

原位置での多次元方向温度伝導率の同定法 (その 3)

羽 根 義

§ 1. はじめに

従来の温度伝導率の測定法 (以下, 同定法という) は, 熱伝導方程式で記述される分布定数システムの連続系厳密式に基づくもので, (1)成型された小試験片が必要であること, (2)小試験片に与えられる初期温度分布が一様であることが必要なこと, (3)小試験片に与えられる境界条件が限定されていること, (4)多次元方向の温度伝導率の同定法が得られていないことなどの制約条件があった。したがって, 原位置における熱水分特性, 異方性熱特性, 形状, あるいはその温度場に与えられる条件などを考慮した同定法は得られていないのが現状である。

本研究は, 原位置での温度伝導率の同定法の確立を目的としているが, これらの同定法には連続系厳密式に基づく同定法は困難であると考えられ, したがって前報告論文^{1)~8)}に示されるように, 離散化近似式を用いた同定法の導入が必要となる。

しかし, 一般に離散化近似式は連続系厳密式の必要十分条件を満たさず, 温度伝導率の同定法に離散化近似式を用いる場合, その適用条件 (適用範囲・適用精度等) を明確にする必要がある。

前報告では, 数値実験によりその精度, 同定領域を検討した。本報告では, ポリカーボネート試料を用いて, 従来の測定法と比較して, その精度, 同定領域を検討し, さらにこれらの同定で得られた熱定数を用いて数値

実験を行ない, その精度, 同定領域を確認したことを述べる。

<使用記号>

 α : 温度伝導率 (m^2/hr) $\bar{F}_0$: 平均フーリエ数 $F_0 = \alpha \Delta t / (\Delta x)^2$ (—)

K, H-method: 片山・羽根による温度伝導率の同定法

 n : サンプリング (—) r : 相関係数 (—) s : 標準偏差 (m^2/hr) $s = \sqrt{V_{n-1}}$ V_{n-1} : 分散 ($(\text{m}^2/\text{hr})^2$)

SF 33, ISF 33, FD 32: H-method による温度伝導率の同定式

 $t, \Delta t$: 時間および時間刻み (hr) $x, \Delta x$: 空間および空間刻み (m) $\phi(x, t)$: 温度 ($^{\circ}\text{C}$) δ : K-method と H-method により同定された温度伝導率の差 (%) ε : 数値実験による同定誤差 (%) $\xi: \xi = \Delta x / \sqrt{\alpha t}$ (—) q_0 : 熱流 ($\text{Kcal}/\text{m}^2\text{hr}$) λ : 熱伝導率 ($\text{Kcal}/\text{mh}^{\circ}\text{C}$) C_p : 比熱 ($\text{Kcal}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$) γ : 比重量 (kg/m^3)§ 2. 温度伝導率の同定式の概要^{2)~8)}

2.1 スプライン関数法の応用による同定式 (SF 33)

スプライン関数法を応用して導かれた温度伝導率の同定式 (SF 33) は, 次式に示される。

$$\text{SF 33} = \alpha \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & -1 \end{array} \right\} / 2 \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{array} \right\} \quad \dots\dots(1)$$

$$= \{\phi(x_0, t_2) + 4\phi(x_1, t_2) + \phi(x_2, t_2) - \phi(x_0, t_0) - 4\phi(x_1, t_0) - \phi(x_2, t_0)\}$$

$$\div 2\{\phi(x_0, t_2) - 2\phi(x_1, t_2) + \phi(x_2, t_2) + 4\phi(x_0, t_1) - 8\phi(x_1, t_1) + 4\phi(x_2, t_1) \\ + \phi(x_0, t_0) - 2\phi(x_1, t_0) + \phi(x_2, t_0)\}$$

ここで、 a は温度伝導率、 Δt 、 Δx は各々時間刻み、空間刻みを示す。また、SF 33 の値はフーリエ数に対応している。

2.2 数値補間法による同定式 (ISF 33)

スプライン関数法を、時間方向に合式した温度伝導率の同定式は次式に示される。

$$\text{ISF 33} = a \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} = \left\{ \begin{array}{ccc} 5 & 38 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -5 & -38 & -5 \end{array} \right\} / 16 \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{array} \right\} \quad \dots\dots(2)$$

2.3 差分法による同定式 (FD 32)

差分法を応用し、Crank-Nicolson 法による温度伝導率の同定式 (FD 32) は次式に示される。

$$\text{FD 32} = 2 \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{array} \right\} / \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{array} \right\} \quad \dots\dots(3)$$

2.4 片山法による同定式 (K-method)

本提案の温度伝導率の同定法の精度を検討するために、従来方法として片山ら¹²⁾による方法を用いた。片山法による温度伝導率の同定式は次式で示される。

$$\frac{\phi(\Delta x, t)}{\phi(\Delta x=0, t)} = \exp(-\xi^2) - \sqrt{\pi} \xi \operatorname{erfc} \xi \quad \dots\dots(4)$$

$$\xi = \Delta x / 2\sqrt{at} \quad \dots\dots(5)$$

$$\phi(x, t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{q_0}{\lambda C_p r} \sqrt{t} \left\{ \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) - \sqrt{\pi} \frac{x}{2\sqrt{at}} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}} \right\} \quad \dots\dots(6)$$

ここで、 λ 、 C_p 、 r 、 q_0 は各々熱伝導率、比熱、比重量および熱流を示す。

§ 3. 温度伝導率の同定装置の概要

図-1のブロック図に示されるような片山法に準拠した装置を試作し、測定した。

試料は、ポリカーボネートで5mm×98mm×98mmの大きさのものを用いた。温度センサとして、0.127mmφの銅-コンスタンタン熱電対を用いた。校正曲線は、5次の多項式回帰式を用いた。

いずれも、相関係数 r は $r > 0.9998$ であった。

雰囲気温度を一定に保持するために、 $\pm 0.5^\circ\text{C}$ の精度を持つ恒温槽に設置した。熱電対の出力にはペンレコーダを用い、読み取り誤差は2/1000mV(約0.05°C)程度である。

ヒータは厚み0.02mmのニクロムはくを用い、与えた熱流は10.46アンペア、0.858ボルトの直流である。

熱電対埋設位置には、密着性を良くするために0.22mmのポリエチレンシートを用いた。

§ 4. 本研究の方法

本研究の流れは図-2に示される。

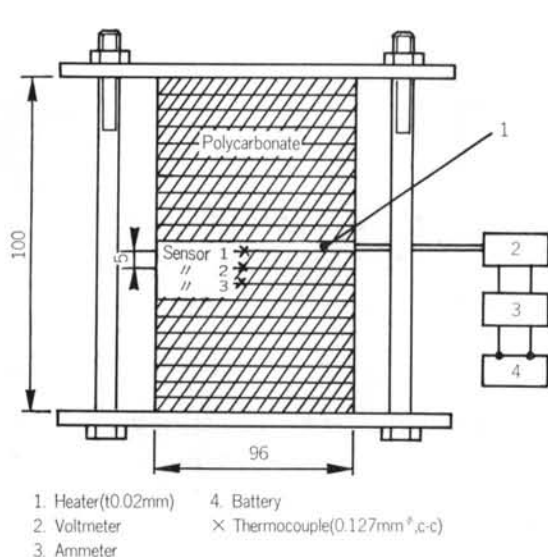
最初に、ポリカーボネート試料を用いてH-methodとK-methodとの差(δ)が考察された。次に、K-methodによって得られた熱伝導率、ヒータの熱流等をポリカーボネート試料を用いた実験に即して仮定し、式(6)に示される厳密解が解かれた。

その温度分布を実際の温度分布と仮定し、H-methodによる温度伝導率の同定が行なわれ、H-methodの同定精度、同定領域の確認が行なわれた。

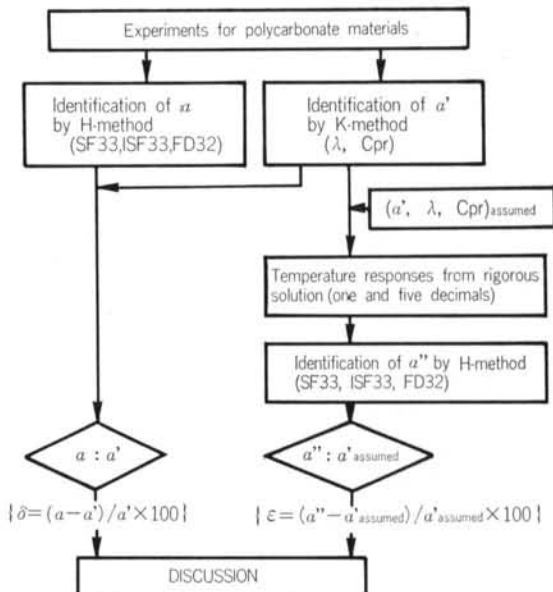
§ 5. 温度伝導率の同定結果

5.1 ポリカーボネート試料を用いた実験結果

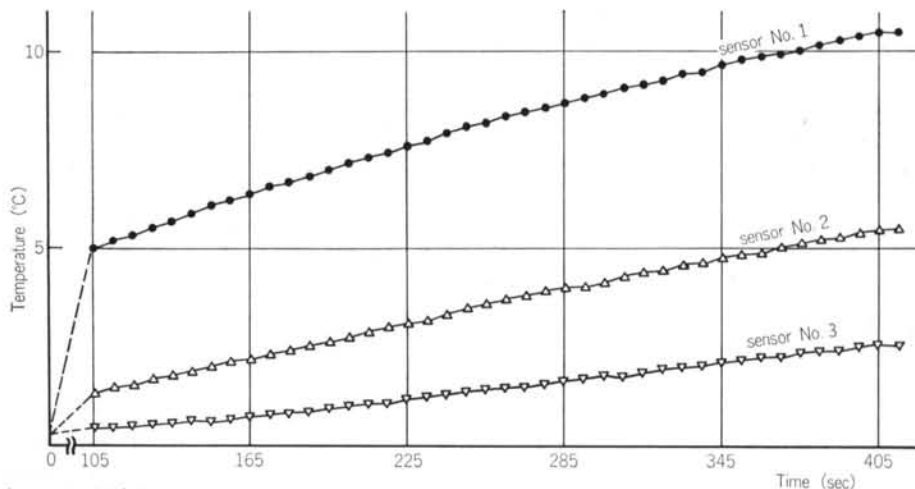
ポリカーボネート試料に熱流を与えたときの、各点の温度応答を図-3に示す。



図—1 実験装置



図—2 本研究のフロー



図—3 各センサの温度応答

K-method による温度伝導率の同定結果, およびその標準偏差は各々 $a = 4.696 \times 10^{-4} (\text{m}^2/\text{hr})$, $s = 6.959 \times 10^{-6} (\text{m}^2/\text{hr})$ であった (図—4)。

平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) および H-method と K-method による温度伝導率の差 (δ) は, 図—5 に示される。

ここで, 温度伝導率の同定差 (δ) は次のように定義した。

$$\delta = (a_{\text{H-method}} - a_{\text{K-method}}) / a_{\text{K-method}} \times 100 \quad (\%)$$

また, 平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) は次によるものとした。

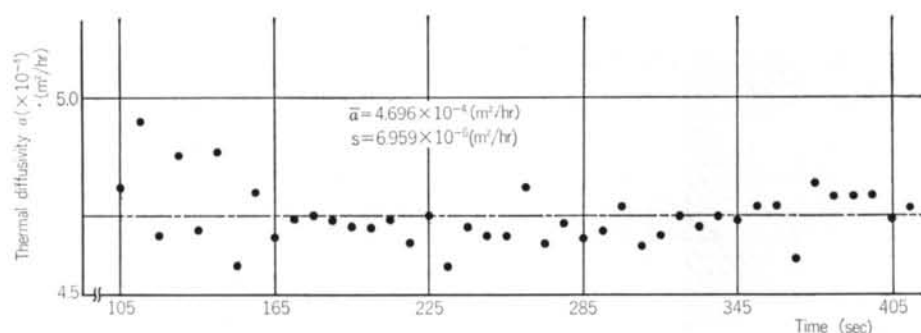
$$\bar{F}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{SF } 33_i, \text{ ISF } 33_i, \text{ FD } 32_i$$

同定された温度伝導率の標準偏差 (s) と平均フーリ

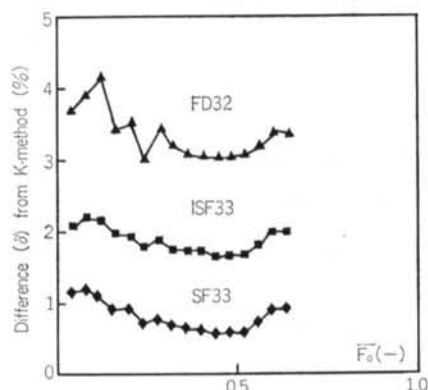
エ数 ($\bar{F}_0$) の関係を図—6 に示す。ここに示されるサンプリング値は, K-method で示される $1/3 \leq \xi \leq 2/3$ で, 105~412.5 sec 間である。

本提案の温度伝導率の同定式 SF 33, ISF 33, FD 32 は, 従来の方法 (K-method) と比較して各々 $\delta = 0.5 \sim 1.2\%$, $\delta = 1.6 \sim 2.2\%$, $\delta = 3.0 \sim 4.2\%$ の良い精度で一致していることが認められた。図—6 より K-method による温度伝導率のばらつきに比べ, 平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が 0.5 以上のところで, 提案された同定式 (SF 33, ISF 33) の方が小さいばらつきを示す結果が得られている。

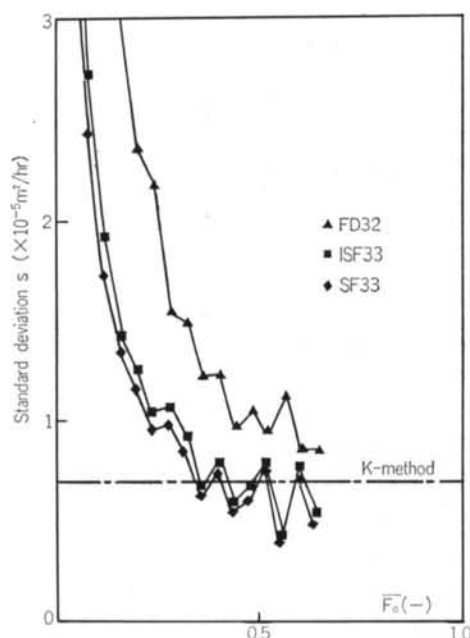
図—6 より, 同定された温度伝導率のばらつきは, 平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が 0.5 以下のところで大きくなる傾



図—4 K-method による温度伝導率の同定結果



図—5 H-method と K-method による温度伝導率の同定差



図—6 同定された温度伝導率の標準偏差

向を示していることが分かる。また、提案された同定式のうち FD 32 のばらつきが大きいことが分かる。

5.2 数値実験による温度伝導率の同定結果

数値実験による温度伝導率の同定結果およびばらつきを図—7、図—8 に示す。同定に用いられた温度の値は実験値の代わりに式(6)の厳密解の温度であり、仮定した温度伝導率、熱伝導率、熱流は 5.1 のポリカーボネート試料を用いた実験結果、および K-method による同定結果の値を用いた。厳密解の温度として、 10^{-5} 桁と 10^{-1} 桁のものを用いて数値実験を行なった。サンプリング区間は 0~772.0 秒で、最少時間刻みは 7.5 秒とした。温度伝導率の同定誤差 (ε) を次で示した。

$$\varepsilon = (a_{\text{H-method}} - a_{\text{assumed}}) / a_{\text{assumed}} \times 100 \quad (\%)$$

ここで、 a_{assumed} は仮定した温度伝導率である。

図—7 より、 10^{-5} 桁と 10^{-1} 桁の温度を用いた温度伝導率の同定誤差の傾向は、各々の提案された同定式 (SF 33, ISF 33, FD 32) に一致していることが分かる。

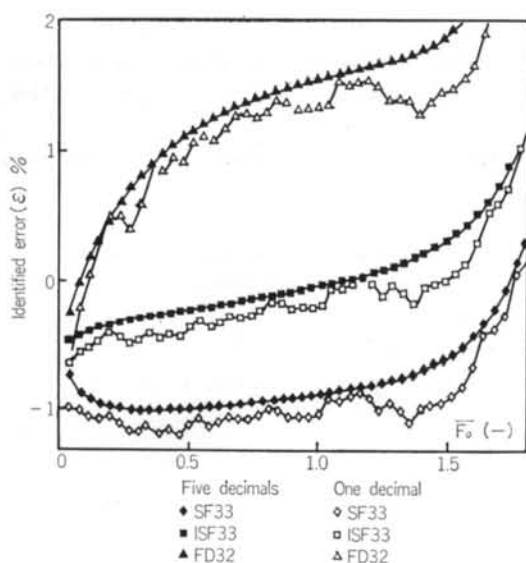
図—5 と図—7 の K-method との差 (δ) と同定誤差 (ε) を比較すると、いずれもその値の大きい方から FD 32, ISF 33, SF 33 となり、一致している。

同定誤差 (ε) は同定式 ISF 33 の場合が一番小さく、FD 32 の同定誤差はプラス側、SF 33 同定誤差はマイナス側であり、したがってポリカーボネート試料の温度伝導率は、図—5 において δ が +2% 程度であろうと推論される。

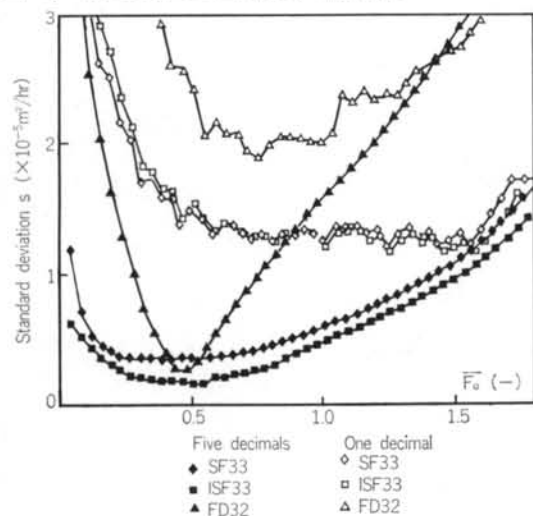
また、同定式 SF 33, ISF 33 の同定誤差 (ε) は、平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が 1.5 以下では一定の値を示していることが認められる。

図—8 には数値実験による温度伝導率のばらつきが示されるが、 10^{-5} 桁の温度を用いた場合より 10^{-1} 桁の方が大きい値を示すが、この値は図—6 に示されるポリカーボネート試料の温度伝導率のばらつきより大きくなっており、したがってポリカーボネート試料の同定精度は 10^{-1} 桁を用いた同定より良いと考えられる。

図—8 より、同定式 SF 33, ISF 33 のばらつきは 10^{-1} 桁の温度を用いた場合、平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が 0.5~



図一七 数値実験による温度伝導率の同定誤差



図一八 数値実験による温度伝導率のばらつき

1.5の間で、最小となっている。

同定式 FD 32 のばらつきは 10^{-1} 桁の温度を用いた場合、平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が 0.5 で最小となり、 10^{-1} 桁の温度を用いた場合、平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が 0.5~1.0 で最小となっている。

§ 6. 考察

本報告で提案された温度伝導率の同定式 (SF 33, ISF 33, FD 32) のうち、SF 33, ISF 33 による値が従来の片山法に最も良く一致しており、また、そのばらつきも小さい。したがって、温度伝導率の同定には SF 33, ISF 33 が適していると考えられる。また、これらの同定式のばらつきは平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が $0.5 \leq \bar{F}_0 \leq 1.5$ の範囲で一番小さくなっており、温度伝導率の同定条件となることが考察される。

また、温度伝導率の同定式に FD 32 を用いる場合、平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が $0.5 \leq \bar{F}_0 \leq 1.0$ の範囲が同定条件となる。

これらの結果は、前報告論文¹⁾に示される数値実験の結果と良く一致している。

§ 7. 結論

本提案の離散化近似式に基づく温度伝導率の同定法は従来の同定法に比べ、3~4%の誤差の精度で一致し、その同定式のうちスプライン関数法、数値補間法による同定式 ISF 33, SF 33 は、1~2%の誤差の精度で一致している。したがって、本提案による温度伝導率の同定法が十分な精度を有していると結論される。

また、差分法的应用による同定式 FD 32 より、ISF 33, SF 33 の方がばらつきが小さいことから、同定式 ISF 33, SF 33 の方が温度伝導率の同定法として有効である。

温度伝導率の同定式 ISF 33, SF 33 を用いる場合の適用条件は平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が 0.5~1.5 の範囲内であること、同定式 FD 32 を用いる場合適用条件は平均フーリエ数 ($\bar{F}_0$) が 0.5~1.0 の範囲内であることが結論される。

§ 8. 今後の課題

これらの実験結果を数値実験により再確認したいと考えている。さらに、逐次数値積分法による同定式等の提案、精度の確認を行なっていきたいと考えている。

謝辞 この実験にあたり、志鎌君、高野君、岡田君らの協力を得た。謝意を表す。

＜参考文献＞

- 1) T.Hane: "A Method for the Multidimensional Thermal Diffusivity Measurement by Means of the Variational Approximate Method and Multiple Linear Regression Analysis" Proceedings of 1st Japan Symposium on Thermophysical Properties (1980)
- 2) T.Hane: "System Identification of Multidimensional Thermal Diffusivity for Actual Structures (I)" Proceedings of 2nd Japan Symposium on Thermophysical Properties (1981)
- 3) T.Hane: "同上(Ⅲ)" (1982)
- 4) 羽根: "変分法および重回帰分析法による多次元方向の温度伝導率の算定" 清水建設研究所報 第34号 (1981年)
- 5) 羽根: "原位置での多次元方向温度伝導率の同定法(その1)" 清水建設研究所報 第35号 (1982年)
- 6) 羽根: "同上(その2)" 清水建設研究所報 第36号 (1982年)
- 7) 羽根: "重回帰分析法による温度伝導率の算定" 日本建築学会秋季大会(近畿)(昭和55年9月)
- 8) 羽根: "実構造体における多次元方向温度伝導率のシステム同定(その1)" 日本建築学会論文報告集(1982年8月)
- 9) 羽根: "同上(その2)" (投稿中)
- 10) 羽根: "同上(その3)" (投稿中)
- 11) 羽根: "同上(その4)" 日本建築学会秋季大会(東北)(昭和57年10月)
- 12) 片山他: "非定常熱伝導による熱的物性値測定法" 日本機械学会論文報告集(1968年)
- 13) Carslaw & Jaeger: "Conduction of Heat in Solids" Clarendon Press (1959)