

波動方程式の直接差分による港内静穏度解析法

清 川 哲 志
(大崎研究室)
大 山 巧
小 林 浩

§ 1. はじめに

港にとって最も重要な性質の一つは、さまざまな来襲波に対して港内が十分に静穏であるということである。このため、港湾工学では港内の静穏度を十分な精度で予測することが重要な課題の一つとなっており、数値計算による解析法もいくつか提案されている。この中で、高山¹⁾らにより開発された近似回折計算法は、計算時間が短い、必要とする計算機容量が少ないなどの点で現在最も実用的な解析法といえることができる。しかし、これは港内の水深を一定とみなして解析するもので、実際の港内のように水深変化が複雑になると、その影響で波高および波向が変化するため誤差が生じる。実際、水深変化を考慮した水理実験結果との比較によれば、計算誤差は30%程度、場所的には2倍程度の大きな誤差が生じることが報告されており²⁾、このような場合に近似回折計算を用いることはあまり適切ではないと思われる。

これに対して、水深変化を考慮できる方法にグリーン関数を用いた積分方程式法³⁾、数値波動解析法⁴⁾がある。前者は、一定水深の場合は比較的簡単であるが、水深変化を考慮するとグリーン関数が複雑となり、多大な計算時間を要する問題がある。また、後者は運動方程式と連続式を差分化して交互に解く方法であり、計算領域が大きくなると膨大な計算時間と計算機容量を必要とする。すなわち、現在のところ水深変化を考慮できる解析法には、いずれも実用上の問題があるといえることができる。

本論文は、これらの問題を解決する新しい方法を提案し、基礎的な検討を行なった結果について述べるものである。本論文で提案する解析法は、数値波動解析法で用いられている基礎方程式から、計算結果として不要な線流量成分を消去し、水位変動量のみを未知数として逐次計算を行なうものである。これは、数値波動解析法の持つ利点をそのまま保ち、かつ計算機容量の節約および計算時間の短縮を可能とするものである。また、これに

伴って、従来線流量成分で取り扱われ、煩雑な処理を必要としていた任意反射率境界における境界条件を、水位変動量のみで記述し、領域内部の点と同じアルゴリズムに組み込む方法を開発したので、その方法について述べる。

§ 2. 解析法

2.1 基礎方程式と逐次計算法

図-1に示すように、平均水面上に x, y 軸、鉛直上向きに z 軸をとり座標系を定義する。線形長波近似を用い、さらに流速を海底面から平均水面まで積分して得られる線流量を用いると、Eulerの運動方程式から次式を得る。

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに、 g : 重力加速度、 h : 水深、 ζ : 平均水面からの水位変動量、 M, N : それぞれ x, y 方向の線流量成分である。線流量成分 M, N は、 x, y 方向の水粒子速度 u, v を用いて次式で定義される。

$$M = \int_{-h}^0 u dz, \quad N = \int_{-h}^0 v dz \quad \cdots \cdots (3)$$

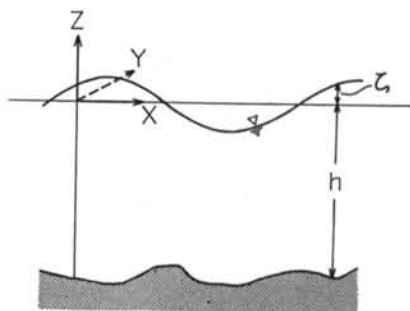


図-1 座標系の定義

連続の式 $\text{div } \mathbf{v} = 0$ ($\mathbf{v}$ は水粒子の速度ベクトル) も、海底面から水面まで積分することにより、 ζ , M , N などを用いて次式のように表わされる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} \right) \quad \dots\dots(4)$$

式(1), (2)における gh は長波の波速の 2 乗に等しいが、これを微小振幅波の波速の 2 乗、すなわち $(g/k) \cdot \tanh kh$ で置き換えると通常の数値波動解析法で用いている基礎方程式となる。ただし、 k は波数である。数値波動解析法は、これらと式(4)をそれぞれ差分化して、逐次 M , N , ζ などを数値的に求めるものである。しかし、先にも述べたように港内静穏度を予測するのに必要なのは水位変動量 ζ のみであり、港内静穏度解析にとって線流量成分 M , N は ζ を求めるための間接的未知量といえることができる。間接的未知量といっても、数値計算上そのための計算機容量を確保しなければならず、これが必要な計算機容量、さらには計算時間も膨大なものとしている一因である。ここでは、計算機容量の節約および計算時間の短縮を目的とし、式(1), (2)および式(4)より間接的未知量を消去して水位変動量のみで表わされる基礎方程式を導き、これを差分化して解く方法について述べる。

式(1), (2)の両辺をそれぞれ x , y で偏微分し、これと式(4)の両辺を t で偏微分した式から M , N を消去すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = & g \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ & + gh \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$

これを時間微分に対しては前進差分、空間微分に対しては中央差分をとり、逐次計算型の差分方程式に変換すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \zeta_{ij}^{n+1} = & 2(1 - 2c_{ij}^2 \lambda^2) \zeta_{ij}^n - \zeta_{ij}^{n-1} \\ & + \frac{g}{4} \lambda^2 \{ (4h_{ij} + \Delta h_i) \zeta_{i+1,j}^n + (4h_{ij} - \Delta h_i) \zeta_{i-1,j}^n \\ & + (4h_{ij} + \Delta h_j) \zeta_{i,j+1}^n + (4h_{ij} - \Delta h_j) \zeta_{i,j-1}^n \} \quad \dots\dots(6) \end{aligned}$$

ここに、 ζ_{ij}^n : 格子点 (i, j) における時間ステップ n のときの水位変動量、 h_{ij} : 格子点 (i, j) における平均水深、 c_{ij} : 格子点 (i, j) における長波の波速 ($= \sqrt{gh_{ij}}$) である。また、 λ は時間の刻み幅 Δt と格子幅 s との比 ($\lambda = \Delta t/s$) で、 $\Delta h_i = h_{i+1,j} - h_{i-1,j}$, $\Delta h_j = h_{i,j+1} - h_{i,j-1}$ である。

なお、海底こう配が緩やかな場合は、式(5)の右辺第 1 項および第 2 項は 2 次の微小量として無視でき、結果と

して次式を得る。

$$\begin{aligned} \zeta_{ij}^{n+1} = & 2(1 - 2c_{ij}^2 \lambda^2) \zeta_{ij}^n - \zeta_{ij}^{n-1} \\ & + c_{ij}^2 \lambda^2 (\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i-1,j}^n + \zeta_{i,j+1}^n + \zeta_{i,j-1}^n) \quad \dots\dots(7) \end{aligned}$$

式(6)または式(7)を、初期条件 $\zeta_{ij}^0 = 0$ のもとに造波境界で波を次々に起こして港内の全格子点にわたって逐次解いてゆけば、波が港内を伝播し変形する様子をシミュレートすることができる。

2.2 波速の整合

式(6)または(7)を用いて港内の波浪伝播の様子を解析するには、一つの問題点がある。港内静穏度解析で対象とするのは通常の浅海波であるのに、式(6), (7)中の波速の部分は長波の波速となっている。波速が異なれば波長も異なるわけであるから、式(6)あるいは式(7)をそのまま使って解析を行なうと、その分だけ誤差が生じることになる。港内の波高分布を決める因子は、第一義的にはその波長であるので、波長を微小振幅波の波長と一致させれば、長波とすることによる誤差も小さくなるものと考えられる。このためには、式中の波速として微小振幅波の波速を直接用いる方法と、山本ら⁶⁾が行なったように長波の波速が水深の平方根に比例することを利用し、微小振幅波の波速と一致するように解析上の水深を調整する、いわゆる換算水深を用いる方法が考えられる。前者の取り扱いが数値波動解析法に近いものである。ここでは、山本らが行なった換算水深を用いる方法に準じることとし、この方法について述べる。

微小振幅波の波速および長波の波速は、それぞれ次式で表わすことができる。

$$\text{微小振幅波: } c = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}} \quad \dots\dots(8)$$

$$\text{長波: } c = \sqrt{gh} \quad \dots\dots(9)$$

ここに、 c : 波速、 L : 波長、 T : 周期である。

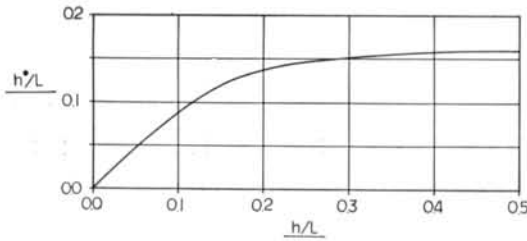
式(8)より次式が得られる。

$$\frac{L}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} = \frac{L^2}{gT^2} \quad \dots\dots(10)$$

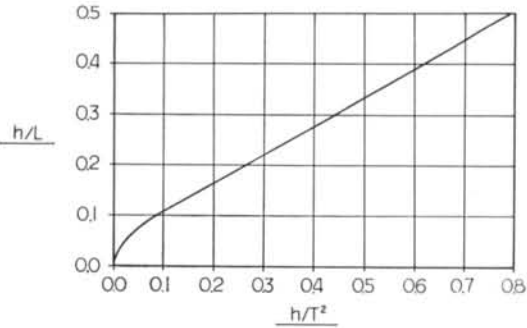
したがって、微小振幅波と長波の波速を一致させるためには、式(9)の右辺の水深 h の代りに、次式で定義される換算水深 h^* を用いれば形式上両者は一致する。

$$h^* = \frac{L^2}{gT^2} \quad \dots\dots(11)$$

式(10), (11)より、 $h^*/L = (1/2\pi) \tanh(2\pi h/L)$ の関係が導かれるから、これに基づいて実際的水深と換算水深の関係を横軸に h/L 、縦軸に h^*/L をとって示すと図-2 のようになる。また分散関係式より $(h/L) \tanh(2\pi h/L) = 2\pi h/gT^2$ の関係が導びかれるので、水深と周期によ



図—2 実際の水深と換算水深の関係



図—3 $h/T^2 \sim h/L$ の関係

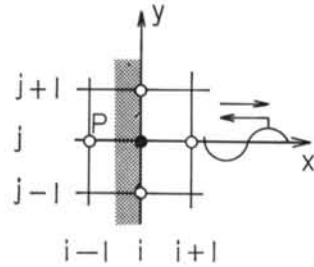
る h/L の変化を、横軸に h/gT^2 をとってグラフに示すと図—3 となる。

与えられた入射波周期および水深分布から換算水深を求めるには、図—3 から h/T^2 に対する h/L を求め、次に図—2 から h/L に対する h^*/L を求める。そして h/L と h^*/L の値の比に基づいて決定すればよい。試みに水深10mの水域における周期8秒の波について考えると、 $h/T^2=0.16$ であり、図—3 より $h/L=0.14$ である。このとき、図—2 から $h^*/L=0.115$ であるから、換算水深は実水深の約82%である。この換算水深を実水深の代りに用いれば、計算上長波の波速と微小振幅波の波速が一致し、波高分布に関して妥当な計算結果が得られるものと考えられる。山本らは、この方法による数値計算結果と理論値を比較して誤差の少ないことを示している。

2.3 境界の処理

1) 任意反射率境界

港内にはさまざまな反射率を持つ構造物が存在する。谷本・小舟⁷⁾は、構造物前面で斜め部分重複波が生じていると仮定して、任意反射率の壁における計算方法を示した。さらに酒井・佐藤・岩垣⁸⁾は、谷本らの方法を拡張して、任意反射率および任意透過率を有する構造物に対する計算方法を示している。しかし、これらはいずれも線流量成分を用いて記述されており、水位変動量のみを用いる本解析法に適用することはできない。また、これらの計算法は反射率によって決まる時間 τ だけさかの



図—4 説明図

ぼった線流量成分を必要とするため、線流量成分の内挿などの煩雑な処理が必要となり、計算時間も膨大となる。ここでは、任意反射率境界における境界条件を、境界点の法線方向波形こう配と水位の時間変動率で表わし、水位変動量のみを用いた計算法を示す。

いま、図—4 のように y 軸上に反射率 K_r の境界があり、 x 軸の正の方向から負の方向に向かって波が入射する場合を考える。入射する波の振幅を a 、波数を k 、角振動数を ω とすると、水位変動量 ζ は入射波と反射波の和として次のように表わされる。

$$\zeta = a \cos(kx + \omega t) + a K_r \cos(kx - \omega t) \quad \dots\dots(12)$$

これより、境界上での x 方向の波形こう配 $\partial \zeta / \partial x$ および水位の時間変動率 $\partial \zeta / \partial t$ を求めると、これらの間には次の関係式が成り立つことが分かる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{k}{\omega} \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{c} \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad \dots\dots(13)$$

これが反射率 K_r の壁上で満足すべき関係式である。

図—4 に示すように、領域の外部に仮想点 $P(i-1, j)$ を設け、この点に式(13)の関係を満足する仮想水位を与えることによって、境界条件を満足させることができる。仮想点における時間ステップ n での仮想水位 $\zeta_{i-1,j}^n$ は、式(13)を差分化し整理することによって次のように表わすことができる。

$$\zeta_{i-1,j}^n = -\frac{2}{c_{ij}\lambda} \frac{1 - K_r}{1 + K_r} (\zeta_{ij}^n - \zeta_{ij}^{n-1}) + \zeta_{i+1,j}^n \quad \dots\dots(14)$$

したがって、仮想点 $P(i-1, j)$ に、式(14)によって強制的に水位変動量を付与し、境界点 (i, j) における水位変動量を基礎方程式を満足するように求める。これには、式(14)を式(6)あるいは式(7)に代入すれば良い。いま、境界線の前面で海底こう配が緩やかであるとして式(7)に代入すれば、

$$\begin{aligned} \zeta_{ij}^{n+1} = & \left\{ 2(1 - 2c_{ij}^2\lambda^2) - 2c_{ij}\lambda \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \right\} \zeta_{ij}^n \\ & + \left(2c_{ij}\lambda \frac{1 - K_r}{1 + K_r} - 1 \right) \zeta_{ij}^{n-1} \\ & + c_{ij}^2\lambda^2 (2\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i+1,j+1}^n + \zeta_{i+1,j-1}^n) \quad \dots\dots(15) \end{aligned}$$

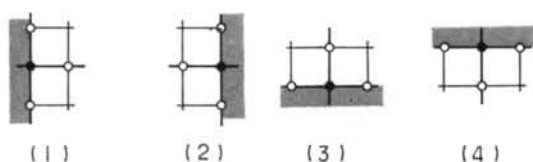


図-5 境界点の分類(1)

境界点	計 算 式
(1)	$\zeta_{ij}^{n+1} = A\zeta_{ij}^n + B\zeta_{ij}^{n-1} + D(2\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i,j+1}^n + \zeta_{i,j-1}^n)$
(2)	$\zeta_{ij}^{n+1} = A\zeta_{ij}^n + B\zeta_{ij}^{n-1} + D(2\zeta_{i-1,j}^n + \zeta_{i,j+1}^n + \zeta_{i,j-1}^n)$
(3)	$\zeta_{ij}^{n+1} = A\zeta_{ij}^n + B\zeta_{ij}^{n-1} + D(\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i-1,j}^n + 2\zeta_{i,j+1}^n)$
(4)	$\zeta_{ij}^{n+1} = A\zeta_{ij}^n + B\zeta_{ij}^{n-1} + D(\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i-1,j}^n + 2\zeta_{i,j-1}^n)$

ここに、 $A = 2(1 - 2c_{ij}^2\lambda^2) - 2c_{ij}\lambda \frac{1-K_r}{1+K_r}$

$$B = 2c_{ij}\lambda \frac{1-K_r}{1+K_r}, \quad D = c_{ij}^2\lambda^2$$

表-1 境界点(1)~(4)における計算式

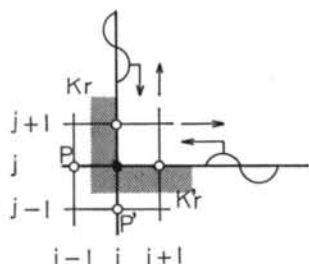


図-6 説明図

となる。これから、反射率が K_r であるような境界上での水位変動量が、内部点の、しかも時間的に1および2ステップ前の変動量のみから求められることが分かる。すなわち、境界上の点についても内挿などの特別な処理を必要とせず、内部点とまったく同じアルゴリズムで計算することができる。

解析領域を格子網で覆い地形を格子で近似すると、境界は x 軸に平行な部分と y 軸に平行な部分とに分けられる。式(4)は、このうち y 軸に平行な部分に x 軸の正の方向から波が入射する場合について示したものである。他の場合も含めて、境界点を図-5のように分類すると、各境界点における計算式は表-1のようにまとめられる。

次に、図-6に示すような反射率が K_r と K_r' の壁によってつくられる角の境界点における計算式について述べる。 x 軸に平行な成分は反射率 K_r で反射し、 y 軸に平行な成分は反射率 K_r' で反射するものとすれば、仮想

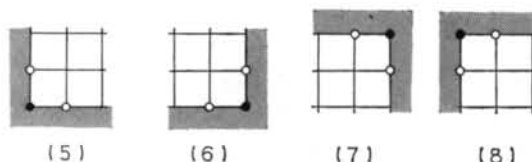


図-7 境界点の分類(2)

境界点	計 算 式
(5)	$\zeta_{ij}^{n+1} = E\zeta_{ij}^n + F\zeta_{ij}^{n-1} + 2D(\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i,j+1}^n)$
(6)	$\zeta_{ij}^{n+1} = E\zeta_{ij}^n + F\zeta_{ij}^{n-1} + 2D(\zeta_{i-1,j}^n + \zeta_{i,j+1}^n)$
(7)	$\zeta_{ij}^{n+1} = E\zeta_{ij}^n + F\zeta_{ij}^{n-1} + 2D(\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i,j-1}^n)$
(8)	$\zeta_{ij}^{n+1} = E\zeta_{ij}^n + F\zeta_{ij}^{n-1} + 2D(\zeta_{i-1,j}^n + \zeta_{i,j-1}^n)$

ここに、 $E = 2(1 - 2c_{ij}^2\lambda^2) - 2c_{ij}\lambda \left(\frac{1-K_r}{1+K_r} + \frac{1-K_r'}{1+K_r'} \right)$

$$F = 2c_{ij}\lambda \left(\frac{1-K_r}{1+K_r} + \frac{1-K_r'}{1+K_r'} \right) - 1$$

$$D = c_{ij}^2\lambda^2$$

表-2 境界点(5)~(8)における計算式

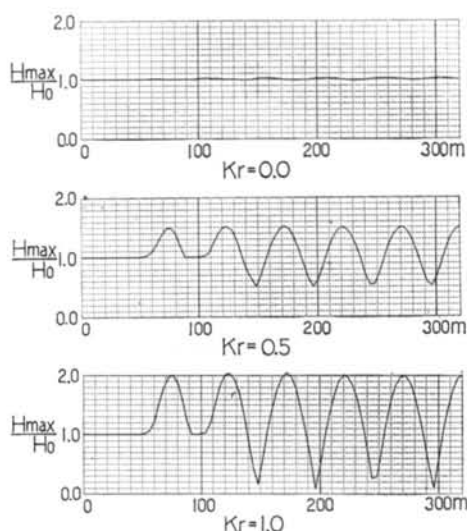


図-8 任意反射率 K_r の壁を有する1次元水路の計算点 $P(i-1, j)$, $P'(i, j-1)$ における仮想水位 $\zeta_{i-1,j}^n$, $\zeta_{i,j-1}^n$ は式(4)と同様に求まる。これらを式(7)に代入して整理すると次のようになる。

$$\zeta_{ij}^{n+1} = \left\{ 2(1 - c_{ij}^2\lambda^2) - 2c_{ij}\lambda \left(\frac{1-K_r}{1+K_r} + \frac{1-K_r'}{1+K_r'} \right) \right\} \zeta_{ij}^n + \left\{ 2c_{ij}\lambda \left(\frac{1-K_r}{1+K_r} + \frac{1-K_r'}{1+K_r'} \right) - 1 \right\} \zeta_{ij}^{n-1}$$

$$+2c_{ij}^2\lambda^2(\zeta_{i+1,j}^n+\zeta_{i,j+1}^n) \quad \dots\dots(16)$$

ここに示した場合も含めて、反射率の異なる2つの壁によってつくられる角の境界点を図-7のように分類すると、これらの境界点における水位変動量の計算式は表-2のようにまとめられる。

以上に述べた任意反射率境界での計算法の妥当性を、簡単な数値実験により検証したので、これについて述べる。

図-8は、 $K_r=0.0, 0.5, 1.0$ とした場合の波峰の包絡線の計算結果を示したものである。ただし、水路は長さ320m、水深10mで、右側が反射率 K_r の壁、左側が造波板である。図中、縦軸は各点の最大波高 $H_{\max}$ を入射波高 H_0 で除したものである。これらの図より Healyの方法⁹⁾、すなわち $K_r=(a_{\max}-a_{\min})/(a_{\max}+a_{\min})$ によって反射率を逆算してみると、それぞれ設定どおりの反射率が得られていることが分かる。ただし、 $a_{\max}$ は腹での振幅、 $a_{\min}$ は節での振幅である。また、 $K_r=0.5$ および1.0の場合、節での振幅に多少のばらつきがあるのは波長と格子幅の関係で、真の節の位置に格子点が無かったためである。なお、包絡線の形が左側で他の部分と異なっているのは、反射波が造波板に達する前に計算を打ち切っているためである。

2) 造波境界

数値波動シミュレーションでは、水理模型実験の場合の水槽の造波板に相当する造波境界を設けて波を発生させる。水理模型実験は通常規則波で行なわれ、不規則波が用いられることは稀である。また、水理模型実験で比較的容易に再現できるのは周波数不規則性だけであり、海の波が持つもう一つの重要な性質、エネルギーの方向分散性を再現するのは困難である。これに対して数値波動シミュレーションでは、波の方向スペクトルから容易に方向分散性を有する不規則波を発生させることが可能である。以下、これについて簡単に述べる。

不規則波は各成分波の重ね合わせとして、次式のように表わすことができる¹⁰⁾。

$$\zeta = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L a_{ml} \sin(k_m x \cos \theta_l + k_m y \sin \theta_l - 2\pi f_m t + \varepsilon_{ml}) \quad \dots\dots(17)$$

ここに、 a_{ml} : 成分波の振幅、 k_m : 成分波の波数、 θ_l : 成分波の主方向からの偏角、 f_m : 成分波の周波数、 ε_{ml} : 0から 2π の間に一様に分布している位相角である。また、 M は周波数分割数、 L は方向分割数である。

成分波の振幅 a_{ml} は、所与の方向スペクトル $S(f, \theta)$ から次式によって求められる¹¹⁾。

$$a_{ml} = \sqrt{2S(f_m, \theta_l) \Delta f_m \Delta \theta_l} \quad \dots\dots(18)$$

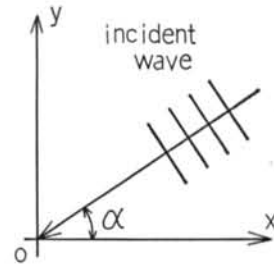


図-9 説明図

ただし、 $\Delta f_m, \Delta \theta_l$ はそれぞれ周波数および方向角の刻み幅である。

また、方向スペクトル $S(f, \theta)$ は、周波数スペクトル $S(f)$ と方向分布関数 $G(f, \theta)$ の積で表わされる。これらについては種々の標準型が提案されているが、本解析では周波数スペクトルとしてブレットシュナイダー・光易型¹²⁾のものを、方向分布関数としては合田ら¹³⁾による簡略式を用いた。周波数スペクトルの分割法としては、各成分波が等エネルギーを持つようにスペクトルの分割周波数 f_m を決め、各成分波の代表周波数 f_{cm} を成分波のエネルギー ΔE の f_{cm} に関する2次モーメント $f_{cm}^2 \Delta E$ と、スペクトル $S(f)$ の原点に対する2次モーメントが等しくなるように決める、永井¹⁴⁾によって提案された方法を用いた。

式(17)を離散化すると次式となる。

$$\zeta_{ij}^n = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L a_{ml} \sin \left[\frac{2\pi}{c_{ij}T} f_m \{ ((i-1)s - P_x) \cos(\theta_l - \alpha) + ((j-1)s - P_y) \sin(\theta_l - \alpha) \} - 2\pi f_m n \Delta t + \varepsilon_{ml} \right] \quad \dots\dots(19)$$

ここに、 α : 主方向角(図-9参照)、 P_x, P_y : 造波境界線の中点の座標値である。また、 $x=(i-1)s, y=(j-1)s, k_m=2\pi f_m/c_{ij}$ などの関係を用いている。

規則波の場合は、次式によって水位変動量を与えればよい。

$$\zeta_{ij}^n = a \sin \left[\frac{2\pi}{c_{ij}T} \{ ((i-1)s - P_x) \cos \alpha + ((j-1)s - P_y) \sin \alpha + \frac{2\pi}{T} n \Delta t \} \right] \quad \dots\dots(20)$$

以上述べたように、造波境界では式(19)、あるいは式(20)によって水位変動量を与えればよい。

不規則波に対する計算を行なう方法として、ここで述べた方法の他に、各成分波ごとにシミュレーションを行なって計算結果をエネルギー的に加え合わせる方法があるが、膨大な計算時間を要する。ここで示した方法も、精度のよい推定を行なうには数百波のシミュレーション

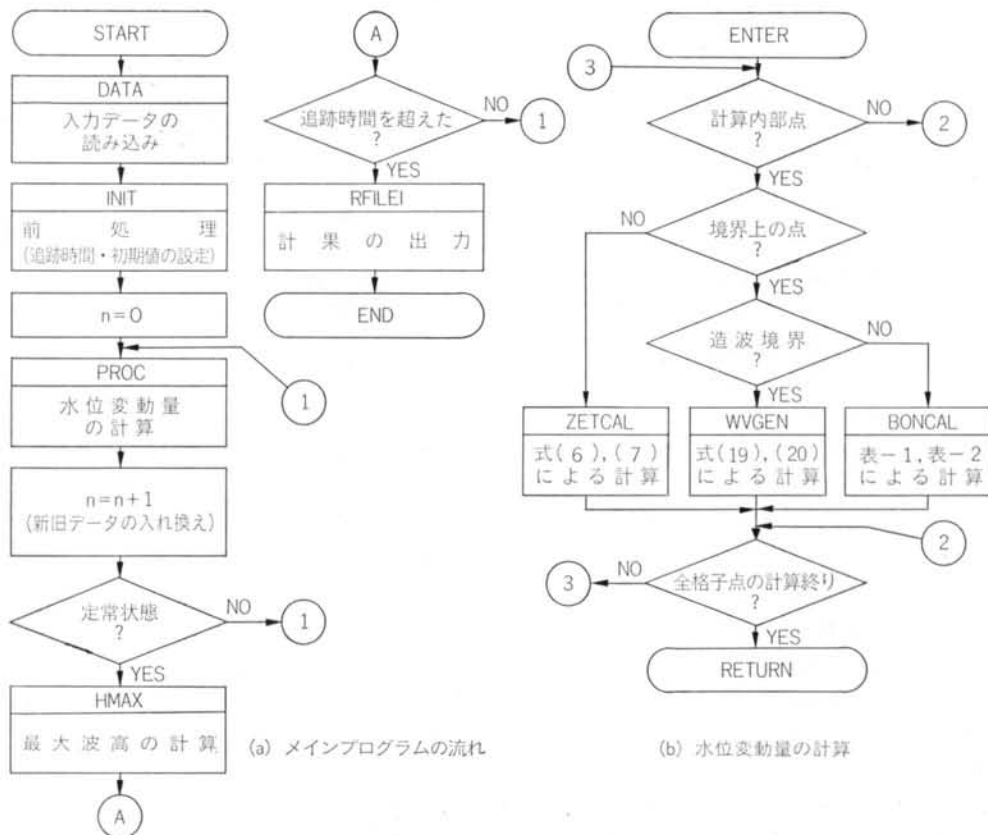


図-10 計算の流れ

が必要¹⁵⁾でやはり多大な計算時間を要するが、後に述べるように数十波でも実用上は十分な結果が得られるものと思われる。なお、本解析法では造波境界で反射波を透過させる処理¹⁶⁾を行っていないので、反射波が造波板に帰ってくる前に計算をストップしなければならない。これは適用上かなりの制約条件となるように思えるが、通常の港では反射波が直接防波堤開口部に帰ってくるような配置になっている場合は少なく、実用上はそれほど問題とならない。

2.4 計算プログラム

本解析法による計算の流れを図-10に示す。また、本解析法に必要な入力データは、以下のとおりである。

(1)地形データ：各格子点が持つ幾何学的情報に関するデータで、プログラム内部ではこのデータによって計算の対象点かどうかを判別し、対象点の場合、さらに内部点か境界点かを判別する。境界点は図-5、7に示したパターンにより分類されていて、どのパターンであるかが識別できるようになっている。これにより、任意の形

状の港に対して解析が可能となっている。

(2)反射率データ：造波境界以外の境界には、その点における反射率を与える。計算の都合上生じる仮定の境界では、反射率を0とすることによって完全透過境界とすることができる。

(3)水深分布データ：計算対象点すべてについて、その点における換算水深を与える。ただし、不規則波の場合には代表波に対する換算水深とする。

(4)入射波データ：入射波の波高、周期、方向集中度パラメータ、波向等を与える。

(5)その他のデータ：この他に最大追跡時間、格子幅、時間刻み等のデータが必要である。

これらの入力データのうち、(1)~(3)に関しては、すべての格子点について与える必要があり、その数は膨大なものとなる。これを効率よく処理することが実用上重要で、著者らはこれらのデータの大半を自動的に作成するサブシステムを開発し、これを利用している。

図-10に示したように、本解析法による計算プログラムは非常に単純で、計算領域内部点については式(6)ある

	Δt (sec)	s (m)	$\lambda = \Delta t/s$ (sec/m)	s/L
CASE 1	0.2	5.0	0.04	0.05
CASE 2	0.4	10.0	0.04	0.10
CASE 3	0.6	15.0	0.04	0.15
CASE 4	0.8	20.0	0.04	0.20
CASE 5	0.2	10.0	0.02	0.10
CASE 6	0.8	10.0	0.08	0.10

表—3 伝播波形検討のための計算条件

いは式(7)を用い、境界上の点については、境界のパターンに応じて表—1あるいは表—2に示す式を用いて逐次計算を行なうのみである。したがって、計算ステップ数も少なく、プログラム開発も容易である。また、従来の数値波動解析法に比べ、線流量成分に対する記憶容量を必要としない分だけ計算機容量が少なく済むので、同じ計算機容量で3倍の領域の解析が可能である。

§ 3. 数値計算例

3.1 メッシュ分割と伝播波形

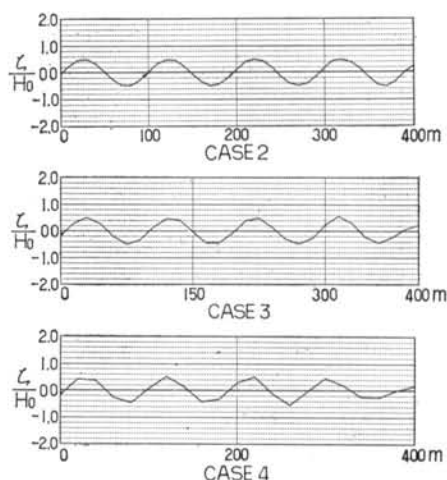
シミュレーションを行なう際に重要なことの一つは、 Δt および s をいかに選ぶかということである。そこで与えられた波条件に対して適当な Δt , s を決めるために一定水深の1次元水路を想定して、これらのパラメータで伝播波形の関係を調べた。水路の水深は10mで、入射波は周期10.0 secの規則波である。また、計算条件は表—3に示す6ケースとした。CASE 1~4は、 $\lambda (= \Delta t/s)$ を一定とした組合わせであり、CASE 2, 5, 6は s/L (L は波長) を一定としたものである。

このうち、CASE 6については計算が不安定となり、発散現象が起きた。計算が安定であるためには、通常次式で示されるような Courant-Friedrichs-Lewy の安定条件¹⁷⁾が必要とされている。

$$s/\Delta t = 1/\lambda \geq \sqrt{2gh_{\max}} \quad \cdots \cdots (2)$$

ただし、 $h_{\max}$ は領域内の最大水深である。CASE 6は式(2)を満足しておらず、CASE 1~5はすべてこの式を満足していることから、 s , Δt を式(2)の安定条件を満足するように定めれば、計算の安定性に関しては問題ないものと考えられる。

CASE 2~4の伝播波形図を図—11に示す。図中、縦軸は ζ を入射波高 H_0 で除した値、横軸は水路の長手方向の座標を表す。また、図中左側が造波板、右側が反射率0の完全透過壁である。この図からCASE 2では与えられた波が乱れることなく伝播しているが、CASE 3



図—11 伝播波形図

で波形が乱れはじめ、CASE 4では正弦波とは言えないほどに乱れているのが分かる。なお、計算結果は造波開始後45秒の波形を示している。

このように s/L が小さいほど波形の乱れは小さくなるが、 $s/L=0.1$ として、 λ を変化させた CASE 2と CASE 5では波形はほとんど変わらなかった。これらの結果から、伝播波形を正しく保つためには s/L を0.1程度になるように s を決定し、さらに式(2)を満足するように Δt を決定すればよいものと思われる。

3.2 防波堤開口部による波の回折

本解析法の妥当性を検討するために、防波堤開口部による波の回折をシミュレートし、半無限堤での回折波の重ね合わせによる近似解¹⁸⁾と比較した。

図—12は、入射波を規則波とし、防波堤の開口幅 B と入射波長 L との比 B/L を0.5とした場合を示したものである。図中、実線が近似解で、破線および一点鎖線は格子幅 s と波長 L の比をそれぞれ0.10, 0.05とした場合のシミュレーション結果である。この図より、両者は大略一致しており、また格子幅を小さくすることによって計算値は近似解に近づいているのが分かる。

図—13は、同様に $B/L=3.0$ の結果を示したものである。回折図は $B/L=0.5$ の場合に比べてやや複雑になっているものの、この場合もシミュレーション結果は近似解と大略一致していることが分かる。

そこで、シミュレーション計算の精度をみるために表—4, 5に $y/L=0$ および $x/L=2$ の線上における近似解と計算値との比較を示す。ただし、 $s/L=0.10$ である。ここで比較の方法を簡単に説明する。例えば、表—4の $B/L=0.5$ の場合、近似解が0.5の位置で、回折係数を

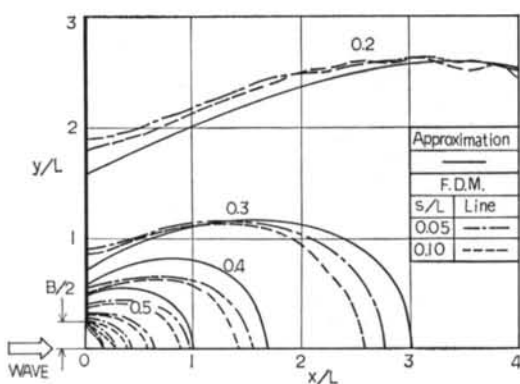


図-12 防波堤開口部による波の回折図
(規則波, $B/L=0.5$)

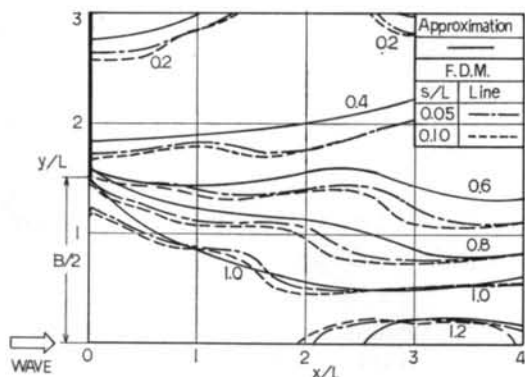


図-13 防波堤開口部による波の回折図
(規則波, $B/L=3.0$)

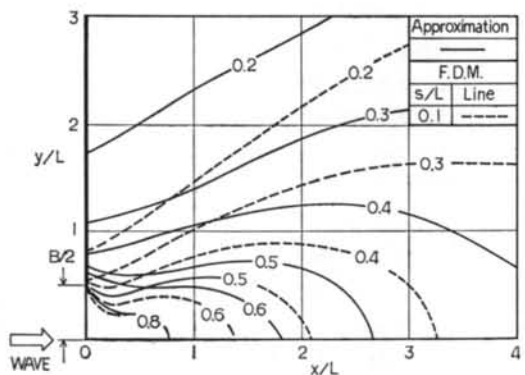


図-14 防波堤開口部による波の回折図
(不規則波, $B/L=1.0$, $S_{max}=25$)

線形補間を用いてシミュレーション結果から求めると、0.48が得られ、両者の比は0.96であるのが分かる。これらの表より、近似解と計算値の差は最大15%であり、 s/L を0.10程度にとれば実用上の問題はないものと思われる。

以上の計算は、いずれも入射波を規則波としたもので

$y/L=0$			$x/L=2$		
近似解	計算値	計算値 近似解	近似解	計算値	計算値 近似解
0.5	0.48	0.96	0.3	0.29	0.97
0.4	0.38	0.95	0.2	0.21	1.05
0.3	0.29	0.95			

表-4 近似解との比較(規則波, $B/L=0.5$, $s/L=0.10$)

$y/L=0$			$x/L=2$		
近似解	計算値	計算値 近似解	近似解	計算値	計算値 近似解
1.2	1.24	1.03	1.0	0.95	0.95
			0.8	0.72	0.90
			0.6	0.51	0.85

表-5 近似解との比較(規則波, $B/L=3.0$, $s/L=0.10$)

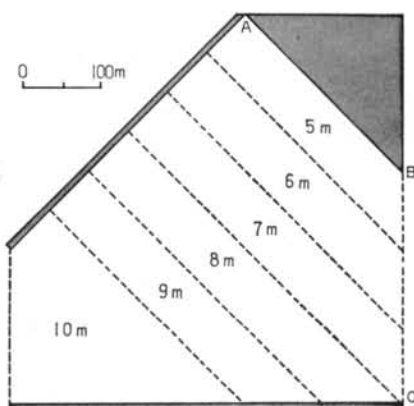
$y/L=0$			$x/L=2$		
近似解	計算値	計算値 近似解	近似解	計算値	計算値 近似解
0.8	0.76	0.95	0.5	0.43	0.86
0.7	0.62	0.89	0.4	0.33	0.83
0.6	0.53	0.88	0.3	0.24	0.80

表-6 近似解との比較(不規則波, $B/L=1.0$, $s/L=0.10$)
あるが、式(9)に示す水位を造波境界に与えることによって不規則波のシミュレーションも行ない、その妥当性を検討した。結果を図-14に示す。ただし、 $B/L=1.0$, $s/L=0.1$ で、入射波の S_{max} は25とした。この図を見ると、図-12, 13に示す規則波の場合と比べて近似解と計算値の差は大きいのが分かる。そこで、不規則波の場合のシミュレーション計算の精度をみるために、前と同様な方法で $y/L=0$ および $x/L=2$ の線上で両者を比較したのが表-6である。

不規則波のシミュレーションを行なう場合は、規則波と異なり様々な周期、波高、波向をもつ波の重ね合わせによる水位を造波境界に与えるわけであるから、当然シミュレートする波の数によって結果は異なる。ここで示す計算結果は、有義波周期を基準に16波のシミュレーションを行なったものであるが、前述のように精度のよい結果を得るためには数百波のシミュレーションが必要であり、これが不規則波の計算結果の精度を悪くしている原因の一つであると思われる。

また、計算では式(9)における L , M , すなわち方向分割数、周波数分割数をそれぞれ30および5としたが、これら分割数の決め方によっても結果は異なってくると考えられる。

しかしながら、表-4~6より s/L を0.10とした場合、近似解と計算値の差は規則波で最大15%、不規則波



図—15 水深分布図

でも最大20%であり、いずれの場合も実用的には十分であると思われる。

3.3 水深変化の影響

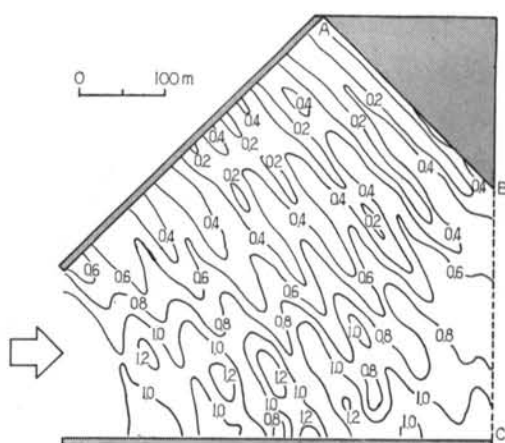
本解析法の特長の一つに、水深変化を考慮できることがあげられる。実際の港湾は、航路を確保するために掘削等を行なう場合が多く、港内の水深を一定とみなせる場合はむしろ少ない。特に奥行きが深く、水深変化が大きい港湾では、波高および波向が水深変化の影響を強く受けることが予想される。

そこで、図—15に示すような港湾のモデルを用いて、一定水深 ($h=10\text{m}$) として計算した場合と水深変化を考慮して計算した場合の比較を行なった。ただし、岸壁および防波堤の反射率はいずれも0.9とし、境界線 $\overline{BC}$ は反射率0の完全透過壁とした。また、入射波は周期10.0 secで、図—16, 17に示すように防波堤開口部に対して直角な方向から波が入射してくるものとした。

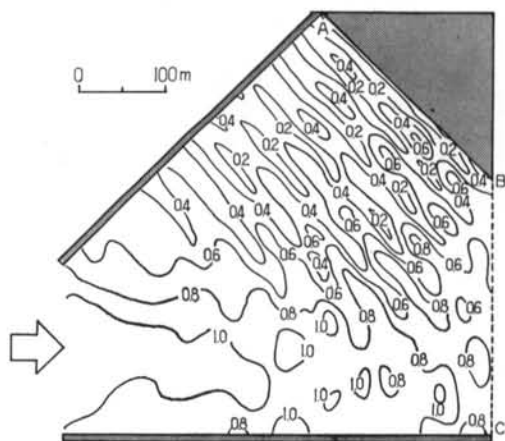
図—16, 17から分かるように、開口部から入射してきた波はいずれの場合も岸壁 $\overline{AB}$ で反射し、その前面で部分重複波を形成しているが、港内の水深変化を考慮することによってその波長はかなり短くなり、波高も大きくなっている。また、C点付近の波高に着目してみると、水深変化を考慮した結果は一定水深の結果に比べ3割程度小さくなっているのが分かる。これらは、水深変化によって $\overline{BC}$ を透過する波のエネルギーが小さくなり、逆に波向は $\overline{AB}$ に直角な方向に変化するためだと思われる。

計算で用いた港湾モデルは比較的小さいものであるが、奥行きが深くなると波高分布はさらに変化するものと思われる。

なお、水深変化に伴う波高変化は、通常群速度によって輸送されるエネルギーの連続性により浅水係数で評価



図—16 一定水深 ($h=10.0\text{m}$) のときの波高分布図



図—17 水深変化を考慮したときの波高分布図

されるが、本解析法では波高変化は群速度の関数ではなく波速の関数となるため、浅水係数を求めるには浅水度補正¹⁹⁾を行う必要がある。ただし、ここでは水深を一定とした場合と、水深変化を考慮した場合を単純に比較するのが目的なので、浅水度補正は行なっていない。したがって、ここに示した計算結果は伊藤ら¹⁹⁾のいう見掛け浅水係数を用いた結果であるということが出来る。

3.4 実際の港湾に対する適用例

本解析法を用いて実際の港湾を対象に計算した例を示す。港湾の形状および水深の分布は図—18に示すとおりである。また、入射波は周期11.0 secの規則波とし、図中に示す方向から入射してくるものとした。この計算では、左側の岸壁を消波構造にしたときの効果を検討することが目的である。

左側の岸壁を消波機能をもたない通常の岸壁 (反射率0.9) として計算した結果を図—19に、消波構造 (反射

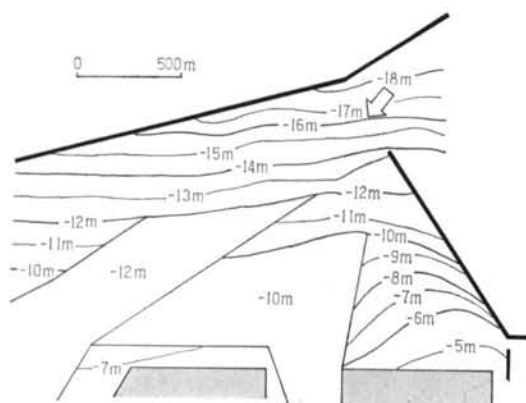


図-18 港湾の形状(1)

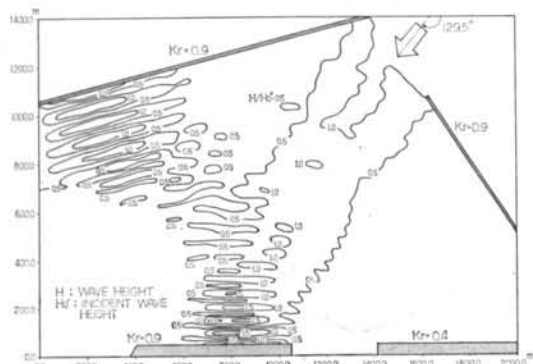


図-19 港内波高分布図(1)

率0.4)とした場合を図-20に示す。図-19より分かるように、防波堤開口部から入射してきた波は左側の岸壁で反射し、その前面に部分重複波を形成する。さらに、反射波は岸壁に向いあう防波堤で2次反射をおこしているのが分かる。

これに対して図-20では、岸壁を消波構造とした効果が明確にあらわれており、岸壁前面の波高は図-19に比べて3割程度小さくなっている。また、防波堤前面の2次反射はほとんど見られず、この付近の静穏度はかなり確保できるのが分かる。

次に、どの岸壁を消波構造にするのが効率的かという問題に対して計算した例を示す。水深の分布は図-21に示すとおりで、泊地付近は水深7.5mの掘削が行なわれている。入射波は11.0secの規則波で、波向は図中に示すとおりである。

図-22~24に計算結果を示す。まず図-22は、泊地を取り囲むすべての岸壁の反射率を0.9とした結果である。この場合は、泊地内部で多重反射する結果、泊地の奥まで入射波が増幅され、波高比(入射波高との比)は最大1.5程度となっている。

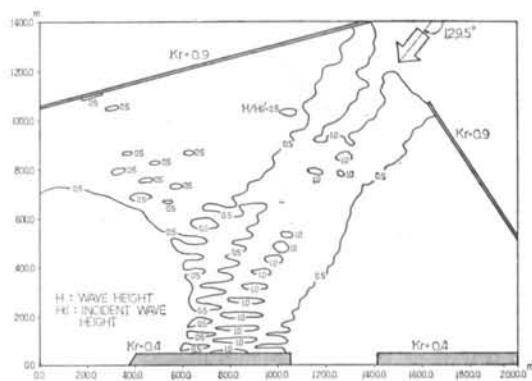


図-20 港内波高分布図(2)

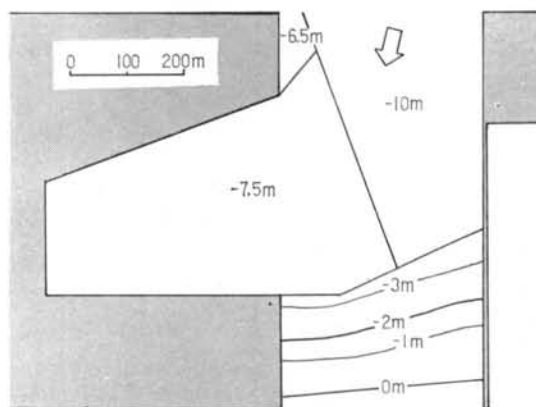


図-21 港湾の形状(2)

図-23は、入射波に対して向かい合う岸壁 $\overline{AB}$ を消波構造(反射率0.4)としたときの結果である。図-22の結果と比較してみると、泊地内の最大波高比は3~4割程度低減されており、特に泊地の奥での静穏度をかなり高められるのが分かる。

次に図-24は、泊地を取り囲むすべての岸壁を消波構造とした結果である。 $\overline{AB}$ のみを消波構造とした場合と比べて若干の改善効果はあるものの、さらに著しい改善効果はあまり期待できないことが分かる。したがって、経済性を考えれば $\overline{AB}$ のみを消波構造とするのが得策であると思われる。

このように本シミュレーション法を用いれば、低額の費用で計画段階における十分な事前検討が可能である。なお、以上の計算では全て $s=10.0$ m, $\Delta t=0.4$ sec としており、水深12.0m、周期11.0secの波の波長を L_1 、水深7.5m、周期11.0secの波の波長を L_2 とすると、 $s/L_1=0.09$, $s/L_2=0.11$, $\lambda=0.04$ である。また、計算時間は図-19, 20の場合、格子点数 $201 \times 141=28341$, 825 ステップに対して約10分、図-22~24の場合、格子点数 $79 \times 71=5609$, 350 ステップに対して約50秒程度で

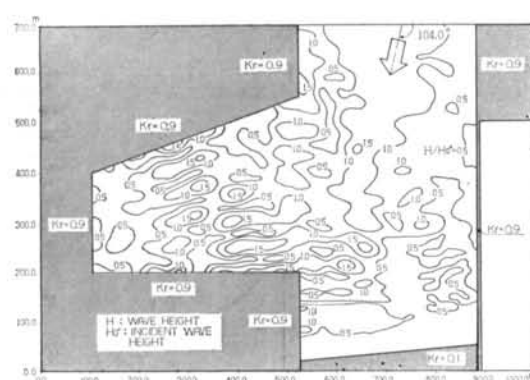


図-22 泊地付近の波高分布図(1)

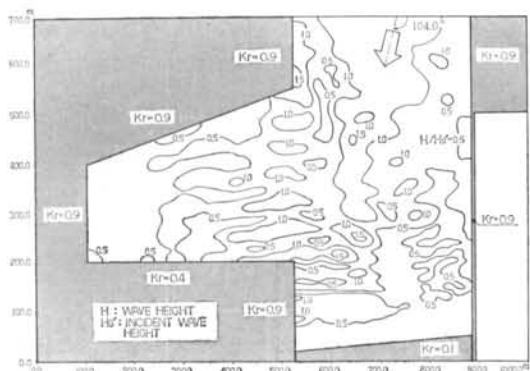


図-23 泊地付近の波高分布図(2)

あった。ただし、計算機は IBM 3033 を使用した。

§ 4. 結語

以上に述べたように、著者らは従来の数値波動解析法の問題点を解決する新しい波動シミュレーション法を開発した。これらの結果を要約すると以下のようになる。

(1)本解析法によって従来の数値波動解析法に対し、計算時間は大幅に改善され、同じ計算機容量で広い領域(3倍)の計算が可能になった。なお、計算時間は1メッシュ・1ステップあたり $2.5 \sim 3.0 \times 10^{-5}$ 秒(IBM 3033使用)である。

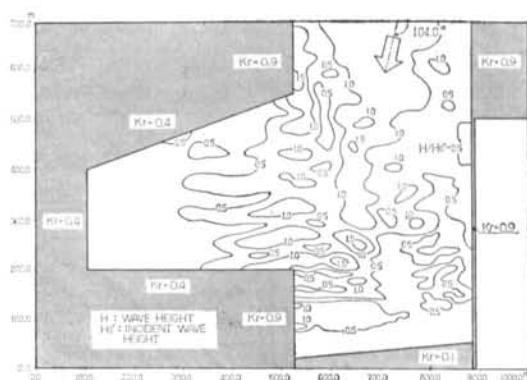


図-24 泊地付近の波高分布図(3)

(2)任意反射率境界における条件式を水位変動量のみで表わした。これによって、従来の煩雑な処理方法に対して非常に単純な計算式によって処理することができる。また、Healyの方法を用いて、この計算式の妥当性を確かめた。

(3)伝播波形を調べることによって、メッシュ幅と波長の比 s/L を0.1程度にすれば実用上十分な精度で計算できることが分かった。

(4)防波堤開口部による波の回折を計算し、近似解による回折図と比較した。これによれば、 $s/L=0.1$ としたとき両者の差は、規則波で最大15%程度、不規則波で20%程度であり、実用的には問題ないと思われる。

(5)モデル港湾を用いて水深変化の影響を検討した。この結果、一定水深として計算した場合と水深変化を考慮して計算した場合とでは、場所的に3割程度の差があることが分かった。港湾の奥行きが深くなると、水深変化の影響はさらに大きくなると考えられる。したがって、港内の波高分布を精度よく求めるためには、水深変化を考慮する必要があると思われる。

最後に、本研究における波高分布図の作成には、当社所有のSLPシステム中のAUTOCONを使用したことを記して、関係各位に心から謝意を表する次第である。また、ポリテクニクコンサルタント(株)藤原康政氏にはプログラム使用に際して懇切な御指導を頂いた。記して深く感謝する次第である。

<参考文献>

- 1) 高山知司・菊地治: “港内波高分布の計算” 第25回海岸工学講演会論文集 (1978年) pp. 103~107
- 2) 前出 1)
- 3) 山本隆一・横田基紀・滑川伸孝: “数値波高シミュレーションの実用化について” 第22回海岸工学講演会論文集 (1975年) pp. 259~263

- 4) L. Baraillier & C. Gaillard: "Evolution Récente des Modèles Mathématiques d'Agitation due a la Houle; Calcul de la Diffraction en Profondeur Non Uniform" La Houille Branche, No.8 (1967) pp.861~869
- 5) 谷本勝利・小舟浩治・小松和彦: "数値波動解析法による港内波高分布の計算" 港湾技術研究所報告 第14巻第3号(1975年) pp.35~58
- 6) 山本正昭・長野章・菅原輝男: "波の数値実験の漁港整備計画への適用" 第22回海岸工学講演会論文集(1975年) pp.255~258
- 7) 前出 5)
- 8) 酒井哲郎・佐藤孝夫・岩垣雄一: "任意反射率・任意透過率の防波堤による平面的な波浪変形の数値計算" 第25回海岸工学講演会論文集(1978年) pp.98~102
- 9) 堀川清司: "海岸工学" 東京大学出版会(1973年) pp.18~20
- 10) 合田良実: "港湾構造物の耐波設計" 鹿島出版会(1977年) pp.225~227
- 11) 日野幹雄: "スペクトル解析" 朝倉書店(1977年) pp.142~144
- 12) 前出 10) pp.17~20
- 13) 合田良実・鈴木康正: "光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算" 港湾技研資料 No.230(1975年) p.45
- 14) 永井康平: "不規則な波の屈折および回折計算" 港湾技術研究所報告 第11巻第2号(1972年) pp.47~119
- 15) 前出 10) pp.12~16
- 16) 谷本勝利・小舟浩治: "数値波動解析法による港内波高分布の計算" 第22回海岸工学講演会論文集(1975年) pp.249~254
- 17) 土木学会編: "土木工学における数値解析/流体解析編" サイエンス社(1974年) pp.46~53
- 18) 日本港湾協会: "港湾の施設の技術上の基準・同解説" (1979年) pp.2-50~2-90
- 19) 伊藤喜行・谷本勝利: "波向線交差領域での波の屈折——数値波動解析法の応用(2)——" 第19回海岸工学講演会論文集(1972年) pp.325~330