

原子炉建屋 BOX 構造の剛性評価法

山 川 哲 雄

(原子力部)

§ 1. 序

現在、原子力発電所原子炉建屋の構造物として、鉄筋コンクリート造の巨大な箱型構造物（以後 BOX 構造と呼称する）が利用されている。原子炉建屋の振動解析モデル作成において巨大な BOX 構造の剛性評価が必要である。BOX 構造はそれ自身が耐震壁として WEB 壁とそれに直交する FLANGE 壁から構成され、それぞれが二次元的広がりをもつ、もはや BOX 梁として梁理論を適用するわけにはいかない。それゆえに、面内力を受ける板として取り扱う必要がある。

そこで、本論では面内板の近似式を提案し、初等梁理論を平面応力場の二次元弾性論から考察を加え、曲げ変形とせん断変形を再検討して片持ち梁の弾性解析を行ない、近似式の妥当性を検討した。

上記の片持ち梁の二次元弾性解析をふまえて BOX 構造の力学的特性を検討し、振動解析に必要な BOX 構造の有効剛性を等価な梁剛性として近似的に評価することに本論の目的がある。

本論の解析結果として BOX 構造の等価剛性を曲げとせん断剛性に区分し、曲げ剛性に対しては FLANGE 壁の有効幅比 λ 、せん断剛性に対しては有効せん断変形形状係数 κ で整理し、その算定図表を提案した。

これらを解析するにあたり、本論では次の仮定を設定した。

- 1) FLANGE 壁および WEB 壁における板の面内剛性のみ考慮し、面外剛性を無視する（シェル理論という膜応力状態に相当する）。
- 2) 一端固定、他端自由の片持ち支持境界条件を、両端ローラー支持の単純支持境界条件でおぎなう。
- 3) 自由端集中荷重に対する自由端のたわみで剛性評価を行なう。
- 4) WEB 壁のせん断ひずみエネルギーで BOX 構造のせん断変形を定義し、残りの全ひずみエネルギーは曲げ変形に寄与するものと仮定する。

この種の研究は T 形梁の有効幅の問題にみられる¹⁾。この T 形梁の考えをそのまま原子炉建屋の BOX 構造に応用したものに文献 2) があげられる。この文献 2) では BOX 構造の FLANGE 壁に平面応力場の等方弾性論を適用し、WEB 壁は平面保持仮定の初等梁理論を利用して有効幅比 λ のみ計算している。本論はこれらと類似の立場に立脚するが、平面応力場の直交異方性板にもとづいた近似式を提案し、あくまで二次元弾性論として BOX 構造の剛性評価と力学的特性を検討し、その結果を無次元量の図表で整理した。

本論は、原子炉建屋の BOX 構造のみならず、チューブ形式の超高層ビルにも適用でき、その一部はすでに発表したものである³⁾。

§ 2. 面内板の基礎式

異方性の主方向と x - y の座標軸が一致した直交異方性板の基礎式は、中間荷重がない場合、応力関数 ϕ を利用して式(1)で与えられる¹⁾。

$$\frac{1}{B_y} \phi'''' + \left(\frac{1}{B_{xy}} - \frac{2\nu_x}{B_x} \right) \phi'''' + \frac{1}{B_x} \phi'''' = 0 \quad \dots(1)$$

$$\text{ここに、} \quad ' = \frac{\partial}{\partial x} \quad \quad \quad \cdot = \frac{\partial}{\partial y}$$

$B_x = E_x t$, $B_y = E_y t$, $B_{xy} = G t$: 板の面内剛性

ν_x, ν_y : x, y 方向のポアソン比, t : 板厚

直交異方性板のひずみ-応力関係は式(2)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= N_x/B_x - \nu_y N_y/B_y \\ \epsilon_y &= N_y/B_y - \nu_x N_x/B_x \\ \gamma_{xy} &= N_{xy}/B_{xy} \end{aligned} \right\} \quad \dots(2)$$

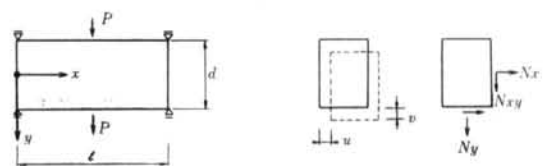


図-1 座標系、形状、変位および応力の定義

式(1), (2)から, 面内板の近似式を展開するにあたり, Maxwell-Betti の相反定理が成立する必要条件から ν_x, ν_y は零に限りなく近いという極限值としての値を採用する。

面内板の近似式は, 式(1)に $\nu_x = \nu_y = 0$ および $B_y = \infty$ を代入した二次元平面応力場の基礎式で次のように与えられる。

$$B_x \phi'''' + B_{xy} \phi'''' = 0 \quad \dots\dots(3)$$

一方, ひずみ-応力関係も同様にして式(2)より得られる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= N_x / B_x \\ \varepsilon_y &= N_y / B_y = 0 \\ \gamma_{xy} &= N_{xy} / B_{xy} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(4)$$

ところで, 式(3), (4)にもとづく近似式を採用する理由は次の3点に集約される。

- 1) 式の誘導と整理が簡単になる。また, それにもかかわらず二次元弾性論の立場が維持されている。
- 2) 原子炉建屋のBOX構造には床スラブが数多く存在し, y 軸方向の剛性が増加している。この効果を考慮することが必要である。その極限值としての本論は剛床仮定を導入していることに相当する。
- 3) ε_y によるたわみ v に, 曲げ変形とせん断変形の定義を与えることができない。したがって, 曲げ変形とせん断変形を分離して計算する本論の仮定に好都合である。

式(3)の一般解(応力関数 ϕ) は式(5)で与えられる。

$$\phi = \sum_{m(o)} (A_m \cosh k_m y + B_m + C_m \sinh k_m y + D_m y) \sin \alpha_m x \quad \dots\dots(5)$$

ここに, $m(o) = 1, 3, 5, 7, \dots$

A_m, B_m, C_m, D_m は未定積分定数

$$k_m = \sqrt{\frac{B_x}{B_{xy}}} \alpha_m, \quad \alpha_m = \frac{m\pi}{l}$$

応力関数 ϕ と応力の関係式などより応力, 変位が求まる。

■ x 軸に関して逆対称モード (WEB 壁に適用する)

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \sum k_m^2 C_m \sinh k_m y \sin \alpha_m x \\ N_y &= -\sum \alpha_m^2 (C_m \sinh k_m y + D_m y) \sin \alpha_m x \\ N_{xy} &= -\sum \alpha_m (k_m C_m \cosh k_m y + D_m) \cos \alpha_m x \\ u &= -\frac{1}{B_x} \sum \frac{k_m^2}{\alpha_m} C_m \sinh k_m y \cos \alpha_m x - g_{1y} \\ v &= -\frac{1}{B_{xy}} \sum D_m \sin \alpha_m x + g_{1x} + g_{2z} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(6)$$

■ x 軸に関して対称モード (FLANGE 壁に適用する)

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \sum k_m^2 A_m \cosh k_m y \sin \alpha_m x \\ N_y &= -\sum \alpha_m^2 (A_m \cosh k_m y + B_m) \sin \alpha_m x \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} N_{xy} &= -\sum \alpha_m k_m A_m \sinh k_m y \cos \alpha_m x \\ u &= -\frac{1}{B_x} \sum \frac{k_m^2}{\alpha_m} A_m \cosh k_m y \cos \alpha_m x \\ v &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(7)$$

ここに, v は N_{xy} と変位の関係から求める。

g_{1-2} は剛体変位, 回転に関する積分定数

\sum は式(5)より $\sum_{m(o)}$ であり, 以下 $m(o)$ は省略

する。

$E_y = \infty$ を仮定しているので y 方向の変位 v は x のみの関数となり, y に関して一定であることが理解できる。

■ 集中荷重のフーリエ級数展開

式(5)で与えた一般解 ϕ が, x 方向のみのフーリエ級数展開になっているゆえに, 境界条件を完全に満足できないので図-2に示すような便法を考える。

$$P(x) = \sum P_m \sin \alpha_m x \quad \dots\dots(8)$$

$$\text{ここに, } P_m = \frac{4P}{l} \left(-1\right)^{\frac{m-1}{2}}$$

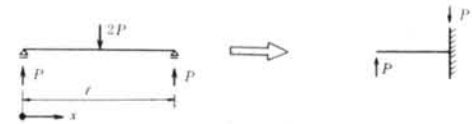


図-2 単純支持条件の片持ち支持条件への変換

§ 3. 初等梁理論の考察

3.1 純曲げ理論

§ 2. で述べた面内板の近似式を拡張して考えると, 純曲げ梁理論(平面保持)が y 軸方向の膜剛性とせん断剛性を無限大とおき, ポアソン比をすべて零においた平面応力状態に相当することがわかる。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \nu_x &= \nu_y = 0 \\ E_y &= G = \infty \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(9)$$

式(9)を式(1), (2)に代入すると各々次式で与えられる。

$$\text{基礎式} \quad \phi'''' = 0 \quad \dots\dots(10)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ひずみ-応力関係式} \quad \varepsilon_x &= N_x / B_x \\ \varepsilon_y &= \gamma_{xy} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(11)$$

式(10)の一般解 ϕ はフーリエ級数型と代数型を併用して

$$\phi = \sum (C_m y^3 + A_m y^2 + D_m y + B_m) \sin \alpha_m x + K_1 y^3 \quad \dots\dots(12)$$

式(12)より, 片持ち梁を解析することを前提に, 逆対称モードを採用して応力, 変位を整理すると次のようになる。ただし, v は N_{xy} と変位の関係から求める。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \sum 6 C_m y \sin \alpha_m x + 6 K_1 y \\ N_y &= - \sum \alpha_m^2 (C_m y^3 + D_m y) \sin \alpha_m x \\ N_{xy} &= - \sum \alpha_m (3 C_m y^2 + D_m) \cos \alpha_m x \\ u &= - \frac{1}{B_x} \left(\sum \frac{6 C_m}{\alpha_m} y \cos \alpha_m x + 6 K_1 x y \right) - g_1 y \\ v &= \frac{1}{B_x} \left(\sum \frac{6 C_m}{\alpha_m^2} \sin \alpha_m x - 3 K_1 x^2 \right) + g_1 x \end{aligned} \right\} \dots(13)$$

式(13)は式(6)と異なり、座標の原点を固定端に設けると片持ち梁としての境界条件を完全に満足している(図-2参照)。式(13)より y 軸に沿った応力、変位の分布は純曲げ梁理論と同じであることが理解できよう(図-3参照)。

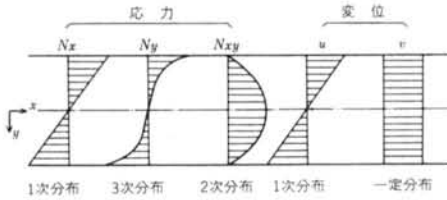


図-3 応力、変位の y 軸方向分布図

3.2 純せん断理論

同様にして平面応力場の二次元弾性論から、せん断変形のみ生ずる片持ち梁を考えてみる。式(9)にかわって、

$$\left. \begin{aligned} \nu_x = \nu_y = 0 \\ E_x = E_y = \infty \end{aligned} \right\} \dots(14)$$

式(14)を式(1)、(2)に代入すると各々次式で与えられる。

$$\text{基礎式} \quad \phi'''' = 0 \quad \dots(15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ひずみ-応力関係式} \quad \gamma_{xy} = N_{xy}/B_{xy} \\ \epsilon_x = \epsilon_y = 0 \end{aligned} \right\} \dots(16)$$

式(15)の一般解 ϕ は式(17)で与えられる。

$$\phi = \sum (D_m y + B_m) \sin \alpha_m x \quad \dots(17)$$

式(17)より逆対称モードのみ考えて応力、変位を整理すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= 0 \\ N_y &= - \sum \alpha_m^2 D_m y \sin \alpha_m x \\ N_{xy} &= - \sum \alpha_m D_m \cos \alpha_m x \\ u &= 0 \\ v &= - \frac{1}{B_{xy}} \sum D_m \sin \alpha_m x + g_3 \end{aligned} \right\} \dots(18)$$

軸力 N_x が零ゆえに、せん断力 N_{xy} は y 軸に沿って一定である。

3.3 せん断変形状係数 κ の検討

§2.で誘導した面内板の近似式を図-2のように、便

宜的に片持ち支持境界条件に適用すると固定端のせん断力が零になり、かつ自由端のせん断力が零にならず、境界条件を完全に満足していない。このことが、たわみに大きな影響を与えるかどうかを検討するために、自由端のせん断変形 v_s を計算する。さらに、 y 軸に沿ったせん断力分布の相異が κ におよぼす影響も調べる。

自由端に集中荷重 P が作用する場合、外力のなす仕事とせん断ひずみエネルギーを等置すると、

$$\frac{1}{2} P v_s = \frac{1}{2} \int_{-d/2}^{d/2} \int_0^l N_{xy} \gamma_{xy} dx dy \quad \dots(19)$$

式(19)に片持ち支持境界条件を適用した式(6)を代入して整理すると、自由端のせん断変形 v_s が求まる。

$$\begin{aligned} v_s &= \frac{P}{B_{xy}} \sum \frac{2 k_m}{\alpha_m^2 (k_m d - 2 \tanh k_m^*)} l \\ &\cdot \left[\left(\frac{d}{4 \sinh k_m^* \cosh k_m^*} + \frac{1}{k_m} \right) \tanh k_m^* \right. \\ &\quad \left. - \frac{4 \tanh k_m^* + d}{k_m} \right] \quad \dots(20) \end{aligned}$$

ここに、 $k_m^* = k_m d/2$ その他の記号は§2.参照
純せん断理論に等しい式(18)による v_s^* は、

$$v_s^* = \frac{P}{B_{xy}} \sum \frac{2l}{(m\pi)^2 d} \quad \dots(21)$$

一方、 y 軸に一定なせん断力分布による梁理論解 v_s^{**} は、

$$v_s^{**} = \frac{Pl}{2 B_{xy} d} \quad \dots(22)$$

ここに、片持ち梁の材長は $l/2$

v_s/v_s^* および v_s/v_s^{**} の計算結果を図-4に示す。図では以後、 $l/2 \rightarrow L$ および $d \rightarrow D$ の大文字で表示する。

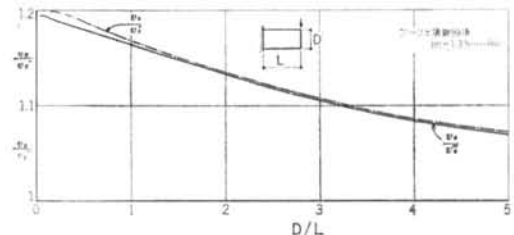


図-4 $\frac{D}{L}$ による $\frac{v_s}{v_s^*}$ 、 $\frac{v_s}{v_s^{**}}$ の収束状況

図-4より v_s/v_s^* と v_s/v_s^{**} がほぼ一致しているからせん断力の固定、自由端の境界条件の不適合はほとんど無視できることがわかる。

κ は $d/(l/2)$ すなわち図-4における D/L が大きくなるにつれて $\kappa=1.0$ に収束している。この原因は、せん断力の y 軸方向(梁せい方向)分布が純曲げ理論で計算されたパラボラ分布(式(13)参照)と異なるからである。

そこで、この理由について若干の考察を加える。

式(6)より、

$$N_{xy} = - \sum \alpha_m (k_m C_m \cosh k_m y + D_m) \cos \alpha_m x \quad (23)$$

$$\text{ここで } \cosh \bar{y} = 1 + \frac{\bar{y}^2}{2!} + \frac{\bar{y}^4}{4!} + \frac{\bar{y}^6}{6!} + \frac{\bar{y}^8}{8!} + \dots \quad (24)$$

$$\text{ここに、 } \bar{y} = y/l$$

式(23)、(24)より理想化して式(24)を第3項まで採用すると

$$N_{xy} = C_1 \left(\bar{y}^2 + \frac{\bar{y}^4}{12} \right) + D_1 \quad (25)$$

ここに、 C_1 、 D_1 は C_m 、 D_m に相当する未定積分定数
一方、梁理論で仮定する N_{xy} は純曲げ理論より式(13)を考慮して式(25)より、

$$N_{xy} = C_1 \bar{y}^2 + D_1 \quad (26)$$

さらに、せん断理論では式(18)を考慮して式(26)より、

$$N_{xy} = D_1 \quad (27)$$

いま、層せん断力を Q として図-1の座標系で考える。

$$Q = \int_{-d/2}^{d/2} N_{xy} dy \quad (28)$$

$$N_{xy}|_{y=\pm d/2} = 0 \quad (29)$$

式(28)の条件で定数 C_1 、 D_1 を求め、(式(27)の D_1 は式(28)の第1式から求める)、式(25)、(26)、(27)に代入し、各々せん断ひずみエネルギーを計算する。式(27)から求めたせん断ひずみエネルギー U^* は下限値を示し、式(26)のそれは上限値を示す。また、 U^* に対する各せん断ひずみエネルギーの比がせん断変形係数 κ であり、式(29)によるせん断ひずみエネルギーを U とすると次の不等式が成立する。

$$1.0 \leq \frac{U}{U^*} = 1.2 \left(\frac{1 + \frac{\bar{d}^2}{21} + \frac{\bar{d}^4}{1728}}{1 + \frac{\bar{d}^2}{20} + \frac{\bar{d}^4}{1600}} \right) \leq 1.2 \quad (29)$$

$$\text{ここに、 } \bar{d} = d/l$$

式(29)の1.0は式(27)、1.2は式(26)にそれぞれ対応する。
式(29)から、梁せい d が小さくなると $\kappa = U/U^*$ は1.2に収束し、 d が大きくなると1.0に近づくことが考えられる。

§ 4. BOX 構造の剛性評価

§ 2. で誘導した近似式(6)、(7)を利用してBOX構造の有効剛性を等価な梁剛性として求める。すなわち、

- 1) 曲げ剛性用の FLANGE 壁の有効幅比 λ
- 2) せん断剛性用の変形状係数 κ

式(6)、(7)を利用して、WEB壁とFLANGE壁の連続条件式(30)を構成し、未定積分定数 A_m 、 B_m 、 C_m 、 D_m を求める。また、剛体変位、回転に関する積分定数 g_{1-2}

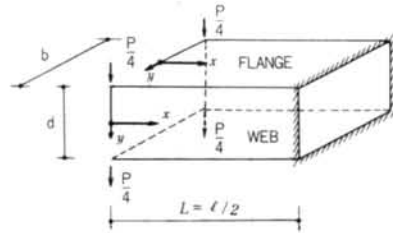


図-5 片持ち支持のBOX構造

はWEB壁の固定端の境界条件式(31)より決定する。なお、板の面内剛性は全断面一様とする。

$$\left. \begin{aligned} N_y|_{y=d/2} &= 0 \\ N_y^*|_{y=-d/2} &= P/4 \\ N_{xy}^*|_{y=-d/2} &= N_{xy}|_{y=d/2} \\ u^*|_{y=-d/2} &= u|_{y=d/2} \end{aligned} \right\} \text{連続条件式} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} u^*|_{x=l/2} &= 0 \\ v^*|_{x=l/2} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{固定端の境界条件式} \quad (31)$$

ここに、集中荷重 P は式(8)を代入する。力、変位における $*$ はWEB壁を示し、無印はFLANGE壁をそれぞれ示す。式(6)、(7)を式(30)、(31)に代入して計算すると、

$$\left. \begin{aligned} A_m &= \frac{\sinh k_m^*}{k_m \cosh k_m (\cosh k_m^* + \sinh k_m^* \tanh k_m)} D_m \\ B_m &= - \frac{\sinh k_m^*}{k_m (\cosh k_m^* + \sinh k_m^* \tanh k_m)} D_m \\ C_m &= - \frac{1}{k_m (\cosh k_m^* + \sinh k_m^* \tanh k_m)} D_m \\ D_m &= - \frac{P_m}{4 \alpha_m^2 \left[\frac{d}{2} - \frac{\tanh k_m^*}{k_m (1 + \tanh k_m^* \tanh k_m)} \right]} \\ g_1 &= 0 \\ g_3 &= \frac{1}{B_{xy}} \sum D_m (-1)^{\frac{m-1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\text{ここに、 } \bar{k}_m = \frac{k_m b}{2}, \quad k_m^* = \frac{k_m d}{2}, \quad k_m = \sqrt{\frac{B_x}{B_{xy}} \frac{m\pi}{l}}$$

式(32)を式(6)に代入すると一端固定、他端自由境界条件のもとで自由端に集中荷重をうけるBOX構造の自由端のたわみ v が求まる。

$$v = \frac{P}{l B_{xy}} \sum \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}} \left[\sin \alpha_m x - (-1)^{\frac{m-1}{2}} \right]}{\alpha_m^2 \left[\frac{d}{2} - \frac{\tanh k_m^*}{k_m (1 + \tanh k_m^* \tanh k_m)} \right]} \quad (33)$$

式33は曲げ変形 v_b とせん断変形 v_s が混在している。曲げ剛性とせん断剛性を分離して等価剛性を求めるためには、これらの v_b と v_s を分離しなければならない。BOX 構造のせん断変形をいかに定義するかによって v_s の値が異なる。本論では WEB 壁のせん断ひずみエネルギーがすべてせん断変形に寄与するものと考え、エネルギーの立場から BOX 構造のせん断変形 v_s を定義する。したがって、残りのすべてのひずみエネルギー、すなわち WEB, FLANGE 壁の N_x に関する軸ひずみエネルギーと FLANGE 壁のせん断ひずみエネルギーは BOX 構造の曲げ変形 v_b に寄与するものとする。

そこで、自由端に集中荷重 P が作用する場合、外力のなす仕事と WEB 壁のせん断ひずみエネルギーを等置する。

$$\frac{1}{2} P v_s = 2 \times \frac{1}{2} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} N_{xy} \gamma_{xy} dx dy \quad \dots\dots 34$$

式34に式(6), (8), 30, 32を代入して整理すると、

$$v_s = \frac{P}{2lB_{xy}} \sum \frac{1}{\alpha_m^2 \left[\frac{d}{2} - \frac{\tanh k_m^*}{k_m (1 + \tanh k_m^* \tanh \bar{k}_m)} \right]^2} \cdot \left[\frac{\frac{d}{2} \sinh k_m^* \cosh k_m^* + \frac{1}{k_m}}{\tanh k_m^* + 2 \tanh \bar{k}_m + \tanh k_m^* \tanh^2 \bar{k}_m} - \frac{4 \tanh k_m^*}{k_m (1 + \tanh k_m^* \tanh \bar{k}_m)} + d \right] \quad \dots\dots 35$$

式33から式35を差引いたものを曲げ変形 v_b とする。

$$v_b = v - v_s \quad \dots\dots 36$$

以上で BOX 構造の v_s, v_b が二次元弾性論の立場から計算できたので、BOX 梁としての等価剛性を求めることができる。

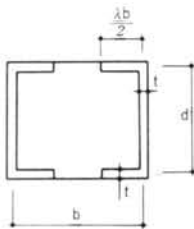


図-6 Box 構造の有効断面

いま、BOX 構造として FLANGE 壁の曲げ剛性が FLANGE 幅の λ (有効幅比) 倍しか有効でないと考え、図-6 のような断面の曲げ剛性 EJ を梁として計算する。

$$EJ = \frac{B_x d^2}{2} \left(\frac{d}{3} + \lambda b \right) \quad \dots\dots 37$$

ここに、 $B_x = Et$, E : ヤング係数, t : 板厚

J : 等価断面 2 次モーメント

一方、片持ち梁の集中荷重 P による自由端の純曲げ変形 v_b^* を式37の曲げ剛性に対して梁理論で求める。

$$v_b^* = \frac{Pl^3}{24 EJ} = \frac{Pl^3}{4 B_x d^2 (d + 3 \lambda b)} \quad \dots\dots 38$$

ここに、材長は $l/2$

式38の v_b^* と式36の v_b を等置して、有効幅比 λ を求める。

$$\lambda = \frac{P}{12 \frac{b}{l} \left(\frac{d}{l} \right)^2 (v - v_s) B_x} - \frac{1}{3} \left(\frac{d}{l} \right) \quad \dots\dots 39$$

BOX 構造のせん断剛性に対しては、梁理論と同様に等価せん断変形形状係数 κ を求めることにする。

曲げ変形と同様に梁理論によるせん断変形 v_s^* は、

$$v_s^* = \frac{\kappa Pl}{2 GA_w} = \frac{\kappa Pl}{4 B_{xy} d} \quad \dots\dots 40$$

ここに、 A_w : WEB 壁 1 枚分の全断面積

式40の v_s^* と式35の v_s を等置して κ を求める。

$$\kappa = \frac{4 B_{xy} d}{Pl} v_s \quad \dots\dots 41$$

以上の λ や κ を図表化する目的で、BOX 構造の材長 $L = l/2$ とおきかえて $b/L, d/L$ で再整理する。なお、図表では $b \rightarrow B, d \rightarrow D$ の大文字で表示する。 λ は図-9に、 κ は図-10に各々示す。

$$\lambda = \frac{2}{3 \left(\frac{B_x}{B_{xy}} \right) \bar{b} \bar{d}^2 \left(\sum X_m - \sum Y_m \right)} - \frac{1}{3} \frac{\bar{d}}{\bar{b}} \quad \dots\dots 42$$

$$\kappa = 2 \bar{d} \sum Y_m \quad \dots\dots 43$$

ここに、

$$\bar{b} = b/L, \quad \bar{d} = d/L$$

$$X_m = \left(\frac{m\pi}{2} \right)^2 \left[\bar{d} - \frac{1}{\beta_m (1 + \tanh k_m^* \tanh \bar{k}_m)} \right]$$

$$Y_m = \frac{1}{2 \phi_m}$$

$$\left[\frac{\frac{\bar{d}}{2} \sinh k_m^* \cosh k_m^* + \frac{1}{\beta_m}}{4 \left(\frac{1}{\tanh k_m^*} + 2 \tanh \bar{k}_m + \tanh k_m^* \tanh^2 \bar{k}_m \right)} - \frac{\tanh k_m^*}{\beta_m (1 + \tanh k_m^* \tanh \bar{k}_m)} + \frac{\bar{d}}{2} \right]$$

$$\phi_m = (m\pi)^2 \left[\frac{\bar{d}^2}{16} - \frac{\bar{d} \tanh k_m^*}{8 \beta_m (1 + \tanh k_m^* \tanh \bar{k}_m)} \right]$$

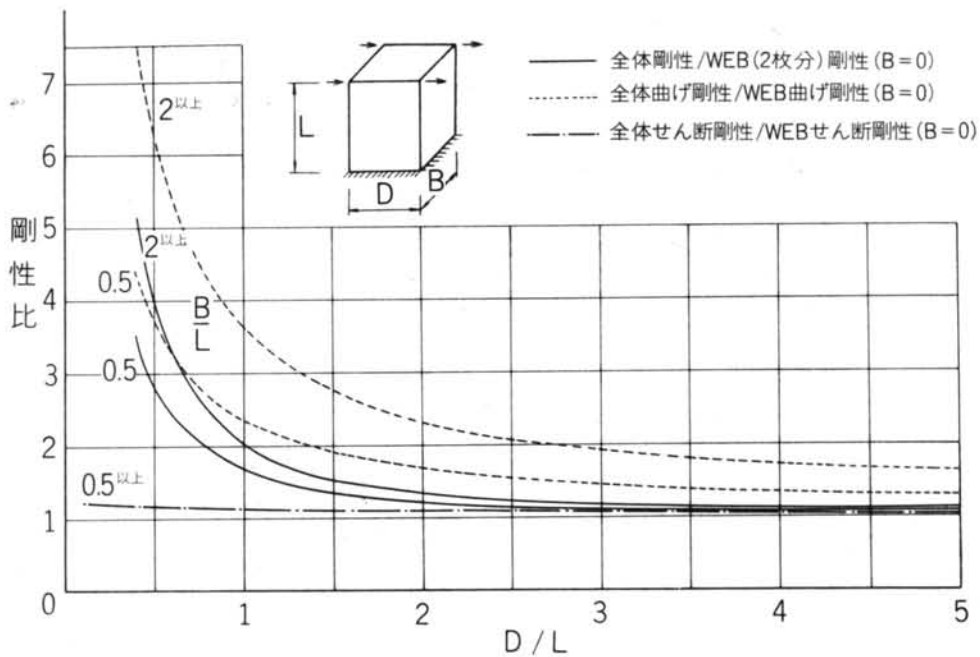


図-7 各剛性比

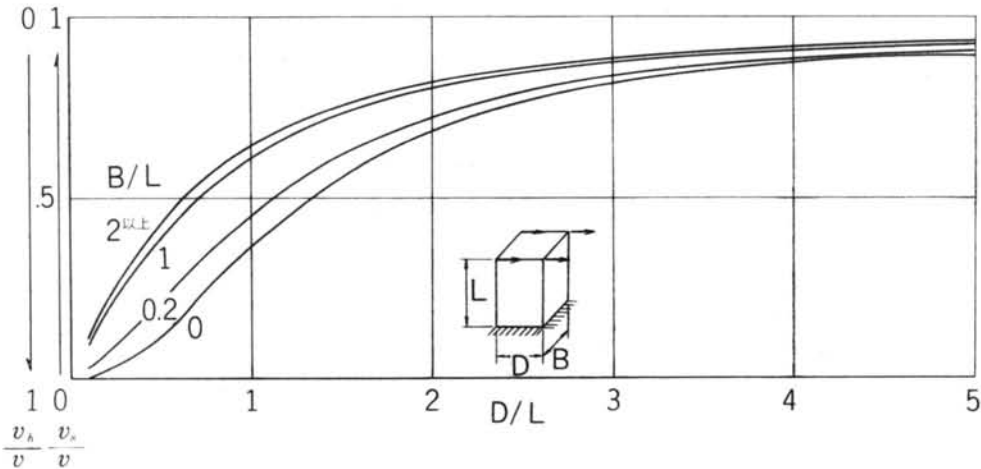


図-8 たわみ v における曲げ v_b 、せん断変形 v_s の占める割合

$$+ \frac{\tanh^2 k_m^*}{16 \beta_m^2 (1 + \tanh k_m^* \tanh k_m^*)^2}]$$

$$\beta_m = \frac{m\pi}{4} \sqrt{\frac{B_x}{B_{xy}}}$$

BOX 構造の FLANGE 壁の役割は、WEB 壁のせん断応力分布をパラボラ分布から一様分布にかえ、その結果 BOX 構造のせん断変形形状係数 κ を 1.2 から 1.0 に減少させる効果を持つ。したがって、せん断剛性を高々 20% 増加させることになり、せん断剛性に寄与する FLANGE 壁の役割はあまり大きくないといえよう。しかし、

FLANGE 壁の BOX 構造の曲げ剛性にはたす役割は非常に大きいことが予想される。以上の関係を定量的に把握するため、WEB 壁 2 枚分の梁理論用のせん断および曲げ剛性に対する BOX 構造の有効剛性の比を計算すればよい (図-7 参照)。

また、式(3)に対する式(3), (3)の比を計算すれば BOX 構造の自由端のたわみにおけるせん断変形、曲げ変形の比がわかる (図-8 参照)。

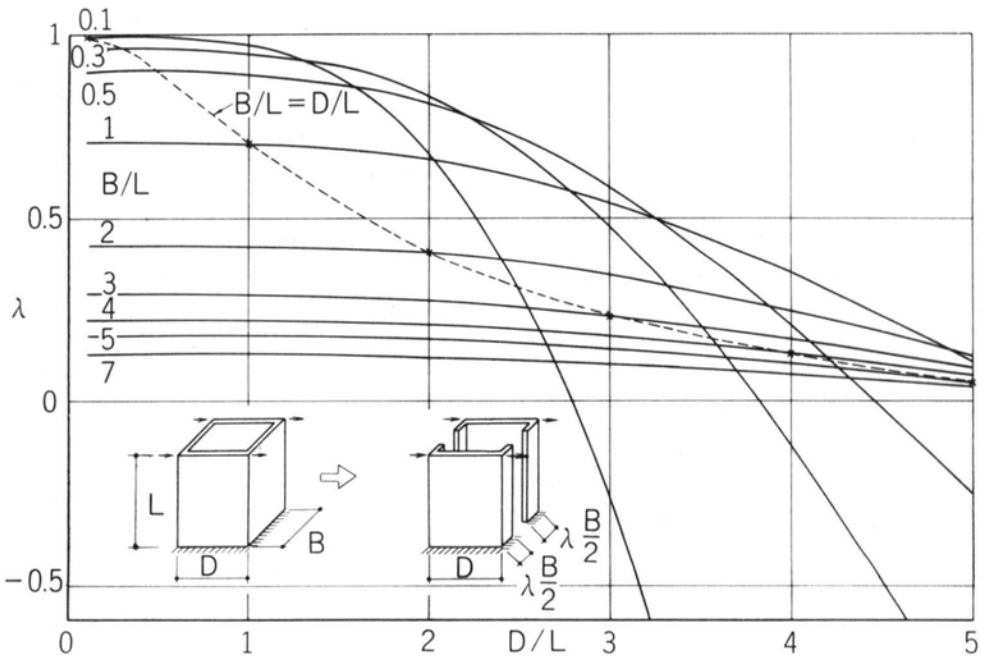


図-9 Box 構造物の有効幅比 λ

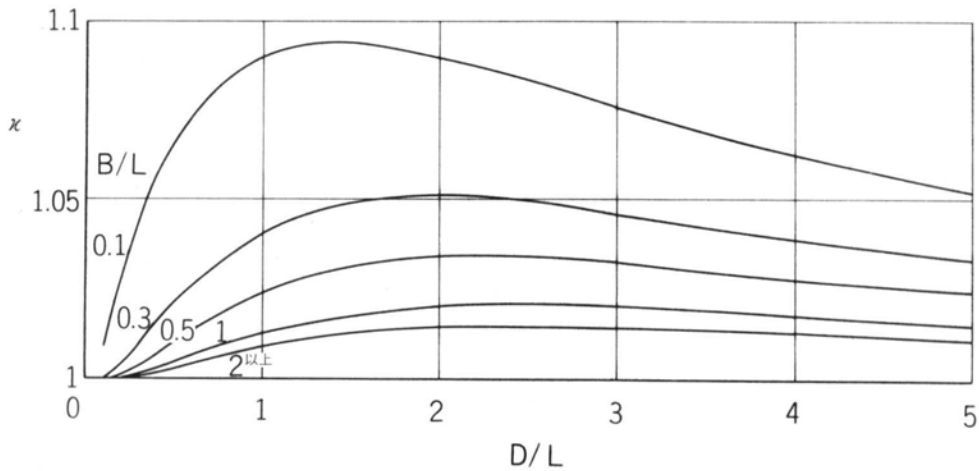


図-10 Box 構造物のせん断変形用形状係数 κ

§ 5. 結 論

本論では、まずはじめに平面応力場の二次元弾性論から BOX 構造の剛性評価を行なうために面内板の近似式を提案し、初等梁理論に関する二、三の考察を行った。その結果、

1) 初等梁理論における曲げ理論とは、平面応力場の

二次元弾性論から考察すると、せん断剛性、および y 軸方向の膜剛性を ∞ におき、かつ、ポアソン比を 0 においた特殊な直交異方性板に等価である (式(3)参照)。

2) 矩形断面を有するせん断変形用形状係数 $\kappa=1.2$ はせん断応力度のパラボラ (二次曲線) 分布から計算されたものであり、それは最大値でもある。細長

い梁 (D/L が小さい) では $\kappa=1.2$ であるが、ずんぐりした梁 (D/L が大きい) では κ は 1.2 より小さくなり、 1.0 に収束していく傾向にある (図-3 参照)。片持ち梁の両端部のせん断力に関する境界条件の不適合は、せん断剛性の評価に対してそれ程大きな影響を与えない。

以上の検討結果より、本理論を BOX 構造に適用しても工学的に十分な精度で剛性評価を行なえることがわかった。BOX 構造の力学的特性として、

- 1) FLANGE 壁の BOX 構造のせん断剛性に及ぼす影響は一般に小さい。 D/L が 3 を越えると BOX 構造の全体剛性 (曲げおよびせん断剛性) に及ぼす FLANGE 壁の役割はほとんど無視でき、BOX の全体剛性 \equiv WEB 壁の剛性が成立する (図-7 参照)。
- 2) 片持ち梁は $D/L \doteq 1.33$ 、BOX 構造は $B/L \doteq 1$ 以上で $D/L \doteq 0.6 \sim 0.7$ が自由端 (集中荷重作用位置) で曲げ変形とせん断変形が等しい形状を示し、BOX にすることにより曲げ剛性が FLANGE 壁の協力により増加している。しかし、FLANGE 壁の幅 B に比例せず $B/L \doteq 2$ が限度である。ここに有効幅の概念が必要なことを示している (図-8 参照)。
- 3) 有効幅比 λ は D/L が 1 以下で、かつ B/L が 0.1

以下の場合、ほぼ 1.0 になる。すなわち、曲げ剛性に対して FLANGE 壁が全断面有効に働くことを示し、梁理論が適用できる。

D/L が大きく B/L が小さい範囲で λ が一部負になるのは、せん断変形用形状係数 κ の定義とたわみ曲線から λ を誘導したことによる影響であり、実質的には $\lambda=0$ とみなしてさしつかえないものと考えられる (図-9 参照)。

- 4) せん断変形用形状係数 κ は必ず 1.2 以下で、特に BOX 構造の場合は 1.1 以下であると考えてよい (図-10 参照)。

本論では FLANGE 壁も WEB 壁も同じ材料定数のもとで同じ板厚で、かつ、高さ方向にも板厚の変化ない BOX 構造に限定して λ 、 κ の算定図表を作成したが、一般に板厚の変化が BOX 構造の λ 、 κ 評価に与える影響は小さいものと考えられる。

さらに、荷重条件や境界条件によっても BOX 構造の剛性評価は異なる。単に振動の一次モードに着目した本論の手法は一種の便法にすぎないかもしれないが、BOX 構造の力学的特性と剛性評価を陽の形で、すなわち図表で簡単に示すことができたことはそれなりに意義があると考えられよう。

<参考文献>

- 1) 坪井善勝：“建築弾塑性学 (建築学大系 9-1)” 彰国社 (昭和43年6月)
- 2) 武藤 清、笹川和郎、佐藤俊作他：“応力関数による箱型断面ばりのフランジ有効幅” 日本建築学会大会学術講演梗概集 (昭和45年9月)
- 3) 山川哲雄：“Box 構造物の弾性解析と剛性評価に関する問題” 日本建築学会大会学術講演梗概集 (昭和50年10月)