

## 波動論的考察による地震時の地盤振動

大槻 明  
山原 浩  
広瀬 道孝

## § 1. はじめに

構造物の耐震設計を行なうに際して、その裏付けとなる地震応答解析の考え方は、基本的には2つに大別できる。

第1の方法は、構造物や地盤を集中質量法や有限要素法等により離散系のモデルにおきかえ、さらに一様な加速度を各質点に与えて解析する、いわゆる振動論的立場に立った地震応答解析手法である。これに対し第2の方法は、弾性波動論に代表されるように地震を連続体中の波動としてとらえた解析、つまり波動論的立場に立った地震応答解析手法である。

従来、土木建築の分野における地震応答解析は第1の方法すなわち振動論的立場からの解析が主に行なわれてきている。これは、次のような理由によるものと思われる。第1の方法は、第2の方法に比べ数学的取り扱いが比較的簡単であるため、かなり複雑なモデルに対しても解析が可能であること、また、通常の構造物（地盤も含む）に対し工学的に問題とされる波長が構造物の幾何学的寸法に比べて十分長い場合には、地震を振動としてとらえた解析手法で十分工学的目的が達しうることが明らかにされていることなどによるためであろう。

しかし、最近の原子力発電所や大型土木構造物のように、工学的に問題とされる周波数帯域が非常に高い方に拡大され、しかも平面かつ深さ方向に大きな広がりをもつ構造物になると、基礎に到達する地震波動のわずかな位相差が重要な意味を持つことが、山原<sup>1)</sup>らにより指摘されてきている。

このような現状を考えると地震を単に振動としてとらえるだけでなく、地盤や構造物中の波の反射屈折を考慮に入れた波動論的立場からの解析が必要となってきたように思われる。そこで、著者らは波動論的立場からの地震応答解析手法の開発を行なった<sup>2)</sup>ので、その一部を以下に示す。

本報文では、まず波動論的立場に立った地震応答解析

手法の考え方を示し、さらに本手法の適用例として、異なった構造形式の基礎に調和波形が入射した場合、基礎周辺における波の反射屈折の様相や地盤と基礎との振幅比がどのようになるか、いわゆる入力損失<sup>3)</sup>について検討する。

## § 2. 理論

弾性波動論に関しては、19世紀の中頃から多くの数学者や物理学者らによって華麗な数学的展開が行なわれてきた。しかし、基礎—地盤系の動的挙動を弾性波動論により解析的に求めるには非常に複雑な境界値問題となるため、現在のところ単純化されたモデルに基づく近似解<sup>3)4)5)6)</sup>が得られているにすぎない。

一方、近年では電算機の発展により波動方程式を差分法や有限要素法により離散化し、直接数値解析を行なう方法が可能となってきた。この手法の利点は、従来解析的な手法では限られたモデルしか取り扱えなかった波動問題も、差分法や有限要素法を使うことにより、かなり複雑なモデルを解くことができるようになった点である。この反面、欠点としては解析解に比べ解を得るための時間がかかること、また有限領域の計算となるため境界条件の設定に問題が残る点である。

直接数値解析により波動問題を解く方法として、過去に Alterman<sup>7)8)9)</sup>らは1968年から1970年にかけて差分法を使い、成層地盤や1/4自由面、3/4自由面における波動問題を検討した。さらに、Ilan, Loewental<sup>10)11)12)13)14)</sup>らは1975年から1977年にかけて解の安定性が良く、かつ複雑な地形を解析できる手法を提案した。また、佐藤<sup>15)16)</sup>(1972, 1973)、春海<sup>17)18)</sup>(1975, 1978)は質点系モデル(差分)により波動問題を取り扱っている。

上述のこれらの方法は、有限要素法に比べて計算時間および容量が少なくすむ利点を持っているが、一方これらの差分法をそのまま土木建築の分野に適用するには

いくつかの未解決な問題が残っている。たとえば、構造物が構築される地盤の表層は一般にポアソン比 0.4 以上のものが多く、このような地盤に前述の方法を適用すると地表面付近で発散現象が生じやすくなる。また、基礎と表層、表層と基盤間の波動インピーダンス比は大きく、精度良い検討をするためには各媒質の伝播速度に応じたメッシュ幅をとらねばならない。さらに、形状の複雑なものをモデル化する際には任意のメッシュが必要となってくる。

このようなことを考慮に入れると、前述の方法だけでは十分に対応できないことが予想される。そこで、これらの問題を解決し、より実際に即した解析を行なうため新たに有限要素法を導入し、有限要素法と質点系モデル(差分法)とを融合した方法を用いることにした。

## 2.1 基礎方程式

$x$ - $y$  直角座標系の弾性波の方程式は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \rho \partial^2 u / \partial t^2 &= (\lambda + 2\mu) \partial^2 u / \partial x^2 \\ &+ (\lambda + \mu) \partial^2 v / \partial x \partial y + \mu \partial^2 u / \partial y^2 \\ \rho \partial^2 v / \partial t^2 &= (\lambda + 2\mu) \partial^2 v / \partial y^2 \\ &+ (\lambda + \mu) \partial^2 u / \partial x \partial y + \mu \partial^2 v / \partial x^2 \end{aligned} \quad \dots\dots(1)$$

ここに、 $u, v$  は  $x, y$  方向の変位、 $\rho$  は密度、 $\lambda, \mu$  はラメ定数である。 $\lambda$  および  $\mu$  は、ヤング係数  $E$  とポアソン比  $\nu$  を用いて次のように表わされる。

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

## 2.2 ポテンシャルを持つ質点系モデルによる定式化<sup>17)18)</sup>

図-1 に示されるように、 $x, y$  軸をとり、格子間隔を  $h$ 、格子番号を  $(i, j)$  等とする。図の各格子点に  $m(i, j)$  の質量があり、上下左右はバネ定数  $a$  なるバネで互いに連結されている。また、対角線方向はバネ定数  $b$  なるバネで連結されているとする。

(A) 水平、上下方向のバネ

$(i, j)$  点と  $(i+1, j)$ 、 $(i-1, j)$  の 2 点を結ぶ水平方向の単純バネのポテンシャルを、

$$U = a/2 \{ [u(i+1, j) - u(i, j)]^2 + [u(i, j) - u(i-1, j)]^2 \} \quad \dots\dots(2)$$

とおくと、 $(i, j)$  点に働く水平方向の力は、

$$F_x = -dU/du(i, j) = a[u(i+1, j) - 2u(i, j) + u(i-1, j)] \quad \dots\dots(3)$$

となる。同様にして、上下方向のバネは点  $(i, j+1)$  と点  $(i, j)$  とを結ぶバネに  $U = a/2 [v(i, j+1) - v(i, j)]^2$  な

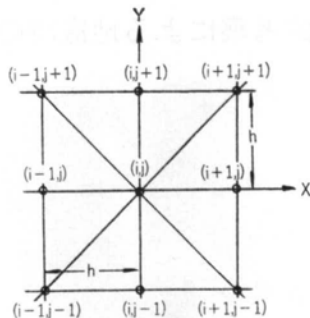


図-1 格子モデル

るポテンシャルを与えると、点  $(i, j)$  に働く  $y$  方向の力は上と同様にして、

$$F_y = -dU/dv(i, j) = a[v(i, j+1) - 2v(i, j) + v(i, j-1)] \quad \dots\dots(4)$$

となる。

(B) 対角線方向のバネ

対角線方向のバネは、点  $(i+1, j+1)$  と点  $(i, j)$  とを結ぶバネと点  $(i+1, j-1)$  と点  $(i, j)$  とを結ぶバネの 2 種類があるが、点  $(i+1, j+1)$  と点  $(i, j)$  とを結ぶバネは次のポテンシャルを持たせる。

$$\begin{aligned} U_1 &= b/2 [u(i+1, j+1) - u(i, j) \\ &+ v(i+1, j+1) - v(i, j)]^2 \\ &+ b\alpha/2 \{ [u(i+1, j+1) - u(i, j)]^2 \\ &+ [v(i+1, j+1) - v(i, j)]^2 \} \end{aligned} \quad \dots\dots(5)$$

点  $(i+1, j-1)$  と点  $(i, j)$  とを結ぶバネは次のポテンシャルを持つ。

$$\begin{aligned} U_2 &= b/2 [u(i+1, j-1) - u(i, j) \\ &- v(i+1, j-1) + v(i, j)]^2 \\ &+ b\alpha/2 \{ [u(i+1, j-1) - u(i, j)]^2 \\ &+ [v(i+1, j-1) - v(i, j)]^2 \} \end{aligned} \quad \dots\dots(6)$$

全ポテンシャルは  $U = U_1 + U_2$  で与えられる。これを  $u(i, j)$  で微分して  $x$  方向の力  $F_x'$  を求めると、

$$\begin{aligned} F_x' &= -dU/du(i, j) = b[u(i+1, j+1) \\ &- u(i, j) + v(i+1, j+1) - v(i, j)] \\ &+ b\alpha[u(i+1, j+1) - u(i, j)] \\ &+ b[u(i+1, j-1) - u(i, j) - v(i+1, j-1) + \\ &v(i, j)] + b\alpha[u(i+1, j-1) - u(i, j)] \\ &= b[u(i+1, j+1) + u(i+1, j-1) - 2u(i, j)] \\ &+ b[v(i+1, j+1) - v(i+1, j-1)] + b\alpha[u(i+1, \\ &j+1) + u(i+1, j-1) - 2u(i, j)] \dots\dots(7) \end{aligned}$$

同様にして、点  $(i, j)$  と点  $(i-1, j-1)$  とを結ぶバネには  $U_1$  と同様に次のポテンシャルを与え、

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= b/2 [u(i, j) - u(i-1, j-1) \\ &+ v(i, j) - v(i-1, j-1)]^2 \\ &+ b\alpha/2 \{ [u(i, j) - u(i-1, j-1)]^2 \} \end{aligned}$$

$$+[v(i,j)-v(i-1,j-1)]^2 \quad \dots\dots(8)$$

点  $(i,j)$  と  $(i-1,j+1)$  を結ぶバネには  $U_2$  と同様な次のポテンシャルを与える。

$$U_2 = b/2[u(i,j)-u(i-1,j+1)-v(i,j)+v(i-1,j+1)]^2 + ba/2\{[u(i,j)-u(i-1,j+1)]^2 + [v(i,j)-v(i-1,j+1)]^2\} \quad \dots\dots(9)$$

全ポテンシャル  $\bar{U}_1 + \bar{U}_2$  を  $u(i,j)$  で微分し、 $(i,j)$  点に働く  $x$  方向の力  $F_x''$  を求めると次のようになる。

$$F_x'' = b[u(i-1,j-1)-2u(i,j)+u(i-1,j+1)] - b[v(i,j)-v(i-1,j-1)] + b[v(i,j)-v(i-1,j+1)] + ba[u(i-1,j-1)-2u(i,j)+u(i-1,j+1)] \quad \dots\dots(10)$$

斜め部材による  $x$  方向の力  $F_x'''$  は、式(7)、式(10)より次のようになる。

$$F_x''' = b[u(i+1,j+1)+u(i+1,j-1)+u(i-1,j+1)+u(i-1,j-1)-4u(i,j)] + b[v(i+1,j+1)-v(i+1,j-1)-v(i-1,j+1)+v(i-1,j-1)] + ba[u(i+1,j+1)+u(i+1,j-1)+u(i-1,j+1)+u(i-1,j-1)-4u(i,j)] \quad \dots\dots(11)$$

同様に、斜め部材による  $y$  方向の力  $F_y'''$  を求めると、

$$F_y''' = b[v(i+1,j+1)+v(i+1,j-1)+v(i-1,j+1)+v(i-1,j-1)-4v(i,j)] + b[u(i+1,j+1)-u(i+1,j-1)-u(i-1,j+1)+u(i-1,j-1)] + ba[v(i+1,j+1)+v(i+1,j-1)+v(i-1,j+1)+v(i-1,j-1)-4v(i,j)] \quad \dots\dots(12)$$

### (c) 質点 $(i,j)$ の運動方程式

上下左右および斜方向のバネの質点  $(i,j)$  に及ぼす力を加え、 $(i,j)$  点における運動方程式を求めると次のように書くことができる。

$$m(i,j)d^2u(i,j)/dt^2 = a[u(i+1,j)-2u(i,j)+u(i-1,j)] + b[v(i+1,j+1)-v(i+1,j-1)-v(i-1,j+1)+v(i-1,j-1)] + b(1+\alpha)[u(i+1,j+1)+u(i+1,j-1)+u(i-1,j+1)+u(i-1,j-1)-4u(i,j)] \quad \dots\dots(13)$$

$$m(i,j)d^2v(i,j)/dt^2 = a[v(i,j+1)-2v(i,j)+v(i,j-1)] + b[u(i+1,j+1)-u(i+1,j-1)-u(i-1,j+1)+u(i-1,j-1)] + b(1+\alpha)[v(i+1,j+1)+v(i+1,j-1)+v(i-1,j+1)+v(i-1,j-1)-4v(i,j)] \quad \dots\dots(14)$$

ところで、斜方向の格子間隔  $\sqrt{2}h$  の格子を考えると、

$$u(i+1,j+1)+u(i+1,j-1)+u(i-1,j+1)+u(i-1,j-1)-4u(i,j) = 2h^2\rho^2u \quad \dots\dots(15)$$

であり、また正方向格子では、

$$v(i+1,j+1)-v(i+1,j-1)-v(i-1,j+1)+v(i-1,j-1) = 4h^2\partial^2v/\partial x\partial y \quad \dots\dots(16)$$

である。式(13)、(14)を  $h^2$  で割り、この関係を用いると、

$$m(i,j)/h^2d^2u(i,j)/dt^2 = a\partial^2u/\partial x^2 + 4b\partial^2v/\partial x\partial y + 2b(1+\alpha)\rho^2u \\ m(i,j)/h^2d^2v(i,j)/dt^2 = a\partial^2v/\partial y^2 + 4b\partial^2u/\partial x\partial y + 2b(1+\alpha)\rho^2v \quad \dots\dots(17)$$

となる。式(17)と式(1)との係数を比較すると  $m/h^2 = \rho$  であるから各項の係数は、

$$a = \lambda + \mu, \quad 4b = \lambda + \mu, \quad 2b(1+\alpha) = \mu$$

となり、

$$a = \lambda + \mu, \quad b = (\lambda + \mu)/4, \\ \alpha = 2\mu/(\lambda + \mu) - 1 = (\mu - \lambda)/(\lambda + \mu) \quad \dots\dots(18)$$

となる。

次に時間間隔を  $k$ 、時間ステップ  $n$ 、縦波および横波速度を  $v_L^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ 、 $v_T^2 = \mu/\rho$  と表わし、さらに式(13)および(14)の  $d^2u/dt^2$  等を差分式でおきかえ、式(18)および  $m(i,j)/h^2 = \rho$  なる関係を用いて書きかえると、質点系モデルの式は次のようになる。

$$u(i,j,n+1) = 2u(i,j) - u(i,j,n-1) + (v_L^2 - v_T^2)k^2/h^2[u(i+1,j) - 2u(i,j) + u(i-1,j)] + ((v_L^2 - v_T^2)/4)k^2/h^2[v(i+1,j+1) - v(i+1,j-1) - v(i-1,j+1) + v(i-1,j-1)] + (v_Tk/h)^2/2[u(i+1,j+1) + u(i+1,j-1) + u(i-1,j+1) + u(i-1,j-1) - 4u(i,j)] \quad \dots\dots(19) \\ v(i,j,n+1) = 2v(i,j) - v(i,j,n-1) + (v_L^2 - v_T^2)k^2/h^2[v(i,j+1) - 2v(i,j) + v(i,j-1)] + ((v_L^2 - v_T^2)/4)k^2/h^2[u(i+1,j+1) - u(i+1,j-1) - u(i-1,j+1) + u(i-1,j-1)] + (v_Tk/h)^2/2[v(i+1,j+1) + v(i+1,j-1) + v(i-1,j+1) + v(i-1,j-1) - 4v(i,j)] \quad \dots\dots(20)$$

なお、上式で  $t = nk$  の場合の  $n$  は省略してある。

### 2.3 有限要素法による定式化

式(1)をテンソル記法で書き直せば次のようになる。

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,j} \quad \dots\dots(21)$$

ここで、

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad \dots\dots(22)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad \dots\dots 23$$

$$E_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad \dots\dots 24$$

$\delta_{ij}$ : クロネッカの単位テンソル

式23の両辺に仮想変位  $u_i^*$  をかけ、領域全体にわたって積分する。

$$\int_V \rho u_i^* \ddot{u}_i dv = \int_V u_i^* \sigma_{ij,j} dv \quad \dots\dots 25$$

ガウスの発散定理より、式25の右辺は次のように変形できる。

$$\int_V u_i^* \sigma_{ij,j} dv = \int_S u_i^* \sigma_{ij} n_j ds - \int_V u_i^* \sigma_{ij,j} dv \quad \dots\dots 26$$

ただし、 $n_j$  は境界面に立てた外向法線の  $j$  軸との間の方向余弦で、右辺第1項は面積積分である。式25とテンソルの対称性を用いると、上式の右辺第2項は、

$$\int_V u_i^* \sigma_{ij,j} dv = \int_V \epsilon_{ij}^* \sigma_{ij} dv \quad \dots\dots 27$$

ここで境界面での外力を零とし、式26、27を式25に代入すると次式が求まる。

$$\int_V \rho u_i^* \ddot{u}_i dv + \int_V \epsilon_{ij}^* \sigma_{ij} dv = 0 \quad \dots\dots 28$$

いま、変位関数  $\varphi_\alpha$  を用いて  $i$  方向の変位を次のように仮定する。

$$u_i = \varphi_\alpha u_{\alpha i} \quad (u_i^* = \varphi_\alpha u_{\alpha i}^*) \quad \dots\dots 29$$

式29を式28に代入し、 $u_{\alpha i}^*$  は任意の仮想変位であることを考慮に入れると次式が求まる。

$$\int_V \rho \varphi_\alpha \ddot{u}_i dv + \int_V \varphi_\alpha \sigma_{ij,j} dv = 0 \quad \dots\dots 30$$

式30に式23、24を代入し、式30を変形すると式31が求まる。

$$M_{\alpha i \beta k} \ddot{u}_{\beta k} + K_{\alpha i \beta k} u_{\beta k} = 0 \quad \dots\dots 31$$

ただし、

$$M_{\alpha i \beta k} = \int_V \rho \varphi_\alpha \varphi_\beta \delta_{ik} dv \quad \dots\dots 32$$

$$K_{\alpha i \beta k} = \int_V \varphi_\alpha \sigma_{ij} E_{ijkl} \varphi_\beta dv \quad \dots\dots 33$$

式31をマトリックス表示すると次のようになる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad \dots\dots 34$$

式34で時間項について中央差分をとると、式35のようになる。

$$\{u\}_{n+1} = 2\{u\}_n - \{u\}_{n-1} - [M]^{-1}[K]\{u\}_n \Delta t^2 \quad \dots\dots 35$$

ここで、

$\{u\}$ : 変位ベクトル

$[M]$ : 質量マトリックス  $\left( \int_V \rho \varphi_\alpha \varphi_\beta \delta_{ik} dv \right)$

$[K]$ : 剛性マトリックス  $\left( \int_V \varphi_\alpha \sigma_{ij} E_{ijkl} \varphi_\beta dv \right)$

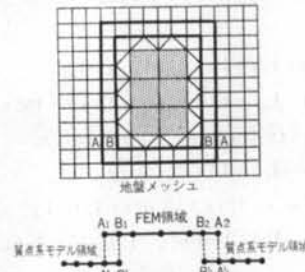
$\Delta t$ : 時間間隔,  $n$ : 時間ステップ

式35は質点系モデルにおける式29、30に対応する。式35

は1つの要素についての運動方程式(波動方程式)であり、全体系の方程式は各要素ごとの式35を重ね合わせるにより求められるが、ここでは全体系の方程式は作成せず各要素ごとに式35を作る。また、質量マトリックスはランプドマスを使用する。これにより逆行列はとることなく、さらに全体マトリックスを作らないのでかなり計算容量および時間を節約することができる。

## 2.4 質点系モデルと有限要素法の融合

文献19)では、FEM(有限要素法)の境界に逸散境界を表わす目的で差分を用いている。ここでは、FEMと質点系モデルとを融合するために次のようなモデルを考える。



図一 質点系モデルとFEMの融合

図一に示すように、1つのモデルの中にFEM領域と質点系モデル領域の2つを考え、互いの領域は均一地盤A, Bで互いにラップしている。いま、このモデルで全領域の  $n-1, n$  時刻の変位が既知だとし、新たに  $n+1$  時刻の変位を求めるには、まず質点系モデル領域 ( $\sim A_1', \sim A_2'$ ) の変位は式35, 36より求められ、さらにFEM領域 ( $B_1 \sim B_2$ ) の変位は式35により計算できる。ところで  $A_1$  と  $A_1'$ ,  $B_1$  と  $B_1'$  ( $A_2$  と  $A_2'$ ,  $B_2$  と  $B_2'$ ) は共通節点で変位が同じであることから、 $A_1$  より  $A_1'$ ,  $B_1$  より  $B_1'$  の変位 ( $A_2'$  より  $A_2$ ,  $B_2$  より  $B_2'$ ) が求まり、すべての変位が得られる。

## 2.5 逸散境界

本手法のように有限な領域で波動解析を行う場合、しばしば境界上での反射波が問題となることがある。過去においてこの種の反射波の影響をなくす目的で、Clyton<sup>20)</sup>, Lysmer<sup>21)</sup> らは波動逸散を考慮できる境界を提案している。そこでこれらの方法を本手法に適用し、波動逸散を考慮に入れた解析を行なってみた。その結果、かなり精度良い解析を行うことができた。しかし、特定のケース、たとえばポアソン比の高い物質や境界に傾きを持って逸散波が入射される場合にはClytonやLysmer

の方法は精度良く逸散波を予測できないことがあり、そのため不安定現象が生じやすくなることも分かった。そこで、このような問題に対しては1つの方法として、速度項に比例する減衰力を含んだ波動方程式を境界近傍の領域に適用し、その領域で波を吸収する方法を採用した。

### § 3. 適用例

実際に波動伝播を計算するには、初期条件として各節点における変位を式(9), (10), (9)に与えることになる。式(9), (10), (9)を使う際には、解の安定条件より時間間隔  $t < h/(v_L\sqrt{1+v_T^2/v_L^2})$  を基本的に満足し、かつ波形の形状が精度良く表現できるようにメッシュ幅  $h$  を決めてはならない。

#### 3.1 本手法と他の方法の比較

本手法の妥当性を調べるため、図-3に示すように均一無限地盤中に円形空洞があり、その空洞に縦波(調和波形)が入射した場合の空洞表面での変位を、本手法とPAO<sup>22)</sup>の解と比較してみた。図-4にその結果を示す。本手法とPAOの解は  $\theta=90^\circ$  から  $\theta=180^\circ$  の範囲ではかなり良く一致しているが、 $\theta=0^\circ$  から  $\theta=90^\circ$  では若干両者の値は異なっている。これはPAOの解は定常解であるのに対し、本手法は過渡解であること、またPAO

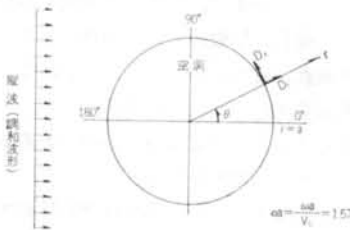


図-3 解析モデル

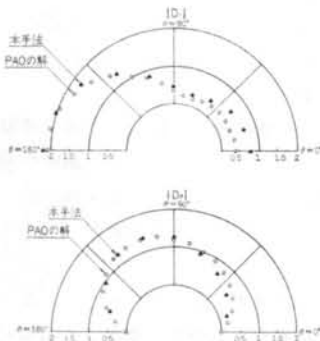


図-4 最大変位分布図 ( $aa=1.57$ )

の解は空洞表面を伝わる波や空洞に沿ってまわりこむ波は考慮していないのに対し、本手法では考えていることなどによるためであろう。いずれにしても、全体的には本手法とPAOの解はよい一致をみており、本手法の妥当性が認められる。

#### 3.2 地震波の入力損失

基礎の構造形式の違いや入射角の違いにより、基礎および周辺地盤の応答がどのように変化するか本手法を用いて検討した。

##### (A) 構造形式の違いによる入力損失効果

図-5に示すモデル(A基礎, B基礎)について応答計算を行なった。入力波形は振動数 5, 10, 15, 20 Hz のSINE変位波(単位振幅の横波)とし、18mの深さより地表面に対し垂直に入射する。図-6には基礎上端中央の最大水平変位  $ust$  と、基礎の影響を受けない地表面の最大水平変位  $ug$  との比を各基礎ごとに示す(5~20 Hz)。また、10, 20 HzにおけるA基礎, B基礎周辺の波動伝播状況を図-7~図-10に示す。なお、表-1には本解析に用いた地盤定数を示す。

図-6をみると振動数 5, 10 HzでA, B基礎の  $ust/ug$  はともに0.8~1.0の値を取っている。これに対し15, 20 Hzになると、A基礎では  $ust/ug \approx 0.4$ , B基礎では  $ust/ug \approx 0.7$  の値を取っている。振動数軸に沿って  $ust/ug$  の値をながめてみると、A, B基礎ともに振動数が高くなるにつれて入力損失効果が表われているように思われる。図-7~10の変位分布図をみると、10 HzではA, B基礎ともにほぼ地盤と一体となって動いている。これに対し20 Hzでは10 Hzに比べ基礎周辺の地盤は複雑な動きを示しており、特にA基礎ではかなり

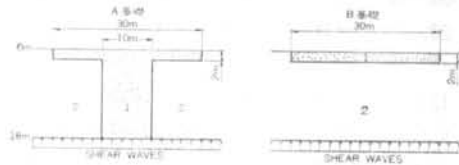


図-5 解析モデル

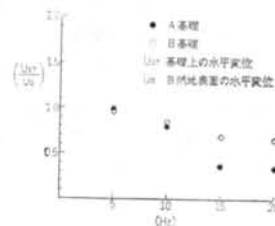
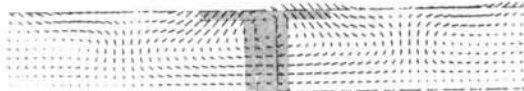
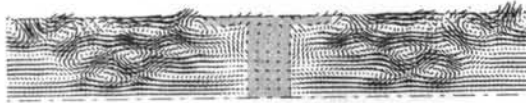


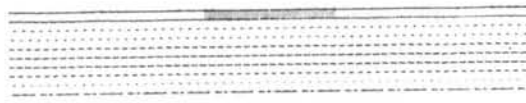
図-6 基礎と地表の振幅比



図一七 変位分布図 (10 Hz): 時間ステップ400



図一八 変位分布図 (20 Hz): 時間ステップ400



図一九 変位分布図 (10 Hz): 時間ステップ400



図一〇 変位分布図 (20 Hz): 時間ステップ400

	横波 (m/s)	縦波 (m/s)	密度
1	1000	1700	2.3
2	200	1000	2.1

表一 地盤定数

の表面波(渦)が基礎周辺に発生し、また基礎の動きは周囲の地盤に比べてかなり小さいことがわかる。

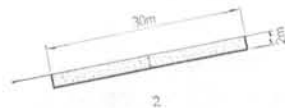
(B)斜め入射による入力損失効果

図一11に示すように入射角  $\theta=10^\circ$  の SINE 変位波(3波)を入射させ応答計算を行なった。まず、基礎のない自然地盤に  $\theta=10^\circ$  の SINE 波が入射した時の伝播状況を図一13~16に示す。

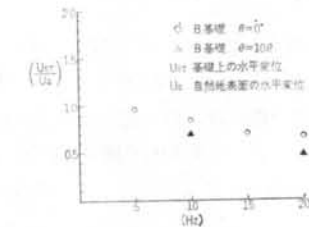
次に、B基礎に  $\theta=10^\circ$  の SINE 波(10, 20 Hz)が入射したときの基礎上端中央の最大水平変位  $u_{ST}$  と自然地表面での最大水平変位  $u_G$  との比を図一12に示す。なお、図一12には  $\theta=0^\circ$  の場合の値もあわせて示す。図一17~20には、10 Hz の SINE 波がB基礎に  $\theta=10^\circ$  で入射したときの波動伝播状況を示す。

図一12をみると、 $\theta=10^\circ$  の入射波に対する  $u_{ST}/u_G$  の値は、 $\theta=0^\circ$  のそれに比べて約2割ほど小さな値を示しており、斜め入射に対する入力損失効果は垂直入射に対する入力損失効果よりも大きいように思われる。

図一13~16をみると、当モデルでは入射角が臨界角を越えているので横波のみの反射波が発生し、ほぼ同振幅で、かつ  $\theta=10^\circ$  の波が伝播して行く様子が認められる。B基礎に斜め入射させると、基礎があることによる波動の乱れが、基礎がない場合に比べ若干みられる。



図一11 解析モデル



図一12 基礎と地表の振幅比

#### § 4. まとめ

以下に本研究のまとめとして、その要約を記す。

##### 本手法の特色について

(1)有限要素法と質点系モデル(差分)を融合した本手法は、差分法だけの方法に比べ複雑なモデルを解くことができ、またポアソン比の高い物質(例えば0.4以上)に対しても安定した解が得られる。

(2)本手法は縦波、横波および表面波を同時に考慮した解析が行なえる。たとえば、横波(平面波)が地表面に垂直に入射した場合、地盤内に異質物質が混入しているとそれにより新たに縦波、横波、表面波が発生し、伝播していく過程を克明にとらえられる。

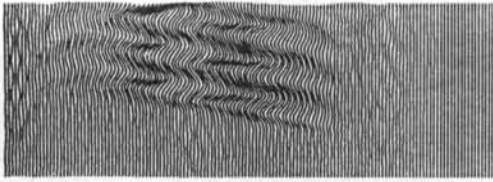
(3)入射波としては、横波および縦波の平面波(斜め入射も可能)、点加振を考慮することができる。しかし、計算時間、計算容量の制限から継続時間の比較的短い波形であることが望まれる。

(4)本手法は実際の波動伝播状況を克明に、しかも視覚的にとらえられることから、地盤と構造体間の入力損失の効果や機構の解明など幅広い適用が可能と思われる。

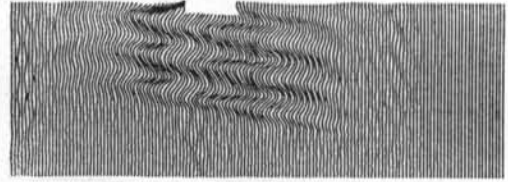
##### 入力損失について

(1)A基礎のように比較的固い地盤(基礎と地盤間の波動インピーダンスが小さい場合)の上に基礎が載っている場合、基礎底面の広がりよりも基礎側面の広がり(根入れ)の効果が、入力損失に大きく貢献しているものと推測される。

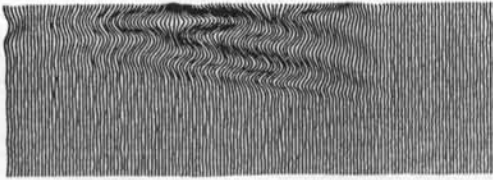
(2)B基礎のように根入れが非常に小さく、かつ底盤がかなりの広がりをもった場合でも垂直入射波に対し入力損失効果が認められる。このことはB基礎のような構造



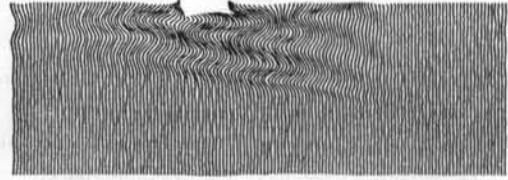
図一13 変位分布図：時間ステップ100



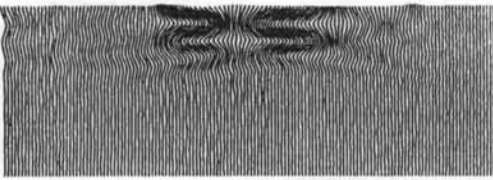
図一17 変位分布図：時間ステップ100



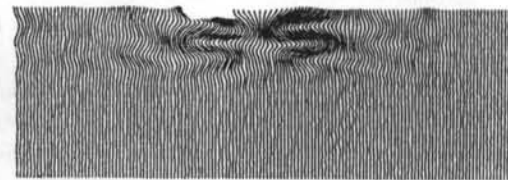
図一14 変位分布図：時間ステップ200



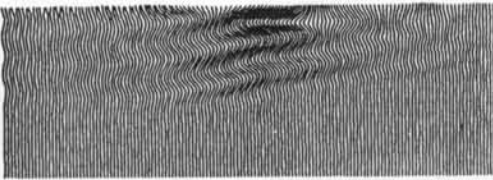
図一18 変位分布図：時間ステップ200



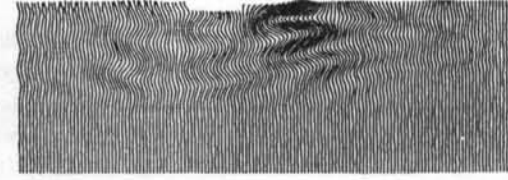
図一15 変位分布図：時間ステップ300



図一19 変位分布図：時間ステップ300



図一16 変位分布図：時間ステップ400



図一20 変位分布図：時間ステップ400

物に同位相の波が入射した場合、底盤の寸法と入力波の波長との関係によっては入力損失効果があるものと思われる。

(3) 図一6の結果より、振動数が高くなるにつれ、A基礎、B基礎ともに基礎の振幅が小さくなる傾向が認められる。特にA基礎の方がこの傾向が顕著である。

(4) 図一12の結果より、斜め入射に対する入力損失効果は、垂直入射に対する入力損失よりも大きいものと考えられる。

今回の検討は1例ではあるが、本手法を用いることにより入力損失について幾つかの定性的傾向を把握することができた。今後さらに詳細な数値実験を行なっていきたい。

謝辞 本研究を進めるにあたり、群馬大学春海佳三郎教授には研究全般にわたり、また竹脇氏（力学研究部）、田蔵氏（土木設計部）には有限要素法について数多くのご指導をいただいた。ここに感謝の意を表わします。

<参考文献>

- 1) 山原 浩：“地震時の地動と地震波の入力損失”日本建築学会論文報告集 No165 (1969), No167 (1970)
- 2) 大槻 明, 春海佳三郎, 山原 浩：“地震時の地盤挙動に関する波動論的考察”土木学会年次大会講演集, 第1部門 (1980)
- 3) 田治見 宏：“深い基礎を有する構造物の地震応答について”日本地震工学シンポジウム講演集 (1966) pp. 255~260

- 4) 後藤尚男, 土岐憲三, 高田至郎: "地中基礎構造物の振動特性について" 京大防災研究所年報, 第14号A (1971.4) pp. 263~282
- 5) 小堀鐸二, 南井良一郎, 鈴木 有: "成層地盤中に根入れされた基礎構造物の振動特性" 京大防災研究所年報, 第19号B-1 (1976.4) pp. 219~244
- 6) 土岐憲三, 小松昭雄: "井筒基礎の地震応答解析に関する研究" 土木学会論文報告集 281号 (1979)
- 7) Z. Alterman & Karal: "Propagation of Elastic Waves in Layered Media by Finite Difference Methods" B.S.S.A. Vol. 58, No. 1 (1968) pp. 367~398
- 8) Z. Alterman & Rotenberg: "Seismic Waves in a Quarter Plane" B.S.S.A. Vol. 59, No. 1 (1969) pp. 347~368
- 9) Z. Alterman & Loewenthal: "Seismic Waves in Quarter and Three-quarter Plane" Geophys. J. R. Astr. Soc. No. 20 (1970) pp. 101~126
- 10) A. Ilan, Ungar & Alterman: "An Improved Representation of Boundary Conditions in Finite Difference Scheme for Seismological Problems" Geophys. J.R. Astr. Soc. No. 43 (1975) pp. 727~745
- 11) A. Ilan & Loewenthal: "Instability of Finite Difference Schemes due to Boundary Conditions in Elastic Media" Geophysical Prospecting Vol. 24 (1976) pp. 431~453
- 12) A. Ilan: "Finite Difference Modelling for P-pulse Propagation in Elastic Media with Arbitrary Polygonal Surface" J. Geophys. No. 43 (1977) pp. 41~58
- 13) A. Ilan: "Stability of Finite Difference Schemes for the Problem of Elastic Waves Propagation in a Quarter Plane" Journal of Computational Physics No. 29 (1978) pp. 389~403
- 14) A. Ilan, Bond & Spivack: "Interaction of a Compressional Impulse with a Slot Normal to the Surface of an Elastic Half Space" Geophys. J.R. Astr. Soc. (1978)
- 15) Y. Sato: "A Numerical Experiment on Wave Propagation in an Elastic Quarter Space" J. Phys. Earth Vol. 20 (1972) pp. 287~299
- 16) Y. Sato: "Diffraction of SH Elastic Waves by a Crack and the Interception of Sound by a Rigid Wall" J. Phys. Earth Vol. 21 (1973) pp. 393~400
- 17) 春海佳三郎, 五十嵐高, 齊藤鉄夫: "ポテンシャルを持つ質点系モデルによる弾性波の数値実験" 非破壊検査 第27巻12号
- 18) K. Harumi & T. Saito: "Motion Picture of the Computer Simulation of Elastic Waves from Transducer" 9th World Conference on Non-destructive Testing, Proceedings, 4H-7 (1979)
- 19) 赤尾嘉彦, 伯野元彦: "有限要素法の境界における逸散波動の消去の試み" 土木学会年次大会講演集, 第1部門 (1979) pp. 497~498
- 20) R. Clyton & B. Engquist: "Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Waves Equations" B.S. S.A. Vol. 67, No. 6 (1977) pp. 1529~1540
- 21) J. Rysmer & K. L. Kuhlemeyer: "Finite Dynamic Model for Infinite Media" A.S.C.E. Vol. 95, No. EM4 (1969) pp. 859~877
- 22) Y. Pao: "Dynamic Stress Concentration in an Elastic Plate" Journal of Applied Mechanics (1962) pp. 299~305