

## 設計用模擬地震波の作成

塩谷清人  
広瀬道孝  
石井清

### § 1. はじめに

構造物の耐震設計において動的応答解析を行なう場合入力地震波として、El Centro, Taft 等の実地震記録が用いられることが多いが、最近、原子力発電所建屋の解析においては、入力として、実地震記録と共に模擬地震波も併せて用いられるようになりつつある。

実際の地震記録は、それぞれ特徴あるスペクトル特性を有しているのに対し、模擬波は比較的平滑なスペクトル特性を持つように合成される。模擬波を作成する際に目標とする設計用応答スペクトルは、過去の地震のスペクトル特性を平均的に包絡するように設定されるため、模擬波による応答解析結果は、実地震によるものと比較して、入力の偏った特性を含まないものとなる。

したがって、実地震記録と模擬地震波を設計用の入力地震波として併用することにより、より安全側の設計を行なうことができるはずである。

模擬地震波を設計に適用する場合には、一般に図-1に示したような手順によっている。すなわち、構造物の建設予定地が設定されると、その地点に影響があったと考えられる過去の地震を調査し、それらを統計的に処理して、建設予定地近傍で発生すると予想される地震の規模(マグニチュード、震源距離等)を設定する。それをもとに敷地の基盤面における設計用応答スペクトルを決定し、これを満足する模擬地震波を合成する。一般にはこうして得られた波形を設計用として用いることが多いが、さらにこの波形に対して敷地の表層地盤の動特性を考慮してこれを修正し、入力として用いる場合もある。

本論は、この図に示す手順のうち、設計用応答スペクトルが与えられたものとして、これに適合する波形をいかにして合成するかという部分について述べる。

なお、図の過去の地震記録から予想される地震の規模を想定する部分については、別の機会に述べる予定である。

模擬地震波を合成する方法については、G. W.

Housner, P. C. Jennings<sup>1)</sup>の研究を始めとして多くの研究があるが、波形を合成する際に重要な点は、地震波の非定常性をいかに模擬波に反映させるかということであろう。

線形領域での応答解析について検討する場合には、定常波形でも実用上十分できると考えられるが、非線形領域まで考慮する場合には、地震波の非定常性を無視することはできない。

地震波の非定常性を再現したモデルとしては、振幅の変動を表わす確定関数を与えるもの、位相特性に着目したものの、周波数特性の変動を与えるもの等がある。

本論は、これらの非定常モデルのうち、実地震記録の位相特性を与える方法(以下、方法Ⅰと呼ぶ)と、非定常スペクトルにより周波数特性の時間変動を与える方法(以下、方法Ⅱと呼ぶ)について示し、設計用応答スペクトルに対する適合性等を比較検討したものである。

なお、波形を合成する際のフーリエ変換に関する演算

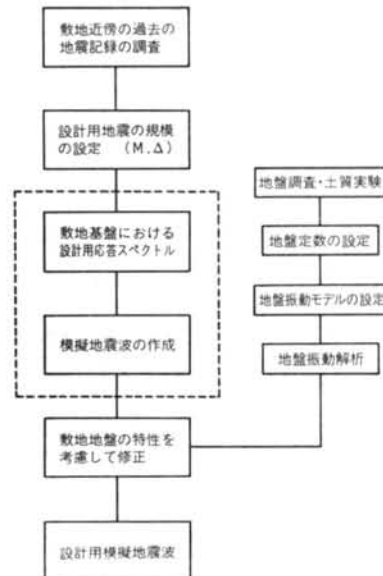


図-1 設計用模擬地震波作成の手順

は、すべて高速フーリエ変換を用い、演算の効率を上げている。

## § 2. 実地震記録の位相特性を与える方法 (方法 I)

### 2.1 フーリエスペクトル

ある地震記録を時間の関数として  $x(t)$  と表わすとすると、そのフーリエスペクトルは次のように定義される。

$x(t)$  を有限な時間間隔  $(0, T)$  の範囲に制限すると、フーリエ変換は、

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) \exp(-i \cdot 2\pi f t) dt \quad \dots\dots(1)$$

として定義される。

いま、 $x(t)$  が  $\Delta t$  間隔でサンプルされた  $N$  個の離散値とすると、

$$x_n = x(n \cdot \Delta t) \quad (n=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad \dots\dots(2)$$

となり、任意の振動数  $f$  に対して式(1)の離散値で表わした形は、

$$X(f, T) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot \exp(-i \cdot 2\pi f n \cdot \Delta t) \quad \dots\dots(3)$$

となる。なお、一般に  $X(f, T)$  の計算でとられる離散振動数の値は、

$$f_k = k \cdot f_0 = \frac{k}{T} = \frac{k}{N \cdot \Delta t} \quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad \dots\dots(4)$$

であり、遮断振動数は  $1/(2 \cdot \Delta t)$  である。

式(1)、式(3)の  $X(f, T)$  は複素数であり、その絶対

値と偏角をそれぞれフーリエ振幅スペクトル、フーリエ位相スペクトルと呼ぶ。すなわち、 $X(f, T)$  の実部を  $A$ 、虚部を  $B$  とすれば、フーリエ振幅スペクトルは、

$$F_A(f_k) = |X(f_k, T)| = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad \dots\dots(5)$$

フーリエ位相スペクトルは、

$$F_P(f_k) = \arg\{X(f_k, T)\} = \tan^{-1}\left(\frac{B_k}{A_k}\right) \quad \dots\dots(6)$$

で定義される。

また、 $F_A(f)$ 、 $F_P(f)$  が既知の場合、すなわち、ある時刻歴のフーリエ変換  $X(f)$  が与えられたときには、 $X(f)$  の逆フーリエ変換を行うことにより時刻歴  $x(t)$  が求まる。

式(3)に対応する離散的なフーリエ変換は、

$$x_n = \frac{\Delta t}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(f_k) \cdot \exp\left[i \cdot \frac{2\pi k n}{N}\right] \quad \dots\dots(7)$$

である。

なお、式(3)、式(7)はそのままの形で演算すると、計算時間が  $N^2$  に比例して増大して不経済となるが、高速フーリエ変換 (FFT) 法によれば、効率良く計算することができる<sup>2)</sup>。

### 2.2 模擬波形の合成

一般に、減衰定数 0% のときの速度応答スペクトルとフーリエ振幅スペクトルは、近似的に等しいとされている<sup>3)</sup>。従って、設計用スペクトルとして速度応答スペクトルが与えられた場合、これをフーリエスペクトルに等価とみなして、式(7)より波形を合成することができる。

本法は、図-2 に示すように、まず実地震記録のフーリエスペクトルを求め、その位相スペクトルと、設計用応答スペクトルをフーリエ振幅スペクトルとしたものとを模擬波のフーリエスペクトルとみなし、これを逆フーリエ変換して模擬波形を求める方法である。

こうして合成された波形は、実地震記録の位相特性を有しているので、振幅、周波数特性とともに、時間に依存する非定常波となる。

ただし、応答スペクトルとフーリエ振幅スペクトルは完全には一致しないので、合成された模擬波から求めた応答スペクトルは、目標とした応答スペクトルとは一致しない。従って、目標の応答スペクトルと模擬波の応答スペクトルの差が一定値以下となるまで取れん計算をすることになる。ここでは、取れん計算をする時のフーリエ振幅スペクトルの修正に次式を用いた。

$$F_i(f_k) = \frac{T(f_k)}{S_{i-1}(f_k)} F_{i-1}(f_k) \quad \dots\dots(8)$$

ここに、

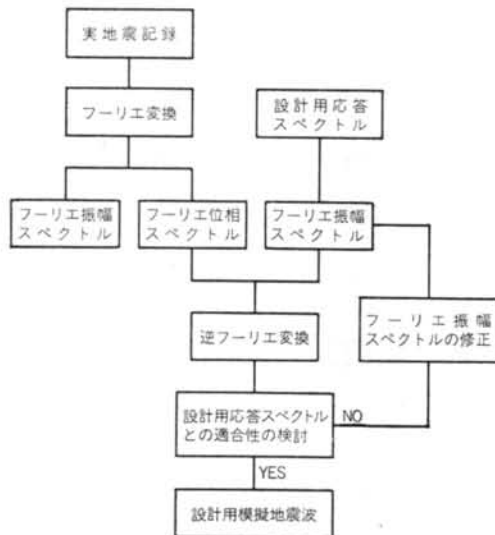


図-2 方法 I の流れ図

$F_i(f_k), F_{i-1}(f_k)$ ;  $i$  番目,  $(i-1)$  番目の取れん計算時のフーリエ振幅スペクトル  
 $S_{i-1}(f_k)$ ;  $(i-1)$  番目の取れん計算時の模擬波の速度応答スペクトル  
 $T(f_k)$ ; 目標とする設計用速度応答スペクトル

また, 取れんの検定は次式で与えられる  $\varepsilon$  によつた.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[ \frac{S_i(f_k)}{T(f_k)} - 1.0 \right]^2} \quad \dots\dots(9)$$

なお, 本法により設計用模擬地震波を合成する場合には, フーリエ位相スペクトルを用いる実地震記録として, 想定される地震の規模に近いものを選び, より適切な形状となるよう配慮される.

### § 3. 非定常スペクトルによる方法(方法II)

本法は, 地震動の周波数特性の時間変動を表現できる Physical Spectrum (物理スペクトル) による非定常確率過程のシミュレーションの手法を用いて波形を合成し, 方法Iによつて設計用応答スペクトルを満足するように波形を修正するものである.

#### 3.1 Physical Spectrum (物理スペクトル)

物理スペクトルは, 非定常スペクトル密度関数の1つであり, W. D. Mark により提案されたものである<sup>4)</sup>.

いま, ある時刻歴  $x(t)$  に対し時刻  $t$  に関するウィンドウ関数  $W(t-u)$  を乗ずれば, 時刻  $t$  の近傍の時刻歴  $z_t(u) = W(t-u) \cdot x(u)$   $\dots\dots(10)$

を得る. ここで,  $z_t(u)$  についてエネルギースペクトルを定義し, 時刻  $t$  を変化させれば時間に依存するスペクトル密度関数が定まる.

したがつて,  $x(t)$  を非定常確率過程のサンプル関数とすれば, 非定常確率過程  $\{x(t)\}$  の物理スペクトルは次式で定義される.

$$S_x(f, t; W) = E \left[ \left| \int_{-\infty}^{\infty} W(t-u) \cdot x(u) \cdot \exp(-i \cdot 2\pi f u) du \right|^2 \right] \quad (11)$$

ここに, ウィンドウ関数  $W(t)$  は,

$$\int_{-\infty}^{\infty} [W(t)]^2 dt = 1 \quad \dots\dots(12)$$

に規格化されている.

ここでは  $W(t)$  として, 次式で与えられるガウス型ウィンドウ関数を用いている.

$$W(t) = \left( \frac{\sqrt{2}}{T_F} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{\pi t^2}{T_F^2} \right) \quad \dots\dots(13)$$

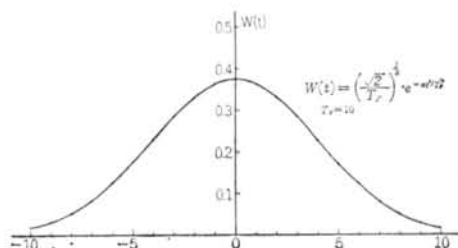


図-3 ガウス型ウィンドウ関数

この関数は, 図-3に示す形状をしており,  $T_F$  はフィルター時間間隔である.

#### 3.2 非定常模擬地震波の作成<sup>5)</sup>

非定常な周波数特性を有する模擬地震波の加速度成分を, 次のような調和関数型モデルで表わす.

$$y(t) = \sum_{j=1}^M a_j(t) \cdot \cos(2\pi f_j t + \phi_j) \quad \dots\dots(14)$$

ここで  $a_j(t)$  は, 時間とともに変動する各振動数成分の振幅であり, 式(14)の物理スペクトルにより,

$$a_j(t) = \sqrt{4 S(f_j, t; W)} \cdot \Delta f \quad \dots\dots(15)$$

で与えられる.  $\phi_j$  は  $[0, 2\pi]$  に一様に分布するランダムな位相角であり,  $\Delta f$  は離散振動数の間隔である.

いま,  $y(t)$  を時刻  $t_i (i=0, 1, 2, \dots, m)$  で  $(m-1)$  個の区間に分割し, ある時刻  $t_i$  の近傍について  $a_j(t)$  を1次のテーラー展開で近似すれば, 次式ようになる.

$$a_j(t) = a_j(t_i) + (t-t_i) \cdot a_j'(t_i) \quad \dots\dots(16)$$

式(16)を用いて式(14)を書きかえると,  $t_i$  の近傍では,

$$y(t) = \sum_{j=1}^M a_j(t_i) \cdot \cos(2\pi f_j t + \phi_j) + (t-t_i) \sum_{j=1}^M a_j'(t_i) \cdot \cos(2\pi f_j t + \phi_j) \quad \dots\dots(17)$$

となり, 分割した各区間における  $a_j(t)$  と  $(t-t_i)$  で重みづけをした  $a_j'(t)$  から,  $t_i$  の近傍の  $y(t)$  が求まる.

こうした手順を  $(m-1)$  個の全区間について行ないこれをすべて累加すれば, 全継続時間にわたる  $y(t)$  を求めることができる.

したがつて, 地震の規模が設定され, 適当な物理スペクトルが与えられれば, これを満足する模擬波は式(17)中の位相角  $\phi_j$  の乱数を変えることにより無数に合成することができる.

また, 式(17)は各項が式(7)の逆フーリエ変換の表現と対応するので, FFT を用いれば, 実際の演算は効率良く行なうことができる.

こうして得られた模擬波を設計用応答スペクトルに適

合するように修正するには、方法 I の手順の中で、実地震波の代りに本法による模擬波を用い、方法 I に従って修正を施せばよい。

#### § 4. 数値計算例

ここでは Taft 1952 EW の加速度記録 (図-13(a)) をもとにして、それぞれの方法によって模擬波を合成し、比較検討する。

目標とする設計用速度応答スペクトルは、図-4 に示すような形状とし、周期で 0.05 秒から 2 秒までについて

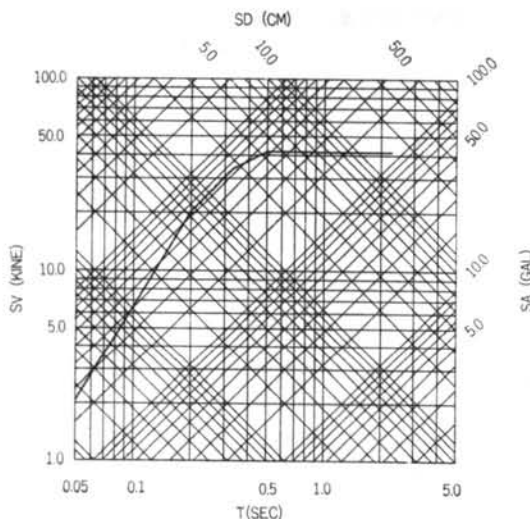


図-4 目標とする速度応答スペクトル

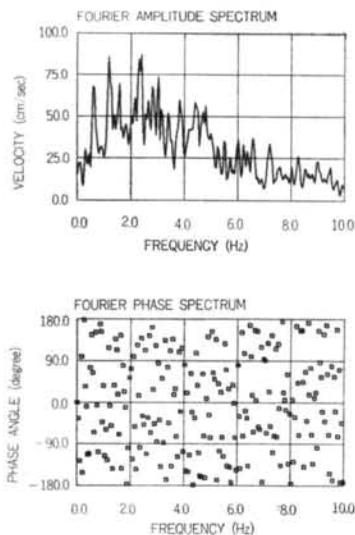


図-5 Taft 1952 EW のフーリエスペクトル

減衰定数 5% として与えることとした。

(方法 I)

Taft 1952 EW の加速記録のうち、20.48 秒についてフーリエスペクトルを求め、その位相スペクトルと設計用応答スペクトルから、逆フーリエ変換により模擬波を計算した。このときの取れんの回数は 5 回とした。

その結果、誤差  $\epsilon$  は 6.7%、 $\epsilon$  の最大値は 22.4% であった。得られた模擬波形を図-13 に、原波形と模擬波形のフーリエスペクトルを図-5 と図-6 に示す。

これらを見ると、両者の位相スペクトルは等しく、振幅スペクトルは模擬波の方がなめらかになっている様子がわかる。

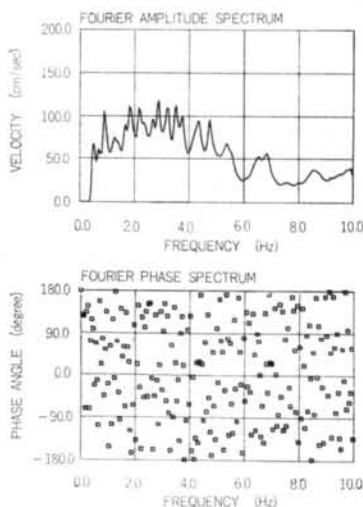


図-6 方法 I による模擬波形のフーリエスペクトル

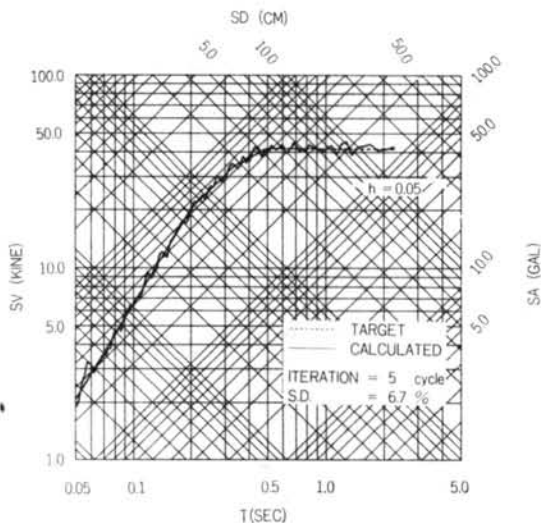


図-7 方法 I による模擬波形の速度応答スペクトル

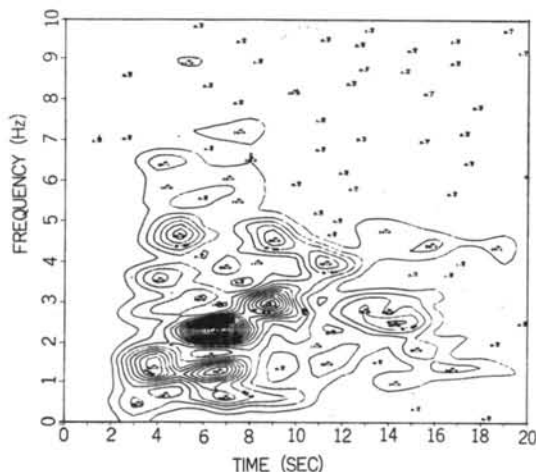


図-8 Taft 1952 EW の物理スペクトル

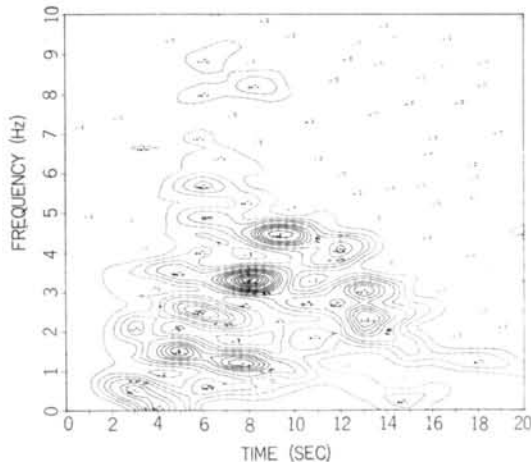


図-9 非定常波形の物理スペクトル

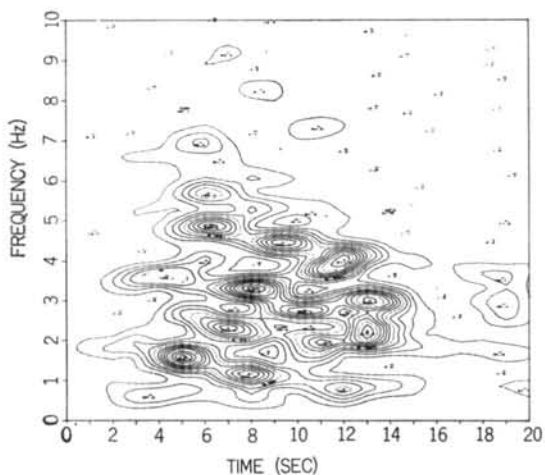


図-10 方法IIによる模擬波形の物理スペクトル

また、図-7に模擬波の速度応答スペクトル（減衰定数5%）と、目標とした設計用スペクトルを示す。

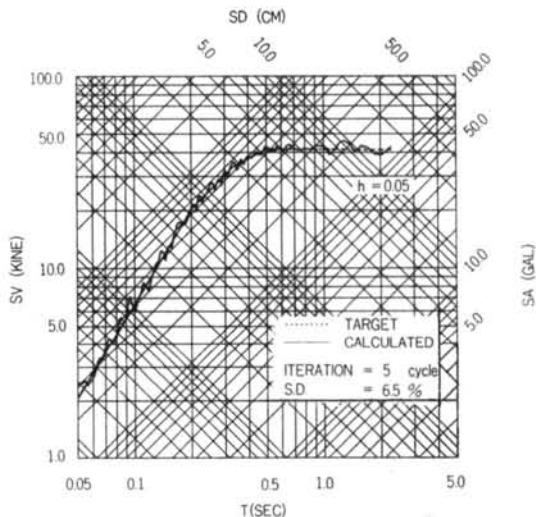


図-11 方法IIによる模擬波形の速度応答スペクトル

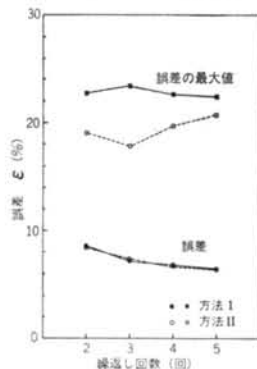


図-12 取れんの比較

(方法II)

Taft 1952 EW の加速度記録から、式(3)のフィルター時間間隔  $T_f$  を 2.5 秒、振動数間隔 0.195 Hz、時間間隔 1.0 秒として物理スペクトルを求め、これを想定される地震の物理スペクトルとして模擬波を合成した。

まず、式(7)における各区間の振動数成分の振幅  $a_j(t)$  として Taft の記録から求めた物理スペクトルを用い、各振動数成分の位相  $\phi_j$  を一様乱数で与えた。次に、式(7)を FFT により計算して 20.48 秒の波形を得た。

この波形を、方法 I により目標の設計用応答スペクトルに適合するように修正して模擬波を合成した。

取れんの回数を方法 I と同じく 5 回とした結果、誤差  $\varepsilon$  は 6.5%、 $\varepsilon$  の最大値は 20.7% であった。Taft の原波形の物理スペクトルをもとに合成した非定常波形と、これから設計用に修正して得た模擬波形を図-13(c), (d) に、また原波形、非定常波、設計用模擬波の物理スペクトルを図-8 から図-10 に示す。これらのスペクトルは全体の傾向が良く似ており、図-9 と 10 ではスペクトル

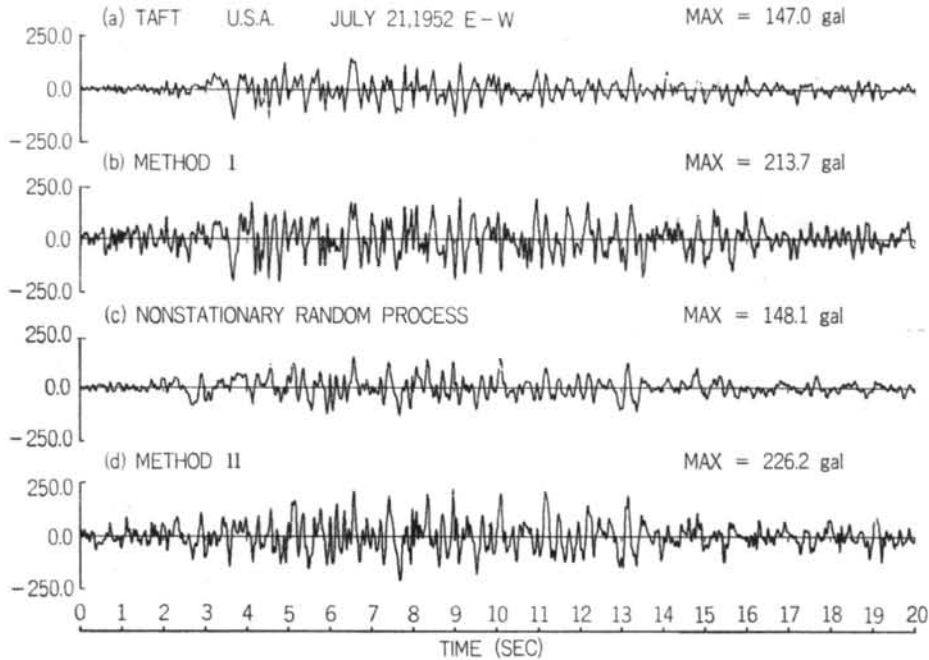


図-13 原波形と計算波形

の高低のみが変化していることがわかる。

図-11に模擬波の速度応答スペクトル(減衰定数5%)と、目標とした設計用スペクトルを示す。

以上の結果を比較すると、設計用スペクトルに対する収れんの傾向は、図-12に示すように両方法とも同程度であり、誤差もほぼ等しい。

また、速度応答スペクトルを比較すると(図-7, 11)全周期について同等の変動で収まっている。

波形についてみても(図-13)、両者とも地震波の非定常性を良く再現しており、周波数特性が時間とともに変動している様子が良く表わされている。

したがって、両方法とも設計用応答スペクトルに対する適合性、地震波の非定常性の再現性に関しては、実用的には同等であるといえる。

ただし、方法Iは、フーリエ位相スペクトルを用いる原波形が決まると、それに対する模擬波が1波しか求まらないのに対し、方法IIでは、物理スペクトルが設定されても位相を乱数で与えるために、この乱数を変えることにより模擬波は無数に合成することができる。したがって、方法IIでは、仮に収れんが悪い場合でも、乱数を変えて収れんの良いものを捜すことができるという長所がある。

## § 5. おわりに

設計用模擬地震波を合成する方法として、実地震記録の位相特性を与える方法と、非定常スペクトルによる方法について述べ、Taft 1952 EWの実地震記録をもとにして両方法により模擬波形を合成し、比較を行なった。

その結果、設計用応答スペクトルに対する適合性、地震波の非定常性の再現性に関しては両方法とも良く、ほとんど差は無いことがわかった。

しかし、非定常スペクトルによる方法は、任意の非定常性を有する模擬波を合成することが可能であり、非定常スペクトルに含まれる情報を波形に反映させることができること、位相特性が乱数で与えられることから、同一の非定常スペクトルを持つ模擬波の中から設計用応答スペクトルに対する適合性の高いものを選択できること等の理由により、実地震記録の位相特性を与える方法より有利であるといえる。

設計用模擬地震波の作成法は、多くのものが提案されており、それぞれ特色を持っているが、地震動の非定常性の表現に関しては、本論で示した方法も含めて、まだ完成されたものとはなっていない。これは、地震動の非定常性の定義が非常に困難なためであり、非定常スペクトルの定義も統一されていないのが現状である。

しかし、本論で示したように、ここで検討した方法は

実用上十分なものであり、当面は、これらの方法を場合 討する予定である。  
に応じて用い、併せて、さらに有効な方法についても検

<参考文献>

- 1) G. W. Housner & P. C. Jennings: "Generation of Artificial Earthquakes" J. of Engr. Mech. Div., ASCE, Vol. 90, No. EM1(Feb. 1964) pp. 113-150
- 2) E. O. Brigham: "The Fast Fourier Transform" Prentice-Hall (1974)
- 3) D. E. Hudson: "Some Problems in the Application of Spectrum Techniques to Strong-Motion Earthquake Analysis" Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 52, No. 2(April 1962) pp. 417-430
- 4) W. D. Mark: "Spectral Analysis of the Convolution and Filtering of Nonstationary Stochastic Process" J. Sound Vib., Vol. 11, No. 1 (1970) pp. 19-63
- 5) 石井清: "高速フーリエ変換による非定常確率過程の作成法" 土木学会論文報告集 No. 262 (昭和52年6月) pp. 159-162

