

揚水試験解析へのカルマンフィルターの適用

平野 文昭

(技術研究所)

三宅 紀治

(技術研究所)

天利 実

(技術研究所)

§ 1. はじめに

透水量係数および貯留係数は、根切り工事を行なう際の排水計画などにおいて、必要揚水量や揚水に伴う水位降下量の算定を行なう上で最も重要な地盤の帯水層パラメータである。

従来、これらのパラメータは主に揚水試験により求められており、その方法は揚水井からの揚水に伴う観測井内の水位降下を経時観測し、その結果を非平衡理論である Theis 法や Jacob 法の図解法¹⁾により解析するものである。しかし、これらの図解法は解析者の個人的判断や経験に左右されるので、解析者によって得られた値が著しく異なる場合も多く見られ、解析結果を客観的に評価することが困難であった。

最近、このような不都合に対処するため、揚水試験解析の単純化と自動化に関する研究が行なわれつつある。例えば、西垣²⁾は揚水試験結果の自動的整理方法について研究を行ない、Jacob 法に関しては観測値から初期および後期のデータを取り除く処理を行ない、抽出した観測値を用いてその最小二乗直線を算出して帯水層定数を求める方法を、Theis 法に関しては観測値の水位降下曲線と理論水位降下曲線の差の二乗和が最小となるような帯水層定数を繰り返し計算で求める方法を示している。また、Sen³⁾は Theis 法に関してカルマンフィルターを適用し、水位降下の実測値から帯水層定数をオンラインで算定する方法を示している。Sen の方法は、理論が単純かつ明解で、しかも電子計算機の記憶容量が小さくて良いので、今後現場での自動計測に威力を発揮すると思われる。

本報では、まず揚水試験解析の自動化に最適と考えられる Sen が示したカルマンフィルターを用いる方法を説明する。次に、揚水試験への適用例を示し、この場合問題となる初期値の設定方法、雑音の与え方、および推定計算の収束性について検討する。

§ 2. システム状態方程式と観測方程式

被圧井戸からの揚水に伴う観測井での水位降下 s は、Theis によれば次のようである。

$$s = (Q/4\pi T) \cdot W(u) \quad \dots\dots(1)$$

$$u = r^2 S / (4Tt) \quad \dots\dots(2)$$

ここに、 Q は揚水井の揚水量、 $W(u)$ は井戸関数、 T は透水量係数、 r は揚水井中心から観測井中心までの距離、 S は貯留係数、 t は揚水開始からの経過時間である。井戸関数 $W(u)$ は、次式で示される。

$$W(u) = -0.5772 - \ln u + u - u^2/(2 \cdot 2!) + u^3/(3 \cdot 3!) - u^4/(4 \cdot 4!) + \dots\dots \quad \dots\dots(3)$$

式(1)、(2)のそれぞれについて常用対数をとって整理すれば、次のようである。

$$\log s = -\log T + \log W(u) + \log(Q/4\pi) \quad \dots\dots(4)$$

$$\log t = -\log T + \log S - \log u + \log(r^2/4) \quad \dots\dots(5)$$

式(4)、(5)において、 $\log s$ と $\log t$ は測定変数、 $\log u$ と $\log W(u)$ は帯水層変数、 $\log S$ と $\log T$ は帯水層パラメータ、 Q と r は定数である。

いま、システムの状態変数を次のように定義する。

$$\mathbf{x}^T = [\log T \quad \log S]^T \quad \dots\dots(6)$$

ここに、 \mathbf{x} は状態変数ベクトルで、肩付きの T はベクトルの転置を示している。揚水試験中、パラメータ T と S は変化しないとすれば、システム状態方程式は次式で示される。

$$\mathbf{x}(k) = \Phi(k-1)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k-1) \quad \dots\dots(7)$$

ここに、 $\Phi(k-1)$ は状態遷移行列で、

$$\Phi(k-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(8)$$

である。また、 $\mathbf{w}(k-1)$ は平均値 $\mathbf{0}$ 、分散 $\sigma_s^2 \mathbf{I}$ のシステム雑音ベクトル、 \mathbf{I} は単位行列である。

観測方程式は、式(4)、(5)から次式で示される。

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k) \quad \dots\dots(9)$$

ここに、 $\mathbf{z}(k)$ は、

$$\mathbf{z}(k) = \begin{bmatrix} \log s - \log W(u) - \log(Q/4\pi) \\ \log t + \log u - \log(r^2/4) \end{bmatrix} \quad \dots\dots(10)$$

で表わされ、 $\mathbf{H}(k)$ は観測行列で、

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(11)$$

である。また、 $\mathbf{u}(k)$ は平均値 $\mathbf{0}$ 、分散 $\sigma_u^2 \mathbf{I}$ の観測雑音ベクトルである。

§ 3. カルマンフィルターによる算定過程⁴⁾

用いる記号を要約すると次のようである。

$\mathbf{x}(k)$: k ステップでの \mathbf{x} の真値

$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$: $(k-1)$ ステップまでの情報を用いて求められた k ステップの \mathbf{x} の最適推定値 (1 ステップ先の予測値)

$\hat{\mathbf{x}}(k|k)$: k ステップまでの情報を用いて求められたその時間ステップの \mathbf{x} の最適推定値

$\tilde{\mathbf{x}}(k|k-1) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$: $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$ の予測誤差

$\tilde{\mathbf{x}}(k|k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k)$: $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ の推定誤差

$\mathbf{z}(k)$: k ステップの観測量

また、 \mathbf{K} : カルマンゲイン行列、 \mathbf{Q} : システム雑音行列、 \mathbf{R} : 観測雑音行列である。

カルマンフィルター理論によると、

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = \Phi(k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \quad \dots\dots(12)$$

と表わすことができる。

$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$ の予測誤差共分散行列 $\mathbf{P}(k|k-1)$ は、

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \Phi(k-1)\mathbf{P}(k-1|k-1)\Phi^T(k-1) + \mathbf{Q}(k-1) \quad \dots\dots(13)$$

で表わされ、また推定値は、

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k) \times [\mathbf{z}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)] \quad \dots\dots(14)$$

で与えられる。ここに、

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}^T(k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k|k-1) + \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1} \quad \dots\dots(15)$$

であり、肩付きの -1 は逆行列を表わす。また、 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ の推定誤差共分散行列 $\mathbf{P}(k|k)$ は、次式で与えられる。

$$\mathbf{P}(k|k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{P}(k|k-1) \quad \dots\dots(16)$$

計算に当たっては、先験情報として平均値 $\hat{\mathbf{x}}(0|0)$ 、分散 $\mathbf{P}(0|0)$ の正規分布を与えて、図-1 に示す計算手順に従って $k=1$ から順に計算を行なってゆけばよい。

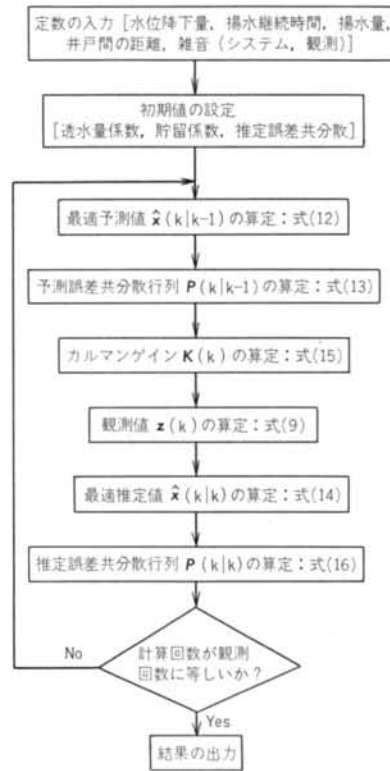


図-1 計算手順

§ 4. 現場への適用例

ここでは、§ 3. で示した算定方法を国立国会図書館別館敷地で行った揚水試験⁹⁾に適用し、図解法との比較検討を行なう。

4.1 対象地域の地質状況

対象地域の平面図を図-2 に、ボーリング B-2, 4, 7 における地盤調査結果を図-3 に示す。対象地域の地盤は、B-4 によると TP-3 m までは上部東京層に属する砂層で、以下順に粘土層、東京礫層、粘土層となっており、さらに TP-11.9~17.5 m では礫混じり粗砂層となっている。

4.2 図解法による揚水試験の解析結果

揚水試験は、上記の礫混じり粗砂層を対象に、揚水井 W-1 で平均揚水量 $Q=0.963 \text{ m}^3/\text{min}$ の揚水を行ない、観測井 W-2, 3 において水位降下を経時測定した。得られた実測水位、ならびにこれを気圧で補正した補正水位を表-1 に示す。

W-2, 3 の補正水位降下を用いて Theis 法変数 u^2

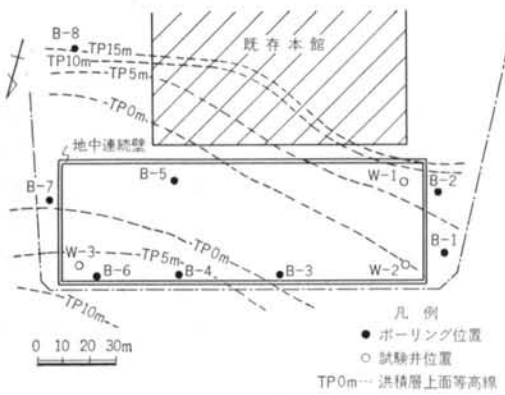


図-2 対象地域の平面図

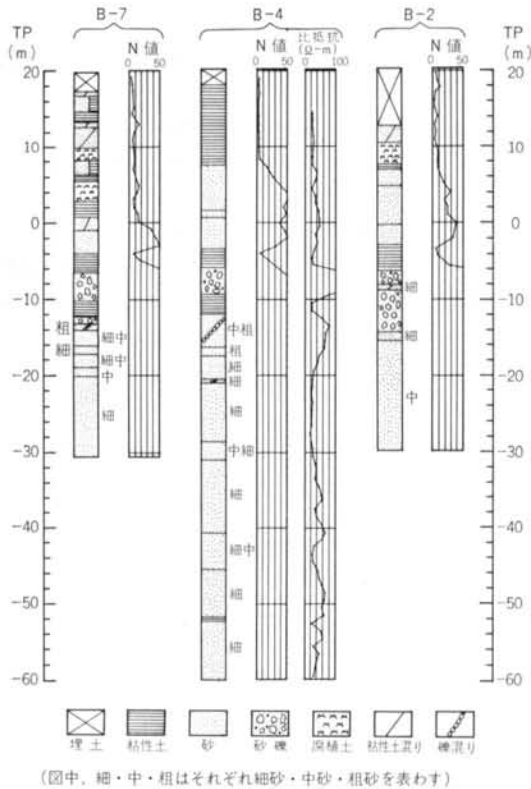


図-3 地盤調査結果

により解析した結果を図-4に示す。図解法により得られた帯水層パラメータは、W-2で透水量係数 $T = 3.26 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$ 、貯留係数 $S = 9.93 \times 10^{-3}$ 、W-3で $T = 3.33 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$ 、 $S = 2.91 \times 10^{-2}$ である。また、図からW-2、3ともに補正水位降下とTheisの標準曲線はよく合致しているため、図解法により得られた値は実際の帯水層パラメータとみなすことができる。した

時間 t (min)	補正値 (m)	水位降下 s (m)			
		W-2		W-3	
		実測	補正	実測	補正
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.002	0.002	0.000	0.000
3	0.000	0.006	0.006	0.000	0.000
4	0.000	0.014	0.014	0.000	0.000
6	0.000	0.034	0.034	0.000	0.000
8	-0.001	0.058	0.057	0.001	0.000
10	-0.001	0.084	0.083	0.001	0.000
15	-0.001	0.131	0.130	0.001	0.000
20	-0.001	0.180	0.179	0.001	0.000
30	-0.002	0.252	0.250	0.002	0.000
40	-0.002	0.311	0.309	0.003	0.001
60	-0.003	0.396	0.393	0.004	0.001
80	-0.006	0.461	0.455	0.007	0.001
100	-0.010	0.512	0.502	0.012	0.002
150	-0.017	0.602	0.585	0.021	0.004
200	-0.024	0.666	0.642	0.034	0.010
300	-0.035	0.759	0.726	0.071	0.036
400	-0.036	0.815	0.779	0.095	0.059
600	-0.039	0.894	0.855	0.140	0.101
800	-0.041	0.960	0.919	0.176	0.135
1000	-0.047	1.016	0.969	0.216	0.169
1500	-0.013	1.066	1.053	0.247	0.234
2000	-0.003	1.134	1.131	0.292	0.289
3000	+0.103	1.151	1.254	0.279	0.382
4320	+0.087	1.253	1.340	0.369	0.456

表-1 実測・補正水位降下

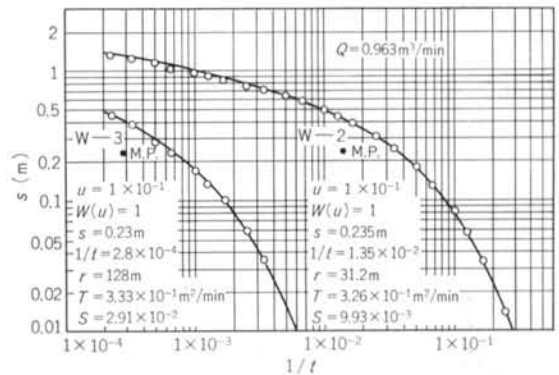


図-4 補正水位降下を用いたTheis法変数 t による解析結果(観測井W-2、3)

が、ここではこれらの値をそれぞれW-2、3の T と S の推定計算における目標値と考える。

4.3 カルマンフィルターの適用結果

4.3.1 観測井W-2への適用

まず、式(4)の s に実測水位降下を与え、カルマンフィ

ルター理論を用いて推定計算を行なう。初期値は、透水量係数について $\hat{T}(0|0)=1.0 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$ 、貯留係数について $\hat{S}(0|0)=5.0 \times 10^{-3}$ 、推定誤差共分散行列 $\mathbf{P}(0|0)$ の対角成分については 10^5 、その非対角成分については 10^3 を与えた。さらに、システム雑音には $\sigma_s^2=10^3$ 、観測雑音には $\sigma_R^2=10^3$ を与えた。

これらの値を用いて、§3. で示した算定過程に従って推定値 \hat{x} を求め、これらを指数変換すれば、 T と S の推定値が得られる。ここで、観測量 $z(k)$ については前のステップでの T と S の推定値を用いて $\log W(u)$ と $\log u$ を算定し、式(10)により与えることにする。

以上のように、実測水位を用いて算定した透水量係数 T と貯留係数 S の推定値の時間ステップ変化をそれぞれ図-5、6に、透水量係数に関する推定誤差分散行列の対角成分の時間ステップ変化を図-7に、最終推定値(22ステップでの値) \hat{T} と \hat{S} を用いて式(1)、(2)により算定した推定水位ならびに実測水位の降下状況を図-8に示す。図-5、6によれば、 T と S の推定値は10ステップ付近から変化量が小さくなり、その後一定値に収束しつつある。図-7によれば、推定誤差分散値はステップが増えるにつれて徐々に減少し一定値に収束しているの、ここでは最適な推定計算が行なわれていると考えられる。図-8において推定水位と実測水位はよく合致し

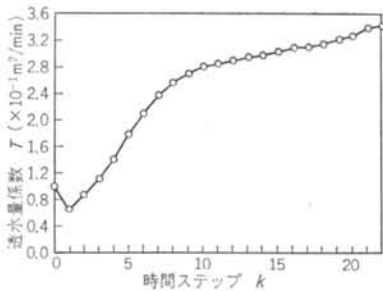


図-5 透水量係数の推定値の時間ステップ変化
(観測井W-2；式(10)の s は実測水位降下)

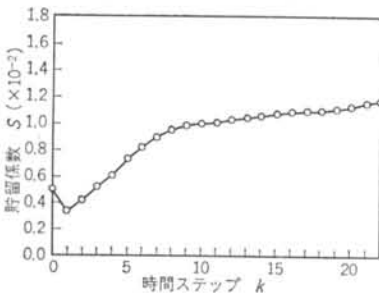


図-6 貯留係数の推定値の時間ステップ変化
(観測井W-2；式(10)の s は実測水位降下)

ているので、実測水位を用いて得られた最終推定値 \hat{T} と \hat{S} は満足な値であると考ええる。

次に、式(10)の s に補正水位降下を与え、初期値や雑音には上記の値を用いて同様の計算を行ない、算定した透水量係数 T と貯留係数 S の推定値の時間ステップ変化をそれぞれ図-9、10に、最終推定値(22ステップでの値) \hat{T} と \hat{S} を用いて算定した推定水位ならびに補正水位の降下状況を図-11に示す。図-9、10によれば、 T と S の推定値は10ステップ付近から変化量が小さくなり、20ステップ付近で一定値に収束している。これらと図-5、6を比較すれば、補正水位を用いた図-9、10の方が速く一定値に収束しているようである。図-11において推定水位と補正水位はよく合致しているの、この場合の最終推定値 \hat{T} と \hat{S} も満足な値であると考ええる。これと図-8を比較すれば、図-11の方がよい一致を示しており、補正水位を用いて得られた最終推定値 \hat{T} と \hat{S} は4.2に示したW-2の目標値にほぼ等しいと考えられる。

透水量係数と貯留係数の最終推定値(22ステップでの値)は、式(10)の s に実測水位降下を用いた場合、 $\hat{T}=3.44 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$ 、 $\hat{S}=1.18 \times 10^{-2}$ となり、補正水位降下を用いた場合、 $\hat{T}=3.26 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$ 、 $\hat{S}=1.13 \times 10^{-2}$ となる。このように、W-2については実測水位または補正水位を用いて得られた推定値と、図解法により得られた値との間にはほとんど差がない。

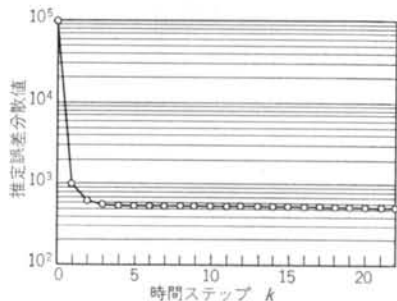


図-7 透水量係数の推定誤差分散の時間ステップ変化
(観測井W-2)

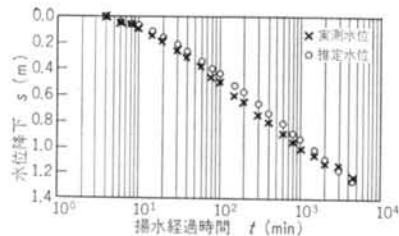


図-8 \hat{T} と \hat{S} による推定水位と実測水位の比較
(観測井W-2)

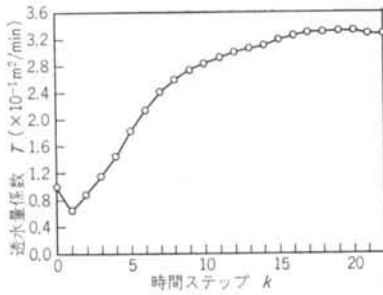


図-9 透水量係数の推定値の時間ステップ変化
(観測井W-2；式(10)のsは補正水位降下)

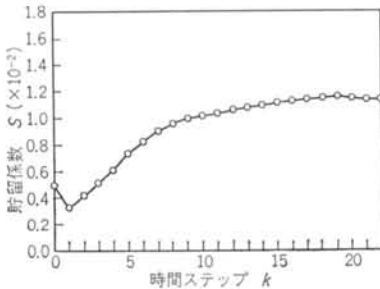


図-10 貯留係数の推定値の時間ステップ変化
(観測井W-2；式(10)のsは補正水位降下)

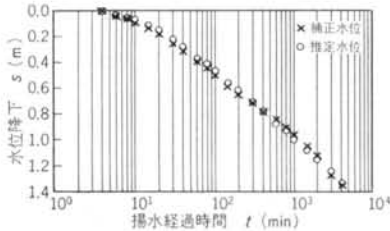


図-11 \hat{T} と \hat{S} による推定水位と補正水位の比較
(観測井W-2)

4.3.2 観測井W-3への適用

W-3について、4.3.1と同様の計算を行なう。初期値は、透水量係数について $\hat{T}(0|0)=1.0 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$ 、貯留係数について $\hat{S}(0|0)=4.0 \times 10^{-3}$ 、推定誤差共分散行列 $\mathbf{P}(0|0)$ については4.3.1と同じ値を与えた。さらに、システム雑音 σ_s^2 と観測雑音 σ_R^2 にも、4.3.1と同じ値を与えた。式(10)のsに実測水位を用いて得られた最終推定値(13ステップでの値) \hat{T} と \hat{S} を用いて算定した推定水位ならびに実測水位の降下状況を図-12に示し、補正水位を用いて得られた最終推定値(11ステップでの値) \hat{T} と \hat{S} を用いて算定した推定水位ならびに補正水位の降下状況を図-13に示す。図-12の推定水位は、あたかも実測水位から最小二乗法を用いて得られたような値になっている。図-13から推定水位と補正水位はよく

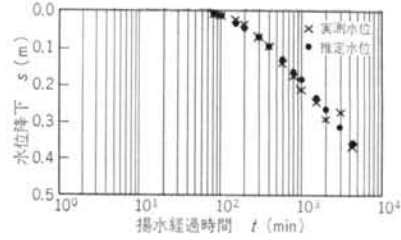


図-12 \hat{T} と \hat{S} による推定水位と実測水位の比較
(観測井W-3)

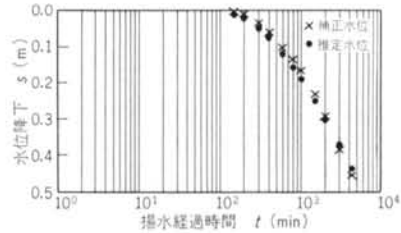


図-13 \hat{T} と \hat{S} による推定水位と補正水位の比較
(観測井W-3)

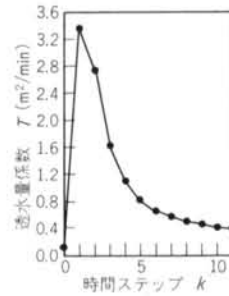


図-14 透水量係数の推定値の時間ステップ変化
(観測井W-3；式(10)のsは補正水位降下)

合致しているので、最終推定値 \hat{T} と \hat{S} は4.2に示したW-3の目標値にほぼ等しい値と考えられる。

透水量係数と貯留係数の最終推定値は、式(10)のsに実測水位降下を用いた場合、 $\hat{T}=5.89 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$ 、 $\hat{S}=2.24 \times 10^{-2}$ (13ステップでの値)となり、補正水位降下を用いた場合、 $\hat{T}=4.05 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$ 、 $\hat{S}=2.59 \times 10^{-2}$ (11ステップでの値)となる。W-3でのTの推定値は、実測水位あるいは補正水位のいずれを用いた場合でも図解法による値より若干大きくなっているが、補正水位を用いた方が4.2に示した目標値に近い。補正水位を用いた透水量係数の推定値の時間ステップ変化を図-14に示す。W-3で推定値と図解法による値が若干異なるのは、この図から判断して時間ステップ数が少なく、まだ一定値に収束していないためであると考えられる。したがって、W-2の計算例を勘案すれば、ここでは時間ステップ数は少なくとも20ステップ程度必要である。

§ 5. 推定計算における問題点の検討

推定計算を行なう際に計算結果に影響を与える要因として、初期値および雑音の大きさ、計算のステップ数などが考えられる。ここでは、実際の揚水試験に適用できるようにそれぞれの問題点について検討する。

5.1 初期値の設定方法

本計算では、システムの状態変数に透水量係数と貯留係数の常用対数値 ($\log T$, $\log S$) を考えているため、算定過程で得られる推定値は対数値で、この対数値を指数変換して T と S の推定値を得る。最初のステップでの観測値が正の値であれば、得られる推定値の指数変換値が非現実的な大きい値になり、推定値は収束しにくくなる。したがって、満足な推定値を得るには第1ステップでの観測値が現実的な値になるような初期値を与える必要がある。いま、式(8)の中で不確定な要素は T と S の値から算定される $W(u)$ と u であるので、これらの値が妥当であれば第1ステップに望ましい観測値を与えることができると思える。

このような考えに基づき、以下に初期値の設定方法を述べる。まず、雑音を除いた式(9)ならびに式(8)の第1行に着目する。式(8)の第1行は $-\log T$ に等しいので、透水量係数が適当な値 (例えば、 $1 \text{ m}^2/\text{min}$ 以下) になるためには次式が成立する。

$$\log s - \log W(u) - \log(Q/4\pi) > 0 \quad \dots\dots(17)$$

式(17)を $W(u)$ について整理すれば、

$$-\log W(u) > \log(Q/4\pi) - \log s, \\ W(u) < 10^{(\log s - \log(Q/4\pi))} \quad \dots\dots(18)$$

を得る。

次に、雑音を除いた式(9)の第1行から得られる $\log T$ を第2行に代入し、貯留係数が1以下という条件を加味すれば、

$$\log t + \log u - \log(r^2/4) - \log s$$

$$+ \log W(u) + \log(Q/4\pi) < 0 \quad \dots\dots(19)$$

を得る。

したがって、第1ステップに妥当な観測値を与えるには、まず式(18)を満足するような T と S を設定し、これらが式(19)を満足することを確認すればよい。

例えば観測井 W-2 の場合、式(18)に $Q=0.963 \text{ m}^3/\text{min}$, $s=0.014$ を代入すれば、

$$W(u) < 10^{-0.7315}, \\ W(u) < 0.1843 \quad \dots\dots(20)$$

となり、式(20)に対応する u を井戸関数表より選べば、

$$u > 1.2$$

となる。また、井戸関数の算定式(3)の右辺を、例えば、 $u^{10}/(10 \cdot 10!)$ の項まで考慮し計算すれば、 u の値が4以上のとき $W(u)$ の計算誤差が増大するので、この場合 u の上限は4程度が適当である。したがって、ここで得られる u の範囲は、

$$1.2 < u < 4 \quad \dots\dots(21)$$

となる。 u の値を種々変えたときの推定結果を表-2に示す。表から u が式(21)の範囲に入っていれば、満足な値が得られている。また、これらはすべて式(19)を満足している。

W-3 について、上記と同様に u の範囲を求めれば、

$$1.6 < u < 4 \quad \dots\dots(22)$$

を得る。前章の4.3で得られた推定結果は、 $u=2.05$ のときの初期値を与えたときのものである。

5.2 システム雑音と観測雑音

W-2 において得られた推定値は、実測水位あるいは補正水位のいずれを用いてもほとんど差がないので、ここでは W-2 の実測水位を用い、システム雑音、観測雑音をそれぞれ変えた推定計算を行ない、これらの雑音の推定値に与える影響を考察する。また、初期値は4.3.1に示した値を用いる。

システム状態方程式を式(7)のように表わし、帯水層バ

本推定手法					図解法			
初期値		$W(u)$	u	式(19)の 左辺の値	推定値		T	S
T ($\times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$)	S ($\times 10^{-3}$)				T	S		
					($\times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$)	($\times 10^{-3}$)	($\times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$)	($\times 10^{-3}$)
1.0	1.0	0.45	0.60	-10.9	3.99	5.88		
1.0	2.5	0.10	1.52*	-11.1	3.60	9.66		
1.0	5.0	0.013	3.04*	-11.7	3.44	11.78	3.26	9.93
1.0	6.57	0.004	3.99*	-12.1	3.44	11.78		
1.0	8.0	0.001	4.86	-12.5	3.04	19.33		

注) *印の値は式(21)を満足している

表-2 種々の初期値に対する推定結果

ラメータが時間ステップで変化しないと考えれば、システム雑音は0と考えられる。しかし、本計算の場合、システム状態方程式は不定形であり、推定値の収束は観測方程式に依存しているため、推定値の算定には観測の影響を十分反映できるようになっていなければならないと考える。カルマンフィルターの計算では、システム雑音が小さいとカルマンゲインがすぐに小さくなり、0に近づいて観測の影響が反映されなくなるので、本計算の場合は十分な推定値が得られないことが考えられる。式(10)の s に観測井 W-2 における実測水位降下を与え、システム雑音を0とした場合の T と S の推定値の時間ステップ変化をそれぞれ図-15, 16に示す。図によれば推定値は一定の勾配で増加傾向にあり、この程度のステップ数では収束しそうにない。したがって、目標値に近い図-5, 6のような推定値を得るためには、システム雑音を 10^3 程度にとるべきであろう。

一方、推定値は観測雑音が小さいと観測値が正しいとして、観測雑音が大きいと観測の意味がないものとして修正される。観測雑音に関して S_{en} は、水位の観測値にはほとんど雑音がないと考えられるので、式(9)中の観測雑音は0でよいと述べている。しかし、実際には式(10)中の $W(u)$ や u を求めるのに、その前のステップで得られた推定値 T と S を用いるので観測雑音を0にとれなく

なる。式(10)の s に W-2 における実測水位降下を与え、観測雑音を0とした場合の T と S の推定値の時間ステップ変化をそれぞれ図-17, 18に示す。図において、ここでは初期値 $\hat{T}(0|0)$ と $\hat{S}(0|0)$ が正しいとして計算されるので、初期のステップでの推定誤差が大きく、図-5, 6と比較すれば推定値の収束は遅いといえる。したがって、目標値に近い図-5, 6のような推定値を得るためには、観測雑音を 10^3 程度にとるべきであろう。

5.3 推定計算における収束性

W-2 の補正水位降下のうち、① $t=4$ 分から400分までの15ステップの値を用いた場合と② $t=40$ 分から4320分までの15ステップの値を用いた場合の、推定計算における収束性の検討と推定値の比較を行なう。

最終推定値は、①の場合が $\hat{T}=3.18 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$, $\hat{S}=1.11 \times 10^{-2}$, ②の場合が $\hat{T}=3.09 \times 10^{-1} \text{ m}^2/\text{min}$, $\hat{S}=1.41 \times 10^{-2}$ である。

観測値のうち、第1行の定数項 ($\log s - \log(Q/4\pi)$) の値は水位降下量によって変化する。①と②の計算では、カルマンゲインの変化量が同じであるので、定数項の値の変化量の大きい方が、最初のステップでの推定値の修正量が大きくなる。①と②における透水量係数と貯留係数の推定値の時間ステップ変化をそれぞれ図-19,

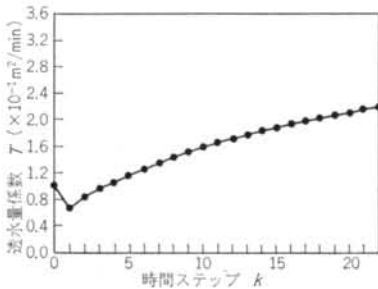


図-15 透水量係数の推定値の時間ステップ変化 (観測井W-2; システム雑音が0)

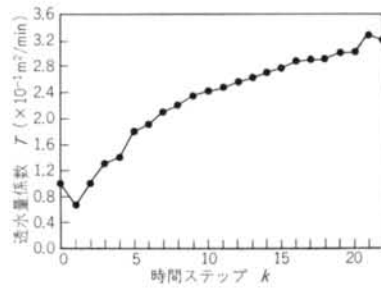


図-17 透水量係数の推定値の時間ステップ変化 (観測井W-2; 観測雑音が0)

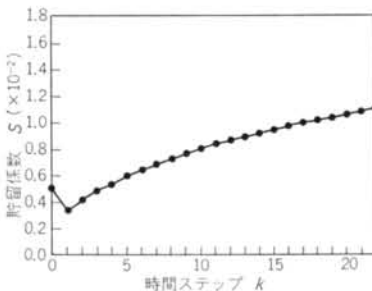


図-16 貯留係数の推定値の時間ステップ変化 (観測井W-2; システム雑音が0)

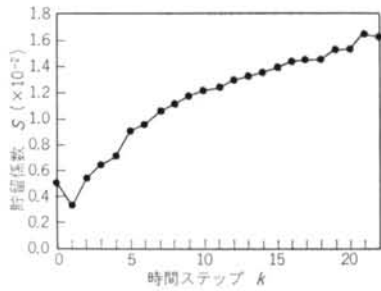


図-18 貯留係数の推定値の時間ステップ変化 (観測井W-2; 観測雑音が0)

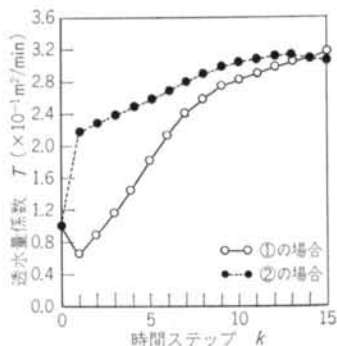


図-19 透水量係数の推定値の時間ステップ変化(観測井W-2)

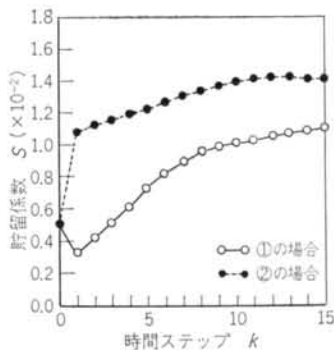


図-20 貯留係数の推定値の時間ステップ変化(観測井W-2)

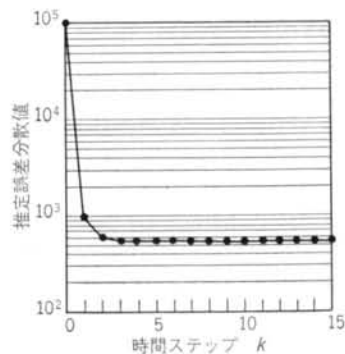


図-21 透水量係数の推定誤差分散の時間ステップ変化(観測井W-2)

20に示す。ここでは、②よりも①の方が定数項の値の変化量が大きいので、図から①の方が最初のステップでの推定値の修正量が大きく、最終推定値 \hat{T} と \hat{S} も修正量の大きい①の方が目標値に近くなっている。また、両者とも10ステップ程度で推定値の変化量が小さくなり、推定値は収束する傾向にある。

さらに、これらの場合における透水量係数に関する推定誤差分散行列の対角成分の時間ステップ変化を図-21に示す。図から、ステップが増えるにつれて値は徐々に減少し一定値に収束しているのので、ここでは①、②ともに最適な推定計算が行なわれていると考えられる。

§ 6. おわりに

本報では揚水試験の解析にカルマンフィルターを適用し、帯水層パラメータを推定する手法を示した。さらに、揚水試験への適用を試み、適用に際して問題となる種々の事項について検討を行なった。

得られた結果は次のようである。

(1)透水量係数 T と貯留係数 S について、補正水位を用いて図解法により得られた値を目標値とし、本法により推定計算を行なえば、目標値に近い値が得られる。

(2)観測井W-2の推定計算例において、補正水位を用いた T と S の推定値は10ステップ付近から変化量が小さくなり、20ステップ付近で一定値に収束する。

(3)最終推定値 \hat{T} と \hat{S} を用いて算定した推定水位と実測水位あるいは補正水位とを比較すれば、得られた \hat{T} と \hat{S} が目標値に近いかどうかを判断することができる。

(4)本推定計算においては、帯水層パラメータの初期値が推定結果に大きな影響を及ぼし、それらの値は u の範囲を求めることによって決めることができる。

(5)本推定計算においては、システム雑音と観測雑音は 10^8 程度が適当であろう。

(6)初期のステップでの水位降下の変化量が大きいものは推定値の修正量が大きく、水位降下の変化量が小さいものより目標値に近づいている。

以上、本手法を適用することにより不偏的な帯水層パラメータの推定値を得ることができ、解析者によらない客観的判断ができる。また、本手法はコンピュータの記憶容量が小さくてよく、オンライン処理もできるので、マイコン等を利用した現場での自動計測に適していると考えられる。

本研究を行なうに当たり、九州大学工学部神野健二助教授にご指導を頂いた。ここに記して謝意を表す。

〈参考文献〉

- 1) 高橋賢之助：“現場経験からの根切りのための地下水調査法”山海堂(1981年)
- 2) 西垣 誠：“多孔式揚水試験結果の自動的整理方法”土質工学会論文報告集 Vol. 23, No. 4 (1983年) pp. 178~184
- 3) Z. Şen：“Adaptive Pumping Test Analysis” Journal of Hydrology, No. 74 (1984) pp. 259~270
- 4) 片山 徹：“応用カルマンフィルター”朝倉書店(1984年)
- 5) 大島・高橋・三宅：“国立国会図書館別館での地下水調査と揚水試験における水位変動補正の重要性について”土質工学会第28回土質工学シンポジウム発表論文集(1983年) pp. 121~126