

## 三次元地質構造の推定と画像出力

鈴木 誠  
(大崎研究室)  
石井 清  
(大崎研究室)  
黒田 英高  
(大崎研究室)

### § 1. はじめに

建設サイトにおける地質調査は、建設プロジェクトの成否にかかわる重要な調査項目の一つである。最近では、土木技術の進歩とともに大規模な構造物が計画されることも多くなってきたので、これに伴う基礎の大型化や深層化は急速に進んでいる。さらに、地下空間の利用技術の発達から、地質調査の重要性は今後ますます増大するはずである。一般に、地盤は層状や塊状の地層や岩体から構成され、その中に断層、砕破帯等の不連続面が分布し、地域によっては褶曲、浸食等の作用を受けて複雑な構造となっている。地質調査における要点は、限られたデータからいかに効率よく地質構造をとらえるかということにある<sup>1)2)</sup>。

最近では、地質学における情報科学的なアプローチを専門とする情報地質学<sup>3)</sup>という研究分野が提唱されており、地質学を理論的かつ定量的な科学として位置付けるべく研究が盛んに行なわれている。情報地質学では幾つかの研究課題が設定されているが、ボーリング・データなどの地質調査資料から地質構造を合理的にとらえることも、その一つとされている。本研究は、新しい学問である情報地質学で得られた知識を地盤工学に適用することを目的としている。具体的には、地質調査の高度化や省力化をねらいとして、近年発達してきているコンピュータ・グラフィック・システム (Computer Graphics System; 以下、CGS と略記する) を用いてボーリング調査資料から地質構造を推定し、三次元的に画像出力することを試みた。三次元的な地質構造を推定する上で必要となるのは、地層区分の識別と地層境界面などの推定であるが、本研究ではこの地層境界面の推定手法<sup>4)</sup> (ボーリング・データからの補間手法) を含めて、CGS を利用した画像出力システムの構築を図っている<sup>5)</sup>。

本論文の構成は次のとおりである。§2. では、地質調査への CGS の利用の利点と、画像出力システムによる三次元地層モデル作成のフローを説明する。§3. では、

補間手法として用いているクリッキングの定式化と、その中で用いられる補間パラメータについて例題を通して検討する。§4. では、実際の地盤への適用を図り、幾つかの地層図の画像出力を示す。最後に、§5. では本研究の結論と将来の展望をまとめる。

### § 2. 地質調査への CGS の利用

地質構造の推定は、通常ボーリング・データである柱状図を用いて展開図を作成することにより行なわれる。CGS により地質構造が容易にとらえられることは、次のような数多くの利点がある<sup>1)</sup>。

①三次元の複雑な地質構造をカラー・ディスプレイを用いて視覚的に理解しやすい形で表現すれば、三次元的に矛盾した地層のモデル化を避けることができる。

②地質図等の作成における単調な作業からの解放と、単純な作図・計算ミスが減少でき、主観的な判断が少なく、図面が標準化されることになる。

③調査の追加に伴うモデルや図面の修正作業が早く、しかも容易に行なえる。

④FEM などの地盤解析プログラムなどに、地層境界等のデータを円滑に受け渡すことができる。

CGS を利用して三次元地層モデルを作成するフローを図-1 に示す。モデルの作成領域に対してのデータの位置が偏っている場合には、領域周辺において地層境界面が不適当な形状となることが多い。そのため、作成領域はデータ位置の散らばり方を考慮して定める必要がある。また、必要に応じて領域周辺に適当なデータを付加することによって調整を行なう。地表面については、等高線等を入力してその標高を正確にモデル化することもできるが、地下の情報が重要で地表面形状の正確さがあまり必要でないときには、簡単な取り扱い方として数箇所の標高データから補間して地表面を求めることもできる。ボーリング・データ(一次元)から地層境界面(三次

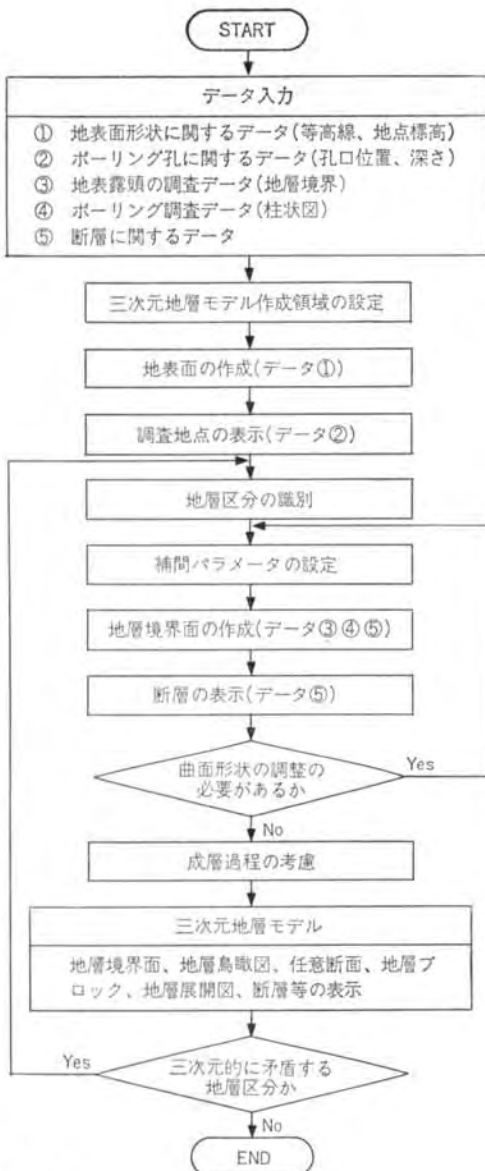


図-1 作図フロー

元)への補間手法および補間パラメータについては§3.2で述べる。地層境界面は、地表面の露頭データとボーリングデータから得られた地層境界の標高データを補間して求める。断層面についても同様の補間から求める。地層境界面や断層面が交差しているような場合は、地層の成層過程を考慮し、上層面と下層面のどちらかを優先させることによって表現する。現在の段階では、面と面の交線がメッシュの大きさにより影響を受けるが、メッシュを細かくすることによりかなり滑らかにすることができる。作図については、地層境界面、地層鳥瞰図、任

意断面、地層ブロックおよび地層展開図の表示のほか、構造物なども図中に表示することが可能である。

一般の事例では三次元の地質構造は相当に複雑になることから、ボーリングデータからの地質の識別には専門家の判断を十分に取り入れる必要がある。そのため、作業は画像出力を見ながらデータの修正・追加が容易にできるようになっている。

### § 3. 画像出力のためのデータ補間

#### 3.1 概説

限られたボーリングデータから三次元地層モデルを作成するためには、データの補間処理が必要となる。従来はスプライン関数を用いて補間を行っていたが、ある方向に相関が強いといった全体的な傾向(トレンド)を取り入れることはできない。また、外挿の信頼性が少なく、ボーリング数が多く必要とされている。そこで、これらの問題を解決するために、ここではクリッキング<sup>6)</sup>と呼ばれる手法を適用してデータの補間を行なう。

クリッキングとは、土質定数の空間分布を確率過程の一つの実現事象であるサンプル過程として、土質調査の結果得られたサンプル値より残りの部分の土質定数を推定する手法である。このような手法として最も広く知られ用いられているのは重回帰分析法(最小自乗法)であるが、重回帰分析法は空間分布の内挿ではなく回帰であるため、全体的なトレンドの推定を行なっていることになり、サンプル点における推定値は必ずしもサンプル値を通るとは限らない。これに対して、クリッキングはこのような不都合を生じさせることがない推定法であり、土質定数の持つ不確実性を空間分布の推定に伴う誤差として確率的に取り扱うことができる手法である<sup>7)</sup>。すなわち、クリッキングは推定値の不偏性と推定値の分散を最小にするという条件をもって求められる線形推定法であり、クリッキングにより求められる空間分布の推定値はサンプル値を通り、サンプルのない点の推定誤差はサンプル点からの距離が増加するに従って大きくなるという特徴がある。

#### 3.2 クリッキングの定式化<sup>8)</sup>

クリッキングにより内挿を行なうサンプル過程  $Z(x)$  を、確定値として与えられるトレンド成分  $m(x)$  とランダム成分  $W(x)$  の線形和として表現できると仮定する。ここでは、 $x$  は座標を表すベクトルであり、ランダム成分  $W(x)$  が平均値が 0 となる定常(エルゴード)確率

過程となるようにトレンド成分  $m(x)$  を考える。

$$Z(x) = m(x) + W(x) \quad \dots\dots(1)$$

まず、トレンド成分  $m(x)$  は  $x$  に関する多項式によって表現できると仮定する。

$$m(x) = \sum_{i=1}^L \beta_i f_i(x) = \{f(x)\}^T \{\beta\} \quad \dots\dots(2)$$

ここで、 $f_i(x)$  ( $i=1, 2, \dots, L$ ) は  $x$  に関する多項式で、 $\beta_i$  はその係数である。また、 $\{f(x)\}^T = \{f_1(x), \dots, f_L(x)\}$  と  $\{\beta\}^T = \{\beta_1, \dots, \beta_L\}$  である。例えば、 $x$  が二次元であれば多項式の次数により、トレンド成分  $m(x)$  は次のように表現できる。

$$0 \text{ 次: } m(x, y) = \beta_1$$

$$1 \text{ 次: } m(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y$$

$$2 \text{ 次: } m(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2$$

さて、次に  $N$  個のサンプル点  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) においてサンプル値が  $Z(x_i)$  として与えられていると、任意点の推定値  $Z^*(x)$  はサンプル値  $Z(x_i)$  の線形和として式(3)により表わせると仮定する。

$$Z^*(x) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(x_i) = \{Z_N\}^T \{\lambda\} \quad \dots\dots(3)$$

ここで、 $\{Z_N\}^T = \{Z(x_1), \dots, Z(x_N)\}$  と  $\{\lambda\}^T = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$  である。式(3)の重み係数  $\lambda_i$  は次の二つの条件を満たす必要がある。

●重み係数  $\lambda_i$  に対する条件 1

$Z^*(x)$  が不偏推定値となるための条件を以下に示す。多くの推定値に対して、誤差は平均的に 0 となる。

$$E[Z(x) - Z^*(x)] = 0 \quad \dots\dots(4)$$

このためには、

$$E[Z(x)] = E[Z^*(x)] = \sum_{i=1}^N \lambda_i E[Z(x_i)] \quad \dots\dots(5)$$

となる。すなわち、エルゴード過程から  $E[Z(x_i)] = E[Z(x)]$  となるため、 $\sum \lambda_i = 1$  を満足する必要がある。また、式(1)より  $Z^*(x)$  の期待値はトレンド成分  $m(x)$  となる。

$$E[Z^*(x)] = m(x) \quad \dots\dots(6)$$

式(2)と式(3)より、式(6)は次のようになる。

$$\begin{aligned} E[Z^*(x)] &= E\left[\sum_{i=1}^N \lambda_i Z(x_i)\right] \\ &= \sum_{i=1}^N \lambda_i m(x_i) \\ &= \sum_{i=1}^N \lambda_i \sum_{j=1}^L \beta_j f_j(x_i) \\ &= \sum_{i=1}^N \lambda_i \{f(x_i)\}^T \{\beta\} \end{aligned}$$

$$= \{\lambda\}^T [F] \{\beta\} \quad \dots\dots(7)$$

ここで、

$$[F] = \begin{bmatrix} \{f(x_1)\}^T \\ \vdots \\ \{f(x_N)\}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1), \dots, f_L(x_1) \\ \vdots \\ f_1(x_N), \dots, f_L(x_N) \end{bmatrix}$$

である。式(2)、式(6)および式(7)より、

$$\{\lambda\}^T [F] = \{f(x)\}^T \quad \dots\dots(8)$$

となる。すなわち、式(8)が任意の  $\beta_i$  に関して成立するためには、次式が成り立つ必要がある。

$$f_i(x) = \sum_{i=1}^N \lambda_i f_i(x_i) \quad \dots\dots(9)$$

●重み係数  $\lambda_i$  に対する条件 2

次に、推定誤差の分散  $\sigma_E^2(x)$  を最小とする条件を以下に整理する。推定誤差分散は次のように表現される。

$$\begin{aligned} E\{[Z(x) - Z^*(x)]^2\} &= E\left\{W(x) - \sum_{i=1}^N \lambda_i W(x_i)\right\}^2 \\ &= \text{Var}\{W(x)\} - 2 \sum_{i=1}^N \lambda_i \text{Cov}\{W(x_i), W(x)\} \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j \text{Cov}\{W(x_i), W(x_j)\} \quad \dots\dots(10) \end{aligned}$$

これより、推定誤差を最小とするため最小自乗法を用いる。式(10)をベクトルとマトリックスで表現すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_E^2(x) &= \min E\{[Z(x) - Z^*(x)]^2\} \\ &= \min[\text{Var}\{W(x)\} - 2\{\lambda\}^T \{k(x)\} \\ &\quad + \{\lambda\}^T [K] \{\lambda\}] \quad \dots\dots(11) \end{aligned}$$

ここで、 $\{k(x)\}$ 、 $[K]$  は以下に示すように、サンプル値よりトレンド成分を除いた  $W(x_i)$  から共分散関数を求め、この共分散関数を用いて求める。

$$\{k(x)\} = \begin{bmatrix} \text{Cov}\{W(x), W(x_1)\} \\ \vdots \\ \text{Cov}\{W(x), W(x_N)\} \end{bmatrix}$$

$$[K] =$$

$$\begin{bmatrix} \text{Var}\{W(x_1)\}, & \dots, & \text{Cov}\{W(x_1), W(x_N)\} \\ \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}\{W(x_N), W(x_1)\}, & \dots, & \text{Var}\{W(x_N)\} \end{bmatrix}$$

さて、 $\sigma_E^2(x)$  を求めるためには、式(8)の条件下で式(11)を最小としなければならない。そこで、ラグランジェの未定係数法を用いて重み係数  $\{\lambda\}$  を求める。ラグランジュ乗数を  $\{\mu\}$  とすると、式(11)は次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{Var}\{W(x)\} - 2\{\lambda\}^T \{k(x)\} + \{\lambda\}^T [K] \{\lambda\} \\ + 2\{f(x)\}^T - \{\lambda\}^T [F] \{\mu\} \quad \dots\dots(12) \end{aligned}$$

式(12)が極小値をとるためには、 $\{\lambda\}$  で微分して 0 となる必要がある。

$$[K]\{\lambda\} = \{k(x)\} + [F]\{\mu\} \quad \dots\dots(13)$$

次に、式(13)を式(11)に代入すると、

$$\sigma_E^2(x) = \text{Var}\{W(x)\} - 2\{\lambda\}^T \{k(x)\} + \{\lambda\}^T \{k(x)\} + [F]\{\mu\} \quad \dots\dots(14)$$

$\{\lambda\}^T \{k(x)\}$ の項について整理し、式(8)を代入すれば、

$$\sigma_E^2(x) = \text{Var}\{W(x)\} - \{\lambda\}^T \{k(x)\} + \{\mu\}^T \{f(x)\} \quad \dots\dots(15)$$

となる。したがって、 $\{\lambda\}$ と $\{\mu\}$ が求まれば $Z^*(x)$ と $\sigma_E^2(x)$ を求めることができる。今回の報告では、地質構造の推定と画像出力についてその利用面を中心に説明することから、各例題では推定誤差について考慮せず、推定値 $Z^*(x)$ に関する結果のみを示す。

### 3.3 補間パラメータ<sup>4)</sup>

クリッキングによる補間に必要なパラメータとしては、地層境界面の標高(鉛直座標)に対する相関性に関するものがある。具体的には、共分散マトリックスを求

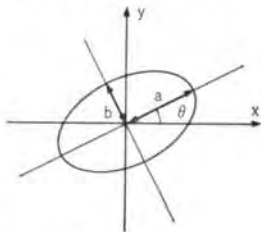
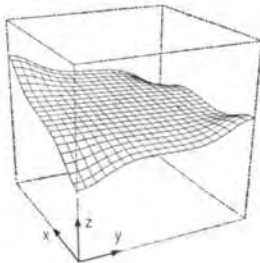
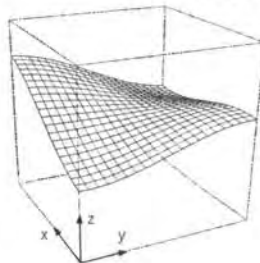


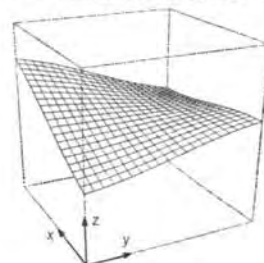
図-2 等値面 ( $\rho=e^{-1}$ )



(a)  $a=b=20.0$

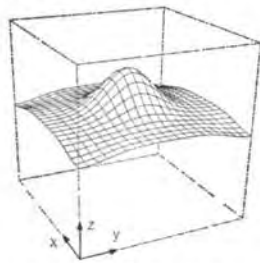


(b)  $a=b=50.0$

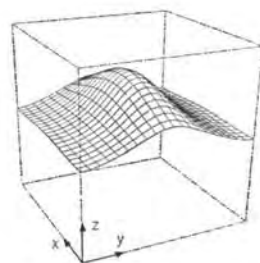


(c)  $a=b=100.0$

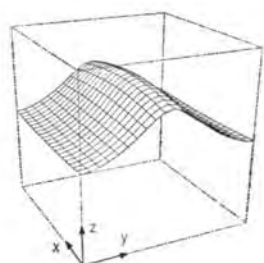
図-3 4点より補間した地層境界面



(a)  $a=20.0, b=20.0$



(b)  $a=50.0, b=20.0$



(c)  $a=100.0, b=20.0$

図-4 5点より補間した地層境界面

めるための相関関数であるが、ここでは次式で示す相関係数 $\rho$ で与える<sup>9)</sup>。

$$\rho(x, y, \theta) = \exp \left[ - \left\{ \left( \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{a} \right)^2 + \left( \frac{-x \sin \theta + y \cos \theta}{b} \right)^2 \right\} \right] \quad \dots\dots(16)$$

ここで、パラメータ $a, b$ は相関係数が $e^{-1}=0.368$ となる距離を表わしている。 $\theta$ は、基準座標 $x, y$ からパラメータ $a, b$ を用いる方向を表わす角度である(図-2)。本論文では、これらのパラメータを補間パラメータと呼ぶ。補間パラメータは、基本的にはボーリング・データの統計量から求めることになるが、確定値として正確に与えることは多くの場合に困難であるので、そのときには幅をもって経験的に与えることになる。推定された地層境界面の形状は、補間パラメータにより異なって表現されるため、次に簡単な例題を通して補間パラメータの大きさについて検討する。

いま、一辺の長さを100とすると矩形の四隅においてボーリング・データが与えられた場合を想定する。ここでは、簡単にするために $\theta=0^\circ$ としている。 $a=b$ として $a=\{20, 50, 100\}$ と変化させたときの地層境界面は、図-3のように表現される。 $a$ をボーリング間の距離と等しくすれば滑らかな面になり(図-3(c))、反対に $a$ を小さくすると平均的な標高がボーリング4本の平均値で与えられ、ボーリング位置近傍で局所的に変化する曲面

となる(図-3(a)). すなわち, ボーリング間を滑らかに補間するとき, 補間パラメータをボーリング間の距離と同程度くらいに設定すればよいことになる。

次に, 四隅および中央部に5本のボーリング・データが与えられた場合を想定する。ここで,  $b=20$ として,  $a=\{20, 50, 100\}$ と変化させたときの地層境界面を図-4に示す。5本のボーリング・データでも, もし地層境界面が $Y$ 方向に褶曲しており,  $X$ 方向の相関性が強いという情報があれば,  $a=100$ を採用すればよい。このように, 定性的な情報も補間パラメータを変化させるという形で地層境界面の推定に導入できる。

図-3と図-4から, 補間パラメータを変化させることにより, 同一のボーリング・データから相当に変化をつけた地層境界面ができることが分かる。実際の作業では, 専門家は画像出力を見ながら妥当と思われる幅の中で補間パラメータを適宜変更させて, 地層境界面を推定していくことになる。パラメータの変更幅は, 最小で補間するメッシュ間の距離, 最大でボーリング間の距離を目安として, 一般にはこの間の値を用いることが多い。

#### § 4. 適用例

実際のボーリング・データに対して, 三次元地質構造の推定と画像出力の適用例を示す<sup>5)</sup>。画像出力としては地層境界面, 地層鳥瞰図, 任意断面, 地層ブロックおよ

び地層展開図を表示する。基本的に, これらの図はディスプレイ上にカラーの面画として表示され, カラー写真やハード・コピーをとることができる。ボーリング・データは9本のボーリングから求めており, 地層は8層に分類した。地層境界の標高と層厚を表-1に示す。

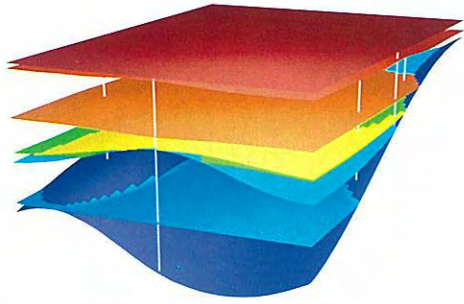
まず, ボーリング・データから補間手法により各地層境界面の作成を順次行なう。この例では, 補間パラメータを統計的に求めるだけのデータがなかったため, ボーリング間の補間が滑らかなるように  $a, b$  をボーリング間の距離である 10.0m とし,  $\theta$  を  $0.0^\circ$  とした。しかし, 図化してみると最下層の形状が地質学的にみて不自然であり, この地区では  $X$  方向に強い褶曲がみられ,  $Y$  方向には相関が強いことから  $Y$  方向の補間パラメータ  $b$  を 50.0 に変更した。次に, 各地層の三次元的な矛盾をチェックする。ボーリング・データには各地層が必ず現われてくるとは限らないため, 補間された地層境界面が上下に交差する部分が出てくる。この部分については, 地層の成層過程を考えて, 地層境界面の優先順位を決める。今回の場合には, 褶曲後に堆積が行なわれたと考えられることから, 最下層を優先した。

図-5は地表面と地層境界面を表示したもので, 垂直に貫く線はボーリング孔を示している。この図では, 地層境界面の単独表示などが可能であるから, 各地層の三次元的な関係を容易に把握できる。また, 各地層境界面は  $60 \times 80$  に分割し, それぞれの節点の座標でのデータを推定したもので, 分割を細かくすると滑らかな面とな

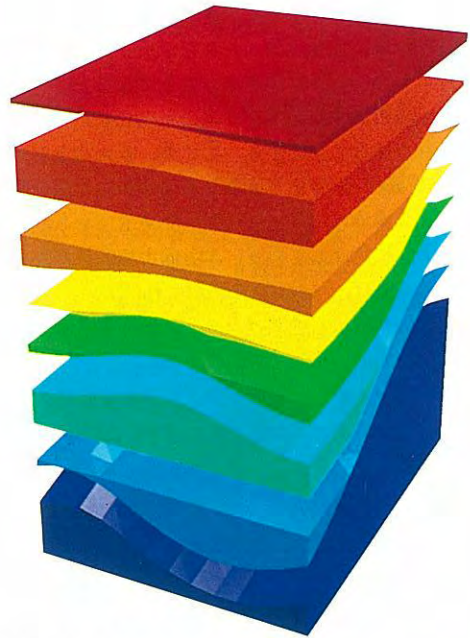
地層 GL±0		ボーリング地点								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
埋立層	1	(1.40)	(1.80)	(1.70)	(1.70)	(1.90)	(1.60)	(2.40)	(1.20)	(0.40)
		-1.40	-1.80	-1.70	-1.70	-1.90	-1.60	-2.40	-1.20	-0.40
沖積層	2	(7.95)	(7.10)	(7.56)	(7.00)	(7.15)	(7.20)	(6.00)	(7.60)	(9.40)
		-9.35	-8.90	-9.26	-8.70	-9.05	-8.80	-8.40	-8.80	-9.80
植層	1	(2.25)	(3.80)	(5.74)	(6.10)	(3.45)	(3.20)	(1.40)	(2.90)	(2.10)
		-11.60	-12.70	-15.00	-14.80	-12.50	-12.00	-9.80	-11.70	-11.90
洪積層	2	(0.90)	(2.35)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(4.00)	(1.60)
		-12.50	-15.05						-15.70	-13.50
植層	3	(2.20)	(0.75)	(1.40)	(2.00)	(3.30)	(1.70)	(-)	(-)	(-)
		-14.70	-15.80	-16.40	-16.80	-15.80	-13.70			
洪積層	4	(8.10)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(4.20)	(11.30)
		-22.80							-19.90	-24.80
洪積層	5	(6.10)	(3.10)	(3.35)	(3.35)	(5.55)	(-)	(-)	(6.60)	(8.80)
		-28.90	-18.90	-19.75	-20.50	-21.35			-26.50	-33.60
洪積層		(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)

( ) は層厚を示す

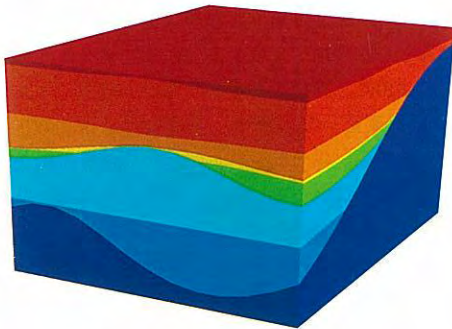
表-1 地点別の地層境界面標高 (GL) と層厚



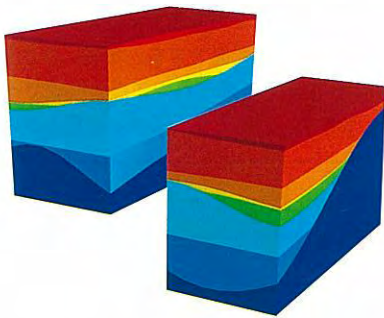
図—5 地層境界面



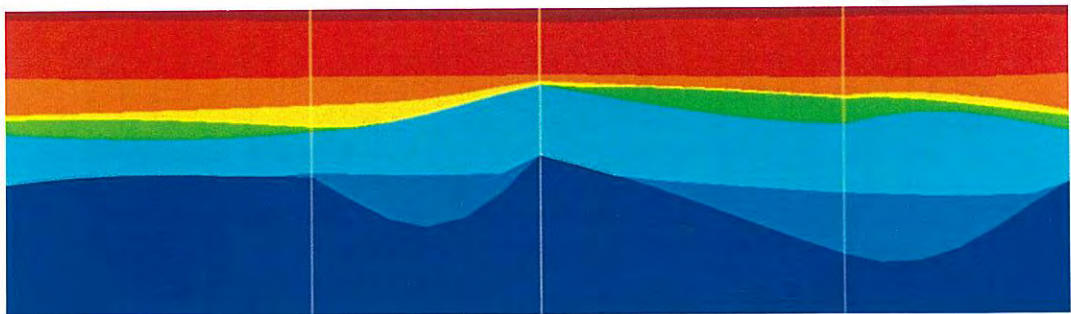
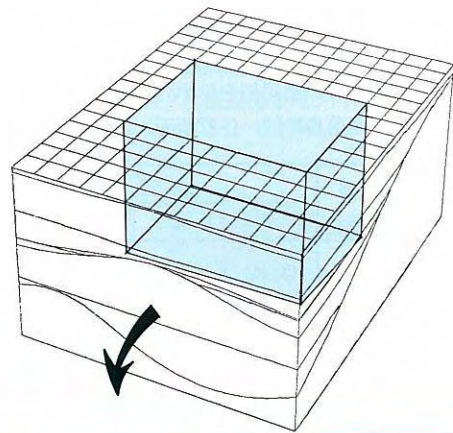
図—8 地層ブロック



図—6 地層鳥瞰図



図—7 任意断面



図—9 地層展開図

ってくるが、当然、計算時間は分割数に比例して長くなる。図-5で推定した地層境界面から、地層の鳥瞰図を作成したものを図-6に示す。図-6では、約GL-35.0 mまでの深さを表わしている。この図を中央でカットし、断面を表わしたものが図-7である。また、各地層をブロックとして表わしたものを図-8に示す。これより、各地層の三次元的な形状が容易に理解できる。図-9は、この地盤中に矩形の構造物を構築することを想定して、掘削の際に壁面に現われる地層を展開図として表わしたものである。これらの図により、谷状の最下層の上の他の地層が層状に堆積している様子や、施工計画の問題となるレンズ状の地層が明確に表現されていることが分かる。

## § 5. 結論

本研究では、CGSを用いた三次元地質構造の推定の意図とシステムの概要を説明し、データ補間手法の一つであるクリギングの適用性について簡単な例題を通して検討を行なった。さらに、実際の地盤に対して本システムを適用し、その有用性を確認した。今回の適用例では地層境界の表現に限ったが、岩盤等級や地下水面の分布等にも同様に適用することができ、これらの情報を組み合わせることによって設計や施工に対して、より理解しやすい総合的な情報を提供できることになる。

今のところ研究は端緒についたばかりであり、取り扱うことができる情報としてはボーリング・データを主体としている。現在、上に述べたような複数の情報を同時に解析に含める方法を検討中であり、広範な情報地質学の知識を導入することにより本システムはさらに進歩することになる。また、CGSの利点としてデータの受け渡しは容易であるので、地盤解析プログラムとの接続やCAD (Computer Aided Design) への展開を図ることもできる。さらに、人工知能(AI)としてエキスパート・システムを導入することにより、経験豊富な専門家の知識をコンピュータに知識ベースとして蓄積するとともに、エキスパート・システムのもつ推論機能を働かせて、専門家の行なう推理や判断を自動的に行なうことも将来的には可能となろう。

なお、今回使用したソフト・ウエアは富士通のCGMS (Computer Graphics and Movie System) であり、ハード・ウエアはFACOM-M380Qである。大型コンピュータに依存していることから、他のプログラムが同時に数多く実行されると反応が幾分遅くなるといった問題はあがあるが、FEMなどの地盤解析プログラムへのデータの受け渡しは環境的に容易となる。

本研究を進めるに当たり、原子力本部プロジェクト部石井卓氏、土木本部技術第一部泉谷泰志氏、土木本部設計部坂本俊一氏にご助言、ご協力をいただきました。ここに、記して感謝の意を表します。

## <参考文献>

- 1) 電源開発機建設部設計室(地質班): "CADによる3次元地質モデル" 応用地質 Vol.27, No.1 (1986年)
- 2) 泉谷泰志・飯塚友之助・石井卓・松本好高: "岩盤の不連続面調査と解析作業の電算化の試みについて" 第19回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集(1987年)
- 3) 弘原海清: "地質学における情報化の動きと教育" 土と基礎 Vol.35, No.8 (1987年)
- 4) 鈴木誠・石井清・黒田英高: "統計的手法を用いた3次元地質モデル作成" 第23回土質工学研究発表会発表講演集(1988年)
- 5) 黒田英高・鈴木誠・石井清: "地質データに基づいた三次元地層構造の推定" 土木学会第43回年次学術講演会講演概要集(1988年)
- 6) A.G. Journel & C. J. Huijbregts: "Mining Geostatistics" Academic Press (1978)
- 7) 上田貴夫・本城勇介・波多野敬・坂口修司: "造成工事における残留沈下量の平面的予測および誤差" 土と基礎 Vol.34, No.6 (1986年)
- 8) B.D. Ripley: "Spatial Statistics" Wiley (1981)
- 9) E.H. Vanmarcke: "Random Fields" MIT Press (1983)

