

ロックオイルタンクのスロッシング解析と模型実験

石 井 清
竹 脇 尚 信
山 原 浩
渡 辺 弘 之

§ 1. はしがき

地震工学の分野でスロッシングと呼ばれる現象¹⁾は、地震波の変位領域で卓越している周波数成分に貯槽内の液体が共振して、その自由液面が大振幅の振動をおこすことをさす。

地上式のタンクの場合には、この現象によって生ずる動水圧のために側壁が破損したり、自由液面の振動によって屋根が破壊されて大きな災害をもたらす危険性がある。たとえば、1964年の新潟地震の原油タンクの火災はこのスロッシング現象が原因であるといわれている。他にも多くの例があるが、アラスカ地震では湖にスロッシング現象が起きたことが報告されている。

一方、大地震の変位波形は、周期10数秒、振幅数10センチメートルにはなる。那須によれば、関東地震では周期13秒、変位振幅50～60cmの波があったと報告されている²⁾。したがって、万一スロッシングの固有周期と入力波形の周期が一致すれば、スロッシングの波高は数メートルにはなり、この動水圧はかなり大きなものとなる。

このスロッシング現象は、地上式タンクと同様にロックオイルタンクにおいてもその発生を考慮しておく必要がある。そのため、設計に先立ちロックオイルタンクのスロッシング現象を検討する。

上記の観点から、本研究は以下の4点を目的としてスロッシングの解析および模型実験を行なう。

- (1)解析方法を整理、パラメータスタディを通じてその特性を知ること
- (2)模型実験による実際のスロッシング現象の把握
- (3)スロッシングに対する解析解と実験解との比較検討
- (4)パイプ類の取付位置の検討(ピットの効果について)

ここで、(4)は特に重要である。ロックオイルタンクは地下数百メートルの所につくられることから、地上式タンクに比べ入力波の長周期成分が少くなり、スロッシングが発生しても岩盤が破壊することはないであろう。ス

ロッシングで問題となるのは、オイル搬入、搬出用などのパイプ類の破損、疲労破壊のみである。なお、実験ではスロッシングからパイプ類を保護するために、壁面にパイプ類格納ピットをつくり、その効果を確認する。

また、(1)の解析法は § 2. で詳述するが、速度ポテンシャル理論³⁾によるものであり、スロッシングの固有周期、波高、側圧の解析解を与える。また、この方法によればランダム波に対しても波高、側圧、流速などを得ることができる。

§ 2. 解析方法^{1), 3)}

2.1 概説

スロッシングの解析で良く用いられている手法は、液体を非圧縮性完全流体つまりポテンシャルフロー (potential flow) と考えて、微小振幅理論に基づく純解析的な方法である。この方法は、現象の本質を捉えるのに非常に便利で、円筒型あるいは球型タンクの解析に広く応用されている。

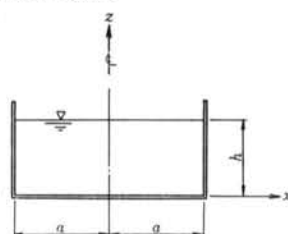
本章では、ロックオイルタンクの断面を取り出して2次元の矩形タンクと考えると、ポテンシャルフローの理論に基づきスロッシング解析の定式化を行なう。また、パラメータスタディから、ロックオイルタンクのスロッシング現象の特性を検討する。

2.2 スロッシング解析の基礎式

図一1にロックオイルタンクの解析モデルを示す。

容器は、剛体であると仮定している。

a をタンク幅の半分、 h を液体の深さとする。この系が水



図一1 スロッシング解析モデル

平方向の地震動を受けた場合について解析を行なう。

いま、液体が非圧縮性完全流体であり、うずなし流であると仮定すると、液体の運動は速度ポテンシャル φ を用いて次の4つの式により記述することができる。

(1)連続の条件

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad \dots\dots(1)$$

(2)側壁における境界条件

$$u \Big|_{x=a, x=-a} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=a, x=-a} = u_g(t) \quad \dots\dots(2)$$

(3)底面における境界条件

$$w \Big|_{z=0} = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad \dots\dots(3)$$

(4)自由表面における境界条件

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0; z=h \quad \dots\dots(4)$$

ここで、 $\nabla^2 = (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2)$ 、 u 、 w は x 軸および z 軸方向の流速、 $u_g(t)$ は側壁の速度、 μ は減衰係数、 g は重力加速度である。

文献3)と同様の手法を用いて式(1)~(4)を解くと、速度ポテンシャル φ は次のように与えられる。なお、振動モードは地動により励起される逆対称モードに限る。

$$\varphi(x, z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\cosh(k_j z)}{\cosh(k_j h)} \sin(k_j x) Q_j(t) - x u_g(t) \quad \dots\dots(5)$$

ここで、

$$k_j = (2j-1)\pi/2a \quad \dots\dots(6)$$

また、 $Q_j(t)$ は液体の応答の第 j 次の規準速度であり、つぎの微分方程式の解として与えられる。

$$\ddot{Q}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{Q}_j + \omega_j^2 Q_j = \beta_j (\ddot{u}_g + 2\zeta_j \omega_j \dot{u}_g) \quad \dots\dots(7)$$

ここで、 ω_j はスロッシングの第 j 次の固有円振動数であり、次式により与えられる。

$$\omega_j = [k_j g \tanh(k_j h)]^{1/2} \quad \dots\dots(8)$$

また、 j 次のスロッシングモードは、

$$F_j(x) = B \sin k_j x, \quad B; \text{定数} \quad \dots\dots(9)$$

と表わせる。1次~3次のモードを図-2に示す。

式(7)の ζ_j 、 β_j は次式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 2\zeta_j \omega_j \\ \beta_j &= (-1)^{j-1} 8a / \{(2j-1)^2 \pi^2\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(10)$$

スロッシングの流速、液面の上昇および動水圧は、式(5)より以下のように与えられる。

$$\text{流速: } u = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\sum_{j=1}^{\infty} k_j \frac{\cosh(k_j z)}{\cosh(k_j h)} \cos(k_j x) Q_j(t) + u_g(t) \quad \dots\dots(11)$$

$$w = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\sum_{j=1}^{\infty} k_j \frac{\sinh(k_j z)}{\cosh(k_j h)} \sin(k_j x) Q_j(t) \quad \dots\dots(12)$$

スロッシングによる液面の上昇:

$$\eta = \frac{1}{g} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_{z=h} = \frac{1}{g} \sum_{j=1}^{\infty} \sin(k_j x) \dot{Q}_j(t) - \frac{1}{g} x \dot{u}_g(t) \quad \dots\dots(13)$$

側壁および底板に作用する動水圧 P_w および P_b ;

$$\begin{aligned} P_w &= \frac{\gamma}{g} \left[-\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_{x=\pm a} \\ &= \frac{\gamma}{g} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\tanh(k_j h)}{\cosh(k_j h)} \sin(\pm k_j a) \dot{Q}_j(t) \mp \frac{\gamma}{g} a \dot{u}_g(t) \end{aligned} \quad \dots\dots(14)$$

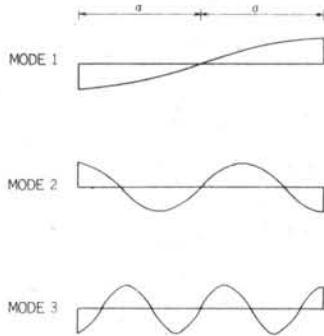


図-2 スロッシングの振動モード



図-3 ロックオイルタンクの横断面

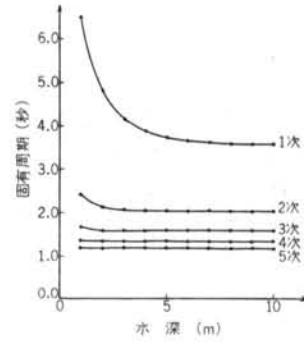


図-4 固有周期

$$P_b = \frac{\gamma}{g} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_{z=0} = \frac{\gamma}{g} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\cosh(k_j h)} \sin(k_j x) \dot{Q}_j(t) - \frac{\gamma}{g} x \dot{u}_g(t) \quad \dots\dots(15)$$

ただし、 γ は液体の単位体積重量である。

2.3 スロッシングの固有周期

スロッシングの第 j 次の固有周期 $T_j = 2\pi/\omega_j$ は式(8)を用いて計算することができる。計算例として20万 $k\ell$ (幅・高さ10m, 長さ200m) のロックオイルタンク短辺方向のスロッシングの固有周期を求めてみよう (図-3 参照)。

5 次までの結果を図-4 に示す。図-4 では横軸に水深をとり、1～5 次までの固有周期を示している。1 次では水深により6.5～3.6秒、5 次では1.2 秒程度である。固有周期は高次になれば水深が浅くとも一定値に近づく。すなわち、これは振動モードが高次になればなるほど固定液⁴⁾と考えられる部分が多くなることを示している。

また、長手方向のスロッシング固有周期は水深 $h=7.5$ m として、1 次93.4 秒、2 次31.3 秒、3 次18.9 秒と短辺方向に比べかなり長い。

2.4 正弦波応答解析

2.2 の結果を用いれば、地表面が正弦波地動とすると仮定した場合の液体の応答を求めることができる。いま、地動の変位を次のようにおく。

$$d_g = \alpha e^{i\omega_g t} \quad \dots\dots(16)$$

側壁は剛体と仮定しているから、側壁の速度 u_g は、

$$u_g = \dot{d}_g = (i\omega_g) \alpha e^{i\omega_g t} \quad \dots\dots(17)$$

と書ける。この式を式(7)に代入して Q_j について解けば、 Q_j は次式で与えられる。

$$Q_j = \beta_j \sqrt{\frac{1+4\zeta_j^2 \lambda_j^2}{(1-\lambda_j^2)^2 + 4\zeta_j^2 \lambda_j^2}} \omega_g \alpha \cos(\omega_g t + \theta_j) + i \beta_j \sqrt{\frac{1+4\zeta_j^2 \lambda_j^2}{(1-\lambda_j^2)^2 + 4\zeta_j^2 \lambda_j^2}} \omega_g \alpha \sin(\omega_g t + \theta_j) \quad \dots\dots(18)$$

$$\lambda_j = \omega_j / \omega_g \quad \dots\dots(19)$$

$$\theta_j = \tan^{-1}(1/2\zeta_j \lambda_j) - \tan^{-1}\{-2\zeta_j \lambda_j / (1-\lambda_j^2)\} \quad \dots\dots(20)$$

式(18)で1 次の共振状態を考えてみる。式(19)より $\lambda_1=1$ において減衰定数が小さい場合には、

$$Q_1 = -\frac{\beta_1}{2\zeta_1} \omega_g \alpha \{\cos(\omega_g t) + i \sin(\omega_g t)\} \quad \dots\dots(21)$$

となる。ここで、式(21)の誘導には式(20)より $\theta_1=\pi$ を用いている。

入力変位が正弦波の場合を考えれば、入力は式(19)の虚数部で表わされるから、応答も式(21)の虚数部を取ればよい。式(21)を式(11)～(15)に代入すれば、流速、液面上昇、動水圧の正弦波応答が求まる。

次に、§ 2. のロックオイルタンクのモデル（図—3）を用いて応答解析をしてみよう。

応答解析は水深 $h = 5 \text{ m}$ で 1 次の共振状態について行なう。減衰定数は実験の結果を参考として 1 % とする。1 次の固有円振動数は、固有値解析の結果より 1.68 rad/sec であるから、入力変位は最大振幅 α を 1 cm として、

$$d_0 = 0.01 \sin(1.68t) \text{ (m)} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$
とする。

ここで、減衰定数が 1 % と小さいので、応答は長時間経なければ定常状態には入らない。ここでは応答解析を行なう時間は 3 波共振法に基づいて 15 秒とする。ここで 3 波共振法^{1), 3)} というのは、地震入力による貯槽のスロッシング現象を、この貯槽が地盤の卓越周期と振幅に等しい特性を有する正弦波を 3 ～ 4 波受けた場合の応答でもって推定する方法である。入力の周期が 3.74 秒であるから、4 波入射したものとして 15 秒間とした。流速、液面変位および動水圧を求めて、それらの最大値を表—1 に示す。たとえば、液面変位についてみれば、入力変位の 13 倍の応答を示すことがわかる。

図—5 に水平方向の流速、液面変位および側壁に作用する動水圧の時刻歴が示されている。最下段の波形は入力加速度波形で、式②を時間について 2 回微分したものである。いずれの応答も定常状態には入っていない。減衰が小さいので定常状態に入るまでにはかなりの時間を必要とする。

§ 3. スロッシング模型実験

本研究の目的；§ 1. の(2)～(4)を目的としてスロッシングの模型振動実験を行なった。以下、実験の概要と結果を示す。

3.1 実験計画

3.1.1 タンク模型の外形寸法

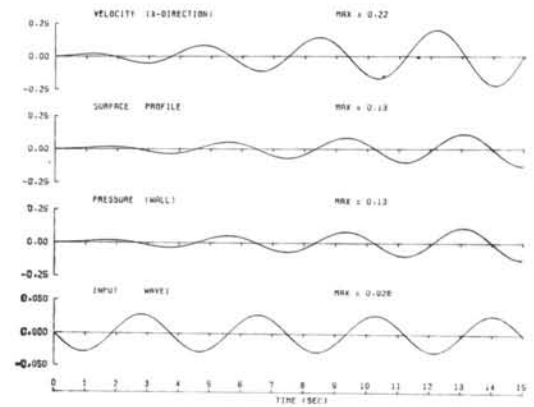
図—6 にスロッシング実験水槽の外形寸法を示す。幅は 20 cm 、高さ 30 cm 、長さ 1 m である。また、材料は透明アクリル板（厚 10 mm 、側板厚 15 mm ）である。ピット部の効果を検討するために、水槽の中央部に流速測定装置がとりつけられる。ピットは壁の両側に配置され、一方は全面開口、他方は半開口で底面より一部 ($5.0, 7.5, 10.0 \text{ cm}$) が開いている。

図—6 の水槽は 3 基製作され、それらを連結することによって長さの影響をみることができる。

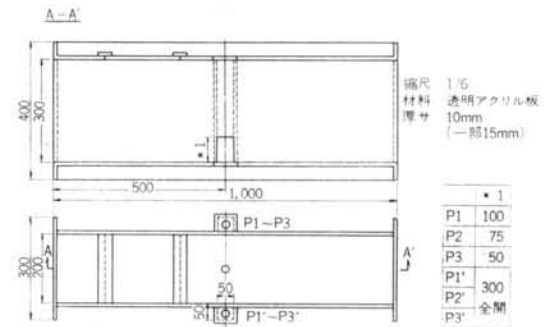
写真—1 は、水槽長さ 3 m の全体図である。

	応答を求めた場所		最大応答値	最大値を生ずる時刻 (秒)
	$x \text{ (m)}$	$z \text{ (m)}$		
流速 (水平方向)	0	5.0	22.4 (cm/sec/cm)	14.07
流速 (鉛直方向)	5.0	5.0	20.6 (cm/sec/cm)	14.07
液面変位	5.0	5.0	12.9 (cm/cm)	14.95
動水圧 (側壁)	5.0	5.0	0.13 (t/m ² /cm)	14.95
動水圧 (底)	5.0	0	0.05 (t/m ² /cm)	14.85

表—1 最大応答値



図—5 応答波形



図—6 実験水槽の外形寸法

流速測定装置は銅製ジグおよびリン青銅（厚 1.2 mm 、長さ 58 cm ）の片持梁より構成され、固定部付近に貼られた線びずみゲージにより、ひずみを検出し片持梁に作用する力を算定する。

なお、片持梁に作用する力は波高、動水圧の分布形が不明であることから、正確には評価できない。しかし、ピット部、水槽中央部の片持梁の力を比較することによ

く一致していることがわかった。

(2)水槽長さ $L=3\text{ m}$ 、水深 $h=7.5\text{ cm}$ の1次固有振動数は $f=0.143\text{ Hz}$ (固有周期 $T=7.0\text{ 秒}$)と小さく、さらに減衰定数も小さいことから、スロッシングをうまく発生することができなかった。

(3)なお、入力の変位振幅の変化による固有振動数の変化はほとんどない。

B. 減衰定数について

スロッシングの減衰定数を表-3に示す。

表-3より、

(1)スロッシングの減衰定数は約1%程度である。

(2)なお、1次の振動モードでは、減衰定数は1%より大きく、1~2%である。

(3)また、固有振動数と同様に、水槽長さ $L=3\text{ m}$ 、水深 $h=7.5\text{ cm}$ 、 10.0 cm の1次モードの減衰定数は推定できなかった。これは、固有振動数がうまくとらえられなかったこと、自由振動波形があまりきれいでないことなどによる。

なお、以下の解析解の計算には、下段の減衰定数を用いる。

C. 振動モード

写真-2~4に実験で観測された振動モードを示す。写真-2~4は水槽長さ L が1 m、2 m、3 mの振動モードである。また(a),(b),(c)はそれぞれ振動モード次数; 1次、2次、3次に対応する。

なお、理論から得られる振動モードは図-2に示してあるので参照されたい。

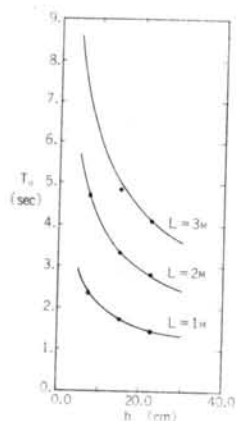
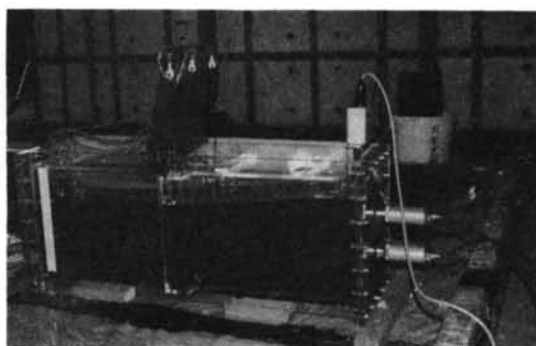
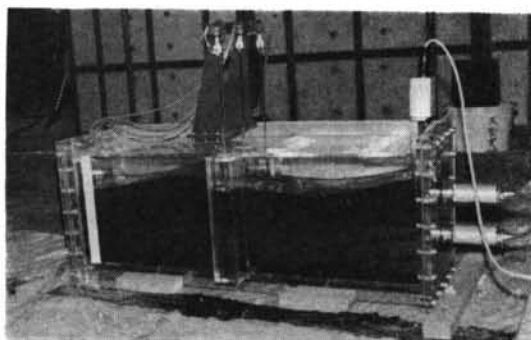


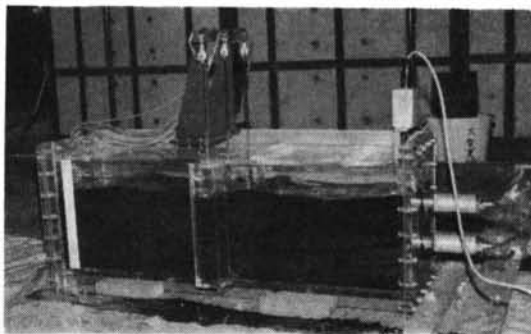
図-8 スロッシングの固有周期、振動モード1次



(a) 1次モード



(b) 2次モード



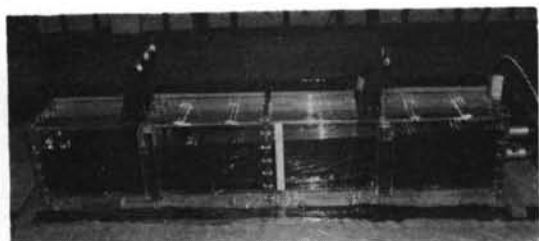
(c) 3次モード

写真-2 スロッシング振動モード($L=1\text{ m}$)

$L \backslash h$		1次モード			2次モード			3次モード		
		7.5 cm	15.0 cm	22.5 cm	7.5 cm	15.0 cm	22.5 cm	7.5 cm	15.0 cm	22.5 cm
1.0 m	ζ	2.25%	1.13	1.10	0.85	0.78	0.53	0.71	0.69	0.69
	(cal.)	(2.00)%	(1.50)	(1.50)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)
2.0 m	ζ	1.81%	1.76	1.14	0.82	0.72	1.06	0.75	1.14	0.80
	(cal.)	(2.00)%	(2.00)	(1.50)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)
3.0 m	ζ	—%	—	1.05	1.00	1.01	0.91	0.99	0.64	0.87
	(cal.)	—%	—	(1.50)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)	(1.00)

表-3 スロッシングの減衰定数

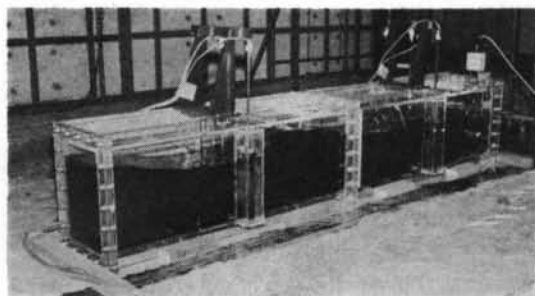
() 内応答計算用



(a) 1次モード



(b) 2次モード



(c) 3次モード

写真—3 スロッシング振動モード ($L=2\text{ m}$)

D. 波高および動水圧について

実験より得られた波高と、解析より得られる波高とを比較検討すると以下のような結果が得られる。

(1) 解析解に対する実験値の比は4, 5割から9割5分程度と大きく変動する。

(2) また、水深が小さくなると解析解と実験値との差はひらく。

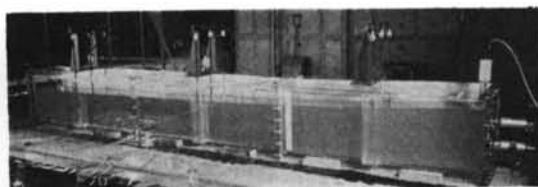
なお、固有振動数に対しては解析解と実験値がきわめて良く一致しているにもかかわらず、波高に関してはかなりの差を有するものがある。

以下、この理由を考えてみると、

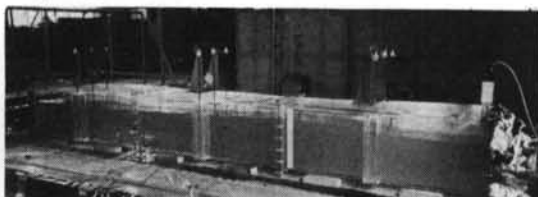
(1) 減衰定数が1%程度と小さいために、固有振動数のピークを正確にとらえていない。これは振動台の加振振動数の選択精度、振動波形の若干のブレあるいはノイズなどによる、

(2) 水槽の不整形、たとえばビットあるいは流速計測装置などにより発生する渦や波の乱れによる抵抗、

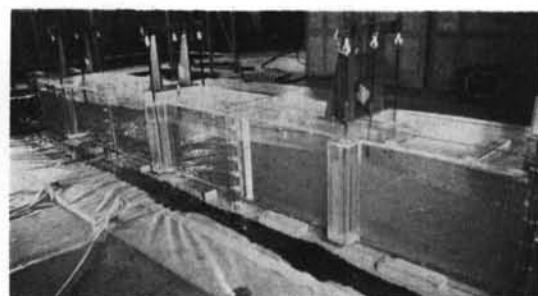
(3) 水槽の長さに対して水深が小さいこと。さらに、水深 $h=7.5\sim 22.5\text{ cm}$ に比して波高が1~2 cmと大きいこ



(a) 1次モード

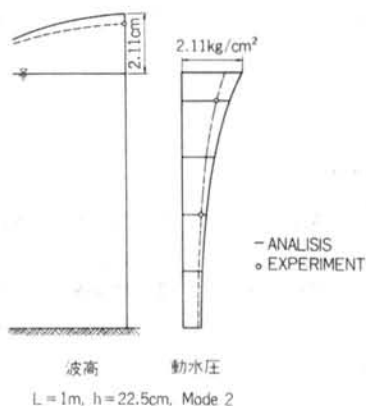


(b) 2次モード



(c) 3次モード

写真—4 スロッシング振動モード ($L=3\text{ m}$)



図—9 波高と側壁動水圧との関係

とから、解析上の仮定；微小振幅の仮定などを満足していないこと、などがあげられよう。

上記の考察から、解析解と実験値との差は、実験に少なからずその原因があることがわかる。

次に、側圧と動水圧の関係を示すために、例として $L=1\text{ m}$, $h=22.5\text{ cm}$, 2次モードを図—9に示す。理論的には、側壁の波高と静水面の動水圧は等しくなる。実

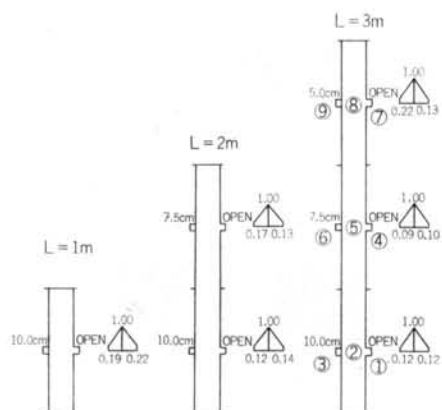


図-10 ビット部の動水圧の減少

験では、波高が解析の波高まで十分には成長していないが、動水圧と波高の関係は解析解とうまく対応していることがわかる。

3.2.2 ビット部の効果について

本実験では、ロックオイルタンクのスロッシング現象で一番問題となるパイプ類の破損（疲労破壊）をなくするために、側壁にビットをつくり、ビット部の動水圧の減少について検討した。結果は図-10のように示される。

ビット部の効果は以下のようにまとめられよう。

(1)ビット部の動水圧は、水槽中央の動水圧と比べ最高56%、実験ケース全平均では15%程度となる。

(2)ビット部の構造には全面開口のものと、底部を一部開口にしたものがあるが、動水圧減少の効果はかわらない。

§ 4. まとめ

以下、本研究のまとめとして、具体的に得られた結論を記そう。

1) スロッシングに対する解析解と実験値との比較検討

(1)スロッシングの固有振動数に対しては解析解と実験値はきわめて良く一致している。両者の差は最大3%である。

(2)減衰定数は、実験より、水槽長さ L によらず振動モード2次、3次では1%、1次では水深 h が浅いときは2%、深くなって1.5%程度である。

(3)波高および動水圧では、実験値は解析解と比べ小さい。この差は、実験に主な原因があろう(3.2.1のD項参照)。なお、実験で得られた波高、動水圧は解析解よりも小さいが、波高と動水圧の関係は理論とよく対応している。

1)の結論として、ロックオイルタンクのスロッシング現象は、速度ポテンシャル理論の適用によりほぼ把握することができ、解析解は十分安全側の値であることがわかる。

2) ビット部の動水圧の減少について

ビット部の動水圧は、平均で水槽中央の動水圧の15%程度となり、ビット部はパイプ保護のため十分な効果をあげよう。また、ビット部などのタンクの不整形はスロッシングの発生にともなって、波の乱れ、渦などをつくりスロッシングを静めるべく作用する。

最後に、地震動が作用する場合のロックオイルタンクのスロッシングについて考察しておこう。

(1)スロッシングの減衰定数は1%前後と小さいことから、正弦波加振によるスロッシングの固有振動数の近傍で急激に成長する。

(2)さらに、減衰定数が小さいことから、スロッシングが定常になるには、30波程度の加振が必要である。

(3)(2)に対して、実際の地震では単一の周波数成分の正弦波形が数10波も入力することはなく、スロッシングは定常応答と比べればはるかに小さいものとなる。3波共振の考え方によれば、応答は定常応答の6分の1程度である。また、(1)に対して、入力の振動数とスロッシングの固有振動数がぴったり合うこともごくまれであるといえる。

(4)実際の地震記録：1968年十勝沖地震（八戸，NS成分 600 gal），を模型水槽（水槽長さ $L=3$ m，水深 $h=22.5$ cm）に入力し観測したが、液面にはさざ波がたつが、地震後すぐにおさまってしまう。これは(3)の傾向とも一致しよう。

<参考文献>

- 1) 曾我部 潔，重田達也，柴田 碧：“液体貯蔵の耐震設計”日本機械学会誌第79巻，第689号（1976.4）pp. 31~41
- 2) 那須信治：“烈強震の地動(1)~(3)”建築雑誌 No.236~238（1971.4~6）
- 3) 曾我部 潔，柴田 碧：“円筒液体貯槽の液面動揺の応答 第1報”生産研究 Vol. 26, No.3（1974.3）
- 4) Housner, G. W.: “Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers” Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 47（1957）pp. 15~35
- 5) 土木学会編：“地震応答解析と実例”（1973.1）