(z)$  および  $G(z)$  はともに深さ方向の振幅分布を表わし、 $N$  は波長を  $L$  として次式で定義される。

$$N = \frac{2\pi}{L} \quad \dots\dots\dots(10)$$

式(9)を式(8)に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} F''(z) - q^2 F(z) &= 0 \\ G''(z) - s^2 G(z) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

となる。ただし

$$q^2 = N^2 - \frac{\omega^2}{V_P^2}, \quad s^2 = N^2 - \frac{\omega^2}{V_S^2} \quad \dots\dots\dots(12)$$

である。式(11)は線形の2階微分方程式であるから、その解は  $A_1, A_2, B_1, B_2$  を未定係数としてつぎのように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} F(z) &= A_1 e^{-qz} + B_1 e^{qz} \\ G(z) &= A_2 e^{-sz} + B_2 e^{sz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

ここで、 $z$  を無限大にしたとき振幅が無限大になることはないから、 $B_1 = B_2 = 0$ 。したがって、

$$\left. \begin{aligned} \phi &= A_1 e^{-qz + i(\omega t - Nx)} \\ \Psi &= A_2 e^{-sz + i(\omega t - Nx)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

さて、ここで境界条件として、地表面 ( $z=0$ ) において、 $\sigma_z=0$  および  $\tau_{zx}=0$  を与える。すなわち  $z=0$  のとき

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ \tau_{zx} &= \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

とする。式(4)、式(14)を式(15)に代入し整理すれば、

$$4qs\mu N^2 = (s^2 + N^2) \{ (\lambda + 2\mu)q^2 - \lambda N^2 \} \quad \dots\dots\dots(16)$$

なる関係式を得る。式(16)に式(12)を代入し整理すれば、

$$16 \left( 1 - \frac{\omega^2}{V_P^2 N^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega^2}{V_S^2 N^2} \right) = \left\{ 2 - \left( \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \right) \left( \frac{\omega^2}{V_P^2 N^2} \right) \right\}^2 \left( 2 - \frac{\omega^2}{V_S^2 N^2} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(17)$$

となる。いま、式(17)によって作られる波 (Rayleigh 波) の波長を  $L_R$ 、波動速度を  $V_R$  とすれば、式(10)より

$$N = \frac{2\pi}{L_R} = \frac{2\pi f}{V_R} = \frac{\omega}{V_R} \quad \dots\dots\dots(18)$$

と表わされる。また、

$$\frac{V_R}{V_S} = K, \quad \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} = \frac{2-2\nu}{1-2\nu} = \frac{1}{\alpha^2} \quad \dots\dots\dots(19)$$

とおけば、

$$\frac{\omega^2}{V_S^2 N^2} = \frac{V_R^2}{V_S^2} = K^2, \quad \frac{\omega^2}{V_P^2 N^2} = \frac{V_S^2}{V_P^2} \frac{\omega^2}{V_S^2 N^2} = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} K^2 = \alpha^2 K^2 \quad \dots\dots\dots(20)$$

となるから、これらを式(17)に代入すれば、

$$K^6 - 8K^4 + (24 - 16\alpha^2)K^2 + 16(\alpha^2 - 1) = 0 \quad \dots\dots\dots(21)$$

なる関係式が得られる。これは  $K^2$  に関する3次方程式であり、必ず実根をもつ。 $\nu$  の各値に対して式(21)を解くと表-1 のようになる。すなわち、Rayleigh 波の速度は横波の速度よりやや小さく、また  $K$  は振動数に無関係であるから Rayleigh 波は分散性を示さない。

つぎに、式(14)を式(4)に代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} u &= -A_1 i N e^{-qz+i(\omega t-Nx)} - A_2 s e^{-sz+i(\omega t-Nx)} \\ w &= -A_1 q e^{-qz+i(\omega t-Nx)} + A_2 i N e^{-sz+i(\omega t-Nx)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

となる。これに式(14)の第2式を代入すれば、つぎのような形に整理される。

$$\left. \begin{aligned} u &= i A_1 N U(z) e^{i(\omega t-Nx)} \\ w &= A_1 N W(z) e^{i(\omega t-Nx)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

ただし、

$$U(z) = -e^{-\frac{q}{N}(zN)} + \frac{2 \frac{q}{N} \frac{s}{N}}{\frac{s^2}{N^2} + 1} e^{-\frac{s}{N}(zN)} \dots\dots\dots(24)$$

$$W(z) = \frac{2 \frac{q}{N}}{\frac{s^2}{N^2} + 1} e^{-\frac{s}{N}(zN)} - \frac{q}{N} e^{-\frac{q}{N}(zN)} \dots\dots\dots(25)$$

である。Nは式(14)の定義に示すようにzに無関係な定数であるから、A<sub>1</sub>Nを改めて係数Aとおけば、

$$\left. \begin{aligned} u &= i A U(z) e^{i(\omega t-Nx)} \\ w &= A W(z) e^{i(\omega t-Nx)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

となり、U(z)、W(z)は、Rayleigh波の深さ方向の変位分布関数を意味する。ここで、式(22)、式(20)、式(18)より

$$\frac{q^2}{N^2} = 1 - \alpha^2 K^2, \quad \frac{s^2}{N^2} = 1 - K^2, \quad zN = 2\pi \frac{z}{L_R} \dots\dots\dots(27)$$

なる関係がある。なお、z/L<sub>R</sub>は波長によって規準化した無次元化深さを意味する。

### § 3. Rayleigh波によって地中に生ずる歪

図-2に示すように、Rayleigh波の伝播によって地中に生ずる軸歪を、ε<sub>x</sub>、ε<sub>z</sub>、せん断歪をγ<sub>xz</sub>とすれば、それぞれつぎのように定義される。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \dots\dots\dots(28)$$

式(26)に式(22)を代入すれば、

$$\varepsilon_x = A N U(z) e^{i(\omega t-Nx)} \dots\dots\dots(29)$$

$$\varepsilon_z = A N \left\{ \frac{2 \frac{q}{N} \frac{s}{N}}{\frac{s^2}{N^2} + 1} e^{-\frac{s}{N}(zN)} - \frac{q^2}{N^2} e^{-\frac{q}{N}(zN)} \right\} e^{i(\omega t-Nx)} \dots\dots\dots(30)$$

$$\gamma_{xz} = i 2 A N \frac{q}{N} \left\{ e^{-\frac{q}{N}(zN)} - e^{-\frac{s}{N}(zN)} \right\} e^{i(\omega t-Nx)} \dots\dots\dots(31)$$

を得る。ここで、無次元化深さ z/L<sub>R</sub>を改めて、

$$\xi = \frac{z}{L_R} \quad (zN = 2\pi\xi) \dots\dots\dots(32)$$

とおき、式(27)の関係を代入すれば、地中の変位および歪分布をつぎのように表わすことができる。

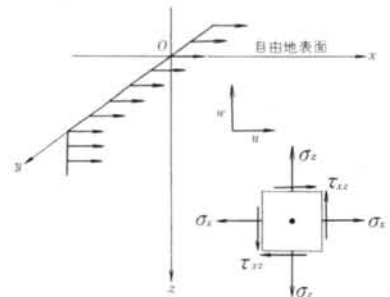


図-2 地中に生ずる歪

ν	K(=V <sub>R</sub> /V <sub>S</sub> )
0.25	0.91940
0.30	0.92741
0.35	0.93501
0.40	0.94220
0.45	0.94896
0.50	0.95531

表-1 Rayleigh波と横波の速度比

変位分布

$$u = A \left\{ -e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} + \frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} \cos \omega \left( t - \frac{x}{V_R} \right) \quad \dots\dots\dots 33$$

$$w = A \left\{ \frac{2\sqrt{1-\alpha^2K^2}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} - \sqrt{1-\alpha^2K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} \right\} \sin \omega \left( t - \frac{x}{V_R} \right) \quad \dots\dots\dots 34$$

歪分布

$$\varepsilon_x = A \frac{\omega}{V_R} \left\{ -e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} + \frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} \sin \omega \left( t - \frac{x}{V_R} \right) \quad \dots\dots\dots 35$$

$$\varepsilon_z = A \frac{\omega}{V_R} \left\{ \frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} - (1-\alpha^2K^2) e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} \right\} \sin \omega \left( t - \frac{x}{V_R} \right) \quad \dots\dots\dots 36$$

$$\gamma_{xz} = 2A \frac{\omega}{V_R} \sqrt{1-\alpha^2K^2} \left\{ e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} - e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} \cos \omega \left( t - \frac{x}{V_R} \right) \quad \dots\dots\dots 37$$

ただし、 $A$  は振幅の絶対値に関する係数である。

いま、Rayleigh 波を調和波長とし、地表面における上下動振幅を 1.0、すなわち  $(w)_{z=0} = 1$  とし、式 33~式 37 より地中の変位および歪の振幅を求めてみた。図-3 は変位振幅  $u$  および  $w$  の分布を示したものである。図-4 は歪振幅  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_z$  および  $\gamma_{xz}$  の分布をそれぞれ示したものである。

§ 4. ランダムな Rayleigh 波による地中の変位および歪

地表のある観測点において、ランダムな Rayleigh 波の上下動変位波形  $Z(t)$  が与えられたとする。 $Z(t)$  はつぎのようにフーリエ級数に展開することができる。

$$Z(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t \right\} \quad \dots\dots\dots 38$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T Z(t) \cos \omega_n t dt \quad B_n = \frac{2}{T} \int_0^T Z(t) \sin \omega_n t dt$$

ここで、 $T$  は考える地震波の全長 (sec) であり、

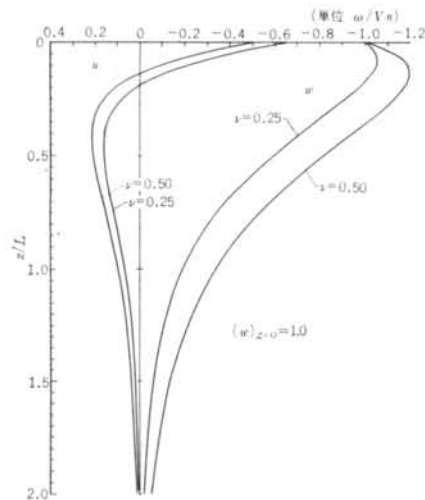


図-3 調和波 Rayleigh 波による地中の変位振幅分布

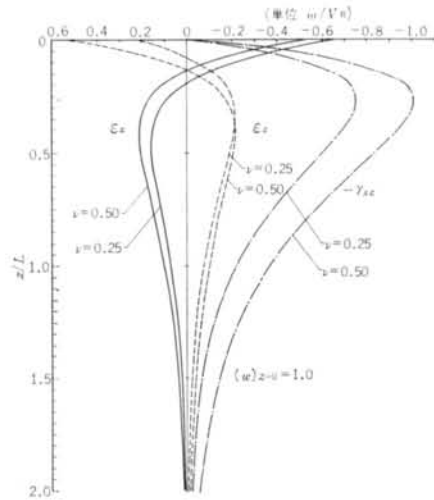


図-4 調和波 Rayleigh 波による地中の歪振幅分布

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{T} \quad \dots\dots(39)$$

である。地中の各深さにおける変位および歪は、調和波形に展開された各成分波の解を合成することによって求められる。いま、観測点直下 ( $x=0$ ) について考えれば、上下動の成分波  $A_n \cos \omega_n t$  および  $B_n \sin \omega_n t$  による変位および歪の分布を求め、それらを合成してフーリエ級数の形で表わせばそれぞれつぎのようになる。

$$(1) \quad u(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cos \omega_n t + D_n \sin \omega_n t \right\} \quad \dots\dots(40)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} C_n &= A \left\{ -e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} + \frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} B_n \\ D_n &= -A \left\{ -e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} + \frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} A_n \end{aligned} \right\} \dots\dots(41)$$

$$(2) \quad w(t) = \frac{E_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ E_n \cos \omega_n t + F_n \sin \omega_n t \right\} \quad \dots\dots(42)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} E_n &= A \left\{ \frac{2\sqrt{1-\alpha^2K^2}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} - \sqrt{1-\alpha^2K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} \right\} A_n \\ F_n &= A \left\{ \frac{2\sqrt{1-\alpha^2K^2}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} - \sqrt{1-\alpha^2K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} \right\} B_n \end{aligned} \right\} \dots\dots(43)$$

$$(3) \quad \varepsilon_x(t) = \frac{G_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ G_n \cos \omega_n t + H_n \sin \omega_n t \right\} \quad \dots\dots(44)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} G_n &= A \frac{\omega_n}{V_R} \left\{ -e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} + \frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} A_n \\ H_n &= A \frac{\omega_n}{V_R} \left\{ -e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} + \frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} B_n \end{aligned} \right\} \dots\dots(45)$$

$$(4) \quad \varepsilon_z(t) = \frac{I_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ I_n \cos \omega_n t + J_n \sin \omega_n t \right\} \quad \dots\dots(46)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} I_n &= A \frac{\omega_n}{V_R} \left\{ -\frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} + (1-\alpha^2K^2) e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} \right\} A_n \\ J_n &= A \frac{\omega_n}{V_R} \left\{ -\frac{2\sqrt{(1-\alpha^2K^2)(1-K^2)}}{2-K^2} e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} + (1-\alpha^2K^2) e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} \right\} B_n \end{aligned} \right\} \dots\dots(47)$$

$$(5) \quad \gamma_{xz}(t) = \frac{K_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ K_n \cos \omega_n t + L_n \sin \omega_n t \right\} \quad \dots\dots(48)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} K_n &= 2A \frac{\omega_n}{V_R} \sqrt{1-\alpha^2K^2} \left\{ e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} - e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} B_n \\ L_n &= -2A \frac{\omega_n}{V_R} \sqrt{1-\alpha^2K^2} \left\{ e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\alpha^2K^2}} - e^{-2\pi\xi\sqrt{1-K^2}} \right\} A_n \end{aligned} \right\} \dots\dots(49)$$

なお、 $A$  は  $z=0$  のとき  $w=1$  として定まる定数であり、

$$A = \left( \frac{2\sqrt{1-\alpha^2K^2}}{2-K^2} - \sqrt{1-\alpha^2K^2} \right)^{-1} \quad \dots\dots(50)$$

として表わされる。

## § 5. 数値解析例

まず入力波形については、Rayleigh 波の上下動変位記録がなく、既往の地震記録波形から Rayleigh 波成分を分離することも、現在では不可能に近い。そこで本章の数値解析では、一例として Hachinohe 1968 の強震計記録から、上下動の記録波形がすべて Rayleigh 波の上下動成分を表わすものと仮定することにした。この仮定は極めて乱暴なように思えるが、一般に水平動がすべて SH 波の水平成分を表わすものとして各種の応答解析に用いられているのと全く同罪なのである。

実際に、上下動成分を有する波として P 波、SV 波それに Rayleigh 波が考えられる。初期微動における上下動成分は明らかに P 波によるものであろうが、一般に振幅の絶対値が小さいため設計上は問題にならない。SV 波による上下動成分は、実体波が地表面に対してほぼ垂直に到達するという定説が正しければ、その上下動成分はごくわずかなものになる。とくに主要動を過ぎた後の上下動成分は、そのほとんどが Rayleigh 波によるものと考えられる。したがって、上下動の記録が Rayleigh 波の特性に最も近いと考えることは、実用上決して無理な仮定ではなさそうである。

以上のような理由から、設計上の判断資料を得ることを目的として、強震計記録の上下動成分が Rayleigh 波の特性を表わすものと仮定し、2, 3 の数値解析を試み

ることにした。

一例として、 $V_R=100m/sec$ 、 $\nu=0.25$  としたとき、各深さにおける変位と歪の波形を図-5 から 図-9 に示した。図-5 は波の進行方向の変位  $u$  の分布を、図-6 は上下方向の変位  $w$  の分布を示したものである。また、その時の波の進行方向の歪  $\epsilon_x$  の分布を図-7 に、上下方向の歪  $\epsilon_z$  の分布を図-8 に、 $xz$  面内のせん断歪  $\gamma_{xz}$  の分布を図-9 にそれぞれ示した。

## § 6. 結 論

地中の軸歪は  $\epsilon_x$  (波の進行方向の歪) が  $\epsilon_z$  (深さ方向の歪) より大きく、いずれも地表面において最大値をとる。 $\nu=0.25$  とした場合、Hachinohe 1968 地震では  $(\epsilon_x)_{max}=0.934 \times 10^{-3}$ 、El-Centro 1940 地震では  $(\epsilon_x)_{max}=0.768 \times 10^{-3}$  となる。すなわち、強震時には  $10^{-3}$  程度の軸歪が生ずることになる。いま地中構造物としてコンクリート構造物を考え、そのヤング率を  $2.1 \times 10^5 kg/cm^2$  とすれば、軸応力の最大値はそれぞれ  $(\sigma_x)_{max}=196 kg/cm^2$ 、 $(\sigma_x)_{max}=161 kg/cm^2$  となる。これらの値はコンクリートの引張強度を大幅に越えるから、引張鉄筋による補強が必要になる。

深さ方向の軸歪  $\epsilon_z$  は、 $\nu$  が 0.25 から 0.50 の範囲では  $\epsilon_x$  より小さく、また応力の方向から見て地中管路構造物

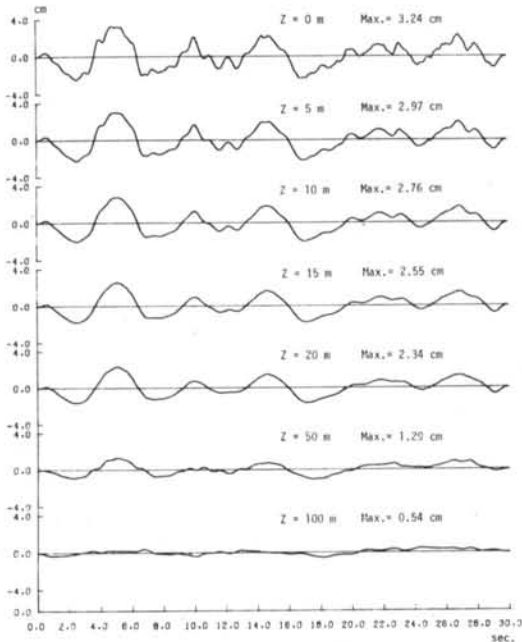


図-5 波の進行方向の水平変位  $u$  の分布

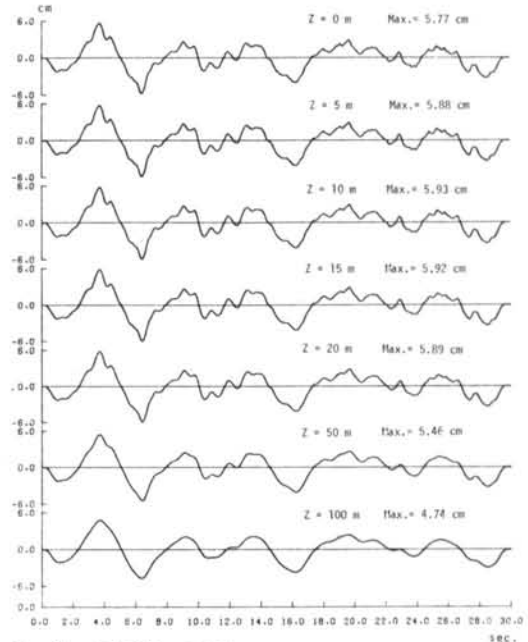
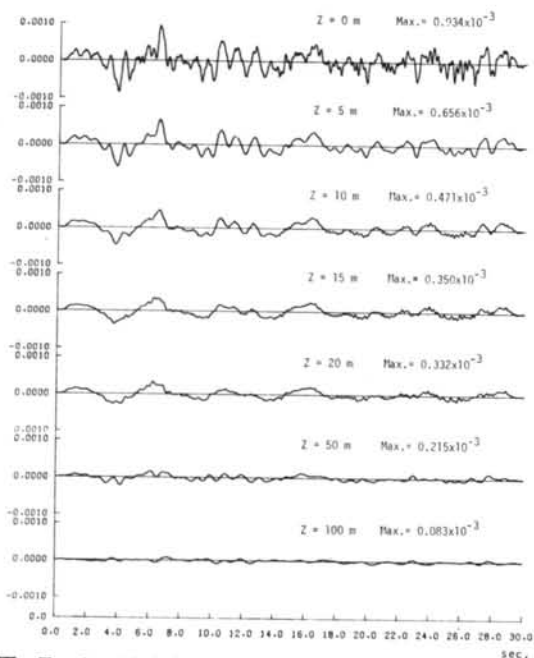
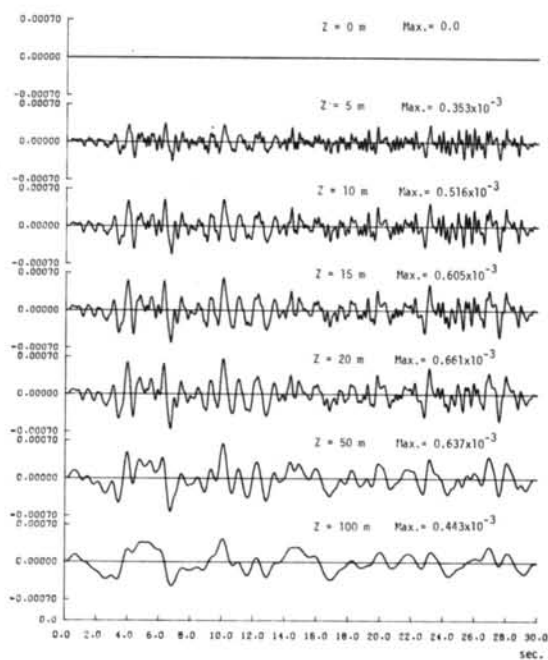


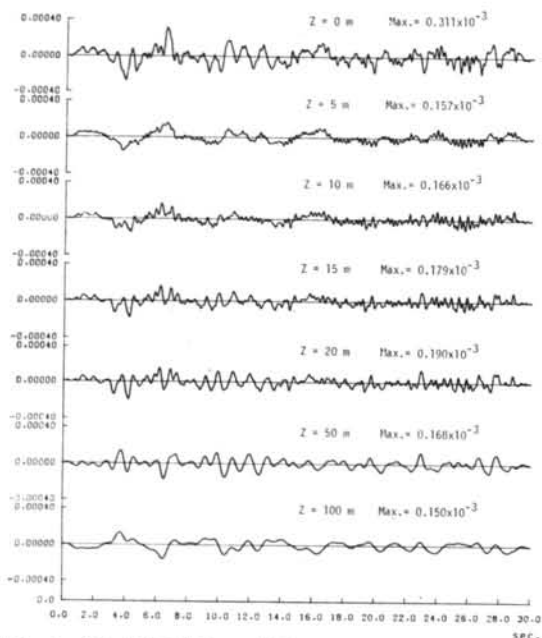
図-6 上下変位  $w$  の分布



図一七 波の進行方向の軸歪  $\epsilon_x$  の分布



図一九 波の進行方向を含む垂直面内のせん断歪  $\gamma_{xz}$  の分布



図一八 深さ方向の軸歪  $\epsilon_z$  の分布

では設計上あまり問題にはならない。

地中のせん断歪  $\gamma_{xz}$  は浅い位置では比較的小さいが、それでも深さ 5 m の位置で  $(\gamma_{xz})_{max} = (0.3 \sim 0.4) \times 10^{-3}$

程度になる。コンクリートのせん断剛性率を  $0.9 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$  としてせん断応力に換算すれば、 $\tau_{max} = 27 \sim 36 \text{ kg/cm}^2$  程度になる。これもコンクリートの許容応力度を十分越えるから、鉄筋によるせん断補強が必要になる。

一般に軸歪  $\epsilon_x$  および  $\epsilon_z$  は地表付近で急激に小さくなる傾向があり、地中管路構造物を深い位置に設けるほど有利になる。ただしせん断歪  $\gamma_{xz}$  は深さ 20~100 m のあたりで最大値をもち、構造物をむしろ浅い位置に設けるほうが有利になる。しかし、コンクリート構造物ではとくに引張強度に弱点があるから、管路をできるだけ深く設けるほうが有利であることはいうまでもない。なお、ポアソン比による変動は結果的にあまり大きくなく、設計上あまり神経質になることはない。

以上述べたように、Rayleigh 波の伝播によって生ずる地中歪（応力）は想像した以上に大きく、横波の重複反射や地動の慣性力によって生ずる歪（応力）よりはるかに重要な意味をもつことがわかった。おそらくこの種の表面波によって生ずる応力に対し十分な耐力さえ備えていれば、地盤が破壊されないかぎり地中管路構造物の耐震性は保証しうるであろう。