

温度依存性を有する凍結土のクリープを考慮した凍結膨張解析法の適用性

川崎 広 貴
(土木開発部)
赤川 敏
坂手 正直
(土木開発部)
中沢 亨
(土木開発部)

§ 1. はじめに

LNG 地下式貯槽の周囲には LNG の極低温のため、時間の経過と共に凍結土が発達する。このとき、その周囲の未凍結土は凍結することにより強度を増し、同時に凍結土と未凍結土の境界付近で起こる凍結膨張現象により、凍結膨張圧・凍上変位が発生する。

筆者等は、上述の凍上特性、凍結土の力学特性に関する研究¹⁾²⁾³⁾、有限要素法による潜熱を考慮した熱伝導解析手法の研究などを行ってきた。これらの研究を基に、LNG 地下式貯槽（以後、貯槽と省略する）周囲地盤の凍結膨張による応力・変位挙動を予測するための解析法を開発したので報告する。

本報文では、最初に解析手法の検証に用いた現場施工実験（凍結工法による貯槽の施工を想定したもの）の概要を示し、次に新しい試みとして温度依存性を有する凍結土の粘弾性および土の凍結膨張を考慮して解析する有限要素法を提案し、この解析法を用いて現場施工実験をシミュレートし、最後に解析結果と現場施工実験より得られた実測値とを比較し本解析手法の適用性を検討した。

なお、シミュレート解析においては、施工実験を行なった土層中で最も層厚が厚く、また連続性が良いため上下層の影響を受け難いと考えられる洪積砂層を解析対象土層とした。

比較検討の結果、解析値は実測値を比較的良く近似したため、本解析手法は同様な現象を持つ貯槽周囲地盤の凍結土圧・凍上変位を把握する手段として適用できることが分かった。

§ 2. 解析手法の検証に用いた現場施工実験

2.1 実験の概要

本実験は、凍結工法による地下式貯槽の施工を想定して行なったものである。図-1 に示すような凍結土を現

地盤に形成して、凍結土内部を支保工を設けずに掘削した。掘削深度は凍結工法による貯槽を想定して GL-26 m とした。掘削径は 4 m とした。図-1 に示すように、側部凍結管 11 本を直径 6 m の円周上に GL-47 m まで埋設し、同時に掘削深度（GL-26 m）以下の地盤を凍結させる限定凍結管 3 本を掘削領域に埋設した。現場施工実験では、凍結工法による貯槽施工時の凍結システムおよび凍結土掘削の施工性の検討を行なった。

凍結土の発達に伴う周囲地盤の挙動を把握するため、周囲地盤内には測温管・傾斜計・土圧計・間げき水圧計等の計器を埋設した。このうち、図-1 に示した差動トランス型のローラー式傾斜計およびオイルパン型土圧計の実測値と、後に述べる解析結果とを比較検討する。

2.2 傾斜計・土圧計の設置法および計測法

2.2.1 傾斜計

傾斜計用ガイドパイプはステンレス角パイプを用い、

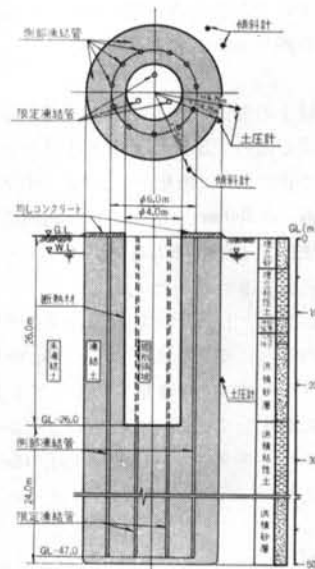


図-1 凍結工法による施工実験断面図

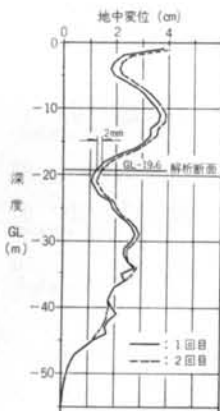


図-2 傾斜計検定結果 図-3 土圧計取付け図

φ150 mm の鉛直ボーリングにより GL-55 m まで掘削した後、ボーリング孔内に挿入した。ボーリング孔とガイドパイプの間はガイドパイプ設置後、後に述べるグラウト材で充填した。

計測は、傾斜計をいったんガイドパイプの下端まで降ろした後引き上げながら深度方向 1 m ピッチに行なった。なお、傾斜計による測定の再現性確認のために行なった検定結果を図-2 に示す。図中の地中変位は連続して 2 回計測したものであり、使用した傾斜計の中で最も再現性の悪いデータである。解析結果と比較した GL-19.6 m の深度では 2 mm 程度のずれであるため、傾斜計のくり返し測定誤差は最大 2 mm 以内であると考ええる。

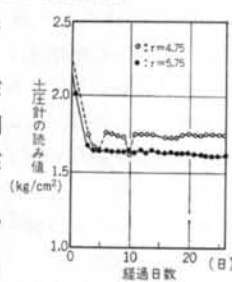
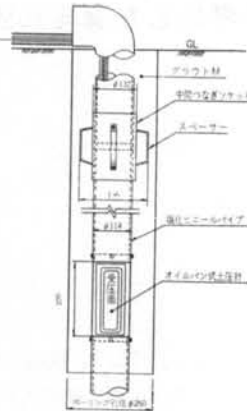


図-4 土圧計設置直後の読み値

2.2.2 土圧計

土圧計は、凍結土の発達に伴う地盤内の増加応力を測定する目的で埋設した。土圧計は土中土圧計として用いるため、図-3 に示すように塩化ビニールパイプの中に土圧計を組み込み、φ250 mm のボーリング孔内に挿入した。グラウト充填は、土圧計挿入時にグラウトパイプを同時に挿入し、孔底より行なった。

図-4 に示すように、土圧計の読み値はグラウト打設直後グラウト材の重量に相当する圧力 (2.3 kg/cm²) に近い値を示し、グラウト材の強度発生に伴って 1.7~1.6 kg/cm² 付近の値に収束している。これらのことから土圧計は良好に設置され、グラウト材は凍結土圧の測定までに安定したと考える。

2.3 グラウト材

ボーリング孔内に設置した傾斜計および土圧計を良好

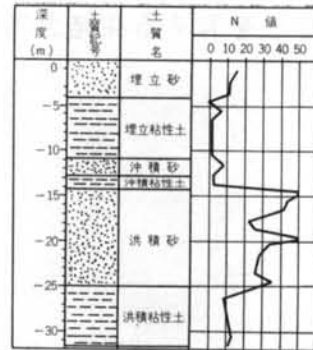


図-5 土質柱状図

	水	CMC	ベントナイト	フライアッシュ	セメント
上部グラウト	1.00	0.0045	0.11	0.36	0.18
下部グラウト	1.0	—	0.11	0.36	0.27

(重量比)

表-1 グラウト配合表

に作動させるため、計器と孔壁の間をできるだけ原地盤と同等の変形特性を持つ材料で充填する必要がある。土質調査の結果、図-5 に示すように GL-14 m 付近 (沖積層と洪積層の境界) で上下地盤の N 値が異なっていることが分かったため、上部用と下部用の 2 種類のグラウト材を使用した。2 種類のグラウト材の配合を表-1 に示す。

グラウト材の配合は粘性土については一軸圧縮試験、砂質土については N 値より得られた変形係数 E に合わせて決定した。砂質土の N 値と変形係数の関係は、細砂層に適した次式を使用した。

$$E = 71 + 4.9N$$

ここに、 N : N 値

E : 変形係数

§ 3. 数値解析手法

本解析手法は未凍結土・凍結土のクリープ特性を考慮するものとし、特に凍結土の力学特性は温度に依存するので、この温度依存性を考慮する。解析手法は、凍結現象による凍結膨張ひずみの発生に伴う変位・応力の経時変化を逐次求める有限要素解析である。

ここでは、凍結土のクリープ特性を表わすため、凍結土は温度依存性を有する粘弾性材料として一軸応力状態について構成方程式を作成し、それを三軸応力状態に拡張する。次に、三軸応力状態の構成方程式をもとにして有限要素定式化を行なう。さらに、有限要素法を用いた場合の凍結膨張ひずみの取扱い方法と、未凍結土から凍

結土に力学特性が変化する現象を有限要素内で考慮する場合の取扱い方法について示す。なお、未凍結土のクリープ特性の考慮は構成方程式内の温度依存性項を無視することによって表わされる。

3.1 温度依存性を有する粘弾性体の構成方程式

地盤のクリープ特性を考慮するために地盤を粘弾性体と仮定する。粘弾性体の構成方程式は、図-6に示す一般化レオロジーモデルで与えられるものとし、まず一軸応力状態について説明する。なお、この方法は堀井・川原⁹⁾の補助変数を用いた解析法を拡張したものである。

レオロジー要素が結合している節点に0, 1, 2, ..., nと番号付けし、0節点に対応するひずみを ε とし、1, 2, ..., n節点に対応するひずみを h_1, h_2, \dots, h_n とする。この h_1, h_2, \dots, h_n は潜在変数 (Hidden coordinate) と呼ばれている。また、 $i-1$ 節点と i 節点の間にあるバネ要素のバネ定数およびダッシュポット要素の粘性係数を $E_i(\theta), \eta_i(\theta)$ とする。 θ は温度を表わす。このレオロジーモデルのバネ要素 i とダッシュポット要素 i は、おのおの次の応力ひずみ関係を持っているものとする。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E_i(\theta) \varepsilon \\ \sigma &= \eta_i(\theta) \dot{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに、ドット($\dot{\quad}$)は時間に関する微分を表わしている。式(1)を時間に関して微分すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\sigma} &= \frac{\partial E_i(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta} \varepsilon + E_i(\theta) \dot{\varepsilon} \\ \dot{\sigma} &= \frac{\partial \eta_i(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\varepsilon} + \eta_i(\theta) \ddot{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

以上のように、時間の微分形で表わされた各要素の応力ひずみ関係から、一般化レオロジーモデルの構成方程式は各節点のつり合い関係より次のように表わされる。

$$\{\dot{\sigma}\} = [A] \dot{\theta} \{\varepsilon\} + [B] \{\dot{\varepsilon}\} + [C] \dot{\theta} \{\dot{\varepsilon}\} + [D] \{\ddot{\varepsilon}\} \dots(3)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \{\dot{\sigma}\} &= \{\dot{\sigma}, 0, 0, \dots, 0\}^T \\ \{\varepsilon\} &= \{\varepsilon, h_1, h_2, \dots, h_1, \dots, h_n\}^T \\ [A] &= \frac{\partial}{\partial \theta} [B] \\ [B] &= \begin{bmatrix} E_1 & -E_1 & & & \\ -E_1 & E_1 + E_2 & -E_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ -E_i & E_i + E_{i+1} & -E_{i+1} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -E_n & E_n + E_{n+1} & \end{bmatrix} \\ [C] &= \frac{\partial}{\partial \theta} [D] \\ [D] &= \begin{bmatrix} \eta_1 & -\eta_1 & & & \\ -\eta_1 & \eta_1 + \eta_2 & -\eta_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ -\eta_i & \eta_i + \eta_{i+1} & -\eta_{i+1} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -\eta_n & \eta_n + \eta_{n+1} & \end{bmatrix} \end{aligned} \right\}$$

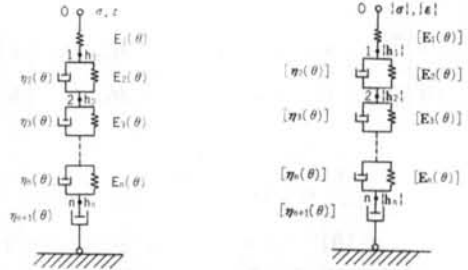


図-6 一般化レオロジーモデル

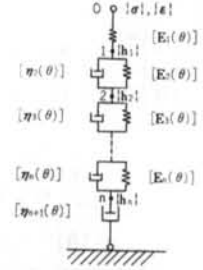


図-7 三軸応力状態の一般化レオロジーモデル

ただし、 $E_{n+1}=0, \eta_1=0$ である。

式(3)をひずみ $\{\varepsilon\}$ と潜在変数 $\{h\}$ に分離して、次のように書き表す。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma} \\ 0 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ h \end{Bmatrix} \dot{\theta} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{h} \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{h} \end{Bmatrix} \dot{\theta} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\varepsilon} \\ \ddot{h} \end{Bmatrix} \dots(4) \end{aligned}$$

いま、解析しようとする全時間を分割し、次のような離散点で解を求めることを考える。

$$0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m < t_{m+1} < \dots \dots(5)$$

一般的に各時間増分を等しくすることは多いが、解の精度によって必ずしも等しくする必要はない。式(4)の $\{\dot{\varepsilon}, \dot{h}\}^T$ を時間増分内で一定として式(6)のように近似する。

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{h} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Delta t_m} \left(\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{h} \end{Bmatrix}^{m+1} - \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{h} \end{Bmatrix}^m \right) \dots\dots(6)$$

ここに、 $\Delta t_m = t_{m+1} - t_m$ であり、 $\{\dot{\varepsilon}, \dot{h}\}^{m+1}$ と $\{\dot{\varepsilon}, \dot{h}\}^m$ はそれぞれ時間 t_{m+1}, t_m での値である。式(4)に式(6)を代入して次のように変形する。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma} \\ 0 \end{Bmatrix}^{m+1} &= \left(\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} + \dot{\theta} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{h} \end{Bmatrix}^{m+1} \\ &+ \frac{1}{\Delta t_m} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{h} \end{Bmatrix}^m \\ &- \frac{1}{\Delta t_m} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{h} \end{Bmatrix}^m \\ &+ \dot{\theta} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{22} & A_{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ h \end{Bmatrix}^m \dots\dots(7) \end{aligned}$$

式(7)を,

$$\begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}^{m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{21} \\ \mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \dot{\boldsymbol{h}} \end{Bmatrix}^{m+1} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \dot{\boldsymbol{h}} \end{Bmatrix}^m + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{h} \end{Bmatrix}^m \quad \dots\dots(8)$$

と書き直して $\{\dot{\boldsymbol{h}}\}^{m+1}$ を消去すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\dot{\boldsymbol{\sigma}}\}^{m+1} &= [[\mathbf{K}_{11}] - [\mathbf{K}_{12}][\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{K}_{21}]]\{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\}^{m+1} \\ &+ [[\mathbf{H}_{11}] - [\mathbf{K}_{12}][\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{H}_{21}]]\{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\}^m \\ &+ [[\mathbf{H}_{12}] - [\mathbf{K}_{12}][\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{H}_{22}]]\{\dot{\boldsymbol{h}}\}^m \\ &+ [[\mathbf{G}_{11}] - [\mathbf{K}_{12}][\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{G}_{21}]]\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^m \\ &+ [[\mathbf{G}_{12}] - [\mathbf{K}_{12}][\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{G}_{22}]]\{\boldsymbol{h}\}^m \quad \dots\dots(9) \end{aligned}$$

また、 $\{\dot{\boldsymbol{h}}\}^{m+1}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\dot{\boldsymbol{h}}\}^{m+1} &= -[\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{K}_{21}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^{m+1} \\ &- [\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{H}_{21}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^m - [\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{H}_{22}]\{\dot{\boldsymbol{h}}\}^m \\ &- [\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{G}_{21}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^m - [\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{G}_{22}]\{\boldsymbol{h}\}^m \quad \dots\dots(10) \end{aligned}$$

さらに、図-6の一般化レオロジーモデルでは、

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{K}_{11}] &= E_1, [\mathbf{K}_{12}] = [\mathbf{K}_{21}]^T = [-E_1, 0, 0, \dots, 0] \\ [\mathbf{H}_{11}] &= 0, [\mathbf{H}_{12}] = [\mathbf{H}_{21}]^T = [0, 0, \dots, 0] \\ [\mathbf{G}_{11}] &= \frac{\partial E_1}{\partial \theta} \dot{\theta}, [\mathbf{G}_{12}] = [\mathbf{G}_{21}]^T = \left[-\frac{\partial E_1}{\partial \theta}, 0, 0, \dots, 0 \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(11)$$

となることに注意し、

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{P}] &= [P_{ij}] = [\mathbf{K}_{22}]^{-1} \\ [\mathbf{Q}] &= [Q_{ij}] = [\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{H}_{22}] \\ [\mathbf{R}] &= [R_{ij}] = [\mathbf{K}_{22}]^{-1}[\mathbf{G}_{22}] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(12)$$

とにおいて、式(9)と式(10)は次のように整理できる。

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{m+1} &= E_1(1 - E_1 P_{11})\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{m+1} + E_1 \sum_{j=1}^n Q_{1j} \dot{h}_j^m \\ &+ \frac{\partial E_1}{\partial \theta} \dot{\theta}(1 - E_1 P_{11})\boldsymbol{\varepsilon}^m - \frac{\partial E_1}{\partial \theta} \dot{\theta} \boldsymbol{h}_1^m + E_1 \sum_{j=1}^n R_{1j} h_j^m \quad \dots\dots(13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{h}_i^{m+1} &= E_1 P_{i1} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{m+1} - \sum_{j=1}^n Q_{ij} \dot{h}_j^m + \frac{\partial E_1}{\partial \theta} \dot{\theta} P_{i1} \boldsymbol{\varepsilon}^m \\ &- \sum_{j=1}^n R_{ij} h_j^m \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

ここに、 $i=1, 2, \dots, n$ である。粘弾性定数 E_i , η_i は各時刻において温度の関数となり、式(13), 式(14)により増分形の解式を得たことになる。

3.2 三軸応力状態への拡張

三軸応力状態において各レオロジー要素の応力、ひずみ成分は6個となり、各レオロジー要素については、式

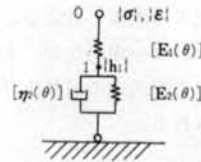


図-8 3要素レオロジーモデル

(2)はマトリックス形式で次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{\boldsymbol{\sigma}}\} &= \frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{E}_i(\theta)] \dot{\theta} \{\boldsymbol{\varepsilon}\} + [\mathbf{E}_i(\theta)] \{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\} \\ \{\dot{\boldsymbol{\sigma}}\} &= \frac{\partial}{\partial \theta} [\boldsymbol{\eta}_i(\theta)] \dot{\theta} \{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\} + [\boldsymbol{\eta}_i(\theta)] \{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(15)$$

ここに、 $\{\dot{\boldsymbol{\sigma}}\} = \{\dot{\sigma}_x, \dot{\sigma}_y, \dot{\sigma}_z, \dot{\tau}_{xy}, \dot{\tau}_{yx}, \dot{\tau}_{xz}\}^T$

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T$$

$$[\mathbf{E}_i(\theta)] = E_i(\theta) [\bar{D}], \quad [\boldsymbol{\eta}_i(\theta)] = \eta_i(\theta) [\bar{D}]$$

$$[\bar{D}] = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1-2\nu & 0 & 0 \\ \text{対称} & & & & 2(1-\nu) & 0 \\ & & & & & 1-2\nu \\ & & & & & & 2(1-\nu) \end{bmatrix}$$

ν : ポアソン比

なお、潜在変数 $\{h_i\}$ も6成分持つものとし、

$$\{h_i\} = \{h_{xi}, h_{yi}, h_{zi}, h_{xyi}, h_{yxi}, h_{xzi}\}^T$$

と表わす。

一軸応力状態と同様に、一般化レオロジーモデルの構成方程式を作成し、変形して整理すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\dot{\boldsymbol{\sigma}}\}^{m+1} &= [\mathbf{E}_i(\theta)] [[\mathbf{I}] - [\mathbf{P}_{11}][\mathbf{E}_i(\theta)]] \{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\}^{m+1} \\ &+ [\mathbf{E}_i(\theta)] \sum_{j=1}^n [\mathbf{Q}_{1j}] \{\dot{h}_j\}^m \\ &+ \frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{E}_i(\theta)] \dot{\theta} [[\mathbf{I}] - [\mathbf{P}_{11}][\mathbf{E}_i(\theta)]] \{\boldsymbol{\varepsilon}\}^m \\ &- \frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{E}_i(\theta)] \dot{\theta} \{h_1\}^m \\ &+ [\mathbf{E}_i(\theta)] \sum_{j=1}^n [\mathbf{R}_{1j}] \{h_j\}^m \quad \dots\dots(16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{\dot{h}_i\}^{m+1} &= [\mathbf{E}_i(\theta)] [\mathbf{P}_{i1}] \{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\}^{m+1} - \sum_{j=1}^n [\mathbf{Q}_{ij}] \{\dot{h}_j\}^m \\ &+ \frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{E}_i(\theta)] \dot{\theta} [\mathbf{P}_{i1}] \{\boldsymbol{\varepsilon}\}^m + \sum_{j=1}^n [\mathbf{R}_{ij}] \{h_j\}^m \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

式(16), 式(17)を簡単にして次の方程式で表わす.

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{\sigma}\}^{m+1} &= [D]\{\dot{\epsilon}\}^{m+1} - \{\dot{\sigma}_0\}^m \\ \{\dot{h}_i\}^{m+1} &= [S_i]\{\dot{\epsilon}\}^{m+1} - \{\dot{h}_i\}^m \end{aligned} \right\} \dots\dots(18)$$

いま, 例として 図-8 に示す 3 要素レオロジーモデルについて, 式(18)を求めると次のようになる.

$$\begin{aligned} \{\dot{\sigma}\}^{m+1} &= E_1(\theta)(1 - PE_1(\theta))[\bar{D}]\{\dot{\epsilon}\}^{m+1} \\ &\quad - E_1(\theta)P\frac{\eta_2(\theta)}{\Delta t}[\bar{D}]\{\dot{h}_1\}^m + \frac{\partial E_1(\theta)}{\partial \theta}\dot{\theta}(1 \\ &\quad - PE_1(\theta))[\bar{D}]\{\epsilon\}^m - \frac{\partial E_1(\theta)}{\partial \theta}\dot{\theta}[\bar{D}]\{h_1\}^m \\ &\quad + E_1(\theta)P\left(\frac{\partial E_1(\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial E_2(\theta)}{\partial \theta}\right)\dot{\theta}[\bar{D}]\{h_1\}^m \end{aligned} \dots\dots(19)$$

$$\begin{aligned} \{\dot{h}_1\}^{m+1} &= E_1(\theta)P\{\dot{\epsilon}\}^{m+1} + P\frac{\eta_2(\theta)}{\Delta t}\{\dot{h}_1\}^m \\ &\quad + \frac{\partial E_1(\theta)}{\partial \theta}\dot{\theta}P\{\epsilon\}^m - P\left(\frac{\partial E_1(\theta)}{\partial \theta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial E_2(\theta)}{\partial \theta}\right)\dot{\theta}\{h_1\}^m \end{aligned} \dots\dots(20)$$

$$\text{ここに, } P = 1 / \left(E_1(\theta) + E_2(\theta) + \frac{\eta_2(\theta)}{\Delta t} + \frac{\partial \eta_2(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta} \right)$$

3.3 有限要素解析の定式化

ある有限要素内のひずみ $\{\epsilon\}$ が節点変位 $\{u\}$ により,

$$\{\epsilon\} = [B]\{u\} \dots\dots(21)$$

と内挿補間されるものとする. 式(18)に仮想仕事の原理を適用すれば, 時間の一階微分形で表わされた要素平衡方程式を次のように導くことができる.

$$\begin{aligned} [K(\theta)]\{\dot{u}\}^{m+1} &= \{\dot{F}_i\}^{m+1} + \{\dot{F}_0\}^m + \{\dot{F}_\sigma\}^{m+1} \\ &\quad + \{\dot{F}_\epsilon\}^{m+1} \end{aligned} \dots\dots(22)$$

ここに, $[K(\theta)]$ は剛性マトリックス, $\{\dot{F}_i\}^{m+1}$ は一般外力ベクトル, $\{\dot{F}_0\}^m$ は修正荷重ベクトル, $\{\dot{F}_\sigma\}^{m+1}$ は温度荷重ベクトルを表わし, それぞれ,

$$\left. \begin{aligned} [K(\theta)] &= \int_V [B]^T [D] [B] dV \\ \{\dot{F}_0\}^m &= \int_V [B]^T \{\dot{\sigma}_0\}^m dV \\ \{\dot{F}_\sigma\}^{m+1} &= \int_V [B]^T [D] \{\dot{\epsilon}_\sigma\}^{m+1} dV \end{aligned} \right\} \dots\dots(23)$$

と表わされる. $\{\dot{F}_\epsilon\}^{m+1}$ は凍結膨張荷重ベクトルであり, 3.4 で定義される. 剛性マトリックス $[K(\theta)]$ は, 各時間ステップで与えられる温度の関数となる. 実際に解を得るには, 式(22)を解析領域の全要素について重ね合わせて得られる多元連立 1 次方程式を, 各時間増分ごとに解くことになる.

したがって, 時間 t_{m+1} における変位 $\{u\}^{m+1}$, 応力 $\{\sigma\}^{m+1}$ は増分量を加えて次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} \{u\}^{m+1} &= \{u\}^m + \Delta t \{\dot{u}\}^{m+1} \\ \{\sigma\}^{m+1} &= \{\sigma\}^m + \Delta t [D] (\{\dot{\epsilon}\}^{m+1} - \{\dot{\sigma}_0\}^{m+1} \\ &\quad - \{\dot{\epsilon}_\epsilon\}^{m+1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots(24)$$

3.4 凍結膨張現象の解析法

地盤内に冷熱源となる貯槽などがある場合, その周辺地盤は時間の経過とともに温度降下し凍結土が逐次発達して行く. 凍結膨張は凍結土と未凍結土の境界近傍で生じ, その膨張量は土の粒度, 透水性, 水の化学的性質, 拘束力, 凍結速度などという要因で変化する. この凍結膨張現象による変位および応力の発生機構を有限要素法を用いた数値解析の中にモデル化する方法を提案する.

凍結膨張率は, 高志・生頼・山本⁶⁾ が開放型凍結膨張試験装置により数多くの実験を行なって導いた, 次の実験式により算定する.

$$\xi = \xi_0 + \frac{\sigma_0}{-\sigma - P_w} \left(1 + \sqrt{\frac{U_0}{U}} \right) \dots\dots(25)$$

$$P_w = \frac{n_f \Gamma - (1 + \Gamma) m_e \sigma - \sqrt{\{n_f \Gamma + (1 + \Gamma) m_e \sigma\}^2 + 4(1 + \Gamma) m_e \sigma_0} \left(1 + \sqrt{\frac{U_0}{U}} \right)}{2(1 + \Gamma) m_e} \dots\dots(26)$$

ここに, ξ : 凍結膨張率

σ : 凍結進行方向の有効応力 (引張が正)

U : 凍結速度

ξ_0, σ_0, U_0 : 実験によって定まる土固有の定数

P_w : 凍結面における間げき水圧

n_f : 自由水容積含水率

Γ : 間げき水が凍結するときの体積膨張率

m_e : 体積圧縮係数

式(25)を有限要素解析に適用するために, 凍結膨張率は初期ひずみとして取り扱い, 凍結進行方向にのみ作用させる. また, 凍結前線が時間の経過とともに移動し, しかも凍結土領域と未凍結土領域の力学的特性が変化することに対しては有限要素内で考慮する. すなわち, 潜熱を考慮した非定常熱伝導解析の結果から得られる任意の時間における凍結前線に沿って要素分割し, 凍結前線の移動に合わせて要素の力学的特性を未凍結土から凍結土

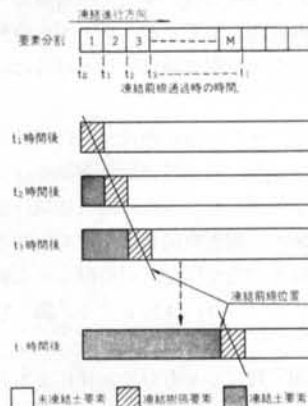


図-9 凍結前線の進行の要素特性

に変換して表現し、凍結前線の進行を表わす。図-9に1次元で考えた場合の模式図を示す。

凍結膨張要素において、凍結膨張が発生する時間帯を次のように考える。

$$t_{\xi} = t_i - t_{i-1} \quad \dots\dots(27)$$

ここに、 t_{ξ} : 凍結膨張発生時間帯

t_{i-1} : 要素内に凍結前線が入ったときの時間

t_i : 要素内から凍結前線が出たときの時間

凍結膨張要素の時間 t_{m+1} における凍結膨張荷重ベクトル $\{\dot{F}_{\xi}\}^{m+1}$ を次のように求める。

$$\{\dot{F}_{\xi}\}^{m+1} = \frac{1}{t_{\xi}} \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_{\xi}\}^{m+1} dV \quad \dots\dots(28)$$

ここに、 $\{\epsilon_{\xi}\}^{m+1}$ は時間 t_{m+1} における凍結膨張ひずみベクトルで、軸対称の場合は次のようになる。

$$\{\epsilon_{\xi}\}^{m+1} = \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_z \\ \epsilon_{\theta} \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi \cos^2 \theta \\ \xi \sin^2 \theta \\ 0 \\ \xi \sin 2\theta \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(29)$$

θ : r 軸と凍結進行方向がなす角度

したがって、式29で表わされた凍結膨張荷重ベクトル $\{\dot{F}_{\xi}\}^{m+1}$ を式28に代入し、解析領域全体の平衡方程式を各時間ステップで逐次解いて行くことにより、凍結膨張現象の経時的な変化を考慮しようとするものである。

§ 4. 本解析手法による現場施工実験のシミュレート

4.1 解析モデル

§ 2 に述べた現場施工実験のモデル化を行なう。この実験における凍結土の成長は3次元であるが、3次元解析は困難なため、最も層厚が厚く、上下層の影響を受け難いと考えられる洪積砂層の中央を解析断面とした2次元の平面ひずみ問題を解析する。モデル化位置を図-10に示す。なお、モデル化領域は側部凍結管にはさまれた 32.73° の領域とした。

有限要素解析モデルの作成にあたっては凍結前線の進行に要素を合わせるが、特に凍結膨張領域の進展状況に注意を払って要素分割を行なった。解析領域は掘削中心から半径方向に50m、周方向開角は 32.73° である。境界条件として外周境界は完全固定、対称軸である側部境界は周方向を固定するローラー支持とする。図-11に有限要素解析モデルを示す。

温度分布は、図-12に示す有限要素法による潜熱を考慮した熱伝導解析の結果を入力データとして使用する。

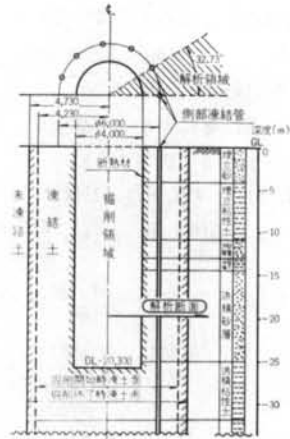


図-10 モデル化位置図

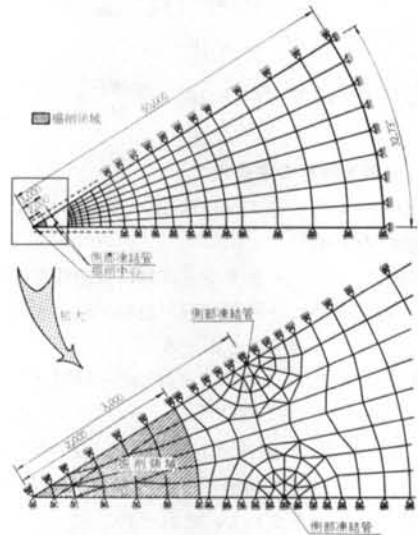


図-11 有限要素解析モデル

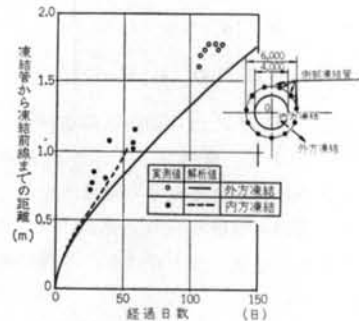


図-12 凍結前線の経時変化 (洪積砂層 GL-20m)

初期条件である側部凍結管稼動前の初期応力は、静止土圧と仮定する。

現場施工実験における掘削による応力解放の影響を考

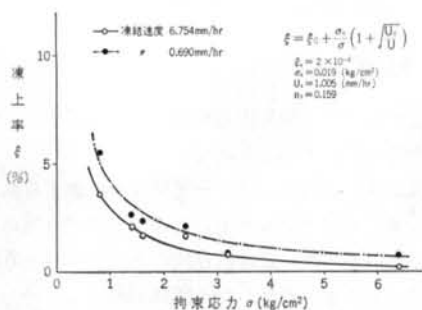


図-13 洪積砂の凍上試験結果および凍上定数

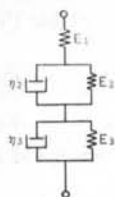


図-14 5要素レオロジーモデル

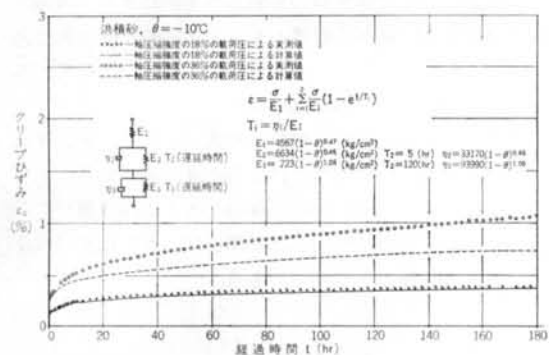


図-15 洪積砂のクリープ試験結果

慮するため、解析では側部凍結管稼動開始から80日後に掘削領域の要素を削除し、その境界に掘削による応力解放力を作用させる。なお、地盤内の温度降下による熱ひずみは凍結膨張ひずみに比べて小さいので解析に考慮しない。

4.2 解析に使用した土質定数

凍上試験²³⁾の結果、洪積砂の凍上率は一般の砂質土と同程度で、図-13に示すように凍結速度 $U=0.69 \text{ mm/hr}$ 、拘束圧 $\sigma=1 \text{ kg/cm}^2$ の条件のもとで凍上率は $\xi=4\%$ である。

凍結土の力学試験²³⁾は、施工実験より得られた凍結土をドライアイスを用いて冷却したアイスボックスで実験室内の低温室まで運搬して成形し、一軸圧縮試験および一軸圧縮クリープ試験を行なった。一軸圧縮クリープ試験の結果は図-14に示すような弾性を表わすバネ (E_1) と、クリープを表わす遅延時間の異なる2個のフォークト要素を直列に接続した5要素レオロジーモデルに対応させて整理した。この2つのフォークト要素に対応する定数は、各々のクリープカーブを数値微分することにより近似的に得られる遅延スペクトルから、フォークト要

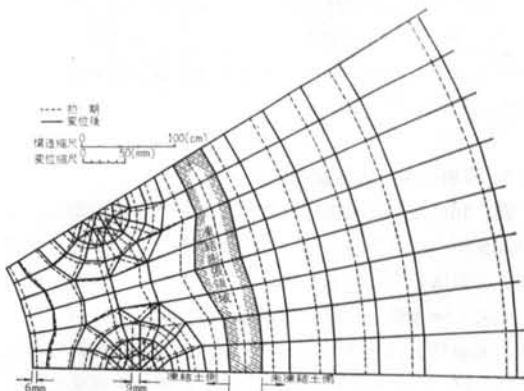


図-16 変位図 ($t=110$ 日)

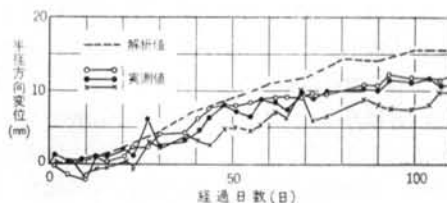
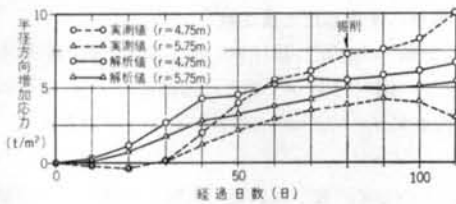


図-17 $r=5.6$ m位置の半径方向変位

凍上定数	力学定数		5要素レオロジーモデル
	未凍結土	凍結土	
$\xi_0 = 2 \times 10^{-4}$	$\nu = 0.33$	$\nu = 0.45$	
$\alpha_0 = 0.019 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$E = 250$	$E_1 = 4567 (1-\theta)^{0.47} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	
$u_0 = 1.005 \text{ (mm/hr)}$	$m_1 = 8.97 \times 10^{-3} \text{ (cm/kg)}$	$E_2 = 6634 (1-\theta)^{0.46} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	
$n_1 = 0.159$	—	$\eta_2 = 33170 (1-\theta)^{0.46} \text{ (kg/cm}\cdot\text{hr)}$	
$\Gamma = 0.09$	—	$E_3 = 723 (1-\theta)^{1.06} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	
—	—	$\eta_1 = 93990 (1-\theta)^{1.06} \text{ (kg/cm}\cdot\text{hr)}$	

表-2 解析に使用した土質定数



図一18 $r=4.75\text{m}$, 5.75m 位置の半径方向増加応力素の数と遅延時間を求める赤木⁷⁾の方法により求めた。この方法によると、個々のクリープカーブを非常に良く表現し得る定数を各々求めることができる。これらの定数の持つ温度依存性を、一般に凍結土に対して用いられている次式の関数形で整理した。クリープカーブを図一15に示す。

$$E_i = W_i(1-\theta)^{\kappa_i} \quad \dots\dots(30)$$

ここに、 E_i : i 番目のフォークト要素のパネ定数

θ : 供試体温度

W_i, κ_i : 実験定数

以上をまとめて、解析に使用した土質定数を表一2に示す。

4.3 解析結果と実測値の比較

図一16に、側部凍結管稼働後110日における地盤の変位図を示す。凍結前線(0℃線)が存在している要素を凍結膨張領域として図中に斜線で示している。掘削面は、内側に6mm変位し、側部凍結管は外側に9mm変位している。未凍結土は外側に均一に圧縮されているのが分かる。

図一17に、 $r=5.6\text{m}$ 位置における半径方向変位の解析値の経時変化を実測値とともに示した。図中から分かるように、3個の実測値は比較的良く一致した値を示しており、最大繰返し測定誤差2mmを考慮すると、3個の実測値は地盤の変位挙動をかなり良く表わしていると考えられる。110日における実測値と解析結果を比較すると最大5mm程度の相違があり、これを評価することは非常に困難である。しかし、解析値は凍結膨張による地盤の変位の漸増傾向を良くとらえている。

図一18に、 $r=4.75\text{m}$ および 5.75m における半径方向の増加応力の経時変化を実測値とともに示した。土圧計の埋設は良好に行なわれたが、土圧計の受圧面の方向、土圧計埋設に伴う現地盤のゆるみの影響など不明確な点を考慮すると、厳密な意味で定量的な評価はできない。しかしながら、地盤の凍結膨張に伴って生じる半径方向応力の漸増傾向を良く表わしていると考えられる。

§ 5. 結論

本報文中で提案した凍結膨張現象の数値解析手法の特徴を整理すると、以下のようになる。

(1)未凍結土・凍結土のクリープ特性を考慮するために一般化レオロジーモデルを用いた構成方程式を用いた。

(2)凍結土の示す強い温度依存性のある粘弾性を考慮するために、それを定式化し得る関数を導入した。

(3)凍結膨張挙動を考慮するために、高志の実験式を用いて凍結膨張率を算定し、初期ひずみとして凍結進行方向に作用させた。

(4)地盤内温度分布の経時変化から計算される凍結前線の移動に合わせて、未凍結土から凍結土にその構成方程式を使い分けて、土の力学特性を代表させた。

(5)解析する全時間を離散点で考え、その時間増分ごとに解を求めて加え合わせる逐次解析法を採用した。

以上のような特徴を持つ数値解析手法により、凍結工法によるLNG地下式貯槽の施工を想定した現場施工実験のシミュレートを行ない、実測値と比較した結果、本報文中の結論として次の結論を得た。

変位および応力の解析値を実測値と比較すると、凍結膨張による地盤の変位および応力の漸増傾向を良くとらえている。また、その値は実測値と大きくかけ離れていない。なお、比較に使用した実測値は、§2.に述べたように比較的信頼できるものである。

§ 6. おわりに

凍結膨張現象を把握する場合、凍結膨張機構を微視的(または理論解析的)にとらえてアプローチする方法と、凍結膨張機構を表面に出さずに現象論的にとらえる方法が考えられる。本報文のように凍上試験・力学試験によって求めた定数から、解析上の仮定を設けて解析しようとする場合は後者に当る。すなわち、凍結膨張機構が厳密に分からなくとも、その現象による挙動に着目し、把握することができれば工学的に対処可能であるという考えに基づいている。

本報文中では、凍結土が温度依存性を有する粘弾性材料と考えられることから、レオロジーモデルを用いて粘弾性現象を表わし、凍結膨張に関しては凍結膨張率に関する実験式を用いて凍結膨張挙動を解明する手法について述べた。そして、凍結工法による現場施工実験で得られた実測値と比較し、その結果、本解析手法は現場施工実

験における貯槽周囲地盤の変位・応力の経時変化を良好に把握できるものであることが分かった。このため、本解析手法は凍結膨張という同様な現象を持つ LNG 地下式貯槽周囲地盤の凍結土圧・凍上変位の予測、および貯槽の挙動を解明する手段としても適用できるものと考えられる。

本報文では、未凍結土および凍結土が変形特性上示す応力依存性・破壊特性を考慮していない。これら2点を今後の検討課題としたい。

今回の解析モデルは、凍結工法による現場施工実験を対象にしたものであるため、今後さらに実際に稼働中の

LNG 地下式貯槽の凍結膨張による変位・応力の実測値と比較してデータを蓄積し、より正確な解析手法に改善して行きたい。

謝辞 本研究を行なうに当たり、解析手法に関して多大な御指導を賜った中央大学助教授川原睦人先生に感謝の意を表します。また、凍結工法による施工実験は大型地下式貯槽の新工法開発の一環として東京瓦斯株式会社より発注されたものであり、その実験結果の使用を許可していただいた東京瓦斯株式会社およびその関係者の方々に謝意を表します。

〈参考文献〉

- 1) 赤川 敏：“土の凍結膨張現象” 清水建設研究所報 Vol. 31(1979.10)
- 2) 了戒公利，後藤茂，赤川敏：“一定拘束応力下における飽和土の凍上特性” 清水建設研究所報 Vol. 33(1980.10)
- 3) 後藤茂，赤川敏，了戒公利：“室内試験における凍結土の強度および変形特性” 清水建設研究所報 Vol. 33(1980.10)
- 4) 榎田吉造，宮永 誠：“LNG 地下式貯槽設計のための潜熱を考慮した F.E.M. による熱伝導解析” 清水建設研究所報 Vol. 32(1980.4)
- 5) 堀井健一郎，川原睦人：“有限要素法による粘弾性体の解析” 土木学会論文報告集 No. 179(1970.7)
- 6) 高志勤，生頼孝博，山本英夫：“一次元定速度凍結における凍結面前方の間隙水圧と脱水圧密” 雪氷 Vol. 39, No. 2 (1977.6)
- 7) 赤木知之：“レオロジーモデル定数の一決定法” 土と基礎 Vol. 25, No. 3(1977.3)

