U.D.C. 536.023：536.4：536.5

原位置における熱物性の同時測定法（その1）

羽　根　　義
（技術研究所）

§1. はじめに

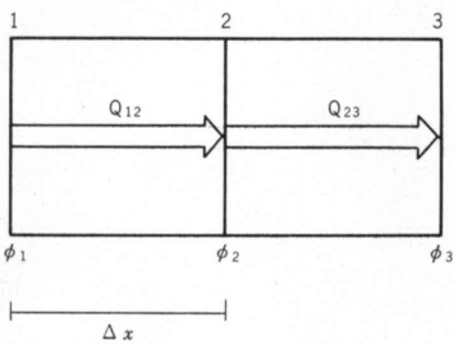
従来の熱物性の測定法は，全て熱伝導方程式の厳密解に基づいている．しかし，厳密解はほとんどの場合得ることができず，その結果限定された測定条件，例えば初期温度分布は一定であること，境界条件として一定の熱流を与えなければならないこと，あるいは精度の高い正弦温度波を与えなければならないこと等が生じ，その測定条件を満足するような複雑な測定装置が必要となっているのが現状のようである．

この複雑な制御装置のために，小さな試料（1～5㎜厚程度）を用いて熱物性を測定するのが一般的であり，金属のような均一試料に対しては精度良く測定することが可能であるが一方，含水材料，空隙率の大きい材料，熱的異方性材料等の，その場とその実大寸法において持っている熱的性状で測定することは困難である．

筆者は，含水材料等の温度伝導率を原位置において直接測定する方法を確立しつつあるが，本論文では熱伝導率，温度伝導率（熱容量）を同時に原位置において直接測定する方法についてその理論展開を述べる．

＜使用記号＞

q: 流入出熱流（kcal/㎡h）
Q: 流入出熱量（kcal/㎡）
λ: 熱伝導率（kcal/mh℃）
Δx: 空間刻み（m）
Δt: 時間刻み（hr）
C_p: 比熱（kcal/kg℃）
γ: 比重量（kg/㎥）
$C_p\gamma$: 熱容量（kcal/㎥℃）
a: 温度伝導率（㎡/hr）
ϕ: 温度（℃）



図—1

§2. 原位置における熱物性の測定式の概要

熱量Qは，$Q=q\times\Delta t$ で示される．すなわち，Qは Δt 間に流入する熱量である．

2.1 差分法による測定法

図—1において，1→2へ Δt 間で流入する熱量 Q_{12} は，

$$Q_{12}=\frac{\lambda}{\Delta x}(\phi_1-\phi_2)\Delta t \qquad \cdots\cdots(1)$$

で示される．同様に2→3へ Δt 間で流出する熱量 Q_{23} は，

$$Q_{23}=\frac{\lambda}{\Delta x}(\phi_2-\phi_3)\Delta t \qquad \cdots\cdots(2)$$

である．また，温度上昇に用いられる熱量を Q_2 とすると，

$$Q_2=C_p\gamma\Delta x\frac{{}_t\phi_2-\phi_2}{\Delta t}\Delta t \qquad \cdots\cdots(3)$$

で示される．ここで，

$$\frac{Q_{12}+{}_tQ_{12}}{2}-\frac{Q_{23}+{}_tQ_{23}}{2}\cong Q_2 \qquad \cdots\cdots(4)$$

とすると，式(1)，(2)，(3)より以下の式で表わされる．

$$\frac{1}{2}(Q_{12}+{}_tQ_{12})-\frac{1}{2}\cdot\frac{\lambda}{\Delta x}\Delta t\{({}_t\phi_2-{}_t\phi_3)+(\phi_2-\phi_3)\}=C_p\gamma\Delta x\{{}_t\phi_2-\phi_2\} \qquad \cdots\cdots(5)$$

式(5)を以下の形式で表わすことにする．

$$\frac{1}{2}(Q_{12}+{}_tQ_{12})-\frac{1}{2}\cdot\frac{\lambda}{\Delta x}\Delta t\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & -1\end{bmatrix}=C_p\gamma\Delta x\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(6)$$

式(6)を Δt で割ると，

$$\frac{1}{2\Delta t}(Q_{12}+{}_tQ_{12})-\frac{\lambda}{2\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & -1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{\Delta t}\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(7)$$

$Q=q\times\Delta t$ より，

$$\frac{1}{2}(q_{12}+{}_tq_{12})-\frac{\lambda}{2\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & -1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{\Delta t}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(8)$$

同様に Δt 時間ずらした式は，

$$\frac{1}{2}({}_tq_{12}+{}_{tt}q_{12})-\frac{\lambda}{2\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{\Delta t}\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(9)$$

で表わされる．

式(8)，(9)を次の文字式で置き換える．

$$q_0-\alpha A_0=\beta B_0 \qquad \cdots\cdots(10)$$

$$q_1-\alpha A_1=\beta B_1 \qquad \cdots\cdots(11)$$

式(10)，(11)より α，β を求めると，

$$\alpha=\frac{q_1B_0-q_0B_1}{A_1B_0-A_0B_1} \qquad \cdots\cdots(12)$$

$$\beta=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_1B_0-A_0B_1} \qquad \cdots\cdots(13)$$

ゆえに，

$$\frac{\lambda}{2\Delta x}=\alpha \text{ より，}\quad \lambda=\frac{q_1B_0-q_0B_1}{A_1B_0-A_0B_1}\cdot 2\Delta x \qquad \cdots\cdots(14)$$

$$\frac{C_p\gamma\Delta x}{\Delta t}=\beta \text{ より，}\quad C_p\gamma=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_1B_0-A_0B_1}\cdot\frac{\Delta t}{\Delta x} \qquad \cdots\cdots(15)$$

式(14)，(15)は各々熱伝導率，熱容量を求める式であり，また式(14)，(15)より温度伝導率 a を求めることができる．すなわち，$a=\lambda/C_p\gamma$ となる．一方，温度伝導率を直接求める方法として前報で示された式として，

$$\mathrm{FD\ 32}=a\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}=2\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix}\Big/\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\\ 1 & -2 & 1\end{bmatrix}$$

がある．

2.2 スプライン法による測定式

図―1において，1→2 へ $2\Delta t$ 間に流入する熱量 Q_{12} を次式とする．

$$Q_{12}\cong\frac{\lambda}{\Delta x}\left[\int_{t_0}^{t_2}\{\phi(x_0,t)-\phi(x_1,t)\}dt/2\Delta t\right]2\Delta t \qquad \cdots\cdots(16)$$

同様に，2→3 へ $2\Delta t$ 間に流入する熱量 Q_{23} を次式とする．

$$Q_{23}\cong\frac{\lambda}{\Delta x}\left[\int_{t_0}^{t_2}\{\phi(x_1,t)-\phi(x_2,t)\}dt/2\Delta t\right]2\Delta t \qquad \cdots\cdots(17)$$

温度上昇に用いられる熱量 Q_2 を次式とする．

$$Q_2=C_p\gamma\Delta x\left[\int_{x_0}^{x_2}\{\phi(x,t_2)-\phi(x,t_0)\}dx/2\Delta x\right] \qquad \cdots\cdots(18)$$

$\int_{y_0}^{y_2}f(y)dy\cong\frac{\Delta y}{3}(f_0+4f_1+f_2)$（シンプソンの公式）より式(17)，(18)は以下の形式で表わされる．

$$Q_{23}=\frac{\lambda}{\Delta x}\cdot\frac{\Delta t}{3}\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\0 & 4 & -4\\0 & 1 & -1\end{bmatrix}\frac{2\Delta t}{2\Delta t}=\frac{\lambda\Delta t}{3\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\0 & 4 & -4\\0 & 1 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(19)$$

$$Q_2=C_p\gamma\Delta x\frac{\Delta x}{3}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{2\Delta x}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{6}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(20)$$

式(16)より，

$$Q_{12}=\int_{t_0}^{t_2}\frac{\lambda}{\Delta x}\{\phi(x_0,t)-\phi(x_1,t)\}dt$$

$$=\frac{\lambda}{\Delta x}\cdot\frac{\Delta t}{3}\Big[\{\phi(x_0,t_0)-\phi(x_1,t_0)\}+4\{\phi(x_0,t_1)-\phi(x,t_1)\}+\{\phi(x_0,t_2)-\phi(x_1,t_2)\}\Big]$$

$$=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1\\4\\1\end{bmatrix}_q\Delta t$$

$$\because\quad \frac{\lambda}{\Delta x}\{\phi(x_0,t_0)-\phi(x_1,t_0)\}=q \quad \cdots\cdots(21)$$

よって，式(19)，(20)，(21)より，

$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1\\4\\1\end{bmatrix}_q\Delta t-\frac{\lambda\Delta t}{3\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\0 & 4 & -4\\0 & 1 & -1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{6}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(22)$$

式(21)の両辺に$\frac{3}{\Delta t}$を掛けると，

$$\begin{bmatrix}1\\4\\1\end{bmatrix}_q-\frac{\lambda}{\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\0 & 4 & -4\\0 & 1 & -1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{2\Delta t}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(23)$$

式(23)より，

$$\begin{bmatrix}0\\1\\4\\1\end{bmatrix}_q-\frac{\lambda}{\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 1 & -1\\0 & 4 & -4\\0 & 1 & -1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{2\Delta t}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(24)$$

$$\begin{bmatrix}1\\4\\1\\0\end{bmatrix}_q-\frac{\lambda}{\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\0 & 4 & -4\\0 & 1 & -1\\0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{2\Delta t}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\\0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(25)$$

式(24)，(25)を以下の文字式で置き換える．

$$q_0-\alpha A_0=\beta B_0 \quad \cdots\cdots(26)$$

$$q_1-\alpha A_1=\beta B_1 \quad \cdots\cdots(27)$$

式(26)，(27)より α，β を求めると，

$$\alpha=\frac{q_1B_0-q_0B_1}{A_1B_0-A_0B_1} \quad \cdots\cdots(28)$$

$$\beta=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_1B_0-A_0B_1} \quad \cdots\cdots(29)$$

ゆえに，

$$\frac{\lambda}{\Delta x}=\alpha \text{ より，}\qquad \lambda=\frac{q_1B_0-q_0B_1}{A_1B_0-A_0B_1}\cdot\Delta x \quad \cdots\cdots(30)$$

$$\frac{C_p\gamma\Delta x}{2\Delta t}=\beta \text{ より，}\qquad C_p\gamma=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_1B_0-A_0B_1}\cdot\frac{2\Delta t}{\Delta x} \quad \cdots\cdots(31)$$

式(30)，(31)は熱伝導率，熱容量を求める式であり，温度伝導率 a は $a=\lambda/C_p\gamma$ より求められる．

2.3 P-スプライン法による測定式

P-スプラインによる端条件は，

$$M_0=M_1=M_2=\frac{y_0-2\,y_1+y_2}{(\Delta x)^2} \qquad \cdots\cdots(32)$$

であり，スプライン関数 $S(x)$ の第1次導関数 $S'(x)$ は次式で示される．

$$S'(x)=-M_0\frac{(x_1-x)^2}{2\Delta x}+M_1\frac{(x-x_0)^2}{2\Delta x}+\frac{y_1-y_0}{\Delta x}-\frac{M_1-M_0}{6}\Delta x \qquad \cdots\cdots(33)$$

したがって，式(32)，(33)より $x=0$ での $S'(x_0)$ は次式となる．

$$S'(x_0)=-M_0\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta x}+\frac{y_1-y_0}{\Delta x}=-\frac{y_6-2\,y_1+y_2}{(\Delta x)^2}\cdot\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta x}+\frac{y_1-y_0}{\Delta x}=-\frac{y_0-2\,y_1+y_2}{2\,\Delta x}+\frac{y_1-y_0}{\Delta x}$$

$$=\frac{1}{2\Delta x}(-y_0+2\,y_1-y_2+2\,y_1-2\,y_0)=\frac{1}{2\Delta x}(-3y_0+4y_1-y_2) \qquad \cdots\cdots(34)$$

一方，$x=0$ 面で t_i 時刻で流入する熱流 q_{t_i} は次式で示される．

$$q_{t_i}=-\lambda\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{x=0} \qquad \cdots\cdots(35)$$

式(34)，(35)より，

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{x=0}=S'(x_0)$$

となるから，

$$q_{t_i}=\frac{\lambda}{2\Delta x}(-3\phi_0+4\phi_1-\phi_2)_{\,t=t_i} \qquad \cdots\cdots(36)$$

$t_0\sim t_2$ 間に流入する熱量 Q_t を式(36)の積分式で表現すると，

$$Q_t=-\frac{\lambda}{2\Delta x}\int_{t_0}^{t_2}\{-3\phi_0(t)+4\phi_1(t)-\phi_2(t)\}dt \qquad \cdots\cdots(37)$$

シンプソンの公式より式(37)は，

$$Q_t=\frac{\lambda}{2\Delta x}\cdot\frac{\Delta t}{3}\begin{bmatrix}-3 & 4 & -1\\ -12 & 16 & -4\\ -3 & 4 & -1\end{bmatrix}=\frac{\lambda\Delta t}{6\Delta x}\begin{bmatrix}-3 & 4 & -1\\ -12 & 16 & -4\\ -3 & 4 & -1\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(38)$$

と表わせる．

流入する熱流 q_t と $t_0\sim t_2$ 間に流入する熱量 Q_t とは次の関係をもつ．

$$Q_t=q_t\cdot 2\Delta t \qquad \cdots\cdots(39)$$

また，系での熱収支は次式で表わされる．

$$\frac{\lambda\Delta t}{\Delta x}\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\\ 4 & -8 & 4\\ 1 & -2 & 1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{2}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & -4 & -1\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(40)$$

2.3.1 P-スプライン法による測定式

式(40)の左辺を変形して，

$$\frac{\lambda\Delta t}{6\Delta x}\begin{bmatrix}-3 & 4 & -1\\ -12 & 16 & -4\\ -3 & 4 & -1\end{bmatrix}+\frac{\lambda\Delta t}{6\Delta x}\begin{bmatrix}4 & -6 & 2\\ 16 & -24 & 8\\ 4 & -6 & 2\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{12}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & -4 & -1\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(41)$$

式(41)に式(37)を代入すると，

$$-Q_t+\frac{\lambda\Delta t}{3\Delta x}\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ 8 & -12 & 4\\ 2 & -3 & 1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{12}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & -4 & -1\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(42)$$

さらに，式(39)を代入すると，

$$-q_t+\frac{\lambda}{6\Delta x}\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ 8 & -12 & 4\\ 2 & -3 & 1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{24\Delta t}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(43)$$

ここで，平均熱流 $\overline{q_t}$ を次式で表現すると，

$$\overline{q_t}=\frac{1}{2\Delta t}\int_{t_0}^{t_2}q(t)dt \quad \cdots\cdots(44)$$

シンプソンの公式より，

$$\overline{q_t}=\frac{1}{2\Delta t}\cdot\frac{\Delta t}{3}\begin{bmatrix}1\\ 4\\ 1\end{bmatrix}_q=\frac{1}{6}\begin{bmatrix}1\\ 4\\ 1\end{bmatrix}_q \quad \cdots\cdots(45)$$

ただし，$\begin{bmatrix}1\\ 4\\ 1\end{bmatrix}_q$ は t_0，t_1，t_2 での熱流の合計を示す．

式(43)，(45)より，

$$-\begin{bmatrix}1\\ 4\\ 1\end{bmatrix}_q+\frac{\lambda}{\Delta x}\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ 8 & -12 & 4\\ 2 & -3 & 1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{4\Delta x}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(46)$$

式(46)より，

$$-\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 4\\ 1\end{bmatrix}_q+\frac{\lambda}{\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 2 & -3 & 1\\ 8 & -12 & 4\\ 2 & -3 & 1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{4\Delta t}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(47)$$

$$-\begin{bmatrix}1\\ 4\\ 1\\ 0\end{bmatrix}_q+\frac{\lambda}{\Delta x}\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ 8 & -12 & 4\\ 2 & -3 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{4\Delta t}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & -4 & -1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(48)$$

式(47)，(48)を以下の文字式で置き換える．

$$-q_0+\alpha A_0=\beta B_0 \quad \cdots\cdots(49)$$

$$-q_1+\alpha A_1=\beta B_1 \quad \cdots\cdots(50)$$

式(49)，(50)より α，β を求めると，

$$\alpha=\frac{q_0B_1-q_1B_0}{A_0B_1-A_1B_0} \quad \cdots\cdots(51)$$

$$\beta=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_0B_1-A_1B_0} \quad \cdots\cdots(52)$$

ゆえに，

$$\alpha=\frac{\lambda}{\Delta x}\text{より，}\qquad \lambda=\frac{q_0B_1-q_1B_0}{A_0B_1-A_1B_0}\cdot\Delta x \quad \cdots\cdots(53)$$

$$\beta=\frac{C_p\gamma\Delta x}{4\Delta t}\text{より，}\qquad C_p\gamma=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_0B_1-A_1B_0}\cdot\frac{4\Delta t}{\Delta x} \quad \cdots\cdots(54)$$

式(53)，(54)は熱伝導率，熱容量を求める式であり，温度伝導率 a は $a=\lambda/C_p\gamma$ より求めることができる．

2.3.2 P-スプライン法による測定式

式(40)より別の展開をすると，

$$\frac{\lambda\Delta t}{6\Delta x}\begin{bmatrix}-3 & 4 & -1\\ -12 & 16 & -4\\ -3 & 4 & -1\end{bmatrix}+\frac{\lambda\Delta t}{6\Delta x}\begin{bmatrix}5 & -8 & 3\\ 20 & -32 & 12\\ 5 & -8 & 3\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{6}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(55)$$

$$-Q_t+\frac{\lambda\Delta t}{6\Delta x}\begin{bmatrix}5 & -8 & 3\\20 & -32 & 12\\5 & -8 & 3\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{6}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(56)$$

$$-q_t+\frac{\lambda}{12\Delta x}\begin{bmatrix}5 & -8 & 3\\20 & -32 & 12\\5 & -8 & 3\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{12\Delta t}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(57)$$

$$-\begin{bmatrix}1\\4\\1\end{bmatrix}_q+\frac{\lambda}{2\Delta x}\begin{bmatrix}5 & -8 & 3\\20 & -32 & 12\\5 & -8 & 3\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{2\Delta t}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(58)$$

式(58)より，

$$-\begin{bmatrix}0\\1\\4\\1\end{bmatrix}_q+\frac{\lambda}{2\Delta x}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\5 & -8 & 3\\20 & -32 & 12\\5 & -8 & 3\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{2\Delta t}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(59)$$

$$-\begin{bmatrix}1\\4\\1\\0\end{bmatrix}_q+\frac{\lambda}{2\Delta x}\begin{bmatrix}5 & -8 & 3\\20 & -32 & 12\\5 & -8 & 3\\0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{2\Delta t}\begin{bmatrix}1 & 4 & 1\\0 & 0 & 0\\-1 & -4 & -1\\0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(60)$$

式(59)，(60)を以下の文字式で置き換える．

$$-q_0+\alpha A_0=\beta B_0 \quad \cdots\cdots(61)$$

$$-q_1+\alpha A_1=\beta B_1 \quad \cdots\cdots(62)$$

式(61)，(62)より α，β を求めると，

$$\alpha=\frac{q_0B_1-q_1B_0}{A_0B_1-A_1B_0} \quad \cdots\cdots(63)$$

$$\beta=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_0B_1-A_1B_0} \quad \cdots\cdots(64)$$

ゆえに，

$$\frac{\lambda}{2\Delta x}=\alpha \text{ より，} \qquad \lambda=\frac{q_0B_1-q_1B_0}{A_0B_1-A_1B_0}\cdot 2\Delta x \quad \cdots\cdots(65)$$

$$\frac{C_p\gamma\Delta x}{2\Delta t}=\beta \text{ より，} \qquad C_p\gamma=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_0B_1-A_1B_0}\cdot\frac{2\Delta t}{\Delta x} \quad \cdots\cdots(66)$$

式(65)，(66)は各々熱伝導率，熱容量を求める式であり，温度伝導率 a は $a=\lambda/C_p\gamma$ より求めることができる．

2.4 P-スプライン補間同定式による測定式

P-スプライン補間同定式は次式で表わされる．

$$\frac{\lambda\Delta t}{\Delta x}\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\\4 & -8 & 4\\1 & -2 & 1\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{16}\begin{bmatrix}5 & 38 & 5\\0 & 0 & 0\\-5 & -38 & -5\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(67)$$

式(67)を変形して，

$$\frac{\lambda\Delta t}{6\Delta x}\begin{bmatrix}-3 & 4 & -1\\-12 & 16 & -4\\-3 & 4 & -1\end{bmatrix}+\frac{\lambda\Delta t}{6\Delta x}\begin{bmatrix}4 & -6 & 2\\16 & -24 & 8\\4 & -6 & 2\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{96}\begin{bmatrix}5 & 38 & 5\\0 & 0 & 0\\-5 & -38 & -5\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(68)$$

式(68)は，式(38)，(39)より次のように表わされる．

$$-q_t+\frac{\lambda}{12\Delta x}\begin{bmatrix}4 & -6 & 2\\16 & -24 & 8\\4 & -6 & 2\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\Delta x}{192\Delta t}\begin{bmatrix}5 & 38 & 5\\0 & 0 & 0\\-5 & -38 & -5\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(69)$$

さらに，式(44)より次のように表わされる．

$$-\begin{bmatrix}1\\4\\1\end{bmatrix}+\frac{\lambda}{2\varDelta x}\begin{bmatrix}4&-6&2\\16&-24&8\\4&-6&2\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\varDelta x}{32\varDelta t}\begin{bmatrix}5&38&5\\0&0&0\\-5&-38&-5\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(70)$$

式(70)より，

$$-\begin{bmatrix}0\\1\\4\\1\end{bmatrix}+\frac{\lambda}{2\varDelta x}\begin{bmatrix}0&0&0\\4&-6&2\\16&-24&8\\4&-6&2\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\varDelta x}{32\varDelta t}\begin{bmatrix}0&0&0\\5&38&5\\0&0&0\\-5&-38&-5\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(71)$$

$$-\begin{bmatrix}1\\4\\1\\0\end{bmatrix}+\frac{\lambda}{2\varDelta x}\begin{bmatrix}4&-6&2\\16&-24&8\\4&-6&2\\0&0&0\end{bmatrix}=\frac{C_p\gamma\varDelta x}{32\varDelta t}\begin{bmatrix}5&38&5\\0&0&0\\-5&-38&-5\\0&0&0\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(72)$$

式(71)，(72)を以下の文字式で置き換える．

$$-q_0+\alpha A_0=\beta B_0 \quad \cdots\cdots(73)$$

$$-q_1+\alpha A_1=\beta B_1 \quad \cdots\cdots(74)$$

式(73)，(74)より α，β を求めると，

$$\alpha=\frac{q_0B_1-q_1B_0}{A_0B_1-A_1B_0} \quad \cdots\cdots(75)$$

$$\beta=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_0B_1-A_1B_0} \quad \cdots\cdots(76)$$

ゆえに，

$$\frac{\lambda}{2\varDelta x}=\alpha \text{ より，} \quad \lambda=\frac{q_0B_1-q_1B_0}{A_0B_1-A_1B_0}\cdot 2\varDelta x \quad \cdots\cdots(77)$$

$$\frac{C_p\gamma\varDelta x}{32\varDelta t}=\beta \text{ より，} \quad C_p\gamma=\frac{q_0A_1-q_1A_0}{A_0B_1-A_1B_0}\cdot\frac{32\varDelta t}{\varDelta x} \quad \cdots\cdots(78)$$

式(77)，(78)は各々熱伝導率，熱容量を求める式であり，温度伝導率 a は $a=\lambda/C_p\gamma$ より求めることができる．

§ 3. 今後の課題

原位置での熱物性の同時測定式として種々の測定式を提案できたが，今後の課題として数値実験，サンプル実験，原位置実験を逐次展開していく予定である．

また，ほとんどの物性値は微分方程式の係数として記述されているが，この理論を展開することにより種々の物性値の測定法が可能と考えられる．したがって，種々の物性値の測定法を展開していきたいと考えている．

<参考文献>

1) 羽根："実構造体に於ける多次元方向温度伝導率のシステム同定（その1）"日本建築学会論文報告集　第318号（昭和57年8月）
2) 羽根："同上（その2）"日本建築学会論文報告集　第324号（昭和58年2月）
3) 羽根："同上（その3）"（投稿中）
4) 羽根："同上（その5）"（投稿中）
5) 羽根："同上（その6）"（投稿中）
6) 羽根："重回帰分析法による温度伝導率の算定"日本建築学会秋季大会（近畿）（昭和55年9月）
7) 羽根："実構造体における多次元方向温度伝導率のシステム同定（その4）"日本建築学会秋季大会（東北）（昭和57年10月）

8) T. Hane: "A Method for the Multidimensional Thermal Diffusivity Measurement by Means of the Variation Approximate Method and Muitiple Linear Regression Analysis" Proceedings of 1st Japan Symposium on Thermophysical Properties, 1980.
9) T. Hane: 同上, 2nd Symposium, 1981.
10) T. Hane & T. Mizuno: 同上, 3rd Symposium, 1982.
11) 羽根: "変分法および重回帰分析法による温度伝導率の算定" 清水建設研究所報 第34号 (1981年)
12) 羽根: "原位置での多次元方向温度伝導率の同定法 (その1)" 清水建設研究所報 第35号 (1981年)
13) 羽根: "同上 (その2)" 清水建設研究所報 第36号 (1982年)
14) 羽根: "同上 (その3)" 清水建設研究所報 第37号 (1983年)
15) 羽根: "同上 (その4)" 清水建設研究所報 第38号 (1983年)
16) T. Hane: "System Identification of Multidimensional Thermal Diffusivity for Actual Structures (1)" SHIMIZU Technical Research Bulletin, No. 1 (1982)
17) T. Hane: "System Identification of Multidimensional Thermal Diffusivity for Actual Structures (2)" SHIMIZU Technical Research Bulletin, No. 2 (1983)