

不飽和土の力学挙動に関する考察

— 3 相連続弾性体としてのアプローチ —

西 尾 伸 也

§ 1. まえがき

土は一般に、土粒子骨格(固相)およびその間隙に存在する間隙水(液相)、間隙空気(気相)の3相で構成されていて、間隙が完全に水に満たされている土を飽和土、そうでない土を不飽和土と呼んでいる。わが国のように多雨多湿で、地盤の地下水位の高いところでは、従来土質工学的に問題となる地盤の多くは飽和地盤であり、したがって研究の対象としても飽和土が中心であった³⁾。しかし、不飽和状態にある土は飽和土とは明らかに異なる力学挙動を示すことが知られており、実際に盛土・埋土といった人工地盤や自然斜面等で不飽和土に関する種々の問題が提起されてきている。こういった問題を解決するためには、不飽和土の力学特性を的確に把握し、それを記述できる応力～ひずみ関係式を求めることが不可欠であるが、不飽和土に関する研究の多くはまだ途上段階にあり、その挙動についての詳細な検討例はほとんどないのが現状である。

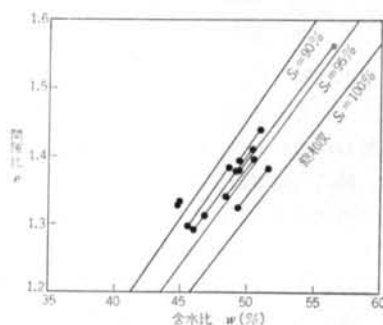
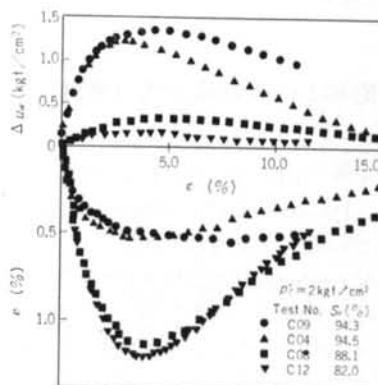
本報告は、不飽和土の応力～ひずみ関係式を求める第1ステップとして、土を3相(固相・液相・気相)で構成される連続弾性体であると仮定し、間隙水圧係数 B 値の一般式を導いた。さらに、泥岩塊で作成した不飽和供試体による静的および動的三軸試験の結果を踏まえて、 B 値より不飽和土のダイレイタンスー相当量、ポアソン比を推定する手法について検討を加えた。

§ 2. 不飽和土の力学挙動

不飽和土は、間隙に存在する空気のため、飽和土とかなり異なる力学挙動を示すことが明らかになっている。第三紀の泥岩地盤の掘削から生じた泥岩塊を所定の含水比で締め固めて作成した不飽和供試体($\phi 300\text{mm}$, $H600\text{mm}$)による静的および動的三軸試験の結果⁹⁾¹⁰⁾を用いて、不飽和土特有の力学挙動を以下に示す。

図-1は、等方圧密中の間隙比 e と含水比 $w(\%)$ の関係を示している。図中の実線は、飽和度 $S_r=100\%$ 、95%、90%の等飽和度線であるが、圧密過程での間隙比と含水比の変化は、この等飽和度線と平行であり、この程度の飽和度範囲($S_r=82\sim98\%$)では、圧密中飽和度は一定に保たれることが分かる⁹⁾。

図-2は、側圧一定非排水せん断試験中に発生した過剰間隙水圧 Δu_w 、体積ひずみ v とせん断ひずみ ϵ の関係を取って見たものである。間隙に圧縮性の高い空気を多く有している飽和度の低い供試体は、非排水試験中も大きな体積変化を生じ、それにともなって Δu_w は低下

図-1 等方圧密試験中の間隙比と含水比の変化⁹⁾図-2 非排水せん断試験中の Δu_w , v の変化¹⁰⁾

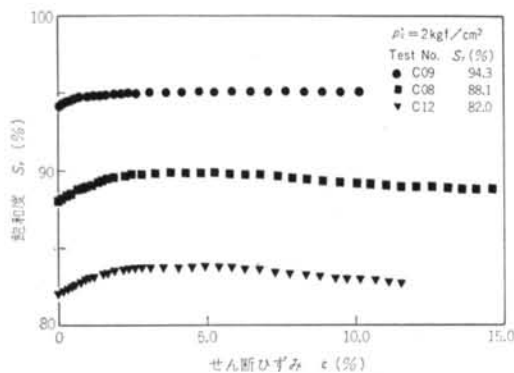


図-3 非排水せん断試験中の飽和度の変化

していることが分かる¹⁰⁾。土粒子・間隙水の圧縮性は間隙空気のものに比べると著しく低いので、非排水試験中に生じる体積変化は間隙空気の体積変化と考えて良い。

図-3は、図-2の体積変化特性から式(1)を用いて計算したせん断試験中の飽和度変化を示したものである。

$$S_r = \frac{S_{r0}}{\left(1 - \frac{v}{n_0}\right)} \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、 S_{r0} : せん断開始時の飽和度

v : 体積ひずみ

n_0 : せん断開始時の間隙率

図から、初期飽和度の低い供試体ほどせん断中大きな飽和度増加を示すことが分かり、 $S_{r0}=82.0\%$ で $(\Delta S_r)_{\max}=1.8\%$ 程度の増加が認められる。

図-4は、動的三軸試験から求めたポアソン比 ν と供試体の飽和度の関係を示したものである。図から明らかなように、ポアソン比の値は拘束圧よりも飽和度に大きく依存している。また、その変化は $S_r=95\%$ 未満では比較的小さいが、 $S_r=95\%$ を越えると急激に増大していくことが分かる⁹⁾。

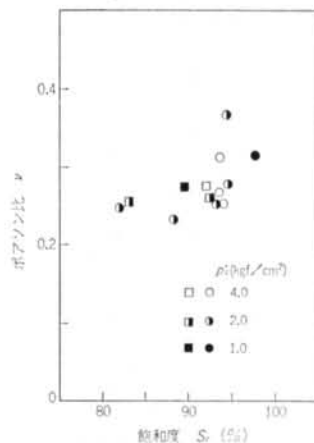
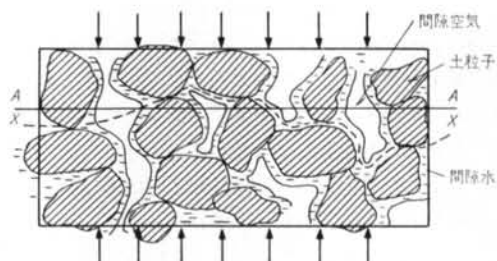


図-4 飽和度によるポアソン比の変化⁹⁾



全断面積: A 、土粒子接触面積: kA

空気と水の占める面積: $A - kA$

空気と水のうちで水の占める面積: $\chi(A - kA)$

空気と水のうちで空気の占める面積: $(1 - \chi)(A - kA)$

図-5 不飽和土内の力のつり合い²⁾

値をいかに表わすかによって種々の有効応力式が提案されている。その中で、最も一般的であるとされているのが Bishop による次の有効応力式⁹⁾である。

$$p' = p - u_a + \chi(u_a - u_w) \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに、 p' : 有効応力

p : 全応力

u_a : 間隙空気圧

u_w : 間隙水圧

χ : 飽和度・土の種類・応力経路等に関係するパラメータ

式(2)は、図-5に示したような土粒子骨格・間隙水・間隙空気から成る土のつり合い式を考えることにより求められる²⁾。すなわち、図のように土粒子間接点を連ねて断面 X-X を通して作用する力のつり合い式は次式で与えられる。

$$p = p' + (1 - k)\{\chi(u_a - u_w) + u_a\} \quad \cdots \cdots (3)$$

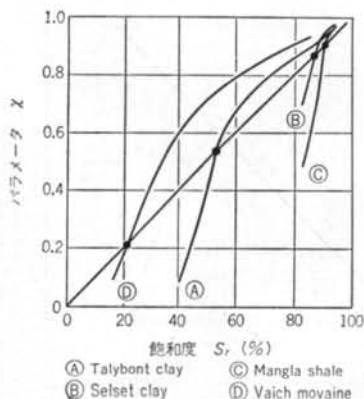
ここに、 k : 土粒子接触面積の全断面積に対する割合を表す係数

式(3)において $k=0$ とすると、Bishop の有効応力式(2)が

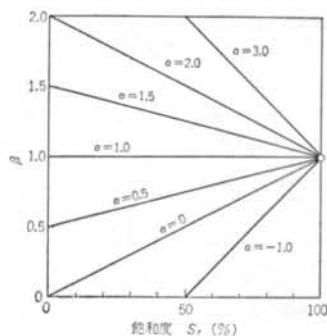
§ 3. 不飽和土の有効応力式の検討

「有効応力」とは、土の力学挙動を統一的に記述できるという意味で「有効」な応力と定義づけられ、飽和土に関しては、Terzaghi の有効応力式が近似的に有効応力を表わすことが明らかにされている。しかしながら、不飽和土に対する有効応力の原理はまだ確立されたものがないのが現状である³⁾。

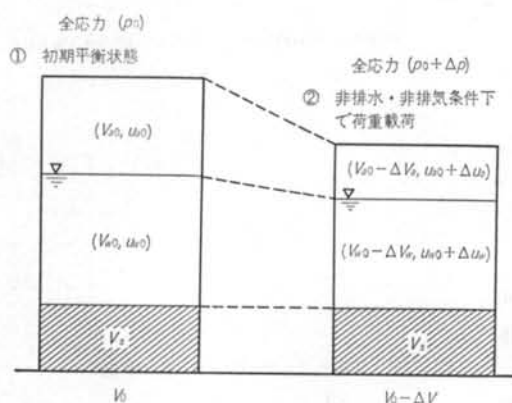
不飽和土は、固相・液相・気相の3相で構成され、間隙中の水と空気は表面張力のため、互いに異なる圧力のもとで平衡状態にあるとされ、間隙水圧と間隙空気圧の



図—6 χ と飽和度の関係



図—7 β と飽和度の関係



図—8 土要素に荷重増分 Δp を載荷した場合
求まる。

式(3)中でパラメータ χ の物理的意味は、図—5より間隙の空気と水のうちで水の占める面積比ということであり、近似的には飽和度と等しいとして差しつかえない。

図—6は、Bishop・Bligh⁷⁾ が種々の不飽和地盤材料について調べた $\chi \sim S_r$ 関係である。この図からも、 $S_r = 80\%$ 以上の限られた範囲内では、 $\chi \sim S_r$ と考えてもおおむね間違いのないことが分かる。

以上の考察を基に、本報告では次式で有効応力を定義した。

$$p' = p - \beta \cdot u_w \quad \dots\dots(4)$$

$$\text{ここに、} \beta = \alpha(1 - S_r) + S_r \quad \dots\dots(5)$$

α : 間隙圧比 (= u_a/u_w)

したがって、式(4)は $S_r = \chi$ のとき Bishop の有効応力式(2)となる。

図—7は、式(4)中の係数 β と飽和度の関係を間隙圧比 α をパラメータとして表わしたものである。 $S_r = 100\%$ では α の値によらず $\beta = 1$ となり、式(4)は Terzaghi の有効応力式となる。

	①	②
土要素体積	V_0	$V_0 - \Delta V$
間隙空気体積	V_{a0}	$V_{a0} - \Delta V_a$
間隙水体積	V_{w0}	$V_{w0} - \Delta V_w$
間隙空気圧	u_{a0}	$u_{a0} + \Delta u_a$
間隙水圧	u_{w0}	$u_{w0} + \Delta u_w$

§ 4. 間隙水圧係数 B 値

次に、有効応力式(4)を用いて、3相(固相・液相・気相)で構成される連続弾性体の間隙水圧係数 B 値について検討を加える。

いま、全応力 p_0 のもとで平衡状態にある土要素に、非排水・非排気条件下で荷重増分 Δp を載荷した場合を考える(図—8に模式図を示す)。

①、②における有効応力は、式(4)を用いて次式で表わすことができる。

$$\text{①: } p_0' = p_0 - \beta_0 \cdot u_{w0} \quad \dots\dots(6)$$

$$\text{②: } p_1' = (p_0 + \Delta p) - \beta_1(u_{w0} + \Delta u_w) \quad \dots\dots(7)$$

ここに、 β_0 、 β_1 はそれぞれ①、②における β の値である。したがって、①→②の有効応力の増加 $\Delta p'$ は次式で表わせる。

$$\begin{aligned} \Delta p' &= p_1' - p_0' \\ &= \Delta p - (\beta_1 - \beta_0)u_{w0} - \beta_1 \cdot \Delta u_w \quad \dots\dots(8) \end{aligned}$$

全応力増分 Δp による式(5)中の S_r 、 α の変化は小さい

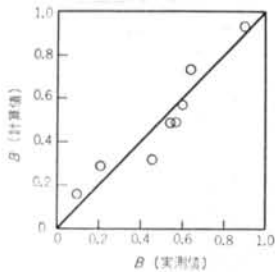


図-9 B値の実測値と計算値

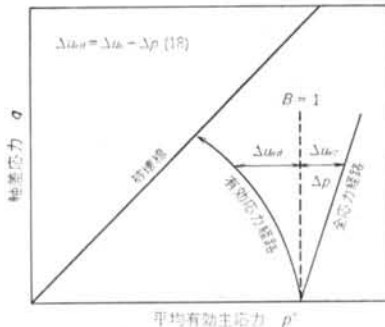


図-10 飽和土のダイレイタンシー相当量 Δu_{wd} として、 $\beta_0 = \beta_1 = \beta$ とおくと、式(8)は、

$$\Delta p' = \Delta p - \beta \cdot \Delta u_w \quad \dots\dots(9)$$

となる。また、①→②における間隙（液相・気相）の体積変化は、

$$\Delta V_w = n_w \cdot V_0 \cdot C_w \cdot \Delta u_w \quad \dots\dots(10)$$

$$\Delta V_a = n_a \cdot V_0 \cdot C_a \cdot \Delta u_a \quad \dots\dots(11)$$

ここに、 $n_w = \frac{V_{w0}}{V_0}$ 、 $n_a = \frac{V_{a0}}{V_0}$

C_w : 水の圧縮率

C_a : 空気の圧縮率 ($\approx 1/P_a$, P_a : 大気圧+バックプレッシャー)

と表わせ、非排水・非排気条件下の変形であることを考えると、次式が求まる。

$$\Delta V = \Delta V_w + \Delta V_a$$

$$C_b \cdot \Delta p' = n_w \cdot C_w \cdot \Delta u_w + n_a \cdot C_a \cdot \Delta u_a \quad \dots\dots(12)$$

ここに、 C_b : 土粒子骨格の圧縮率

したがって、式(9)、(12)より間隙水圧係数 B 値の一般形は次式のように表わせる。

$$B = \frac{\Delta u_w}{\Delta p'} = \frac{1}{\beta + n_w \cdot \frac{C_w}{C_b} + n_a \cdot \frac{C_a}{C_b}} \quad \dots\dots(13)$$

土が飽和しているとき、 $\beta=1$ 、 $n_w=n$ (間隙率)、 $n_a=0$ となり、式(13)は Skempton⁵⁾ の導いた次式と一致する。

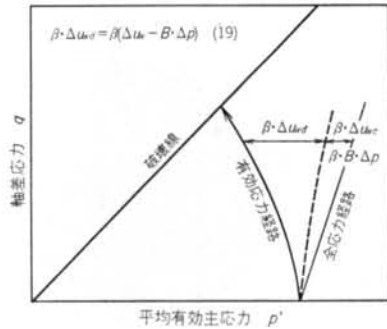


図-11 不飽和土のダイレイタンシー相当量 $\beta \cdot \Delta u_{wd}$

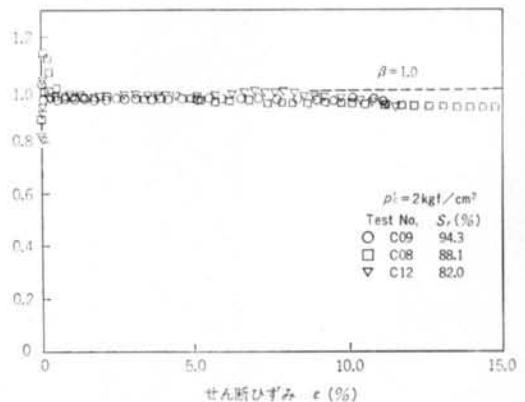


図-12 非排水せん断試験中の β の変化

$$B = \frac{1}{1 + n \frac{C_w}{C_b}} \quad \dots\dots(14)$$

また、土が不飽和の場合は水の圧縮率 C_w が空気の圧縮率 C_a に比べ無視できるほど小さい ($C_w \ll C_a$) ことを考えると、式(13)は、

$$B = \frac{1}{\beta + n \frac{C_a}{C_b}} \quad \dots\dots(15)$$

となる。

図-9は、 $\alpha = \beta = 1$ とし、 C_b は圧密過程中的の間隙比 $e \sim \ln p'$ 関係の傾き λ を用いて、

$$C_b = \frac{\lambda}{(1 + e_0)p'} \quad \dots\dots(16)$$

として求め、式(15)より計算した B 値と、圧密過程の最終荷重段階で実測した B 値を比較したものである。計算値と実測値は良い対応を示していることが分かる。

§ 5. 不飽和土のダイレイタンシー相当量

非排水せん断試験中生じる間隙水圧 Δu_w には、等方

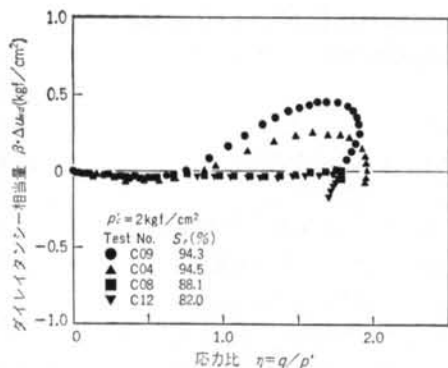


図-13 非排水せん断試験中のダイレイタンスー相当量の変化

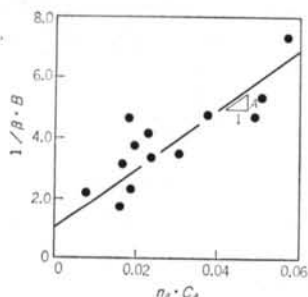


図-14 パラメータAの決定

応力成分 Δu_{wc} とせん断応力成分 Δu_{wd} があるとされている⁸⁾。

$$\Delta u_w = \Delta u_{wc} + \Delta u_{wd} \quad \dots\dots(17)$$

そして、この Δu_{wd} は排水せん断試験時のダイレイタンスーに良く対応していることから、一般にダイレイタンスー相当量と呼ばれている。土が飽和しているときは間隙水圧係数 B 値は 1 と考えて良いから、せん断中、全応力増分 Δp と等しい Δu_{wc} が発生する。したがって、

$$\Delta u_{wd} = \Delta u_w - \Delta p \quad \dots\dots(18)$$

となり、ダイレイタンスー相当量が計算できる (図-10 参照)。

土が不飽和の場合は、有効応力式(4)に基いて考えるとダイレイタンスー相当量は $\beta \cdot \Delta u_{wd}$ となる。また、間隙水圧係数 B 値も 1 とはならず、 $B \cdot \Delta p$ と等しい Δu_{wc} が発生する。したがって、不飽和土のダイレイタンスー相当量は次式で表され、

$$\beta \cdot \Delta u_{wd} = \beta(\Delta u_w - B \cdot \Delta p) \quad \dots\dots(19)$$

式中のパラメータ β , B を決定すれば計算できることになる (図-11)。

図-12は、非排水せん断試験中生じる体積変化 (図-2) を間隙空気体積変化によるものと考え、式(1)から間隙空気圧 Δu_a を求めて、せん断中の β 変化を式(5)で計算したものである。 β の値は、せん断の進行に伴いわず

かながら減少する傾向が見られるが、供試体の飽和度の影響はほとんどないことが分かる。

式(5)から求めた α , β , さらに式(10)を用いて間隙水圧係数 B 値は式(11)より求めることができ、ダイレイタンスー相当量 $\beta \cdot \Delta u_{wd}$ が式(19)より計算できる。図-13は、このようにして求めた $\beta \cdot \Delta u_{wd}$ のせん断の進行に伴う変化を、横軸に応力比を取って調べたものである。飽和度の増加に伴いダイレイタンスーは体積圧縮傾向が卓越し、より正規圧密土的な特性を示すことが分かる⁹⁾。

§ 6. ポアソン比

飽和土のポアソン比については、従来土を 2 相 (固相・液相) で構成される連続弾性体であるとし、間隙水圧係数 B 値を 1 とおいて求めた次のような推定式が提案されている¹⁾。

$$\nu = \frac{1}{2}(1 - n \cdot C_w \cdot G) \quad \dots\dots(20)$$

ここに、 G : せん断剛性率

しかし、不飽和土の場合あるいは飽和していても剛性が高く $B \approx 1$ とならない (すなわち、式(20)で $C_b \gg C_w$ とできない) 土の場合は、式(20)は適用できない。そこで、前述 § 4. で導いた間隙水圧係数 B 値の一般式(13)を使って(20)より広範な土について、そのポアソン比の値を推定する手法を検討してみる。

3 相で構成される土要素に全応力増分 $\Delta \sigma_1$, $\Delta \sigma_2$, $\Delta \sigma_3$ が与えられたときを考える。微小ひずみ領域では、土粒子骨格の主ひずみ ε_1 は、有効主応力増分 $\Delta \sigma_1'$, $\Delta \sigma_2'$, $\Delta \sigma_3'$ と、土粒子骨格のヤング係数 E_b およびポアソン比 ν_b を用いて次式のように表わせる。

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_b} [\Delta \sigma_1' - \nu_b(\Delta \sigma_2' + \Delta \sigma_3')] \quad \dots\dots(21)$$

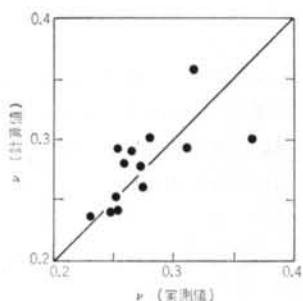
ここで、式(21)を有効応力式(4)を用いて全応力増分で表わし、さらに間隙水圧係数 B 値 ($= 3\Delta u_w / (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3)$) を用いて整理すると次式が得られる。

$$\varepsilon_1 = \frac{3 - \beta \cdot B(1 - 2\nu_b)}{3E_b} \cdot \left[\Delta \sigma_1 - \frac{3\nu_b + \beta \cdot B(1 - 2\nu_b)}{3 - \beta \cdot B(1 - 2\nu_b)} (\Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) \right] \quad \dots\dots(22)$$

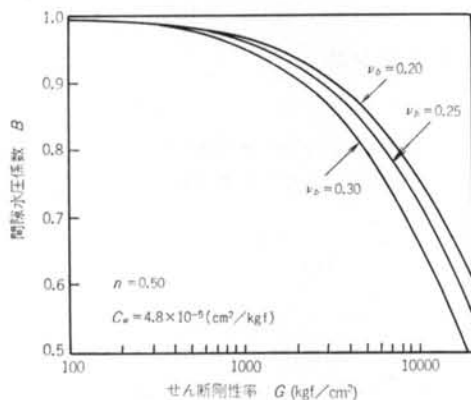
したがって、全応力増分についてのヤング係数、ポアソン比は、

$$E = \frac{3E_b}{3 - \beta \cdot B(1 - 2\nu_b)} \quad \dots\dots(23)$$

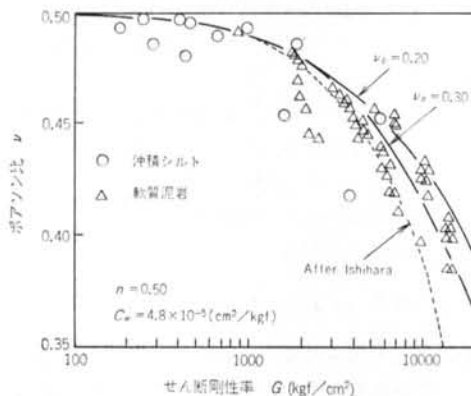
$$\nu = \frac{3\nu_b + \beta \cdot B(1 - 2\nu_b)}{3 - \beta \cdot B(1 - 2\nu_b)} \quad \dots\dots(24)$$



図—15 ポアソン比の実測値と計算値



図—16 B 値の変化



図—17 ポアソン比とせん断剛性率の関係

となる¹¹⁾。上式より、非排水状態での土のポアソン比は ν_0 , B , β の値を求めれば推定することができる。

不飽和土の場合、 $\beta \cdot B$ の値は式(23)を用いて次式のように表わせる。

$$\beta \cdot B = \frac{1}{1 + A \cdot n_a \cdot C_a} \quad \dots\dots(25)$$

ここに、 $A = a/\beta \cdot C_b$

図—15は、式(25)中のパラメータ A を求めるため、縦軸

に式(23)を用いて計算した $1/\beta \cdot B$ 、横軸に $n_a \cdot C_a$ を取り、動的三軸試験結果をプロットしたものである。ただし、土粒子骨格のポアソン比 ν_0 の値は、既往の動的排水試験結果を参考に 0.2 とした。式(24)が示すように、両者の関係を 1.0 を切片とする直線で近似すると、 $A=97$ が得られる。

図—15は、この値を用いて式(24)から計算したポアソン比と実測したポアソン比を比較したものである。両者は比較的良く一致し、不飽和土のポアソン比の推定について式(24)の妥当性が確かめられた。

飽和土の場合、間隙水圧係数 B 値は式(24)となるが、さらに土粒子骨格のせん断剛性率 G_0 と非排水状態での G が等しいと仮定すれば、土粒子骨格の圧縮率 C_b は ν_0 と G で表わせるので、 $\beta \cdot B (=B)$ は次式で与えられる。

$$\beta \cdot B = B = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot n \cdot C_a \frac{1 + \nu_0}{1 - 2\nu_0} \cdot G} \quad \dots\dots(26)$$

$n=0.5$ の場合について、式(26)から求めた G と B の関係を、土粒子骨格のポアソン比 ν_0 をパラメータにして図—16に示した。 B 値はせん断剛性率の増加に伴い減少していくことが分かる。

図—17は、種々の飽和地盤で行なった PS 検層結果から求めた、せん断剛性率とポアソン比の値をプロットしたものであり、図中の実線は式(24)から推定した値、破線は式(20)から推定した値である。式(24)による推定値は実測値と比較的良く一致し、剛性がかなり高い土に対しても式(24)の妥当性が確認された。

§ 7. 結論

不飽和土の力学特性を解明する第1ステップとして、土を土粒子骨格、間隙水および間隙空気の3相で構成される連続弾性体と仮定し、その力学挙動を検討した結果以下のことが明らかになった。

(1)提案した有効応力式を用いることによって間隙水圧係数 B 値の一般式が導かれ、この式による推定値は等方圧密試験中の実測値と良く一致している。

(2) B 値の一般式を用いて非排水せん断試験中の B 値を推定することにより、不飽和土のダイレイタンスー相当量を計算することが可能である。

(3) B 値の一般式を用いることにより、不飽和土、剛性が高い土に対してもそのポアソン比の値が推定でき、推定値は実測値と良く一致している。

<参考文献>

- 1) 石原研而: “飽和土のボアソン比” 第26回土木学会年次学術講演会講演集 (1971年)
- 2) 軽部大蔵・苗村康造・森田登・岩崎哲雄: “不飽和土の力学的性質に関する基礎的研究” 土木学会論文報告集第26号 (1978年)
- 3) 足立紀尚・岡二三生: “不飽和土の試験法と力学挙動” 土と基礎 Vol. 29, No. 6 (1981年)
- 4) 足立紀尚・龍岡文夫: “新体系土工学の土の力学(Ⅲ)” 技報堂出版 (1981年)
- 5) A.W. Skempton: “Pore Pressure Coefficients A and B ” *Géotechnique*, Vol. 4, No. 4 (1954)
- 6) A.W. Bishop: “Measurements of Pore Pressure in the Triaxial Test” *Proc. Conf. Pore Pressure and Suction in Soils* (1960)
- 7) A.W. Bishop & G.E. Blight: “Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soils” *Géotechnique*, Vol. 13, No. 3 (1963)
- 8) K.Y. Lo: “Pore Pressure-Strain Relationship of Normally Consolidated Undisturbed Clays” *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 6, No. 4 (1969)
- 9) 社本康広・西尾伸也: “締固めた砂および泥岩塊の動的変形特性” 清水建設研究所報 Vol. 37 (1983年)
- 10) 西尾伸也・社本康広: “泥岩塊の工学的性質に関する実験的研究 (その2)” 第17回土質工学会研究発表会 (1982年)
- 11) 西尾伸也・社本康広: “非排水条件下における動的ボアソン比に関する考察” 第18回土質工学会研究発表会 (1983年)

