

鋼繊維補強コンクリートの強度推定（その2）

—強度推定式の誘導と実験による検証—

高木 隼二

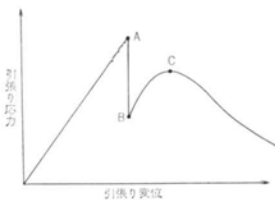
§ 1. まえがき

鋼繊維補強コンクリート (Steel Fiber Reinforced Concrete, 以下 S. F. R. C. と略す) は、従来のコンクリートにくらべ引張りや曲げ強度、耐亀裂性や耐衝撃性などの性能が向上し今後いろいろな方面に適用が期待される新しい材料である。特に繊維を異形とした時には、この性能の向上は著しい。

この研究は、そのようなすぐれた性能をもつ S. F. R. C. の強度計算式を求めることを目的として行なわれたが、前報¹⁾では「その1」として既往の理論的研究の検討について論述した。そこでは、まず、S. F. R. C. よりも長い歴史をもつプラスチック系および金属系複合材料の理論的研究を検討し、次にそれから得られた知識を基に、既往の S. F. R. C. 強度計算式についてその実用性などを詳細に検討した。その結果、これまで提案されている計算式では、異形繊維補強コンクリートの引張強度を正しく推定することができないことが明らかになった。この報告では、以上の事実をふまえて (異形) 鋼繊維補強コンクリートの引張強度計算式を求め、その式の実用性を実験で確かめた。

§ 2. 理論式の誘導

S. F. R. C. の純引張試験の荷重—変位曲線では、図—1 に示すようにいわゆる初亀裂強度 (A 点) と亀裂後強度 (B 点) の2つのピークが存在する。



図—1 S. F. R. C. の純引張試験における応力—変位曲線

初亀裂強度においては

注) この研究は、1975年に筆者が米国イリノイ大学土木工学科において特別研究として行なったものの一部である。

マトリックスが繊維と共同で荷重を負担しているので、強度計算式を導く上で、混合則をいくらか変形した形で適用することは適当と考えられる。しかし、亀裂後強度では、荷重は繊維のみによって負担され、それらの繊維はそれ自身が破断するか、もしくはマトリックスとの付着が失われることによって複合材料としての強度が失われる。ここではまず、亀裂後強度の推定式を誘導し、次に初亀裂強度の推定式を得ることとする。

2.1 亀裂後強度

繊維の長さを $2a$ 、直径を d とすると、繊維の体積は次式で与えられる。

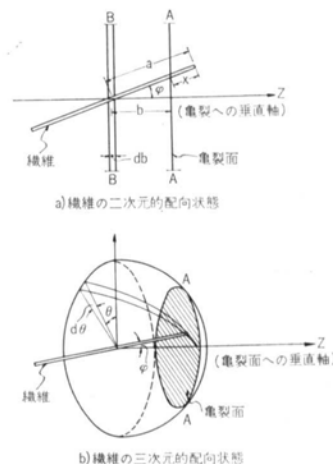
$$f = \frac{\pi a d^2}{2}$$

また、単位体積あたりの繊維数 n は、

$$n = \frac{V_f}{f} = \frac{2V_f}{\pi a d^2} \quad \dots\dots(1)$$

ここで、 V_f は繊維の容積率である。

単位長さ A—A を有する亀裂から、距離 b の点にある区間 B—B に中心をもつ繊維を考える。これらの繊維は



図—2 繊維の配向

クラックの垂線に対し角度 ϕ を有し、また、方位角 θ を有する(図-2)。区間B-B(その幅は db)の中に中心をもつ繊維の数は $n \cdot db$ である。もし $a \cos \phi > b$ のときには、繊維は亀裂を横切ることになる。ここで、 $\phi_0(b) = \cos^{-1}(b/a)$ とすると、区間B-Bに中心を有しその亀裂を横切るすべての繊維に対しては、 ϕ は0から $\phi_0(b)$ の値をとることになる。もしも、繊維の配向に関する確率分布 $p(\phi, \theta)$ が b に対して独立である場合には、次式が成立しなければならない。

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} p(\phi, \theta) \sin \phi d\theta d\phi = 1$$

以上から、区間B-Bに中心をもつ繊維が亀裂を横切る確率は、次のように表わされる。

$$\int_0^{\phi_0(b)} \int_0^{2\pi} p(\phi, \theta) \sin \phi d\theta d\phi$$

また、もし、繊維がすべての方向に対して等しい確率で配向しているとすれば、次式が成立つ。

$$p(\phi, \theta) = \frac{1}{2\pi}$$

故に、区間B-Bに中心を有し、亀裂A-Aを横切る繊維の数 N' は次のようになる。

$$N' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\phi_0(b)} \sin \phi d\phi d\theta n db$$

最後に、クラックA-Aの左右にあり、そのクラックを横切る繊維の総数 N は、式(2)で与えられる。

$$N = \int_{b-a}^a \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\phi_0(b)} \sin \phi d\phi d\theta n db$$

$$= 2n \int_0^a \int_0^{\phi_0(b)} \sin \phi d\phi db \quad \dots\dots(2)$$

繊維両端のマトリックスへの付着が完全な場合、または長繊維の場合(仮想的状態)

繊維の両端が完全にマトリックスに固定されており、荷重が加わっても、繊維とマトリックスの間にスリップが生じない場合には、繊維によって負担される力は、繊維のすべての長さにわたり一定である。この力を F_1 とすると、亀裂A-Aを横切る繊維によって亀裂の垂線方向に伝達される平均応力 $\bar{\sigma}_f$ は次式によって与えられる。

$$\bar{\sigma}_f = (F_1 \cos \phi) \cdot N$$

$$= 2F_1 n \int_0^a \int_0^{\phi_0(b)} \sin \phi \cos \phi d\phi db$$

ここで、 $\phi_0(b) = \cos^{-1}(b/a)$

よって、

$$\bar{\sigma}_f = 2F_1 n \int_0^a \int_0^{\cos^{-1}(b/a)} \sin \phi \cos \phi d\phi db \quad \dots\dots(3)$$

$$= \frac{2}{3} n a F_1 \quad \dots\dots(4)$$

すべての繊維が亀裂に対して垂直に配向している場合

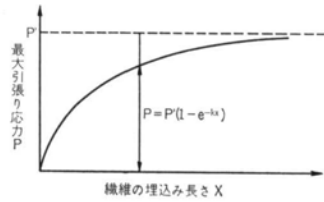


図-3 繊維の引抜き試験における繊維の埋込み長さ x と繊維に生じる引張り応力 P の関係

には、 $\bar{\sigma}_f$ は次のようになる。

$$\bar{\sigma}_f = F_1 N = F_1 \int_{-a}^a n db = 2na F_1 \quad \dots\dots(5)$$

ここで式(4)と(5)を比べてみると、繊維がランダムに配向している場合は、一方向に配向している場合に比べ、伝達される応力が $2/3$ になることがわかる。

繊維のマトリックスへの付着が不完全な場合(一般的状態)

繊維のコンクリートへの埋込み長さ x と、その繊維の引抜き試験で繊維に発生する引張応力 P との関係を式(6)で表わすことができると仮定する。(図-3 参照)

$$P = P'(1 - e^{-kx}) \quad \dots\dots(6)$$

ここで、 P' 、 k は繊維とマトリックスとの付着性状によって決まる定数

$$x = a - \frac{b}{\cos \phi}$$

ここで、もし繊維が亀裂を横切るのであれば、 $x \geq 0$

式(6)の両辺に繊維の断面積をかけることにより、繊維1本当たりが負担する力 F を求めることができる。

$$F = F'(1 - e^{-kx})$$

$$\text{ここで、} F' = \frac{1}{4} P' \pi d^2 \quad \dots\dots(7)$$

すべての繊維が荷重の方向に平行に配向している場合には、 $\bar{\sigma}_f$ は式(5)における F_1 の代わりに $F = F'(1 - e^{-kx})$ と置き代えることによって簡単に求めることができる。

なお、この場合 $x = (a - b)$ となる。

$$\bar{\sigma}_f = 2 \int_0^a F'(1 - e^{-k(a-b)}) n db$$

$$= 2F' n \left[a - \frac{1}{k} (1 - e^{-ka}) \right]$$

ここで、 $M = ka$ とすると、

$$\bar{\sigma}_f = 2F' n a \left[1 - \frac{1}{M} (1 - e^{-M}) \right]$$

また、 $G(M) = 1 - \frac{1}{M} (1 - e^{-M})$ とすると、 $\dots\dots(8)$

$$\bar{\sigma}_f = 2F' n a G(M)$$

繊維がランダムな配向をしている場合には、上におけるのと同様に式(3)の F_1 を $F = F'(1 - e^{-kx})$ で置き代え

ばよい。この場合 $x = a - b/\cos \phi$ である。

$$\bar{\sigma}_f = 2F' n \int_0^a \int_0^{\cos^{-1}(b/a)} (1 - e^{-k(a-b/\cos \phi)}) \sin \phi \cos \phi \, d\phi \, db$$

ここで、

$$b/\cos \phi = u \quad \dots\dots(9)$$

とする。

式(9)を ϕ と u について、偏微分することにより次式を得る。

$$-\frac{b}{\cos^2 \phi} (-\sin \phi) d\phi = du$$

また $\cos \phi = b/u$ であるので $\sin \phi \, d\phi = du \cdot b/u^2$ 故に、

$$\bar{\sigma}_f = 2F' n \left\{ \int_0^a \int_0^{\cos^{-1}(b/a)} \sin \phi \cos \phi \, d\phi \, db - \int_{b=0}^a \int_{u=b}^a e^{-ka} e^{ku} \frac{du}{u^3} b^2 db \right\}$$

なお、最後の項において積分範囲を変更することにより、次式を得る。

$$e^{-ka} \int_{u=0}^a \frac{e^{ku}}{u^3} \left(\int_{b=0}^u b^2 db \right) du = e^{-ka} \int_0^a \frac{e^{ku}}{3} du = \frac{e^{-ka}}{3k} (e^{ka} - 1)$$

よって、

$$\bar{\sigma}_f = 2F' n \left\{ \int_0^a \left[\frac{-\cos^2 \phi}{2} \right]_0^{\cos^{-1}(b/a)} db - \frac{1}{3k} (1 - e^{-ka}) \right\}$$

最後に、

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_f &= 2F' n \left\{ \frac{1}{2} a \left(1 - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3k} (1 - e^{-ka}) \right\} \\ &= 2F' n \frac{a}{3} \left(1 - \frac{1}{M} (1 - e^{-M}) \right) \\ &= \frac{2}{3} F' n a \cdot G(M) \quad \dots\dots(10) \end{aligned}$$

ここで、 $G(M)$ は式(8)で定義されている。

以上の計算結果から、繊維の両端がマトリックスに固定されていない場合にも、両端が完全に固定されている場合と同様に、繊維の配向がランダムである場合は繊維が一方向に配向している場合に比べ、繊維によって伝達される力が $1/3$ になることがわかる。

式(1), (7), (10)から

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_f &= \frac{2F' n a G(M)}{3} = \frac{2}{3} \left(\frac{P' \pi a^2}{4} \right) \left(\frac{2V_f}{\pi a d^2} \right) a G(M) \\ &= \frac{1}{3} P' V_f G(M) \quad \dots\dots(11) \end{aligned}$$

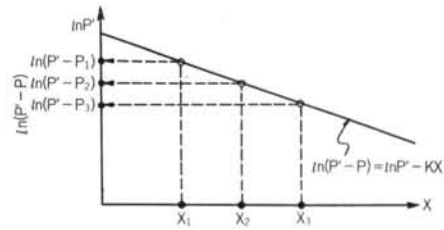


図-4 $\ln(P'-P) = \ln P' - kx$ の関係

以上より、亀裂後強度は式(11)で表わされることがわかる。ここで、 $1/3$ は繊維の配向による係数であり、 $G(M)$ は繊維とマトリックスの付着による係数である。

P' と k の計算方法

式(11)を計算するにあたって P' と k を求めることが必要である。式(6)の両辺に対数をとると、

$$\ln(P'-P) = \ln P' - kx \quad \dots\dots(12)$$

片対数グラフにおいて、式(12)は図-4に示されるように、 x を独立変数とする一次関数を考えることができる。

ここで、 $x_3 - x_2 = x_2 - x_1$ なる関係を有する埋込み長さ x_1, x_2, x_3 に対する P の値を P_1, P_2, P_3 とすると、式(12)の直線性から次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \ln(P'-P_2) - \ln(P'-P_1) &= \ln(P'-P_3) \\ &\quad - \ln(P'-P_2) \end{aligned}$$

$$\text{故に } \frac{P' - P_2}{P' - P_1} = \frac{P' - P_3}{P' - P_2}$$

よって、

$$P' = \frac{(P_2)^2 - P_1 P_3}{2P_2 - (P_1 + P_3)} \quad \dots\dots(13)$$

また、式(12)より、

$$k_i = \frac{1}{x_i} \ln \left(\frac{P'}{P' - P_i} \right); \quad i=1 \sim 3 \quad \dots\dots(14)$$

となる。

ここで、

$$k = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 k_i$$

とすることにより、繊維の埋込み長さ最大引張応力の関係は、式(6)で充分精度よく推定することができる。この詳細については次節で述べる。

2.2 初亀裂強度

複合材料においては、荷重はマトリックスの破壊する時点までは、マトリックスと繊維によって共同して負担されている。この場合、もしも繊維が無限に長く繊維とマトリックスの間の付着が完全で、両者の間ですべりが生じないのであれば、複合材料の強度は、混合則で表わ

すことができる。しかし、繊維の長さが短かく、かつ、繊維が変形している場合には、この問題はかなり複雑になってくる。

初亀裂強度の推定式を誘導する上で、もっとも難しい問題は、マトリックスが破壊する直前に、繊維がどれほどの応力を負担しているかを知ることである。ミクロな観察結果によれば、プレーンコンクリートの破壊は3つの段階をとるといわれている。まず第1にマイクロクラックの成長、次に成長したマイクロクラックの連続及び進展、そして最終的には連続したクラックの不安定成長によるコンクリートの破壊となる。しかしながら、S.F.R.C.の場合には、この状況は幾分異なっていると思われる。というのは、S.F.R.C.では繊維が存在することにより、たとえマイクロクラックが連続して進展しても、S.F.R.C.の不安定破壊はプレーンコンクリートほど簡単には生じないからである。S.F.R.C.の引張試験の自動記録による応力-変位曲線を細かく調べてみると、初亀裂強度に達する直前に、いくつもの細かいジグザグがその線上に表われているのが認められる(図-1参照)。このジグザグは、S.F.R.C.内部におけるマイクロクラックの成長および進展を表わしていると考えることができる。故に、S.F.R.C.の引張試験においては、マトリックスが完全に破壊する直前に、繊維のいくつかは付着力を失い、(不安定破壊が発生する直前においては)それらの繊維は式(1)で表わされたものと同様の応力を生じていると考えられる。

しかし、その応力の値は、式(1)で考えられた値そのままでなく、未知常数 β によって減ぜられたものと考えることができる。すなわち、マトリックスが破断する直前においては、S.F.R.C.に生じる応力の中で、繊維が負担している部分は次式のようになる。

$$\beta \bar{\sigma}_f = \beta \left(\frac{1}{3} P' V_f G(M) \right)$$

一方、マイクロクラックの発生により、マトリックスの荷重負担有効断面積は、いくらか減少する。故に、マトリックスによる応力の負担分 $\sigma_m V_m$ は、ファイバーによる場合と同様に理論的には未知な常数 α をかけなければならない。すなわち、 $\alpha(\sigma_m V_m)$ となる。(ここで σ_m はマトリックスの引張強度、 V_m はマトリックスの容積分率を表わす)以上の2つの仮定から、最終的にS.F.R.C.の初亀裂強度 σ_c は次式によって表わされる。

$$\sigma_c = \alpha V_m \sigma_m + \beta \frac{1}{3} P' V_f G(M) \quad \dots\dots(1)$$

式(1)の両辺を $P' V_f G(M)/3$ で割ることにより、次式を得る。

$$\frac{3\sigma_c}{P' V_f G(M)} = \alpha \frac{3V_m \sigma_m}{P' V_f G(M)} + \beta \quad \dots\dots(1)$$

式(1)を試験結果と対比させ、直線回帰分析を行なうことにより α と β を決定することができる。次章で述べる試験結果によれば、 α と β は0.97と0.27の値であった。以上から、初亀裂強度の推定式としては、式(1)が得られた。

$$\sigma_c = 0.97 V_m \sigma_m + 0.09 P' V_f G(M) \quad \dots\dots(1)$$

α と β の計算方法の詳細については次章で述べる。

§ 3. 実験による誘導式の検討

前章で誘導した計算式の有効性を確かめるために、繊維の引抜き実験とS.F.R.C.の純引張試験を行なった。

3.1 繊維の引抜き試験

各種繊維の付着特性を調べるために、付着強度試験を行なった。

実験に使用した細骨材は川砂、粗骨材は最大寸法10mmの豆砂利である。川砂および川砂利の $F.M.$ は2.61と5.93であった。セメントは、タイプIの普通ポルトランドセメントを用いた。混和剤は用いていない。

使用した4種類の繊維の形状等については表-1に、また、コンクリートの配合は表-2に示してある。

繊維の埋込み長さは $x_1=0.64\text{cm}$ ($1/4\text{ in.}$)、 $x_2=1.27\text{cm}$ ($1/2\text{ in.}$)、 $x_3=1.91\text{cm}$ ($3/4\text{ in.}$)とした。

この埋込み長さを所定の値に正しく保つため、繊維ホルダー付きの型わく(内法寸法 $76 \times 76 \times 956\text{mm}$)を用意した(図-5, 6)。コンクリートは、あらかじめホルダーに取りつけた繊維を曲げたりすることがないように、十分注意して型わくに打ち込み、外部振動を加え締め固めた。繊維の引抜き試験は、繊維1本1本について行な

	名 前 *	断面	寸 法 (mm)	備考
直線繊維	円形 繊維	円形	0.4 ϕ ×25.4	
	せん断繊維	角形	0.3×0.6×25.4	
異形繊維	波形異形繊維	円形	0.4 ϕ ×25.4	
	折曲異形繊維	円形	0.4×0.6×38.1	

* ここでつけた名前は仮称である。

表-1 使用した繊維

W/C	水	セメント	砂	豆砂利
0.45	224	495	1040	569

表-2 コンクリートの配合 (kg/m³)

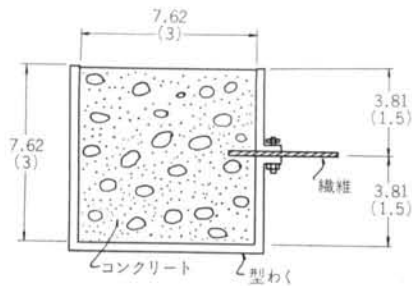


図-5 繊維引抜き試験用型わく：単位cm
(カッコ内はin.)

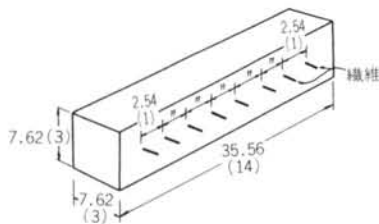


図-6 繊維引抜き試験用供試体：単位cm
(カッコ内はin.)

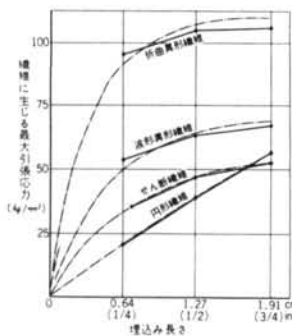


図-9 繊維に生じる引張応力と埋込み長さとの関係の式(6)による近似

い、引抜き時の最大荷重を求めた。表-3に示した試験結果は、少なくとも6回の試験の平均値である。図-7に1本の繊維に生じる引張応力と埋込み長さとの関係を示す。

3.2 S.F.R.C. 純引張試験

実験に使用した繊維は、引抜き試験で用いたものと同じである。

コンクリートの調査は、繊維の引抜き試験で用いた調査に1.5体積パーセントの繊維を混入したものである。

試験体を図-8に示す。

引張試験の荷重-変位曲線は、自動記録した。表-3

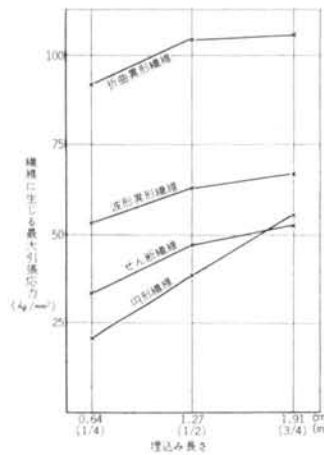


図-7 繊維引抜き試験結果

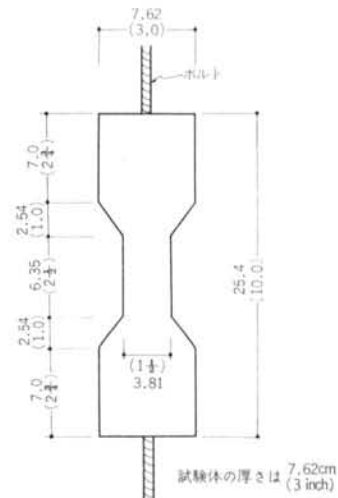


図-8 S.F.R.C. 純引張試験体：単位cm
(カッコ内はin.)

繊維の種類	繊維の埋込み長さ (cm)		
	0.64	1.27	1.91
円形直線繊維	20.4	38.8	62.5
せん断直線繊維	33.9	47.2	52.6
波形異形繊維	53.9	63.2	67.0
折曲異形繊維	95.1	104.8	105.6

表-3 繊維引抜き試験で繊維に生じた最大引張応力 (kg/mm²)

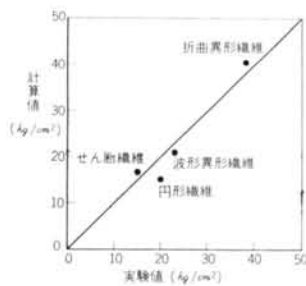


図-10 亀裂後強度の実験値と計算値の関係

繊維の種類	実験値			計算値		
	初亀裂強度	亀裂後強度	亀裂後強度	初亀裂強度	亀裂後強度	亀裂後強度
円形直線繊維	44.3	20.4	15.1	44.3	20.4	15.1
せん断直線繊維	45.7	15.2	16.0	45.7	15.2	16.0
波形異形繊維	50.6	22.1	20.5	50.6	22.1	20.5
折曲異形繊維	49.9	39.9	41.3	49.9	39.9	41.3
ブレイン コンクリート	43.2	0	0	43.2	0	0

表-4 FRC純引張強度の実験値と計算値 (kg/cm²)

に実験結果を示す。

3.3 実験結果と計算結果の比較

式(4)において k_i ($i=1, 2, 3$) の3つの値は異なることが考えられる。しかし、 k_1 , k_2 , k_3 の平均を k とすることにより、図-9に示すように繊維に発生する引張力と埋込み長さとの関係を表わす精度のよい近似式を得ることができる。ここで、破線は $k = \frac{1}{3}(k_1 + k_2 + k_3)$ としたときの、おのおのの繊維に対する式(6)を示し

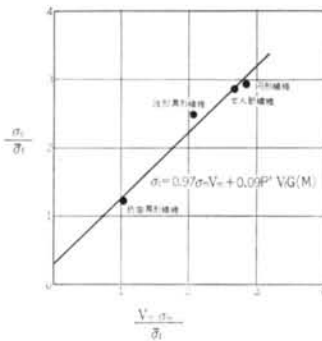


図-11 初亀裂強度実験値の直線回帰
ている。

亀裂後強度 $\bar{\sigma}_f$ は上で述べた k と式(13)による P' の値を用いて式(11)によって計算することができる。実験値と計算値の比較を表-4および図-10に示してある。この表からこの実験の範囲においては式(11)によってS.F.R.C.の破壊後強度をかなり正確に予測することができることがわかる。

初亀裂強度

初亀裂強度の実験結果から $\sigma_c/\bar{\sigma}_f$ および $V_m\sigma_m/\bar{\sigma}_f$ の値を計算し、図-11に示す。この図において回帰分析を行ない式(11)を得た。この回帰直線；式(11)の実験結果に対するあてはまりの良さから、初亀裂強度の推定式を誘導する際に考えた破壊のメカニズムと、設定した仮定の正しいことがわかる。また、式(11)からS.F.R.C.の初亀裂強度においては、亀裂後強度において繊維が負担する力のわずか27%しか働いていないことがわかる。

§ 4. 結 語

鋼繊維補強コンクリート（特に异形鋼繊維を用いたコ

ンクリート）の純引張状態における初亀裂強度と亀裂後強度の推定式を求め、それらの式の妥当性を実験で確認した。得られた式は初亀裂強度に対しては式(11)、亀裂後強度に対しては式(12)であった。この研究で行なわれた実験の範囲では、これらの式により精度の良い推定値を得ることができた。しかし、ここで行なわれた実験数は極めて限られているので、今後、さらに鋼繊維（特に异形鋼繊維）を用いた実験を重ね、これらの式の妥当性を確認する必要がある。特に、初亀裂強度推定式は実験定数を定める方法によっているので、この点の配慮が必要である。

初亀裂強度推定式を実験定数を定めるという方法ではなく、純理論的な方法で得るためには、コンクリートに亀裂が生じる時点で鋼繊維に発生する応力を求めなければならないが、この点に関しては、その問題の複雑さからこれまでのところ確たる方法がなく、多くの研究者が試行錯誤をしているのが実状である。しかしながら複合材料としてのS.F.R.C.に、その持てる性能を充分に発揮させるためには、マトリックスであるコンクリートと補強材料である鋼繊維との荷重伝達のメカニズム、補強のメカニズムを充分理解することが必要である。この補強のメカニズムに対する理解を進めることにより、より正確な強度推定式を得ることができるとともに、より性能の高いS.F.R.C.を作りだすことが可能となる。このような観点から、S.F.R.C.の補強のメカニズムについて今後より一層検討を進めていく所存である。

謝辞

この研究を進めるにあたり、米国イリノイ大学土木工学科 C.E. Kesler 教授および A.R. Robinson 教授のご指導を賜りました。ここに記して、心からの謝意を表します。

<参考文献>

- 1) 高木 隼二：“鋼繊維補強コンクリートの強度推定（その1）” 清水建設研究所報 第26号 昭和51年4月