

空気膜構造の数値解析ならびに実大模型実験

生駒 哲夫
(技術研究所)

中島 肇
(設計開発部)

杉崎 健一
(設計開発部)

川端 泰造
(設計開発部)

橋元 正美
(設計開発部)

§ 1. はじめに

外部よりも高い空気圧を内部に与えることによって構造物を形成しようとする試みは意外に古く、18世紀後半のヨーロッパを中心にわずかではあるが例を見ることができる¹⁾。しかし、この構造原理を建物に応用しようとする試みは、ようやく第2次大戦後、主に米国を中心に始まった。空気膜構造 (pneumatic structure) の一形態として知られる air-supported structure がわが国で本格的に発達するのは、さらに遅れて80年代に入ってからのものである (もっとも、'70大阪万博で米国館の建設事例はある)。

ところで、これまでわが国では当該建築物は恒久構造物としては認められていなかった。それはこの構造物に関する構造的、防災的安全性等が未確認のままとなっていたからである。

ここに報告するのは、このような社会的状況の中で近年急速に注目を集めるようになった、この air-supported structure (以下、エアードームという) に関する構造的安全性を検証することを目的として、実大模型 (以下、

テストプラントという) を造り、それについて行なった解析のおよび実験的な検討結果である。

§ 2. 解析

2.1 解析上の特徴

エアードームは通常の建物とは異なり、屋根面が可撓性に富んだ膜と補強ケーブルによって構成されており、ドーム内部に送風して内圧を外圧 (一般には大気圧) より幾分高めて屋根面をインフレートすることによって初めて構造力学的に安定する構造体である。このように、屋根面の剛性は従来の建物に比べて極めて低く、外力による変形の度合いが大きい。

このような構造物の解析においては、当然のことながら微小変形理論は当てはまらず、有限変形理論による幾何学的非線形問題として取扱われなくてはならない。

ところで、一般にエアードームのような不安定構造物が静的荷重を受ける場合の基本的な構造解析問題としては、第一には初期形状決定問題、すなわち静荷重およびプレストレスト荷重が作用した場合に構造系がとるつり合い可能形状および応力状態 (基準状態) を定める問題があり、第二には変形解析、すなわちこの基準状態の系に作用する付加的固定荷重、活荷重、温度変化および支点の移動などに伴う系の変形と張力分布を決定する問題がある。

2.2 解析手法の概要

ここでは上記2種の解析プロセスのうち、形状解析と変形解析のための基礎式の導き方について、その概要を示す。

ここで示す幾何学的非線形問題の解法では、変形前のいわゆる初期形状を基準とした Lagrange 型の定式化による仮想仕事の原理に基づいて、以下のような²⁾。ここに、応力とひずみの関係は線形であるものとする。



写真—1 テストプラント内観

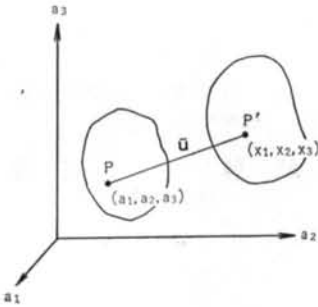


図-1 物体の変形

Lagrange 表示で、変形前の形状から見た場合の仮想仕事の原理は次のようになる。

$$\int_V \delta \varepsilon_{ij} T_{ij} dV = \int_V \delta a_i F_i dV + \int_{S_0} \delta a_i P_i dS \quad \dots\dots(1)$$

ここに、

ε_{ij} : Green のひずみテンソル

$$\varepsilon_{ij} \equiv \frac{1}{2}(\bar{a}_{i,j} + \bar{a}_{j,i} + \bar{a}_{k,i} \bar{a}_{k,j}) \quad \dots\dots(2)$$

T_{ij} : 第2種 Piola-Kirchhoff の応力テンソル

\bar{a}_i : 変位ベクトル

F_i : 単位体積当たりの物体力ベクトル

P_i : 単位面積当たりの表面力ベクトル

S_0 : 変形前の形状についての力の境界

また、添字 i, j は変形前の物体形状 (a_1, a_2, a_3) に関する座標成分を表わし、また i, j はその量の変形前の座標に関する微係数を表わす(図-1)。

次に有限要素に関する定式をマトリックス表示するための準備として、式(1)の諸量をマトリックス表示する。

$$\mathbf{u} = \{\bar{a}_1 \ \bar{a}_2 \ \bar{a}_3\} = \{\mathbf{a}\} \quad \dots\dots(3)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \{T_{11} \ T_{22} \ T_{33} \ T_{12} \ T_{23} \ T_{31}\} = \{\boldsymbol{\sigma}\} \quad \dots\dots(4)$$

Green のひずみテンソルが $T_{ij} \varepsilon_{ij} = \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon}$ を満足するように、

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ r_{12} \ r_{23} \ r_{31}\} = \{\boldsymbol{\varepsilon}\} \quad \dots\dots(5)$$

$$r_{ij} = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji} = 2\varepsilon_{ij} \quad \dots\dots(6)$$

と表わし、ひずみテンソルを線型項と非線形項とに下式のように分離して表わす。

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^L + \varepsilon_{ij}^N \quad \dots\dots(7)$$

$$\varepsilon_{ij}^L = \frac{1}{2}(\bar{a}_{i,j} + \bar{a}_{j,i}), \quad \varepsilon_{ij}^N = \frac{1}{2}\bar{a}_{k,i} \bar{a}_{i,k} \quad \dots\dots(8)$$

したがって、式(7)は次のようにマトリックス表示できる。

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\boldsymbol{\varepsilon}^L\} + \{\boldsymbol{\varepsilon}^N\} \quad \dots\dots(9)$$

以上のことより、式(1)に示す仮想仕事の原理をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\int_V \delta \{\boldsymbol{\varepsilon}\}^T \{\boldsymbol{\sigma}\} dV = \int_V \delta \{\mathbf{a}\}^T \{\mathbf{F}\} dV + \int_{S_0} \delta \{\mathbf{a}\}^T \{\mathbf{P}\} dS \quad \dots\dots(10)$$

次に、要素内部の変位 $\{\bar{u}\}$ をその要素を構成する節点の変位 $\{u\}$ を用いて次のように補間する。

$$\{\bar{u}\} = [N] \{u\} \quad [N]: \text{変位関数} \quad \dots\dots(11)$$

同様に、要素内部のひずみ $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ をマトリックス $[B]$ を用いて次のように表わす。

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\boldsymbol{\varepsilon}^L\} + \{\boldsymbol{\varepsilon}^N\} \\ = [B] \{u\} = ([B^L] + [B^N]) \{u\} \quad \dots\dots(12)$$

ここに、 $[B^L]$: 線形項

$[B^N]$: 非線形項

以上により、式(10)は次のように表わされ、幾何学的非線形問題における有限要素法のための基礎式となる。

$$\int_V ([B^L] + 2[B^N])^T \{\boldsymbol{\sigma}\} dV \\ = \int_V [N]^T \{\mathbf{F}\} dV + \int_{S_0} [N]^T \{\mathbf{P}\} dS \quad \dots\dots(13)$$

最後に、このように定式化された非線形つり合い式を Newton-Raphson 法によって解く際の考え方を示す。

反復計算により式(13)を解くために、便宜的にこの式を次式のように置く。

$$\{f(u)\} = \int_V ([B^L] + 2[B^N])^T \{\boldsymbol{\sigma}\} dV \\ - \int_V [N]^T \{\mathbf{F}\} dV + \int_{S_0} [N]^T \{\mathbf{P}\} dS = \{0\} \quad \dots\dots(14)$$

ただし、 $i=1 \sim n$ で、 n は構造系全体の自由度とする。

第 r ステップの近似解を $\{u^r\}$ とし、これに対する解の修正量を $\{\Delta u^r\}$ とすれば、変位の修正量に関する方程式は次のようになる。

$$\sum \frac{\partial \{f(u^r)\}}{\partial u_j} \cdot \Delta u_j^r = -\{f(u^r)\} \quad \dots\dots(15)$$

または、

$$[K] \{\Delta u^r\} = \{\Delta f^r\} \quad \dots\dots(16)$$

したがって、第 $(r+1)$ ステップの近似解は、

$$\{u^{r+1}\} = \{u^r\} + \{\Delta u^r\} \quad \dots\dots(17)$$

となる。 $\{\Delta u^r\}$ が十分小さくなるまで反復計算することによって、解が求められる。 $[K]$ は変位 $\{u^r\}$ の関数であるが、ある荷重段階の解を求めるときにそのステップごとに作成している。実際には、この $[K]$ は次のような項より成るものである。

$$[K] = [K^L] + [K^N] + [K^*] \quad \dots\dots(18)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} [K^L] &\equiv \int_V [B^L]^T [D] [B^L] dV \\ [K^N] &\equiv 2 \int_V [B^N]^T [D] [B^L] dV \\ &\quad + 2 \int_V [B^L]^T [D] [B^N] dV \\ &\quad + 4 \int_V [B^N]^T [D] [B^N] dV \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(19)$$

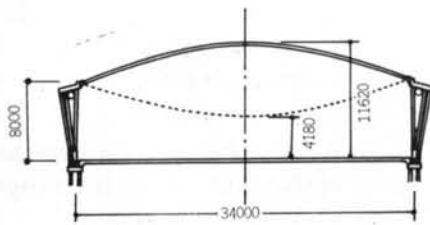


図-2 ドーム立面図

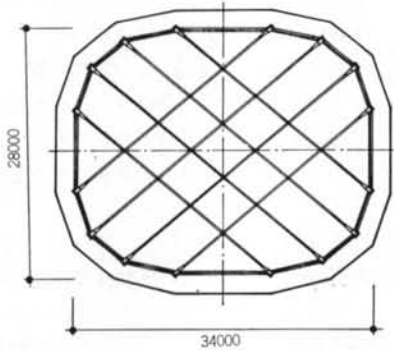


図-3 ドーム平面図

$$[K^*] \equiv \int_V [B_a][S][B_a] dV$$

ただし、応力ひずみ関係、変位勾配と変位の関係を次のようにおいている。

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad \dots\dots(9)$$

$$\{d\} = [B_a]\{u\} \quad \dots\dots(10)$$

また、式(9)中の $[S]$ は応力マトリックスである。 $[K^*]$ 、 $[K^u]$ 、 $[K^*]$ はそれぞれ特に微小変位剛性マトリックス、初期変位剛性マトリックス、初期応力剛性マトリックスに相当するものである。

§ 3. 実験

3.1 テストプラントの構造概要

テストプラントの主要構造は厚さ120mmのALC板と

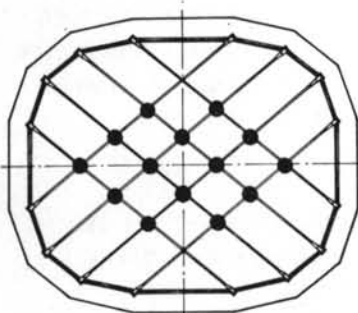


図-4 全面載荷状態 (実験B)

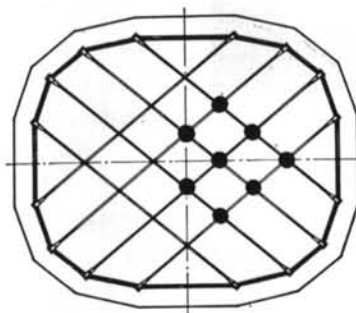


図-5 半面載荷状態 (実験C1)

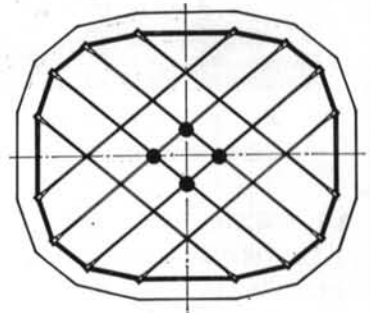


図-6 中央載荷状態 (実験C2)

20本の鉄骨三角柱(216φ~267φ, 高さ7260mm)とからなる下部構造の上に、境界構造としてのコンプレッションリング(幅2300mm, 厚さ550mm)がのり、このリングから屋根面が張られ大空間が造られるというものである。

屋根面は、テフロンコーティング・グラスファイバー膜(厚さ0.84mm)と、2方向に互いに交叉する計8本の補強ケーブル(径38φ; 以下、ケーブルという)とが部分的に結合されて構成されている。

3.2 実験の種類

実験は次の3種類に大別される。

(A)内圧実験 (実験A)

(B)全面載荷実験 (実験B)

(C)部分載荷実験 { 半面載荷実験 (実験C1)
中央載荷実験 (実験C2)

実験Aとは、エアードームに内圧のみを変化させながら作用させて、そのときの構造諸特性を調べようとするものである。実験Bとは、一定内圧の作用の下に“支配面積”を考慮しながら、所定の均等荷重に相当する集中荷重をケーブル交点のほぼ全点に逐次増減させながら作用させて、同様の構造諸特性を調べようとするものである。

他方、実験Cは実験Bと同様のものであるが、載荷点が屋根面の半分であるか、中央部分のみであるかによって2つに分けられる。前者を実験C1、後者を実験C2とする。

ケーブル交点に作用させる集中荷重としては、低荷重時は鉄板を吊り下げることにより与え、また高荷重時は水槽を吊り下げ、その中の水量を調節することによって与えた。なお、実験Bと実験Cにおける内圧の種類は、25mmAq, 55mmAq, 85mmAqの3種類である。

また、測定対象としている項目は次のものである。

(1)ケーブルの応力

(2)屋根面の鉛直変位

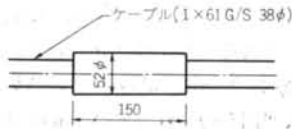


図-7 シングルロック

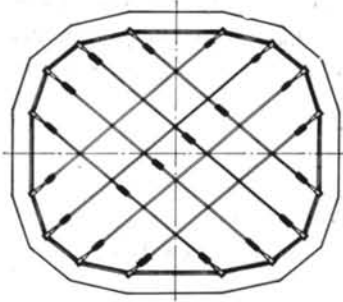


図-8 シングルロック装置部

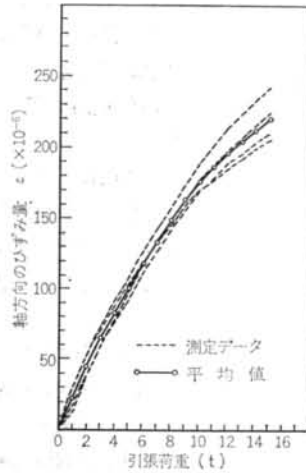


図-9 シングルロック引張試験

ヨリ線より成るケーブルの応力を、図-7に示すように鋼製パイプをケーブルに圧縮止め(シングルロック)することにより一体化して、そのパイプ表面上にひずみゲージを貼り計測した。その際、ケーブルの軸線方向のひずみのみを検出し、曲げとねじりの成分を拾わないようにゲージを組み合わせている。圧縮止めをした個所と個数は図-8に示すとおりである。なお、ケーブルの材料諸特性および圧縮止めの引張り特性については、表-1および図-9に示す。なお、表-1中の E^* はケーブルにシングルロックを装着した状態における、いわゆる見掛けのヤング係数であり、図-9に基づいて得られたものである。

	断面積 または厚さ	ヤング係数 剪断弾性係数	ポアソン比	引張強度
ケーブル	$A=8.71$ (cm^2)	$E=1.69 \times 10^6$ (kg/cm^2) $E^*=6.1 \times 10^6$ (kg/cm^2)	—	$F_t=13660$ (kg/cm^2)
膜	$t=0.08$ (cm)	$E_{\text{強軸}} \cdot t=1444$ (kg/cm) $E_{\text{弱軸}} \cdot t=155$ (kg/cm) $G \cdot t=57$ (kg/cm)	$\nu_{\text{強軸}}=0.94$ $\nu_{\text{弱軸}}=0.10$	$F_t=1450$ (kg/cm^2)

表-1 材料諸定数

(2) 屋根面の鉛直変位

屋根面の鉛直変位については、実験Aでは屋根全面をエアードーム屋根面上空約35mの高さからステレオ・カメラを用いて撮影することにより測定し、実験BとCではケーブルの各点(交点を含む)より吊り下げた水槽あるいはプレートを用い、それらの上下変位量より計測した。

(3) 屋根膜面の面内伸び

屋根膜面の面内伸びは、いわゆる π 型変位計を用い、これを屋根膜面の下側にビス止めによって固定して測定した。なお、膜材は織物の関係上、直交異方性を有するが、本実験における膜面々内伸びはその弱軸方向について測定した。膜材の材料諸特性は表-1に示す。

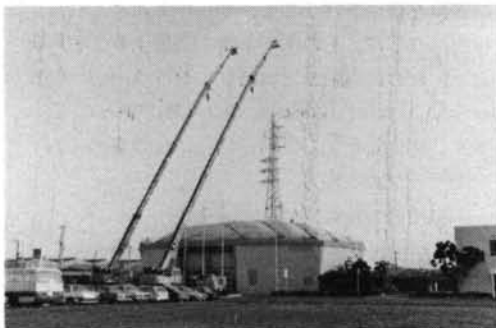


写真-2 ステレオ・カメラによる屋根面の撮影
(3) 屋根膜面の面内伸び

§ 4. 実験結果と解析結果の比較検討

4.1 比較検討の前提条件

実験結果を解析結果と比較するに当たり、予め比較のための前提条件を明らかにしておく。

(1) エアードームの屋根面の自重とちょうど過不足なくつり合う内圧時において、ケーブルおよび膜の応力は0であるものとみなす。その際の屋根面の単位面積当たりの自重 w は精算に基づき、

$$w=7.24(\text{kg/m}^2)$$

となる。

(2) 各種の荷重実験結果を解析結果と比較する際には、エアードームの屋根面の自重は荷重としては考慮しないものとする。

(3) 屋根面の解析は2種類の方法でなされており、一つ

3.3 測定方法

上記3種の測定項目については、次のようにして測定を行なった。

(1) ケーブルの応力

はケーブルネット構造解析と呼ばれるものであり、もう一つは膜要素を考慮したケーブルネット構造解析と呼ばれるものである。これらのうち、前者は屋根面の膜材の部分について、これを等価な線材(トラス材)に置換し、屋根全面を線材のみでできた網(ネット)として応力・変形解析をするものである(以後、これを第1種解析とよぶ)。他方、膜要素を考慮したケーブルネット構造解析の方は、膜材の部分面材そのままとしてケーブルと一語に解析するものである(これを第2種解析とよぶ)。

4.2 検討結果

(1)内圧実験(実験A)

この実験においては屋根面の自重の効果によって低内圧時には屋根面が不安定となるため、以下の結果は全て最低つり合い内圧 11.3mmAq 以上におけるものである。主な結果のみについて述べる。

(i)ケーブル応力については第1種、第2種解析値とも実験値によく一致している。

(ii)最大内圧 85mmAq に対し、ケーブル応力はおおよそ $900(\text{kg}/\text{cm}^2)$ となっている。

(2)全面載荷実験(実験B)

この結果は、先の内圧実験(実験A)において、そこの内圧が所定の 25, 55, 85mmAq のいずれかに達した

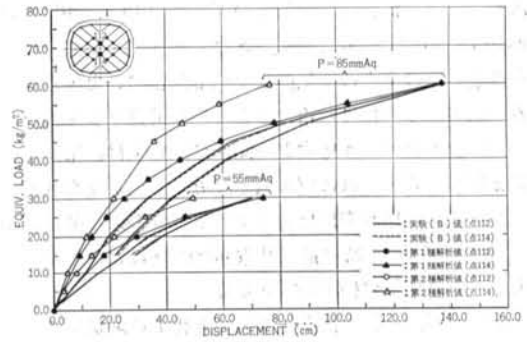


図-12 相当荷重と屋根面中央部鉛直変位

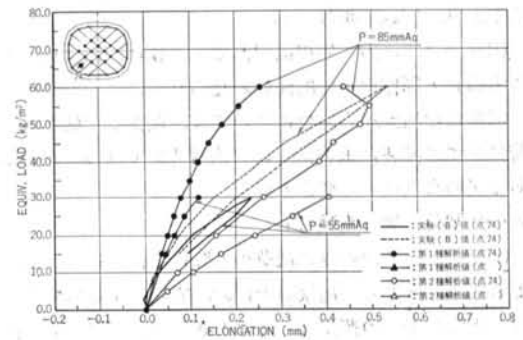


図-13 相当荷重と膜面伸び

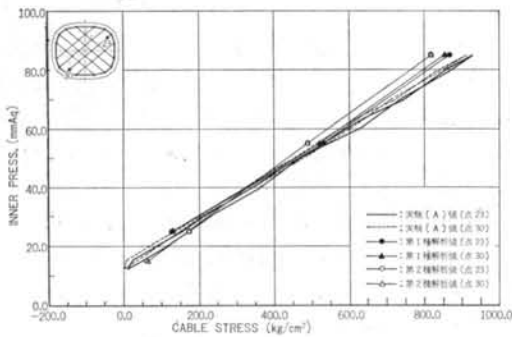


図-10 ドーム内圧とケーブル応力

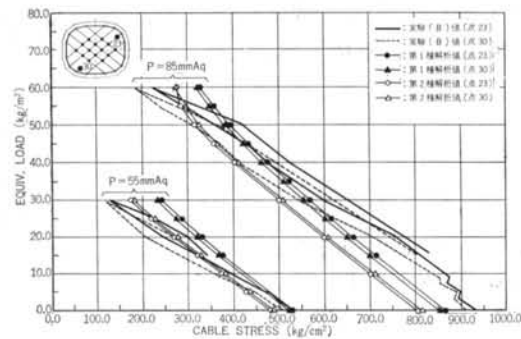


図-11 相当荷重とケーブル応力

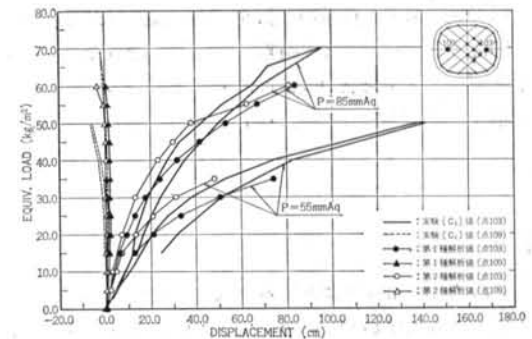


図-14 相当荷重と屋根面両端部鉛直変位

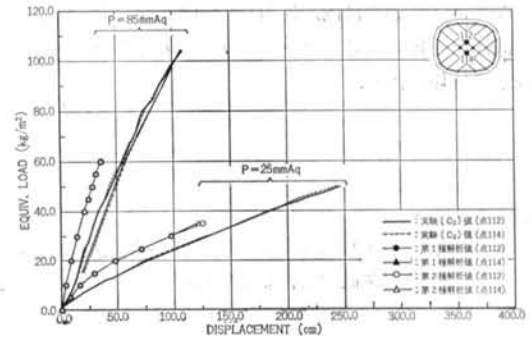


図-15 相当荷重と屋根面中央部鉛直変位

時点を荷重0とし、そこから載荷して得られたものである。なお、検討結果としてのグラフの中での縦軸のEQUIV. LOAD (相当荷重)とは、ケーブル交点での集中荷重をその交点の支配面積で除した値のことを意味する。以下、この相当荷重のことを単に荷重とよぶ。

(i)荷重とケーブル応力との関係については、第1種、第2種解析値ともほぼ実験値と良好な一致が見られる。

(ii)屋根面の鉛直変位は荷重に対して非線形の関係にあり、内圧85mmAq時の最大荷重60kg/m²における屋根中央部の鉛直変位は約140cmとなる。

(iii)膜の面内変位も荷重に対して非線形の関係にあり、(ii)と同じ条件下での面内伸び変位は約0.53mmとなる。

(4)半面載荷実験(実験C₁)

(i)ケーブル応力、屋根面鉛直変位、膜の内面変位ともに実験Bと同様の定性的傾向が見られる。

(ii)特に屋根面鉛直変位については、載荷した側と非載荷側とでは顕著な差が見られ、非載荷側ではわずかではあるが鉛直上向きの変位も見られる。

(4)中央載荷実験(実験C₂)

(i)屋根面中央部のみに載荷する際には他の載荷方法による場合と異なり、屋根面の位置的安定性を維持しながら支え得る最大の荷重は、そのときのエアードームの内圧に比べて大きい。ちなみに内圧25mmAqのときには内圧にバランスする荷重の2倍までの耐荷能力を有する。

(ii)内圧85mmAq、最大荷重105kg/m²時点での屋根面中央部ケーブル交点の変位は110cm、内圧25mmAq、最大荷重50kg/m²時点の変位は約250cmとなる。

§ 5. まとめ

これまでの事柄をまとめると次のようになる。

(1)ドーム内圧が11.3mmAq以下では、当ドーム屋根面の変形挙動は極めて不安定となる。

(2)ケーブル応力は内圧に対して線形の関係にある。

(3)内圧一定のとき、ケーブル応力は荷重に対してほぼ線形の関係にある。

(4)屋根面の変形は、内圧に対して極めて大きい非線形性を示す。

(5)内圧一定のとき、屋根面の変形は荷重に対して非線形の関係にある。

(6)ケーブル応力については第1種、第2種解析値とも実験との良い一致が見られるが、屋根面鉛直変位については第1種解析値のみについてそのことがいえる。

(7)屋根面中央部のみに載荷するとき、低内圧時には載荷面積当たり、内圧にバランスする荷重のほぼ2倍までの耐荷能力を有する。

(8)最大内圧85mmAq時点の最大ケーブル応力は約900kg/cm²。これをケーブルの引張強度13,660kg/cm²と比べると約1/15となっており、応力的には十分な強度的余裕がある。

(9)最大内圧85mmAqのときの膜面の着目点における最大面内伸びは約0.53mm。これに相当する平均ひずみは、 9.38×10^{-3} 。したがって、膜応力はポアソン効果を見無視すると約18kg/cm²となる。これは膜の同方向の引張強度1,450kg/cm²の約1/80となっており、これも強度的には十分な余裕がある。

§ 6. おわりに

今や、都心の野球場が空気膜構造で造られるという話も聞かれる。しかし、わが国の空気膜構造の歴史は今ようやく緒についたばかりではある。今後、こうした全天候型大スパン構造が造られて行く動きの中で、雪や台風との生活を抱えている地域を想定するとき、当構造は構造的にも防災的にも、あるいは経済的、自然環境的にも様々の、もっと突っ込んだ検討を余儀なくされていくであろう。そうした意味で、ここに報告した結果はその中のほんの一部分についてである。

最後に、本実験および解析を遂行するに当たり東京大学名誉教授 坪井善勝博士、そして当社原子力設計部の国田二郎氏には終始、多大なご教示、ご援助をいただいた。末筆ながら、ここに謝意を表する次第である。

<参考文献>

- 1) 川口 衛：“ニューマチック構造 一曲面構造におけるその位置づけ” 建築雑誌(昭和46年4月)
- 2) 鷲津久一郎他：“有限要素法ハンドブック II：応用編” 培風館(昭和58年12月)