

不攪乱粘性土に対する動力学モデルの適用性とパラメータの決定法

—Hardin-Drnevich モデルと Ramberg-Osgood モデルとの比較—

社 本 康 広

§ 1. はじめに

土の動的な応力-ひずみ関係を表わすには、骨格曲線に基づいたヒステリシスループを設定する必要がある。現在まで、ヒステリシスループを近似するような数値解析用のモデルは幾つか発表されているが¹⁾²⁾³⁾、基本的には骨格曲線として Hardin-Drnevich⁴⁾ の提案する双曲線を用いたモデル(以下、H-D モデルと略す)と、Ramberg-Osgood⁵⁾ が金属材料の応力-ひずみ関係を表現するために提案した指数関数を用いたモデル(以下、R-O モデルと略す)の2種に大別することができる。しかし、現状においてこの2種の骨格曲線のどちらに基づいたものが土の動的な応力-ひずみ関係を良く示すかという点については、十分な検討がなされているとはいえず、解析を行なう者の経験的な判断に委ねられているようである。

本研究では、この両者の比較をするにあたって、まず任意の骨格曲線よりヒステリシスループを決定する手法を提案し、骨格曲線を双曲線、指数関数とした場合の応力-ひずみ関係を表わすモデルを示した。次に、各々の数式におけるパラメータの決定法を提案し、著者等の行なった不攪乱粘性土の振動三軸試験結果に前述の方法を適用し、提案した決定法の精度を検討した。あわせて、双方のモデルの不攪乱粘性土への適用性についても比較検討を行なった。

§ 2. 骨格曲線とヒステリシスループの近似

2.1 土の動的特性のモデル化

土の動的性質という場合、静的な性質との差異は載荷速度の違いとしてとらえられる場合が多い。しかし、最近の研究では地震の主要動と考えられる周期の範囲では土の変形特性は載荷速度にあまり影響を受けないことが明らかになってきた。むしろ、動的性質といった場合に問題としなければならないことは、図-1に示すようにせん断応力の反転によって応力-ひずみ関係がヒステリシスを描くことである。同一のせん断応力を繰返し加えた場合、その応力-ひずみ関係は厳密にいえば一定ではなく、繰返しせん断を受けることによって変化する。しかし、繰返し回数2回以後ではその変化はあまり大きなものではなく、応力-ひずみのヒステリシスループが定常状態であると考えてもそれほど大きな誤差はないと考えられている。このような点をふまえて、土の動的な応力-ひずみ関係は定常的なモデルとしてとらえることが一般に良く行なわれている。

異なったひずみレベルにおける土の応力-ひずみ関係を表わすヒステリシスループを、同一の座標軸上に描くと図-2のようになる。これらのヒステリシスループの頂点を結ぶと1つの曲線が得られるが、この曲線を一般に骨格曲線と呼んでいる。

図-2のヒステリシスループの1つを図-3に示す。図中の直線 AC の傾きを等価せん断弾性定数 G_{eq} と呼

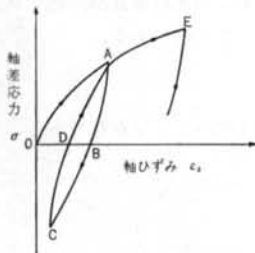


図-1 一般的な土の応力-ひずみ関係

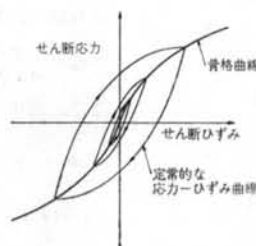


図-2 骨格曲線の説明図

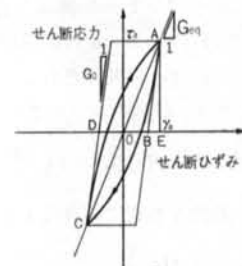


図-3 ヒステリシスループの特徴

ぶ。また、図-3のヒステリシスループによるエネルギー損失は式(1)のように、弾性ひずみエネルギーとループ面積の比をとった等価減衰定数 h_{eq} という形で表わされる。

$$h_{eq} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta AOE} \quad \dots\dots(1)$$

以上のように、土の応力-ひずみ関係を表わすヒステリシスループから、等価せん断弾性定数と等価減衰定数が求められる。

以下に、骨格曲線を Hardin-Drnevich の提案した双曲線とした場合と、Ramberg-Osgood が提案した指数関数とした場合の双方についてヒステリシスループを求め、あわせてそのヒステリシスループを示す曲線のパラメータを試験結果より得られた $G_{eq}-\gamma$, $h_{eq}-\gamma$ 関係から決定する方法について検討する。

2.2 ヒステリシスループの近似

土の応力-ひずみ関係を表わすヒステリシスループの検討をあたって、図-3のヒステリシス曲線 \widehat{CDA} および \widehat{ABC} が次の条件を満たすものと仮定する。

- (1) ヒステリシス曲線は、1つの関数で表わされる。
- (2) 骨格曲線とヒステリシスループの交点(図-3におけるA, C点)は、ヒステリシス曲線の原点である。

骨格曲線が $\tau_a = f(\sigma_a)$ という形式で与えられ、またヒステリシス曲線 \widehat{CDA} の形状を表わす関数を $h(x)$ とおき、 $h(0) = 0$ となるように定める。仮定条件より、図-3におけるC点はヒステリシス曲線の原点であるので、ヒステリシス曲線 \widehat{CDA} は次のように表わされる。

$$\tau + \tau_a = h(\gamma + \gamma_a) \quad \dots\dots(2)$$

このように定めれば必然的に $(-\gamma_a, -\tau_a)$ は通るが、骨格曲線とヒステリシスループのもう1つの交点 (γ_a, τ_a) を通る必要があるため、この値を式(2)へ代入すると次のようになる。

$$2\tau_a = h(2\gamma_a) \quad \dots\dots(3)$$

仮定条件より、せん断ひずみ γ_a の大きさによらずヒステリシスループを1つの関数で表わすため、任意の γ_a で式(3)における γ_a, τ_a の関係は、骨格曲線によって定められる γ_a, τ_a の関係と等しくなる必要がある。したがって、 $h(x)$ は次のように表わされる。

$$h(2\gamma_a) = 2f(\gamma_a) = 2 \cdot f\left(\frac{2\gamma_a}{2}\right) \quad \dots\dots(4)$$

式(4)を一般的な形式に書き直すと次のようになる。

$$h(x) = 2 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) \quad \dots\dots(4)'$$

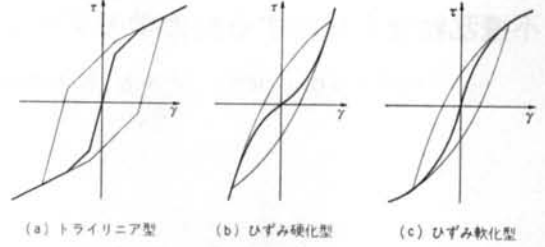


図-4 各種の骨格曲線に基づくヒステリシスループの例
式(4)'を式(2)に代入すると、ヒステリシス曲線 \widehat{CDA} は次のようになる。

$$\tau + \tau_a = 2 \cdot f\left(\frac{\gamma + \gamma_a}{2}\right) \quad \dots\dots(5)$$

また、ヒステリシス曲線 \widehat{ABC} についても同様に次のようになる。

$$\tau - \tau_a = 2 \cdot f\left(\frac{\gamma - \gamma_a}{2}\right) \quad \dots\dots(6)$$

以上のように前記の仮定をすれば、ヒステリシスループの形状は骨格曲線によって表わされ、必然的に式(5)、式(6)のようになる。

骨格曲線が $\gamma_a = f(\tau_a)$ という形式で表わされる場合も全く同様であり、ヒステリシス曲線 \widehat{CDA} , \widehat{ABC} は次のように表わされる。

$$\gamma + \gamma_a = 2 \cdot f\left(\frac{\tau + \tau_a}{2}\right) \quad \dots\dots(7)$$

$$\gamma - \gamma_a = 2 \cdot f\left(\frac{\tau - \tau_a}{2}\right) \quad \dots\dots(8)$$

ここで求めたヒステリシス曲線は、骨格曲線を限定していない。つまり、どのような骨格曲線を用いても、前記の仮定をすればヒステリシスループの形状は唯一に決まる。図-4は骨格曲線をトライリニア、任意関数によるひずみ硬化形、任意関数によるひずみ軟化形とした場合のヒステリシスループを式(5)、式(6)によって計算したものであり、どのような骨格曲線にも対応できることが分かる。

2.3 H-D モデル

H-D モデルは、図-2に示される骨格曲線を次式のような双曲線関数で表わしたものである。

$$\tau_a = \frac{\gamma_a}{a + b\gamma_a} \quad \dots\dots(9)$$

ここで、式中の a, b は次のような意味である。

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \tau_a(\gamma) = \frac{1}{b} = \tau_{\max}, \quad b = \frac{1}{\tau_{\max}} \quad \dots\dots(10)$$

$$\left(\frac{d\tau_a(\gamma)}{d\gamma}\right)_{\gamma=0} = \frac{1}{a} = G_0, \quad a = \frac{1}{G_0} \quad \dots\dots(11)$$

式(10)、式(11)を式(9)へ代入すると次のようになる。

$$\tau_a = \frac{\gamma a}{1/G_0 + |\gamma a|/\tau_{\max}} \quad \dots\dots(12)$$

ここで、 $G_{eq} = \tau_a/\gamma a$ の関係を式(12)へ代入して整理すると次のようになる。

$$\frac{G_{eq}}{G_0} = \frac{1}{1 + |\gamma a|/\gamma r} \quad \dots\dots(13)$$

$$\left(\because \gamma r = \frac{\tau_{\max}}{G_0} \right)$$

以上が、骨格曲線に対する Hardin-Drnevich の提案式である。この骨格曲線を表わす式(13)を式(5)、式(6)へ代入してヒステリシス曲線を求めると次のようになる。

$$\text{載荷時: } \tau + \tau_a = \frac{\gamma + \gamma a}{1/G_0 + |\gamma + \gamma a|/2\tau_{\max}} \quad \dots\dots(14)$$

$$\text{除荷時: } \tau - \tau_a = \frac{\gamma - \gamma a}{1/G_0 + |\gamma - \gamma a|/2\tau_{\max}} \quad \dots\dots(15)$$

式(14)、(15)で表わされるヒステリシスループの等価減衰定数を求めるために、ヒステリシスループ内の面積 ΔW を求めると次のようになる。

$$\Delta W = \int_{-\gamma a}^{\gamma a} (\tau_{up} - \tau_{dn}) d\gamma$$

$$= 8\tau_{\max}\gamma a - 4\tau_a\gamma a + 8\frac{\tau_{\max}^2}{G_0} \cdot \ln \frac{G_{eq}}{G_0} \quad \dots\dots(16)$$

τ_{up} : 式(14)によって表わされる関数

τ_{dn} : 式(15)によって表わされる関数

したがって、等価減衰定数 h_{eq} は次のように表わされる。

$$h_{eq} = \frac{\Delta W}{4\pi \Delta AOE}$$

$$= \frac{1}{2\pi\tau_a\gamma a} \left(8\tau_{\max}\gamma a - 4\tau_a\gamma a + 8\frac{\tau_{\max}^2}{G_0} \cdot \ln \frac{G_{eq}}{G_0} \right)$$

$$= \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{G_{eq}}{G_0} \right)^{-1} \cdot \left\{ \left(\frac{G_{eq}}{G_0} \right)^{-1} - 1 \right\} \cdot \left[1 + \left\{ \left(\frac{G_{eq}}{G_0} \right)^{-1} - 1 \right\}^{-1} \times \ln \frac{G_{eq}}{G_0} \right] - \frac{2}{\pi} \quad \dots\dots(17)$$

$$\left(\because \tau_{\max} = G_0\gamma r, \frac{G_{er}}{G_0} = \frac{1}{1 + \gamma/\gamma r} \right) \quad \dots\dots(18)$$

以上、式(13)、式(17)によって骨格曲線を H-D モデルとした場合の $G_{eq}/G_0 - \gamma$ 、 $h_{eq} - \gamma$ 関係を求めることができる。

2.4 R-O モデル

R-O モデルは図-2の骨格曲線を、次式のような指数関数で表わしたものである。

$$\gamma a = \frac{\tau_a}{G_0} + \alpha \left| \frac{\tau_a}{G_0} \right|^R \quad \dots\dots(19)$$

ここで、 $\tau_a = G_{eq}\gamma a$ を式(19)へ代入し整理すると、 $G_{eq}/G_0 - \gamma$ 関係は次式のようになる。

$$\frac{G_{eq}}{G_0} = \frac{1}{1 + \alpha \left| \frac{G_{eq}}{G_0} \cdot \gamma \right|^{R-1}} \quad \dots\dots(20)$$

骨格曲線を表わす式(19)を式(7)、式(8)へ代入してヒステリシス曲線を求めると、次のようになる。

$$\text{載荷時: } \gamma + \gamma a = \frac{\tau + \tau_a}{G_0} + 2\alpha \left| \frac{\tau + \tau_a}{2G_0} \right|^R \quad \dots\dots(21)$$

$$\text{除荷時: } \gamma - \gamma a = \frac{\tau - \tau_a}{G_0} + 2\alpha \left| \frac{\tau - \tau_a}{2G_0} \right|^R \quad \dots\dots(22)$$

この式(21)、式(22)は Jennings¹⁾ が Masing の提案⁶⁾ によって求めた関係と基本的には同一の形をしている。Jennings の研究によれば式(21)、(22)のヒステリシスループより求められる $h_{eq} - \gamma$ 関係は次のように表わされる。

$$h_{eq} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{R-1}{R+1} \cdot \left(1 - \frac{G_{eq}}{G_0} \right) \quad \dots\dots(23)$$

以上式(20)、式(23)によって骨格曲線を R-O モデルとした場合の $G_{eq}/G_0 - \gamma$ 、 $h_{eq} - \gamma$ 関係を求めることができる。

§ 3. 土の動力学モデルのパラメータの決定法

§2.において、骨格曲線を H-D 型、R-O 型とした場合にヒステリシスループの表現がどのようになるかを検討した。これらのモデルを実際に適用するためには、モデルのパラメータを室内の動的せん断試験結果を良く近似するように設定しなければならない。そこで、以下に各々のパラメータの決定法を提案する。

3.1 H-D モデル

$G_{eq}/G_{10^{-4}}$ を S とすると、ヒステリシスループから得られる $S - \gamma$ 、 $h_{eq} - \gamma$ 関係は、式(13)、式(17)より次式のようになる。

$$S = \frac{m}{1 + \gamma/\gamma r} \quad \dots\dots(24)$$

$$h_{eq} = \frac{4}{\pi} \cdot m \cdot S^{-1} \cdot (m \cdot S^{-1} - 1)^{-1}$$

$$\times \left\{ 1 + (m \cdot S^{-1} - 1)^{-1} \times \ln \frac{S}{m} \right\} - \frac{2}{\pi} \quad \dots\dots(25)$$

$$\left(\because m = \frac{G_0}{G_{10^{-4}}}, S = \frac{G_{eq}}{G_{10^{-4}}} \right)$$

ここで、式(25)は複雑な式であるが、 h_{eq} と $S (= G_{eq}/G_{10^{-4}})$ に着目するとパラメータとなっている値は m だけである。そこで式(24)においてパラメータ m を変化させ、 h_{eq} の計算値 h_{eqcal} と実験結果から得た h_{eqlab} との偏差を次式のように求め、 m の値が最適になるように決定する。

$$\sigma_{heqHD} = \sqrt{\frac{\sum\{h_{eqcat}(m) - h_{eqtab}\}^2}{N}} \quad \dots\dots 26$$

h_{eqcat} : 式24によって計算した等価減衰定数
 h_{eqtab} : 実験結果より直接求めた等価減衰定数
 N : データ数

次に、基準せん断ひずみ γ_r を決定するために式24に着目すると、 m の値は上述の方法によって定められているので、式25の S と γ の関係は基準せん断ひずみ γ_r だけの関数となっている。そこで、式24において γ_r の値を変化させ、パラメータ m を決定する場合と同様に式24から計算によって求めた S_{cat} と、実験結果から得た S_{tab} との偏差を次式のように計算し、最適な γ_r を求める。

$$\sigma_{SHD} = \sqrt{\frac{\sum\{S_{cat}(\gamma_r) - S_{tab}\}^2}{N}} \quad \dots\dots 27$$

S_{cat} : 式24によって計算した $G_{eq}/G_{10^{-1}}$ の値
 S_{tab} : 実験結果より直接求めた $G_{eq}/G_{10^{-1}}$ の値
 N : データ数

以上のようにして求めたパラメータ m , γ_r を、式24、式25へ代入することによって近似ヒステリシスループを決定することができる。

3.2 R-O モデル

骨格曲線を R-O モデルとした場合のヒステリシスループの $S (= G_{eq}/G_{10^{-1}})$, h_{eq} は次式のように表わされる。

$$S = \frac{m}{1 + \alpha |S\gamma/m|^{R-1}} \quad \dots\dots 28$$

$$h_{eq} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{R-1}{R+1} \cdot \left(1 - \frac{S}{m}\right) \quad \dots\dots 29$$

$$\left(\because m = \frac{G_0}{G_{10^{-1}}}, S = \frac{G_{eq}}{G_{10^{-1}}}\right)$$

式28において、 S と h_{eq} に着目すれば1次式であるので、最小2乗法によってパラメータの R , m を決める。式29において、式28より決定した R , m を代入すれば S と γ の関係を示すパラメータは α だけである。そこで α を変化させ、式28に基づいてせん断ひずみ γ に対応する

供試体名	G_s (gf/cm ²)	D_{50} (mm)	ω_L (%)	ω_P (%)	I_P (%)	採取方法
NGS1~6	2.736	0.018	77.7	25.7	52.0	トリプルチューブ サンブラー
NGD1~6	2.708	0.046	39.7	21.5	18.2	ブロック サンプリング
SNS1~12	2.672	0.095	56.8	31.0	25.8	シンウォール サンブラー
ITS1~9	2.677	0.053	88.7	44.7	44.0	シンウォール サンブラー

表-1 物理定数

試料	供試体名	深度	ω_0	γ_a	e	s	σ_m'	ν	$G_{10^{-1}}$
		(GL.-m)	(%)	(gf/cm ²)		(%)	(kgf/cm ²)		(kgf/cm ²)
A 沖積シルト	NGS 1	6.3	71.6	0.931	1.875	100	1.0	.31	194
	NGS 2		68.7	0.954	1.803	100	0.4	.47	83
	NGS 3		82.4	0.824	2.244	98	0.4	.50	93
	NGS 4	4.7	45.5	1.186	1.238	98	1.0	.31	223
	NGS 5		58.7	1.073	1.473	100	1.0	.43	223
	NGS 6		47.2	1.184	1.241	100	0.5	.50	135
B 硬質粘性土 (土丹)	NGD 1	10.9	30.1	1.482	0.827	99	1.0	.20	1170
	NGD 2		30.1	1.481	0.829	99	1.0	.32	1130
	NGD 3		29.2	1.508	0.796	99	4.0	.29	2280
	NGD 4		28.8	1.470	0.842	93	4.0	.26	2340
	NGD 5		30.8	1.454	0.862	97	1.0	.18	1240
	NGD 6		36.7	1.389	0.949	100	0.5	.25	660
C 沖積シルト	SNS 1~3	13.5	75.9	0.889	1.983	100	1.1	—	200
	SNS 4~6	21.4	60.4	1.016	1.621	99	1.6	—	265
	SNS 7~9	12.4	72.4	0.915	1.938	100	1.1	—	160
	SNS 10~12	21.4	58.6	1.042	1.559	100	1.7	—	280
D 沖積シルト	ITS 1~3	12.9	75.1	0.897	1.986	100	1.2	—	200
	ITS 4~6	13.9	72.2	0.911	1.927	99	1.2	—	165
	ITS 6~9	15.8	116.4	0.640	3.200	98	1.3	—	185

表-2 ステージテスト試験結果

$Scatt$ をニュートンの近似法によって求め、実験結果から得た $Stabi$ との偏差を次式から計算し、 α の最適値を決定する。

$$\sigma_{SRO} = \sqrt{\frac{\sum \{Scatt(\alpha) - Stabi\}^2}{N}} \quad \dots\dots(30)$$

$Scatt$: 式(28)によって計算した $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の値
 $Stabi$: 実験結果により直接求めた $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の値
 N : データ数

以上のようにして求めたパラメータ m, R, α を式(2), 式(28)へ代入することによって近似ヒステリシスループを決定することができる。

§ 4. 力学モデルの適用性

4.1 室内試験結果

今回の検討に用いた試料は東京近郊における不攪乱粘性土で、沖積シルト3種、硬質粘性土(土丹)1種の計4種で、各々の試料の物理定数、採取方法は表-1に示すとおりである。

実験は、非排水条件下で軸方向のみの載荷を行なったもので、試験結果は表-2に示すとおりである。

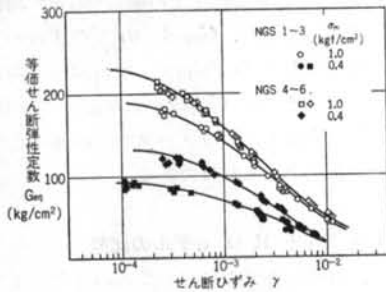


図-5 沖積シルトのせん断ひずみ γ と等価減衰定数 G_{eq} の関係

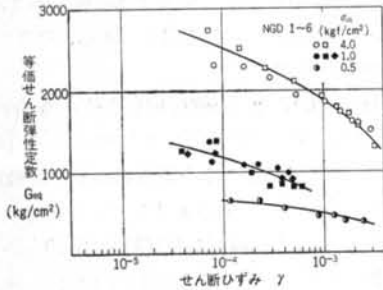


図-6 硬質粘性土(土丹)のせん断ひずみ γ と等価せん断弾性定数 G_{eq} の関係

拘束圧によるせん断弾性定数の影響を調べるために、沖積シルト(MGS 1~6)と硬質粘性土(ND 1~6)についての等価せん断弾性定数 G_{eq} とせん断ひずみ γ の関係を図-5、図-6に示す。従来からいわれている沖積シルトはもちろんであるが、土丹のような硬質な粘性土であっても、等価せん断弾性定数 G_{eq} とせん断ひずみ γ との関係は拘束圧に大きく依存することがわかる。

図-7~図-10は、せん断弾性定数 G_{eq} をせん断ひずみ γ が 10^{-4} のときのせん断弾性定数 $G_{10^{-4}}$ で除して

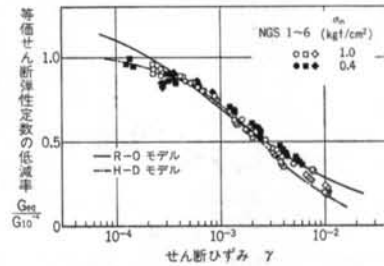


図-7 沖積シルト(NGS)の $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係

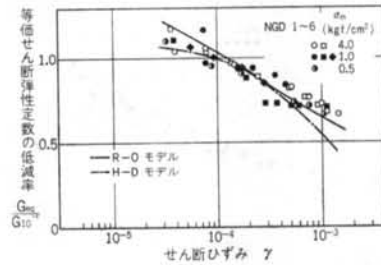


図-8 硬質粘性土(NGD)の $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係

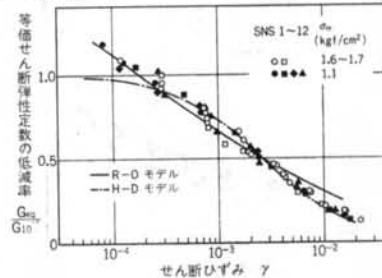


図-9 沖積シルト(SNS)の $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係

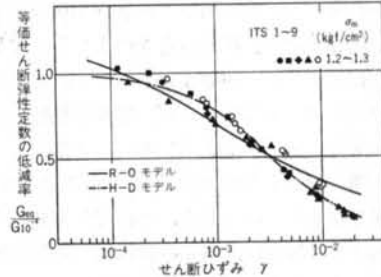


図-10 沖積シルト(ITS)の $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係

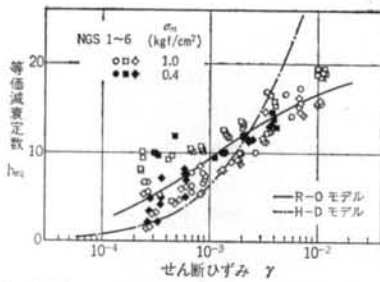


図-11 沖積シルト (NGS) の $h_{eq}-\gamma$ 関係

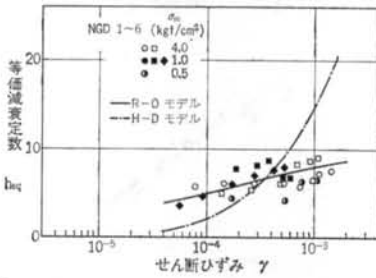


図-12 硬質粘性土 (NGD) の $h_{eq}-\gamma$ 関係

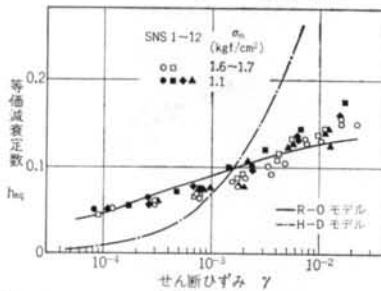


図-13 沖積シルト (SNS) の $h_{eq}-\gamma$ 関係

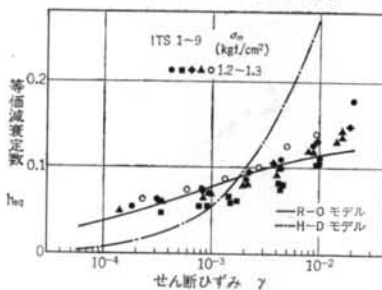


図-14 沖積シルト (ITS) の $h_{eq}-\gamma$ 関係

無次元化したものと、せん断ひずみ γ の関係を示したものである。 $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ - γ 関係は各々の土によって異なっているが、拘束圧による明確な差異はなく、むしろ個々のデータのばらつきを考慮すれば、不攪乱粘性土の場合には1つの曲線で近似できるように考えられる。

図-11~図-14は、等価減衰定数 h_{eq} とせん断ひずみ γ の関係を示したものである。この図から判断すると不攪乱な粘性土の場合は、個々の試料間の差異に比べて等価減衰定数 h_{eq} とせん断ひずみ γ の間に拘束圧の変化

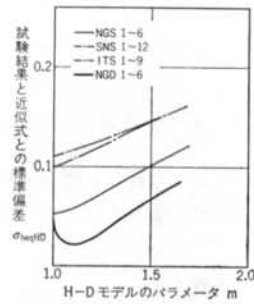


図-15 H-D モデルのパラメータ m の値と h_{eq} の近似度との比較

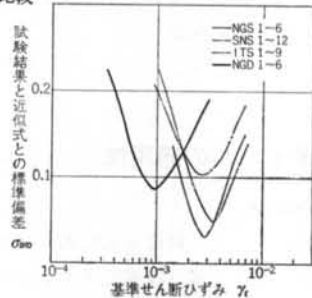


図-16 H-D モデルの基準せん断ひずみの値と $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の近似度との比較

による明確な差異がなく、拘束圧に依存しないと考えるのも良いと思われる。

以上のように、不攪乱粘性土の場合 $G_{eq}-\gamma$ 関係は拘束圧に大きく依存するが、 G_{eq} を 10^{-4} ひずみの等価せん断弾性定数で除した $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ と γ の関係は拘束圧に依存しない。すなわち、 $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ 、 h_{eq} 、 γ の関係は拘束圧に依存しなくなり、パラメータから拘束圧の影響をとりのぞくことができるわけである。

4.2 H-D モデルと R-O モデルの比較

図-15は、H-D モデルにおいて式(20)によって h_{eq} の計算値と実測値を比較したものである。この図より判断すると、硬質粘性土 NGD を除いて $m < 1$ で最小値を持つ。 m は $G_0 = mG_{10^{-4}}$ で定義される値であり、通常 G_0 は $G_{10^{-4}}$ より大きいので、1以上である。そこでNGDを除き $m=1$ とした。

図-16は、式(20)の γ_r の値を変化させた場合の $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の計算値と実測値を比較したものである。図より、最適な γ_r の値は沖積シルトと硬質粘性土の2種に大別できることが分かる。沖積シルトについては γ_r が 3×10^{-3} 前後であり、今回検討した試料の $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係は比較的良く似ていることを示している。例えば、H-D モデルを表わす式(20)のパラメータを $m=1$ 、 $\gamma_r = 3 \times 10^{-3}$ としても、 $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の標準偏差は最適値に比べ

2~17%の増加にとどまっている。これは異なった地盤の試料であることを考えると近似誤差としては小さく、土の種類の違いからある程度 $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係を推定できる可能性があることを示している。

図-17はR-Oモデルにおいて式(3)によって $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の計算値と実測値の標準偏差を、 α を変化させた場合について求めたものである。横軸はパラメータ α を次式のように個々の実測値から得た α_i の平均値 α_0 で除した値を用いている。

$$\alpha_i = \left\{ \frac{m}{S} - 1 \right\} / \left\{ \frac{S}{m} \cdot \gamma \right\}^{R-1} \quad \dots\dots(31)$$

$$\alpha_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i / n \quad \dots\dots(32)$$

$$\left(\because m = \frac{G_0}{G_{10^{-4}}}, S = \frac{G_{eq}}{G_{10^{-4}}}, n: \text{データ数} \right)$$

図から、パラメータ α の最適値は α/α_0 が0.87~1.0の間に分布している。通常行なわれている式(31)、式(32)のような単純な方法でパラメータ α を決定すると、その場合の近似式と実測値の標準偏差は図-17において $\alpha/\alpha_0=1$ のときの値となり、最適値に比べ3~25%となる。この誤差の上限25%は、同一のモデルでのパラメータの決定法の違いによる差としては無視できない値である。このことから、式(31)、式(32)のような簡便な方法でパラメータを決定することは問題があることが分かる。

上述のようにして決定されたパラメータの一覧を表-3に示す。図-18はH-D、R-O両モデルについて $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の実測値と近似式の標準偏差を示したものである。この図より判断すると、 $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係は個々の試料によって差があるが、どちらのモデルであっても近似度は大きく違わない。標準偏差の値はH-Dが0.03~0.10、R-Oが0.05~0.10であり、これは $\gamma=10^{-3}$ の $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の値と比べてそれぞれ4.2~14.8%、7.1~14.3%となる。不攪乱粘性土の個々のばらつき、拘束圧の違い等が実測値に含まれていることを考えると、いずれのモデルも $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係は良く近似できているといえる。

図-19は、H-D、R-Oの両モデルについて、図-18と同様に h_{eq} の実測値と近似式の標準偏差をとったものである。R-Oモデルについては、標準偏差が0.012~0.021であり、 $\gamma=10^{-3}$ における h_{eq} との比較でも14~23%以内に入っており、試験結果そのもののばらつきを考えれば良く一致しているといえる。しかし、骨格曲線をH-Dモデルとした場合のヒステリシスループから求められる h_{eq} の値と実測値との標準偏差は0.45~1.06であり、 $\gamma=10^{-3}$ における h_{eq} と比較すると56~124%となり、実際の $h_{eq}-\gamma$ 関係をほとんど近似できないことが分かる。

試料	H-D モデル		R-O モデル		
	m	γ_r	m	R	α
NGS 1~6	1.0	2.8×10^{-3}	1.236	2.012	1530
NGD 1~6	1.1	9.5×10^{-4}	1.675	1.508	85.7
SNS 1~12	1.0	2.65×10^{-3}	1.540	1.660	216
ITS 1~9	1.0	3.40×10^{-3}	1.413	1.624	122

表-3 H-D, R-Oモデルのパラメータ

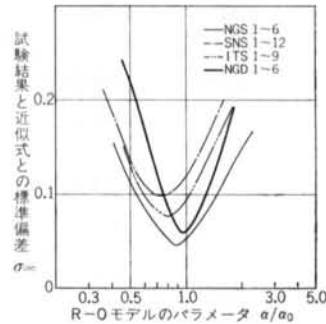


図-17 R-Oモデルのパラメータ α と $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の近似度の比較

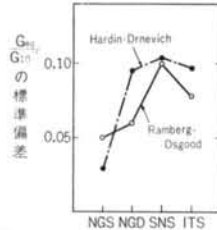


図-18 $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ の標準偏差

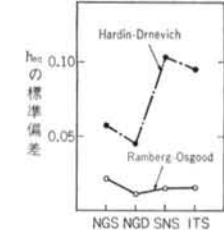


図-19 h_{eq} の標準偏差

図-7~図-14に、表-3のパラメータによって決定したH-D、R-Oモデルによる $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 、 $h_{eq}-\gamma$ の近似曲線を示したが、これらの図からも上述の結論が明らかであり、ヒステリシスループを表現する力学モデルとしては、骨格曲線をR-Oモデルによって表わすものの方がH-Dモデルによって表わすものより良い。

ただし、H-Dモデルを $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係の近似ということに限定すれば、前述したようにR-Oモデルと大きな差異はなく、不攪乱粘性土の $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$ 関係を十分近似できるといえる。

§ 5. 結論

本研究では、Hardin-DrnevichモデルとRamberg-Osgoodモデルの不攪乱粘性土に対する適用性を検討するにあたり、ヒステリシスループを決定する手法を提案し、それぞれのモデルにおけるパラメータを近似式と実

測値との標準偏差から求める方法を提案した。また、室内の振動三軸試験結果より、今回検討した不攪乱粘性土の $G_{eq}/G_{10^{-4}}-\gamma$, $h_{eq}-\gamma$ 関係は拘束圧に依存しないことが明らかになったため、近似式と実測値との比較は $G_{eq}/G_{10^{-4}}$, h_{eq} , γ の関係について行なった。本研究により得られた結論は以下のとおりである。

(1) ヒステリシスループを表わす曲線が、

① ヒステリシス曲線は、1つの関数で表わされる、

② 骨格曲線とヒステリシスループの交点(図-3におけるA, C点)は、ヒステリシス曲線の原点である、
という条件を満たす場合は、ヒステリシスループは以下のように定まる。

a) 骨格曲線が $\tau_a = f(\gamma_a)$ と表わされる場合

$$\text{荷重時: } \tau + \tau_a = 2 \cdot f\left(\frac{\gamma + \gamma_a}{2}\right)$$

$$\text{除荷時: } \tau - \tau_a = 2 \cdot f\left(\frac{\gamma - \gamma_a}{2}\right)$$

b) 骨格曲線が、 $\gamma_a = f(\tau_a)$ と表わせる場合

$$\text{荷重時: } \gamma + \gamma_a = 2 \cdot f\left(\frac{\tau + \tau_a}{2}\right)$$

$$\text{除荷時: } \gamma - \gamma_a = 2 \cdot f\left(\frac{\tau - \tau_a}{2}\right)$$

(2) 粘性土の動力学モデルとして、骨格曲線を Hardin-Drnevich モデルとした場合と、Ramberg-Osgood モデルとした場合について比較すると、有意な差は見られない。しかし、両モデルに基づいて得られたヒステリシスループから求められる等価減衰定数 h_{eq} の値は、明らかに Ramberg-Osgood モデルに基づいたものの方が不攪乱粘性土の結果を良く近似している。したがって、応力-ひずみ関係を表わすモデルとしては、骨格曲線を Ramberg-Osgood モデルとしたものの方が良い。

(3) 骨格曲線を Hardin-Drnevich 型、Ramberg-Osgood 型とした力学モデルのパラメータの決定法を提案した。提案したパラメータ決定法により定められた Ramberg-Osgood の骨格曲線に基づく近似式と実測値の標準偏差は $G_{eq}/G_{10^{-4}}$ で 0.05~0.10, h_{eq} で 0.012~0.021 の範囲であった。

<参考文献>

- 1) D. C. Jennings: "Periodic Response of General Yielding Structures" ASCE, Vol. 40, No. EM 2 (1964)
- 2) C. P. Liou, V. L. Streeter & F. E. Richart, Jr.: "A Numerical Model for Liquefaction, Liquefaction Problems in Geotechnical Engineering" ASCE National Convention (1976) pp. 313~341
- 3) 原 昭夫, 清田芳治: "地盤振動解析のための土の動力学モデルの提案" 鹿島技研年報 第26号 (1978) pp. 209~214
- 4) B. O. Hardin & V. P. Drnevich: "Shear Modulus and Curves" ASCE, Vol. 98, No. SM 7 (1972) pp. 667~692
- 5) W. Ramberg & W. T. Osgood: "Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters" National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note No. 902 (1943)
- 6) R. Tanabasi & K. Kaneta: "On the Relation between the Restoring Force Characteristics of Structures and the Pattern of Earthquake Ground Motion" Proceedings of Japan National Symposium on Earthquake Engineering (1962)