

# 確率有限要素法による構造信頼性解析

— 斜面安定解析への適用 —

石 井 清

(大崎研究室)

鈴 木 誠

(土木本部開発部)

## § 1. はじめに

社会資本の投入を慎重に行ない、構造物を大事に使っていかうとする維持管理の時代に入った。新たに建設される構造物はその必要性が認められるものに限られ、しかも安全性・機能性を保持するとともに、経済性をぎりぎりまで追求した設計が要求されるようになった。ここに、従来の設計法に代わり新しい設計法として不確定要因を定量的に評価し安全性を確保する、いわゆる信頼性設計法が注目されるようになってきている<sup>1)~3)</sup>。

さて、本研究は信頼性設計法の中で確率論手法に基づいた有限要素法、すなわち確率有限要素法 (Stochastic finite element method) を地盤工学へ適用したものである。具体的には、その1適用例として斜面の安定解析を行なったものであり、斜面の破壊確率を求めている。有限要素法は、複数の材料特性あるいは境界条件の複雑な変化等を容易に取り扱うことができるので、構造工学のみならず地盤工学においても有効な手法として広く一般に用いられていることは周知のとおりである<sup>4)~6)</sup>。しかしながら、有限要素法にも次に述べるような欠点はある<sup>7)</sup>。いま、有限要素法を地盤工学に適用する場合に限ってみても、たとえば有限要素法では地盤の材料特性がもつばらつきを無視して、その値を確定値として取り扱う必要がある。このことから、地盤工学に有限要素法を適用する際にはパラメータスタディが不可欠であるとの指摘もあり<sup>8)</sup>、特に後述する斜面の安定解析などでは材料のもつばらつきの大小が結果に大きく影響するものと考えられる。また、最近では地盤材料のもつ確率統計的な特性を、サンプルを採取した地点における平均値と分散のみからとらえるのではなく、空間的すなわち水平方向、鉛直方向に異なる2地点における相関特性についても同時に考慮すべきであるとの指摘もある<sup>9)</sup>。したがって、地盤材料のもつ確率統計的な特性を適切に考慮することができる確率有限要素法が新たに開発できれば、地盤工学への同手法の適用性は大きく向上するものと考え

られる。

次に、本研究と関連する信頼性解析法における既往の研究を概説して、本研究の位置づけを明らかにする。

信頼性解析法として、数値実験法の一つであるモンテカルロ法がある<sup>10)11)</sup>。同手法により構造物の破壊確率を求めるためには、一般に破壊確率が小さいことから数多くの試行をくり返す必要があり、有限要素法によって解かれる複雑で多自由度なモデルにこの手法を適用した場合には多大な計算機費用が必要になる。

このような観点から、Cambou は材料特性および荷重強度を確率変数として線形一次近似理論を適用して、変位および応力の平均値とその分散を求めることができる確率有限要素法の基本的な定式化を提案している<sup>12)</sup>。ここで線形一次近似理論とは、複数の確率変数からなる非線形な関数をテーラー展開し、2次以降の項を無視して線形化することにより、元の関数を近似する手法である<sup>13)</sup>。

桜井らは、この手法を斜面の安定問題に適用して、新たに地盤要素の破壊を表わす性能関数を定義することにより、各要素がもつ破壊確率および単一すべり面を仮定して得られる全体系の破壊確率を求めている<sup>14)</sup>。さらに辰己らは、防波堤を対象として同手法の適用を試みている<sup>15)</sup>。辰己らは、解析の中で同手法が材料特性や荷重などの確率変数が正規分布のときには精度のよい解を与えるが、正規分布以外のときには得られた解の精度が必ずしも良くないことを指摘している。この理由は、線形一次近似に平均値まわりのテーラー展開を用いているためであり、さらにこのやり方では性能関数の定義式により破壊確率の値が変わり、解は不変性をもたないし、また分布形も考慮できない<sup>15)</sup>。

一方、構造信頼性理論では Hasofer と Lind らが各確率変数を破壊点 (これは、直感的には最も破壊しやすい点と考えてもらえれば良い) まわりにテーラー展開することにより不変性のある安全性指標 (破壊確率) を求める方法<sup>16)</sup>を、また Rackwitz らは正規分布以外の確率

変数を破壊点において正規分布で近似(正規化近似)することにより破壊確率を精度よく求める方法<sup>10)</sup>を提案している。したがって、これらの方法を確率有限要素法に導入すれば、性能関数の定義式によらず不変性のある安全指標が得られ、さらに確率変数が正規分布以外のときにも精度よく解を求めることができる一般性のある確率有限要素法が開発できる。

このことから、本研究では斜面の安定解析を例として上に述べた一般性のある確率有限要素法の定式化を示し、数値解析例からその適用性を示すものである。

なお、本研究の遂行中、正確には報告書の作成の段階において、Kiuregian が本研究と同じ意図のもとに確率有限要素法を定式化して、フレーム構造物に適用していることが分かった<sup>17)</sup>。したがって、本研究は同方法を地盤構造物にはじめて適用したこと、また実際に300自由度を越すモデルについて適用性を確認したことが特徴となる。

さて、確率有限要素法に関する研究は上で述べたものの他にも主要なものとして次の研究がある。すなわち、中桐、久田らは2次の項までとった摂動法を適用して非線形、動的問題と広く確率有限要素法を拡張している<sup>18)</sup>。また、Wong は非線形問題への適用性を高める方法として、破壊確率を効率よく求める Response Surface 法を提案している<sup>19)</sup>。この他にも有益な論文、書物があると思われる。

本研究は、静的、線形、平面二次元問題と限定されたモデルを取り扱っているので、今後さらに上記の研究等を参考として線形→非線形、二次元→三次元、静的→動的へと方法の拡張を図る必要がある。

## § 2. 確率有限要素法の定式化

### 2.1 概要

解析では、地盤の材料特性、また荷重および境界変位を確率変数とする。ここで、材料特性では土の弾性係数  $E$ 、ポアソン比  $\nu$ 、単位体積重量  $\gamma$ 、粘着力  $c$  および内部摩擦角  $\phi$  を確率変数とする。また、境界条件には節点における強制変位を考慮できるように、境界変位を確率変数として扱うことができるように定式化を行なっている。

破壊を定義する性能関数は、各要素において潜在すべり面として層理面を仮定した場合としない場合の2つを想定している。また、層理面に沿った単一すべり面を想定して、すべり面における全体破壊についても同時に求

められるようにした。

以下の説明では、(1)変位および応力への線形一次近似理論の適用と、その期待値、分散の誘導、(2)性能関数および破壊確率の定義、さらに(3)破壊点を得るための取束計算法を示し、最後に(4)解析の全体フローを示している。

### 2.2 変位および応力に関する計算

一般の有限要素法において、変位と荷重との関係は次に示す剛性方程式によって与えられる。

$$[K]\{u\} = \{P\} \quad \dots\dots(1)$$

ここで、 $[K]$  は剛性マトリクス、 $\{u\}$  は変位ベクトル、 $\{P\}$  は荷重ベクトルである。

また、応力と変位との関係は次のように与えられる。

$$\{\sigma\} = [D][B]\{u\} \quad \dots\dots(2)$$

ここで、 $[D]$  および  $[B]$  は、それぞれ応力とひずみ、ひずみと変位を結びつけるマトリクスである。

#### (1)変位の計算

各要素の変位に対する期待値  $E[u_i]$ 、分散  $Var[u_i]$  および共分散  $Cov[u_i, u_j]$  は次のように計算される。まず変位  $u_i$  を確率変数  $x_k$  の破壊点まわりにテーラー展開し、2次以降の項を無視して線形近似する。

$$u_i = u_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*) + \sum_{k=1}^m (x_k - x_k^*) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)_* \quad \dots\dots(3)$$

ここで、 $x_k$  は確率変数であり、その個数を  $m$  とする。また、 $x_k^*$  は  $x_k$  の破壊点を、 $(\partial u_i / \partial x_k)_*$  は破壊点における偏導関数の値を示す。

式(3)から、変位  $u_i$  の期待値と分散は次のように与えられる。

$$E[u_i] = u_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*) + \sum_{k=1}^m (\mu_{x_k} - x_k^*) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)_* \quad \dots\dots(4)$$

$$\begin{aligned} Var[u_i] &= E[\{E[u_i] - u_i\}^2] \\ &= E\left[\left\{\sum_{k=1}^m (\mu_{x_k} - x_k) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)_*\right\}^2\right] \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)_* \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \right)_* E[(\mu_{x_k} - x_k)(\mu_{x_l} - x_l)] \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)_* \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \right)_* Cov[x_k, x_l] \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$

ここで、 $\mu_{x_k}$  は  $x_k$  の平均値、 $Cov[x_k, x_l]$  は  $x_k$  と  $x_l$  との共分散である。また、変位  $u_i$  と  $u_j$  との共分散は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Cov[u_i, u_j] &= E\{[E[u_i] - u_i] \{E[u_j] - u_j\}\} \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right)_* \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_l}\right)_* Cov[x_k, x_l] \quad (6) \end{aligned}$$

さらに、式(4)~(6)の計算に必要となる  $u_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$  および  $(\partial u_i / \partial x_k)_*$  は次のように算定される。また、上記の式では確率変数  $x_k$  と  $x_l$  との共分散マトリクスを含むことにより、土性値間の相関あるいは空間的な位置による土質定数の相関を考慮することができることに注意されたい。

(a)  $u_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$  の算定

変位と荷重との関係は式(1)によって与えられる。ここで、式(1)は変位  $u$  を未知の変位  $\{u''\}$  と既知の変位  $\{u'\}$  に分けることにより、次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u''\} \\ \{u'\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_1\} \\ \{P_2\} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(7)$$

$$\begin{bmatrix} [K_{11}] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u''\} \\ \{u'\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_1\} - [K_{12}]\{u'\} \\ \{u'\} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8)$$

式(8)より未知の変位  $\{u''\}$  は次のように与えられる。

$$\{u''\} = [K_{11}]^{-1} \{ \{P_1\} - [K_{12}]\{u'\} \} \quad \dots\dots(9)$$

式(9)において確率変数である  $E$  および  $\nu$  は  $[K_{11}]$ ,  $[K_{12}]$  に、また  $\gamma, P$  は  $\{P_1\}$  に、 $u$  は  $\{u'\}$  に含まれる。したがって、後述する収束計算によってこれらの確率変数の破壊点  $x_k^* (k=1, 2, \dots, m)$  が定まれば、式(9)により破壊点における未知の変位  $u_i^*$  が求められることになる。

(b)  $(\partial u_i / \partial x_k)_*$  の算定

① 確率変数  $x_k$  が変位  $u_i$  以外するとき (すなわち、確率変数が  $E, \nu, \gamma, P, u$  のとき)

式(1)の両辺を  $x_k$  で微分して整理すると次式が得られる。

$$\left(\frac{\partial \{u\}}{\partial x_k}\right)_* = [K]_*^{-1} \left\{ \left(\frac{\partial \{P\}}{\partial x_k}\right)_* - \left(\frac{\partial [K]}{\partial x_k}\right) \{u\}_* \right\} \quad \dots\dots(10)$$

したがって、収束計算により  $x_k^*$  が求められれば式(10)の右辺に含まれる項は全て既知となり、 $(\partial \{u\} / \partial x_k)_*$  を計算することができる。

② 確率変数  $x_k$  が変位  $u_i$  のとき

式(9)の両辺を  $x_k$  で微分すると次式が得られる。

$$\left(\frac{\partial \{u''\}}{\partial x_k}\right)_* = -[K_{11}]_*^{-1} [K_{12}]_* \left(\frac{\partial \{u'\}}{\partial x_k}\right)_* \quad \dots\dots(11)$$

ここで、 $\partial \{u'\} / \partial x_k$  は  $x_k = u_i$  のとき 1、それ以外では 0 となる要素より構成されるベクトルである。したがって、この場合も収束計算により  $x_k^*$  が定まれば、式(11)から  $(\partial \{u''\} / \partial x_k)_*$  が求められることになる。

(2) 応力の計算

各要素の応力に対する期待値  $E[\sigma_i]$ 、分散  $Var[\sigma_i]$  お

よび共分散  $Cov[\sigma_i, \sigma_j]$  は次のように求められる。すなわち、変位の計算と同様に応力  $\sigma_i$  を確率変数  $x_k$  の破壊点まわりにテーラー展開し、2次以降の項を無視して線形近似する。すなわち、

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \sigma_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*) \\ &+ \sum_{k=1}^m (x_k - x_k^*) \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_k}\right)_* \quad \dots\dots(12) \end{aligned}$$

式(12)から応力  $\sigma_i$  の期待値、分散および応力  $\sigma_i$  と  $\sigma_j$  の共分散は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} E[\sigma_i] &= \sigma_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*) \\ &+ \sum_{k=1}^m (\mu_{x_k} - x_k^*) \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_k}\right)_* \quad \dots\dots(13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var[\sigma_i] &= E\{[E[\sigma_i] - \sigma_i]^2\} \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_k}\right)_* \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_l}\right)_* Cov[x_k, x_l] \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Cov[\sigma_i, \sigma_j] &= E\{[E[\sigma_i] - \sigma_i] \{E[\sigma_j] - \sigma_j\}\} \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_k}\right)_* \left(\frac{\partial \sigma_j}{\partial x_l}\right)_* Cov[x_k, x_l] \quad \dots\dots(15) \end{aligned}$$

式(13)~(15)の計算に必要な  $\sigma_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$  および  $(\partial \sigma_i / \partial x_k)_*$  は次のように求められる。

(a)  $\sigma_i(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$  の算定

式(2)から要素  $j$  に関する応力と変位との関係は次式で与えられる。

$$\{\sigma\}_{*j} = [D]_{*j} [B]_{*j} \{u\}_{*j} \quad \dots\dots(16)$$

ここで、 $\{\sigma\}_j$  は図-1に示される要素をもつ応力ベクトル  $\{\sigma\}_j^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}_j$  である。 $\{\sigma\}_{*j}$  は、収束計算の結果として定まる  $\{u\}_{*j}$  を式(16)に代入することにより求められる。

(b)  $(\partial \sigma_i / \partial x_k)_*$  の算定

式(16)の両辺を  $x_k$  で微分すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \{\sigma\}_j}{\partial x_k}\right)_* &= \left(\frac{\partial [D]_j}{\partial x_k}\right)_* [B]_{*j} \{u\}_{*j} \\ &+ [D]_{*j} [B]_{*j} \left(\frac{\partial \{u\}_j}{\partial x_k}\right)_* \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

ここで、 $[B]_j$  は  $x_k$  とは独立であるので、 $\partial [B]_j / \partial x_k = [0]$  となり、 $[B]_j$  に関する偏導関数の項は省かれていく。 $(\partial \{\sigma\}_j / \partial x_k)_*$  は、 $\{u\}_{*j}$  および  $(\partial \{u\}_j / \partial x_k)_*$  を式(17)に代入することにより求められる。

また、主応力の期待値、分散および共分散は次のように与えられる。すなわち、平面問題では主応力および最大せん断力は、 $\epsilon$  および  $\zeta$  方向の応力値を用いて次のように与えられる (式(19)~(21)において要素番号を示す添字  $j$  は省略する)。

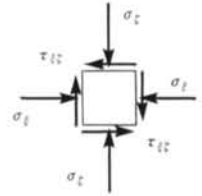


図-1 要素に作用する応力

$$\{\sigma'\}_j^T = \{\sigma_1, \sigma_2, \tau_{\max}\}_j \quad \dots\dots(18)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_\xi + \sigma_\zeta}{2} + \left\{ \left( \frac{\sigma_\xi - \sigma_\zeta}{2} \right)^2 + \tau_{\xi\zeta}^2 \right\}^{1/2} \quad \dots\dots(19)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_\xi + \sigma_\zeta}{2} - \left\{ \left( \frac{\sigma_\xi - \sigma_\zeta}{2} \right)^2 + \tau_{\xi\zeta}^2 \right\}^{1/2} \quad \dots\dots(20)$$

$$\tau_{\max} = \left\{ \left( \frac{\sigma_\xi - \sigma_\zeta}{2} \right)^2 + \tau_{\xi\zeta}^2 \right\}^{1/2} \quad \dots\dots(21)$$

また、主応力の偏導関数は式(19)~(21)を  $x_k$  に関して偏微分することにより、次のように与えられる。

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial x_k} + \frac{\partial \sigma_\zeta}{\partial x_k} \right) + \frac{1}{2} \frac{\left( \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial x_k} - \frac{\partial \sigma_\zeta}{\partial x_k} \right) (\sigma_\xi - \sigma_\zeta) + 2\tau_{\xi\zeta} \frac{\partial \tau_{\xi\zeta}}{\partial x_k}}{2 \left\{ \left( \frac{\sigma_\xi - \sigma_\zeta}{2} \right)^2 + \tau_{\xi\zeta}^2 \right\}^{1/2}} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial x_k} + \frac{\partial \sigma_\zeta}{\partial x_k} \right) - \frac{1}{2} \frac{\left( \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial x_k} - \frac{\partial \sigma_\zeta}{\partial x_k} \right) (\sigma_\xi - \sigma_\zeta) + 2\tau_{\xi\zeta} \frac{\partial \tau_{\xi\zeta}}{\partial x_k}}{2 \left\{ \left( \frac{\sigma_\xi - \sigma_\zeta}{2} \right)^2 + \tau_{\xi\zeta}^2 \right\}^{1/2}} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \tau_{\max}}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \frac{\left( \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial x_k} - \frac{\partial \sigma_\zeta}{\partial x_k} \right) (\sigma_\xi - \sigma_\zeta) + 2\tau_{\xi\zeta} \frac{\partial \tau_{\xi\zeta}}{\partial x_k}}{2 \left\{ \left( \frac{\sigma_\xi - \sigma_\zeta}{2} \right)^2 + \tau_{\xi\zeta}^2 \right\}^{1/2}} \quad (24)$$

式(19)~(21)に(a), (b)で求めた  $\{\sigma'\}_j$ ,  $(\partial\{\sigma'\}_j/\partial x_k)_*$  を代入して、 $\{\sigma'\}_j$  および  $(\partial\{\sigma'\}_j/\partial x_k)_*$  を計算する。さらに、この結果を式(13)~(15)に代入すれば主応力の期待値、分散および共分散を求めることができる。また、 $\xi, \zeta$  方向の応力は単に式(16), (17)を式(13)~(15)に代入することにより得られる。

### 2.3 性能関数の定義とその計算

ここでは、局部破壊と全体破壊を考えた2種類の性能関数を考える。応力値の正負は、土質工学における表示法に従って圧縮側を正とする。

(1)各要素ごとの破壊(局部破壊)を考えたとき

(a)層理面を考慮しない場合

せん断破壊に関する性能関数を、次のように定義する(ここで、要素番号は式中より省略する)。

$$Q_s = \tau_f - \tau_{\max} \\ = c \cos \phi + \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \phi - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad \dots\dots(25)$$

ここで、記号は図-2を参照して、 $\tau_f$ : モール円の中心から破壊基準までの距離、 $c$ : 粘着力、 $\phi$ : 内部摩擦角とする。

これより、式(25)を破壊点まわりでテーラー展開し、2次以降の項を無視すると、性能関数  $Q_s$  の平均値と分散は次のように与えられる。

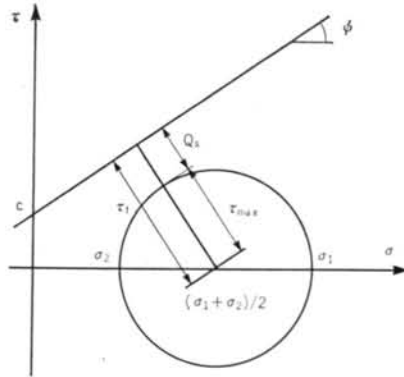


図-2 層理面が存在しない場合の性能関数

$$E[Q_s] = c^* \cos \phi^* + \frac{1}{2} (\sigma_1^* + \sigma_2^*) \sin \phi^* - \frac{1}{2} (\sigma_1^* - \sigma_2^*) \\ + (\mu_c - c^*) \left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_* + (\mu_\phi - \phi^*) \left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_* \\ + \sum_{k=1}^m (\mu_{x_k} - x_k^*) \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* \quad \dots\dots(26)$$

$$Var[Q_s] = \left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_*^2 Var[c] + \left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_*^2 Var[\phi] \\ + 2 \left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_* \left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_* Cov[c, \phi] \\ + \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* \left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_* Cov[x_k, c] \\ + \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* \left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_* Cov[x_k, \phi] \\ + \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_l} \right)_* Cov[x_k, x_l] \quad (27)$$

ここで、

$$\left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_* = \cos \phi^* \quad \dots\dots(28)$$

$$\left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_* = -c^* \sin \phi^* + \frac{1}{2} (\sigma_1^* + \sigma_2^*) \cos \phi^* \quad \dots\dots(29)$$

また、 $x_k$  が  $E, \nu, \gamma, P$ , あるいは  $u$  のとき、 $Q_s$  の  $x_k$  に関する偏導関数は次式で与えられる。

$$\left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* = \frac{1}{2} (\sin \phi^* - 1) \left( \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_k} \right)_* \\ + \frac{1}{2} (\sin \phi^* + 1) \left( \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_k} \right)_* \quad \dots\dots(30)$$

(b)層理面が存在する場合

層理面が存在する場合、せん断破壊に関する性能関数は一般に広く用いられている方法に従い、層理面上の直応力  $\sigma$  が変化しないと仮定して導かれるものとする<sup>20)</sup>。すなわち、せん断破壊に対する性能関数は、層理面方向を定める水平面からの角度を用いて次式で定義されるものとする(ここでも、要素番号は式中より省略する)。

$$Q_s = \tau_f - \tau = c + \sigma \tan \phi - \tau \quad \dots\dots(31)$$

ここで、記号は次のものとする(図-3参照)。

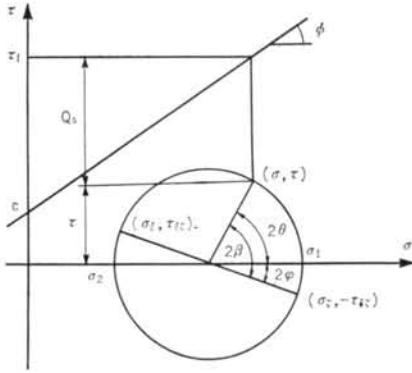


図-3 層理面が存在する場合の性能関数

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta \quad \dots\dots(32)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\theta \quad \dots\dots(33)$$

$$\theta = \beta - \phi + \pi/2 \quad \dots\dots(34)$$

$\beta$  : 水平面から層理面への角度

$\phi$  : 水平面から最大主応力面への角度

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\tau_{\xi c}}{\sigma_2 - \sigma_c} \right) \quad \dots\dots(35)$$

式(31)に式(32), (33)を代入すると,

$$Q_s = c + \left\{ \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta \right\} \tan \phi - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\theta \quad \dots\dots(36)$$

が得られる。

性能関数  $Q_s$  の平均値  $E[Q_s]$ , 分散  $Var[Q_s]$  は次のように与えられる。

$$E[Q_s] = c + \left\{ \frac{1}{2}(\sigma_1^* + \sigma_2^*) + \frac{1}{2}(\sigma_1^* - \sigma_2^*)\cos 2\theta^* \right\} \tan \phi^* - \frac{1}{2}(\sigma_1^* - \sigma_2^*)\sin 2\theta^* + (\mu_c - c^*) \left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_* + (\mu_\phi - \phi^*) \left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_* + \sum_{k=1}^m (\mu_{x_k} - x_k^*) \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* \quad (37)$$

$$Var[Q_s] = \left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_*^2 Var[c] + \left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_*^2 Var[\phi] + 2 \left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_* \left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_* Cov[c, \phi] + 2 \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* \left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_* Cov[x_k, c] + 2 \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* \left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_* Cov[x_k, \phi] + \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* \left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_l} \right)_* Cov[x_k, x_l] \quad \dots\dots(38)$$

ここで,

$$\left( \frac{\partial Q_s}{\partial c} \right)_* = 1 \quad \dots\dots(39)$$

$$\left( \frac{\partial Q_s}{\partial \phi} \right)_* = \tan \phi^* + \frac{(\sigma_1^* - \sigma_2^*) \sin 2\theta^*}{2 \cos^2 \phi^*} \quad \dots\dots(40)$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \phi^*} \left\{ \frac{1}{2}(\sigma_1^* + \sigma_2^*) + \frac{1}{2}(\sigma_1^* - \sigma_2^*)\cos 2\theta^* \right\} \quad \dots\dots(40)$$

また, 確率変数  $x_k$  が  $E, \nu, \gamma, P$ , あるいは  $u$  のときには  $(\partial Q_s / \partial x_k)_*$  は次式で与えられる。

$$\left( \frac{\partial Q_s}{\partial x_k} \right)_* = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_k} \right)_* + \left( \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_k} \right)_* \right\} \tan \phi^* + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_k} \right)_* - \left( \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_k} \right)_* \right\} (\cos 2\theta^* \tan \phi^* - \sin 2\theta^*) - (\sigma_1^* - \sigma_2^*) (\sin 2\theta^* \tan \phi^* - \cos 2\theta^*) \frac{(\sigma_\xi^* - \sigma_c^*) \left( \frac{\partial \tau_{\xi c}}{\partial x_k} \right)_* - \tau_{\xi c}^* \left\{ \left( \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial x_k} \right)_* - \left( \frac{\partial \sigma_c}{\partial x_k} \right)_* \right\}}{(\sigma_\xi^* - \sigma_c^*)^2 + 4\tau_{\xi c}^{*2}} \quad (41)$$

性能関数  $Q_s$  の共分散は次のように表わされる。

$$Cov[Q_{s,i}, Q_{s,j}] = \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial c_i} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial c_j} \right)_* Cov[c_i, c_j] + \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial \phi_i} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial \phi_j} \right)_* Cov[\phi_i, \phi_j] + \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial x_{k,i}} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial c_j} \right)_* Cov[x_{k,i}, c_j] + \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial x_{k,i}} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial \phi_j} \right)_* Cov[x_{k,i}, \phi_j] + \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial c_i} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial x_{k,j}} \right)_* Cov[c_i, x_{k,j}] + \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial \phi_i} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial x_{k,j}} \right)_* Cov[\phi_i, x_{k,j}] + \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial c_i} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial \phi_j} \right)_* Cov[c_i, \phi_j] + \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial \phi_i} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial c_j} \right)_* Cov[\phi_i, c_j] + \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial x_{k,i}} \right)_* \left( \frac{\partial Q_{s,j}}{\partial x_{l,j}} \right)_* Cov[x_{k,i}, x_{l,j}] \quad \dots\dots(42)$$

### (2) 全体破壊に対する性能関数

全体破壊, すなわちある仮定した単一すべり面に対して斜面が全体として破壊することを表す性能関数は, 層理面が存在する場合の各要素の性能関数  $Q_{si}$  にすべり面の長さを乗じ, さらにすべり面全体にわたって加算することによって与えられるものとする。すなわち,

$$\tilde{Q}_s = \sum_{i=1}^N Q_{s,i} dl_i \quad \dots\dots(43)$$

ここで,  $dl_i$  は  $i$  番目の要素をすべり面が切る長さであり,  $N$  は層理面を切る要素の総数である。

式(43)は, 層理面上における釣り合いを表わしていると考えてよい。

これより, 式(43)を破壊点まわりでテーラー展開し, 2次以降の項を無視すると,  $\tilde{Q}_s$  の平均値および分散は次

のようになる。

$$E[\tilde{Q}_s] = \sum_{i=1}^N E[Q_{s,i}] \Delta l_i \quad \dots\dots(44)$$

$$Var[\tilde{Q}_s] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N Cov[Q_{s,i}, Q_{s,j}] \Delta l_i \Delta l_j \quad \dots\dots(45)$$

ここで、 $E[Q_{s,i}]$  および  $Cov[Q_{s,i}, Q_{s,j}]$  はそれぞれ層理面が存在する場合に求められる  $Q_{s,i}$  の平均値と  $Q_{s,i}$ ,  $Q_{s,j}$  との共分散である。

## 2.4 破壊確率の計算

### (1) 局部破壊の安全性指標

要素  $i$  の安全性指標  $\beta_i$  は、次式で表わされる。

$$\beta_i = \frac{E[Q_{s,i}]}{(Var[Q_{s,i}])^{1/2}} \quad \dots\dots(46)$$

ここで、 $E[Q_{s,i}]$  と  $Var[Q_{s,i}]$  は、それぞれ  $Q_{s,i}$  の平均値と分散である。安全性指標は、構造信頼性理論では破壊確率とほぼ等価な定量的な尺度として用いられており、安全性指標  $\beta$  と破壊確率  $P_f$  との関係は(3)において説明する。

各要素の安全性指標は、破壊点における確率変数の値が定まらないと求められないことから、その算出には破壊点を確定するために収束計算が必要になる。

この破壊点を求めるためには、次に概要を述べる Hasofer と Lind が提案する方法を用いる<sup>10)</sup>。

この方法では、まず確率変数  $x_{k,i}$  に関する性能関数  $Q_{s,i}$  の偏導関数 ( $\partial Q_{s,i} / \partial x_{k,i}$ ) を求めて、次式により  $\alpha_{k,i}$  を計算する。

$$\alpha_{k,i} = \frac{\left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial x_{k,i}} \right) (Var[Q_{s,i}])^{1/2}}{\left( \sum_{k=1}^m \left( \frac{\partial Q_{s,i}}{\partial x_{k,i}} \right)^2 Var[Q_{s,i}] \right)^{1/2}} \quad \dots\dots(47)$$

次に、要素  $i$  について求められた  $\beta_i$  を用いて、確率変数  $x_k$  の破壊点を次のように表わす。

$$x_{k,i}^* = \mu_{x_{k,i}} - \alpha_{k,i} \beta_i (Var[x_{k,i}])^{1/2} \quad \dots\dots(48)$$

そして、この値を用いて要素  $i$  の  $\beta_i$  を計算する。さらに上記の計算は全要素について行なわれるものとする。

ここで、求められた各要素の  $\beta_i$  の収束状況を判定して、すべての要素の安全性指標が所定の許容誤差内に入るまで、新しい  $\beta_i$ ,  $\alpha_{k,i}$  を与えて収束計算をくり返すのである。また、 $\beta_i$ ,  $\alpha_{k,i}$  の初期値には平均値まわりのテーラー展開による値を与える。

### (2) 全体破壊の安全性指標

式(44), (45)で求めた  $E[\tilde{Q}_s]$  および  $Var[\tilde{Q}_s]$  を用いて、次式から全体破壊に対する安全性指標  $\beta$  が与えられる。

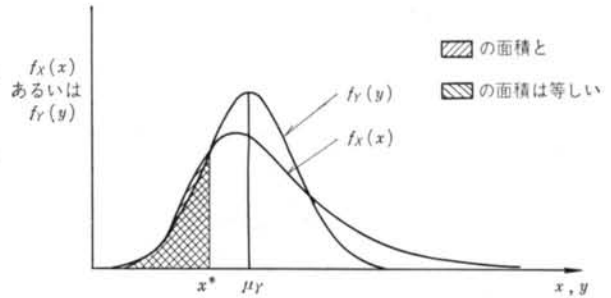


図-4 正規化近似の説明図

$$\tilde{\beta} = \frac{E[\tilde{Q}_s]}{(Var[\tilde{Q}_s])^{1/2}} \quad \dots\dots(49)$$

全体破壊の安全性指標を算定する場合にも、(2)と同様に収束計算を行なう必要がある。

### (3) 破壊確率の計算

安全性指標から、破壊確率は次のように計算できる。

すなわち、要素  $i$  の破壊確率  $P_{f,i}$  は、

$$P_{f,i} \doteq \Phi(-\beta_i) \quad \dots\dots(50)$$

また、全体の破壊確率  $P_f$  は、

$$P_f \doteq \Phi(-\tilde{\beta}) \quad \dots\dots(51)$$

により与えられる。ここで、 $\Phi(\cdot)$  は標準正規確率分布を表わす。式(50)と(51)は性能関数が線形で、かつ各確率変数がいずれも正規確率変数のときに等号が成り立つ。性能関数が非線形の場合には、テーラー展開により線形化されることにより前者の仮定が近似的に満足され、後者に対しては次に示すように Rackwitz による正規化近似を行なうことにより仮定を満足する。

すなわち、図-4に示すように任意の分布形をもつ確率変数  $X$  を、破壊点  $x^*$  において確率密度関数の値と確率分布関数の値がそれぞれ等しくなるような正規確率変数  $Y$  で近似する。このとき、 $Y$  の平均値と標準偏差は次式で与えられる。

$$\mu_Y = x^* - \frac{\Psi[\Phi^{-1}\{F_X(x^*)\}] \cdot \Phi^{-1}\{F_X(x^*)\}}{f_X(x^*)} \quad \dots\dots(52)$$

$$\sigma_Y = \frac{\Psi[\Phi^{-1}\{F_X(x^*)\}]}{f_X(x^*)} \quad \dots\dots(53)$$

ここで、 $f_X(x)$ :  $X$  の確率密度関数(正規分布でない)

$F_X(x)$ :  $X$  の確率分布関数( " )

$\Psi(\cdot)$ : 標準正規確率密度関数

$\Phi(\cdot)$ : 標準正規確率分布関数

## 2.5 計算のフロー

以上に述べてきた計算の全体フローを図-5に示す。

### § 3. 数値解析例

本研究では上記の定式化、またプログラミングが完成した段階において、3つの三角形要素からなる簡単なモデルに本手法を適用して、手法の有効性、またその解析精度を検討した<sup>21)</sup>。検討の結果として、モンテカルロ法による解との比較から手法の有効性と解の精度が検証された。このことから、本報告ではより実際的な問題として斜面構造物に対して本手法の適用を試みる。3.1では通常の斜面のすべり破壊について局部破壊および層理面を仮定した場合の全体破壊を検討する。また、3.2では地下水流を考慮した斜面のすべり破壊を、局部破壊および円弧すべりによる全体破壊について検討する。

#### 3.1 斜面構造物に対する適用例 1

斜面構造物に対するすべり破壊の検討例として、図-6に示される解析モデルの破壊確率を算定する。このモデルの要素数は216であり、確率変数には弾性定数 $E$ 、ポアソン比 $\nu$ 、単位体積重量 $\gamma$ 、粘着力 $c$ 、および内部摩擦角 $\phi$ の5つとして、分布形あるいは変動係数の値を種々変更した表-1に示めされる4つのケースを検討した<sup>14)21)</sup>。ただし、内部摩擦角 $\phi$ に関しては $\tan \phi$ の変動係数が他の確率変数の変動係数と同じ値となるように、そのばらつきを定めている。

表-1に示される Case-1と Case-2は、ポアソン比お

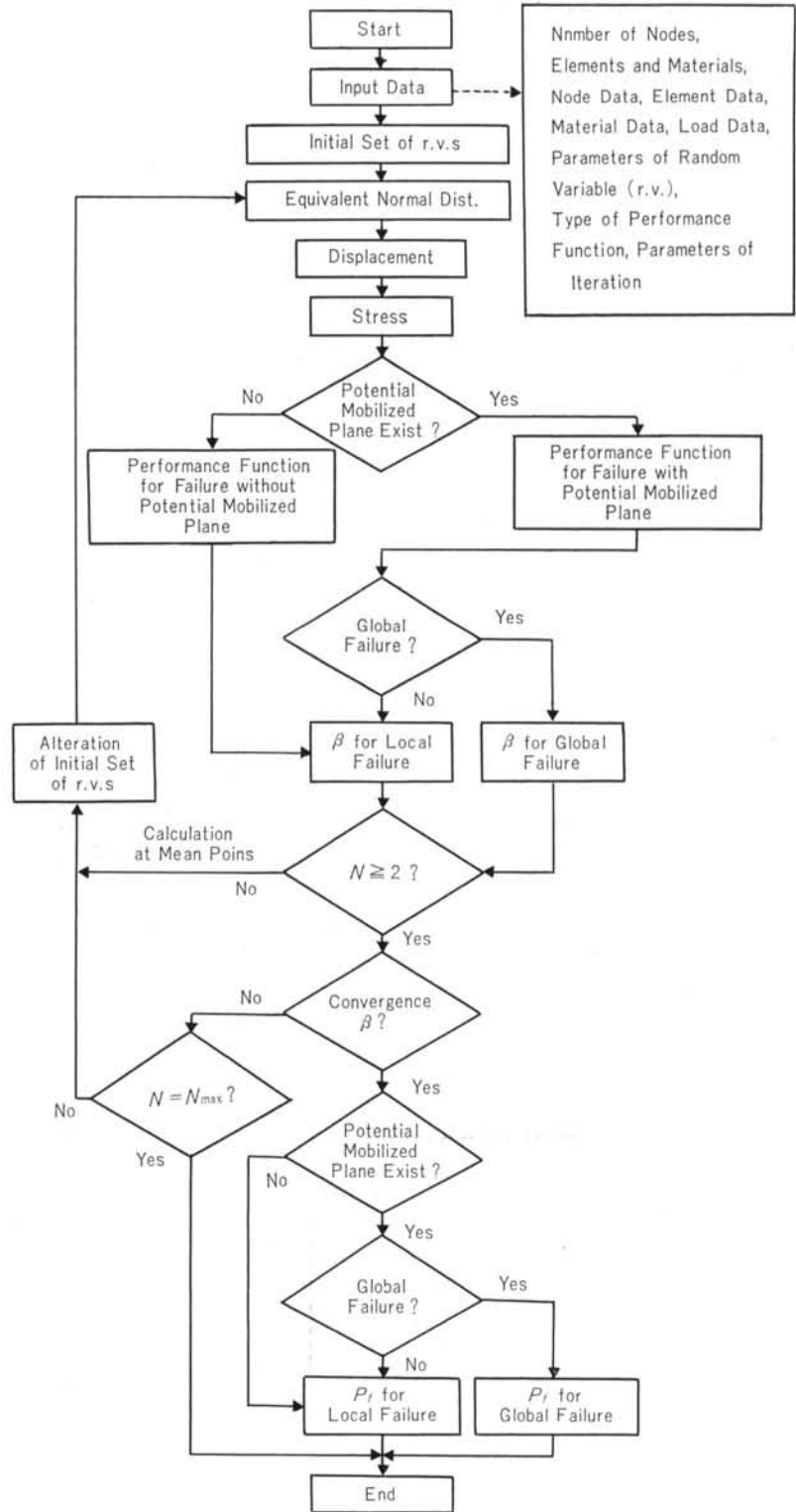


図-5 解析の全体フロー

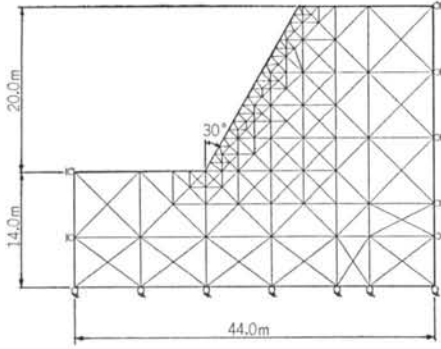


図-6 解析モデル (適用例1)

よび単位体積重量を確率変数とした場合と、確定値とした場合との結果の差異を検討するためのものである。また、Case-2 と Case-3 は確率変数の分布形を正規分布と対数正規分布とした場合を比較するためのものである (ただし、ポアソン比と単位体積重量は Case-2 を基準とすることから確定値となる)。さらに、Case-4 は Case-3 における確率変数をもつ変動係数を 0.1 から 0.3 へと大きくしたものである。全ケースに対して、層理面が存在を仮定した場合としない場合の局部破壊確率を計算し、さらに層理面が仮定されている場合には全体破壊確率を算定した。ここで、層理面は水平面から  $40^\circ$  の方向に傾斜させた直線で表わされるものと仮

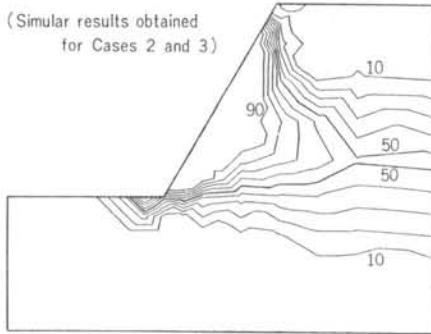


図-7 局部破壊確率 (Case-1, 層理面なし)

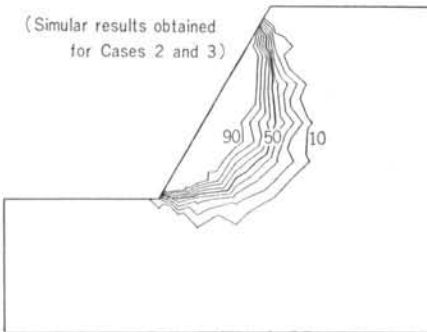


図-8 局部破壊確率 (Case-1, 層理面あり)

材料特性	平均値	変動係数 (=標準偏差/平均値)			
		Case-1	Case-2	Case-3	Case-4
弾性係数 $E$	$1.0 \times 10^4 \text{ tf/m}^2$ [ $9.8 \times 10^5 \text{ kPa}$ ]	0.1	0.1	0.1	0.3
ポアソン比 $\nu$	0.3	0.1	(確定値)	(確定値)	(確定値)
単位体積重量 $\gamma$	$2.3 \text{ tf/m}^3$ [ $22.5 \text{ KN/m}^3$ ]	0.1	(確定値)	(確定値)	(確定値)
粘着力 $c$	$1.0 \text{ tf/m}^2$ [ $9.8 \text{ kPa}$ ]	0.1	0.1	0.1	0.3
内部摩擦角 $\phi$	$35^\circ$	0.077	0.077	0.077	0.231
備考		確率変数の分布形は正規分布とする		確率変数の分布形は対数正規分布とする	

注) Case-1 の諸元は文献(14)から引用

表-1 解析に用いたパラメータと解析ケース (適用例1)

定する。また、その位置は一般に確定できないことからその位置をパラメータとして、層理面を考慮して求められる全体破壊確率が最も大きくなる面で評価されるものとする。なお、読者の中には斜面の安定解析では全体破壊確率の値が重要であり、局部破壊確率に関する情報は不要ではないかと考える方がいるかもしれないが、局部破壊確率に関する情報は斜面安定に対する対策工を検討する上で重要な資料として活用されるのである。

さて、各解析ケースに対して求められた局部破壊確率の結果の一部を図-7~10に示す。

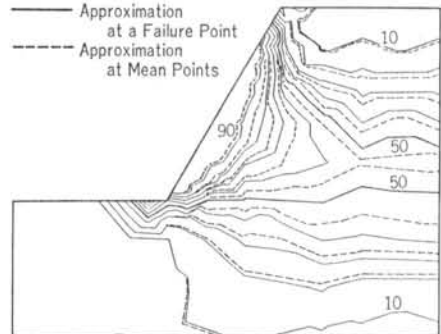


図-9 局部破壊確率 (Case-4, 層理面なし)

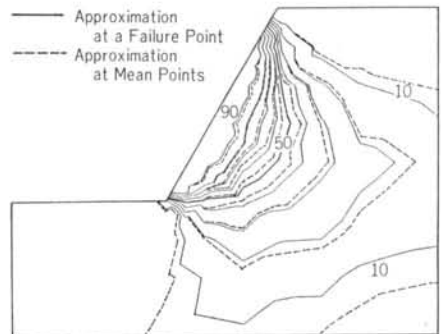


図-10 局部破壊確率 (Case-4, 層理面あり)



Case-1~3の結果はほとんど同じものとなったので、ここではCase-1の結果のみを示している(図-7, 8参照)。このことから、ポアソン比と単位体積がもつばつきが局部破壊に与える影響が小さいことが分かった。また、Case-3は対数正規分布の場合に平均値まわりのテーラー展開を用いる従来の確率有限要素法と本手法との違いをみるためのものであるが、両者にもほとんど差はみられなかった。これは、確率変数の変動係数を0.1と小さめに設定したため、確率分布の形状の差が顕著で

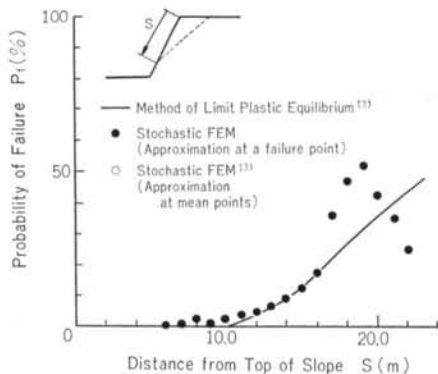


図-11 全体破壊確率 (Case-1)

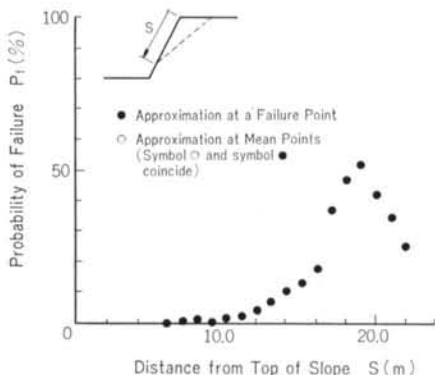


図-12 全体破壊確率 (Case-3)

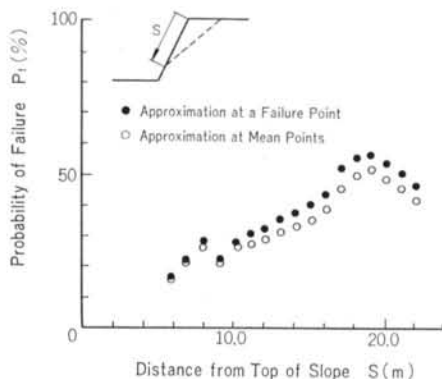


図-13 全体破壊確率 (Case-4)

なかったことによる。このことから、Case-4では変動係数を大きくした。結果として、両者の間には明らかに差があることが分かる(図-9, 10参照)。

さて、次に層理面を仮定して得られる全体破壊確率を図-11~13に示す。破壊確率は、法肩からの距離 $S$ をパラメータとして示されている。図-11はCase-1に対するものであるが、比較のために極限平衡法によって求められた結果(図中の実線)と平均値まわりのテーラー展開により求めた破壊確率(図中の○印)をも合わせて示している。Case-1では確率変数をすべて正規分布に従うと仮定していることから、本手法による解(●印)と平均値まわりのテーラー展開による解(○印)とは完全に一致している。また、本手法による解と極限平衡法による解<sup>13)</sup>を比較すると、 $S$ が16mまでは両者は良く一致しているが、 $S$ がそれ以上大きくなると両者には大きな差が現われる。これは、法尻部分の要素がポアソン比により水平方向の応力による影響を受けるためであり、有限要素法解析ではこの点を正しく評価している。

図-12は、Case-3について全体破壊確率を示したものである。Case-3では確率変数のもつ確率分布を対数正規分布と仮定しているが、変動係数が0.1と小さいことからテーラー展開を平均値まわりとしても破壊点まわりとしても、すなわち従来の手法と本手法による解を比較してもその差はほとんどみられない。一方、変動係数を0.1から0.3へと大きくすると、図-13に示されるようにCase-4の結果として両者には明らかな差が生じてくる。したがって、確率変数の変動係数が大きい場合には、本手法によれば従来の手法と比べて解の精度を向上させることができる。

以上の結果から、本手法も従来の確率有限要素法と同様に層理面を仮定して得られる全体破壊確率を評価することができ、さらに確率変数が正規分布以外の確率分布に従うときにも、本手法が適用可能であることが分かった。

### 3.2 地下水流を考慮した斜面の安定解析(適用例2)

地下水流を考慮した斜面の安定解析を、本手法の適用例2として検討する。ここで、検討に用いた斜面のモデルおよびそのパラメータの諸元を図-14および表-2に示す。

地下水流による影響は次のように考慮される。すなわち、定常浸透流解析から求められる各要素重心位置におけるポテンシャル勾配(=流速/透水係数)に、水の単位体積重量を乗じることにより算定される物体力が各要素に作用するとして、地下水流の影響を考慮するのであ

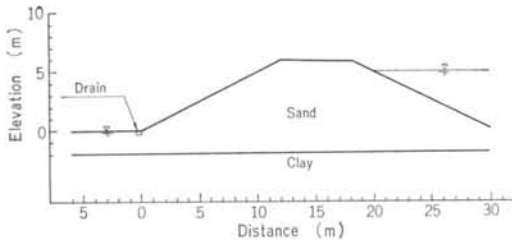
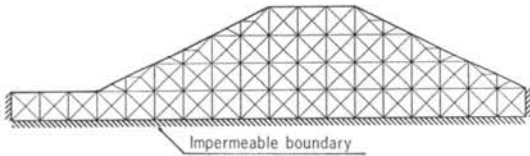


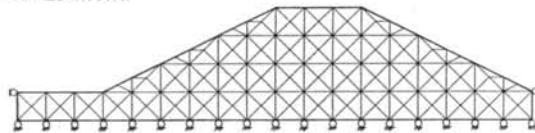
図-14 地下水流を考慮した斜面モデル(適用例2)

材料特性	確率統計値	
	平均値	変動係数
弾性係数 $E$	500.0 tf/m <sup>2</sup> {4.9×10 <sup>3</sup> kPa}	0.3
ポアソン比 $\nu$	0.3	0.3
単位体積重量 $\gamma$	1.8 tf/m <sup>3</sup> {17.6 kN/m <sup>3</sup> }	0.05
内部摩擦角 $\phi$	35°	0.2
透水係数	1.0×10 <sup>-4</sup> cm/s	0
間隙率	0.3	0
備考	確率変数の分布形は正規分布とする(変動係数0のものは確定値として取り扱われる)	

表-2 解析に用いたパラメータ(適用例2)



(a)浸透流解析用



(b)斜面安定解析用

図-15 FEM 解析モデル

る。ここで、浸透流解析の結果は地盤のもつ透水係数の影響を受けるが、本適用例では定常流を対象とすることから、ポテンシャル勾配自体は変化せず、各要素に働く物体力も変化しない。このことから、表-2に示されるように地盤の透水係数は確定値としている。

さらに、本適用例では斜面は砂地盤により構成されているとしたことから、すべり面は円弧として与えられるものとする。このとき、円弧すべり面全体の破壊は次の性能関数により与えられる。

$$\bar{Q}_s(x_0, y_0, r_0) = r_0 \int_0^{\theta_0} Q_s d\theta \quad \dots\dots 54$$

ここで、 $(x_0, y_0)$  は円弧のすべり中心の座標、 $r_0$  は円弧

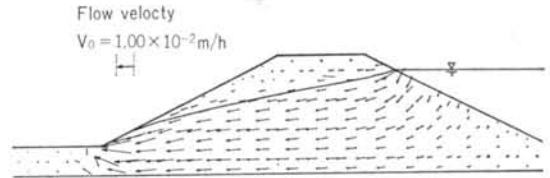


図-16 流速分布(定常浸透流解析結果)

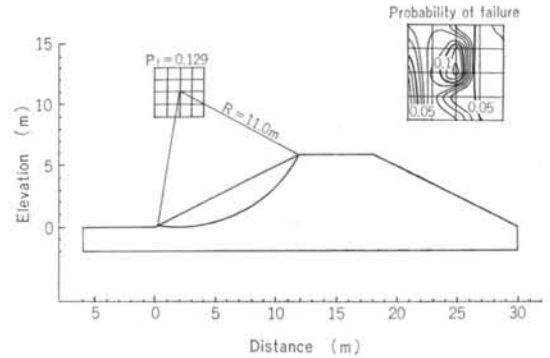


図-17 斜面のすべり円弧と全体破壊確率

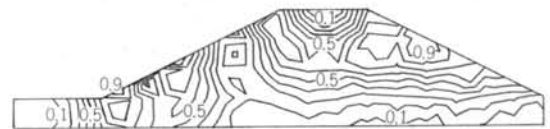


図-18 堤体内の局部破壊確率

の半径、また  $\theta_0$  はすべり円弧の中心角である。また、 $Q_s$  は円弧すべり面上において小区間の性能関数を与えるものであり、すべり面が存在することから式(3)で定義されるものとする。さらに、式(54)は計算上、式(43)に示されるように離散化され求められる。

さて、図-15には浸透流解析および斜面安定解析に用いた解析モデルを示す。解析モデルは節点数119、要素数192であり、解析の目的に応じて境界条件を変更している。

浸透流解析の結果として得られた堤体内の流速分布図を図-16に示す。流速分布に基づき算定される物体力を各要素に作用させ、さらに表-2に示される地盤材料の不確実性を含めて求められる全体破壊確率を図-17に示す。図-17では、破壊確率が最も大きくなるすべり円弧を示している。また、図の右上には円弧の中心を移動させて求められた全体破壊確率を、コンター(等高線)として示した。

さらに参考として、堤体内の各要素のもつ局部破壊確率を図-18に示す。図から、堤体の外側(左側の斜面)では法先の局部破壊確率が大きく、また堤体の内側では斜面中央部の局部破壊確率が大きくなっていることが分かる。

## § 4. 結 論

本研究は、確率有限要素法を地盤工学、特に斜面安定解析に適用を図ることを目的として、基礎的な定式化および数値解析例題を示したものである。

結果は、以下のようにまとめられる。

(1)提案した手法によれば、Hasofer, Lind による破壊点まわりのテーラー展開による一次近似理論、また Rackwitz らによる正規化近似法を用いることにより、性能関数の定義式によらず不変性のある安全性指標（破壊確率）が得られ、かつ確率変数が正規分布以外のときにも解を精度よく求めることができる。

(2)斜面の安定解析に本手法を適用して、種々のパラメ

ータに対して斜面の局部破壊確率と全体破壊率を求めてみた。結果として、確率変数が正規分布に従う場合や変動係数が小さい対数正規分布に従う場合には、従来の手法による解と本手法による解とは差がほとんどみられなかった。しかし、対数正規分布の変動係数を 0.3 とした場合には、両者には明確な差が現われた。

(3)地下水流を考慮した斜面の安定解析に本手法を適用した。結果として、地下水流による影響は浸透流解析から算定されるポテンシャル勾配に、水の単位体積重量を乗じることにより求められる物体力を各要素の重心に作用させることにより、解析上容易に考慮できることが分かった。

### <参考文献>

- 1) 星谷 勝, 石井 清: “構造物の信頼性設計法” 鹿島出版会 (1986年5月) (出版予定)
- 2) 長 尚: “土木構造物の安全性と経済性” 土木技術 第40巻, 第3号
- 3) 土木学会構造工学委員会構造物安全性小委員会: “安全性照査のための構造設計基準, 策定のガイドライン案について” 土木学会誌 (1980年9月)
- 4) C.S. Desai: “Numerical Methods in Geotechnical Engineering” McGraw-Hill (1977)
- 5) G. Gudehus: “Finite Elements in Geomechanics” Wiley (1977)
- 6) 川本眺万, 林正夫: “地盤工学における有限要素法解析” (1978年)
- 7) 松尾 稔: “地盤工学, 信頼性設計の理念と実際” 技報堂 (1984年)
- 8) A.K. Chough: “Parametric Study on the Plasticity Parameters in Elastic-Plastic Analysis of Underground Openings” Canadian Geotechnical Journal, Vol. 17 (1980)
- 9) E. Vanmarke: “Random Fields: Analysis and Synthesis” MIT Press (1983)
- 10) J.R. Benjamin & C.A. Cornell: “Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers” McGraw-Hill (1970)
- 11) J.H. Mize & J.G. Cox (小笠原他訳): “シミュレーションの基礎” 培風館 (1969年)
- 12) B. Cambou: “Application of First-Order Uncertainty Analysis in the Finite Element Method in Linear Elasticity” Proc. of 2nd Int. Conf. of Statistics and Structural Engineering (1975)
- 13) 桜井春輔, 土居康成: “有限要素法による斜面の信頼性解析” 土木学会論文報告集 No. 330 (1983年)
- 14) 辰巳安良, 田中芳行, 高田博行, 梶信親: “確率有限要素法による防波堤の信頼性解析” 第19回土質工学研究発表会発表講演集 (1984年)
- 15) A.M. Hasofer & N.C. Lind: “Exact and Invariant Second Moment Code Format” ASCE, Vol. 100, No. EM2 (1974)
- 16) R. Rackwitz & B. Fiessler: “Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences” Computer and Structures, Vol. 9 (1978)
- 17) A.D. Kiureghian: “Numerical Methods in Structural Reliability” 4th Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soils and Structural Engineering, Firenze, Italy (1983)
- 18) 中相 滋, 久田俊明: “確率有限要素法入門, 不確定構造の解析” 培風館 (1985年)
- 19) F.S. Wong: “Slope Reliability and Response Surface Method” ASCE, Vol. 111, No. GT3 (1983)
- 20) 土木工学会: “土質工学ハンドブック” (1982年) pp.187~263
- 21) 鈴木 誠, 石井 清: “確率有限要素法による斜面安定解析” 土木学会論文報告集 No. 364 (1985年)

