

フレキシブルマウンドによる波浪制御

大山 巧
(技術研究所)
田中 正博
(技術研究所)
清川 哲志
(大崎研究室)

§ 1. はじめに

近年、沿岸域を有効に利用することを主目的とした構想が数多く提案されている。これらの構想では、静穏な海域を生み出すための波浪制御構造物が重要な役割を担うわけであるが、この波浪制御構造物に対しては従来の防波堤に求められてきた防波機能(来襲波の侵入を防ぐ)のみならず、海水交換機能や景観上の観点からの検討もなされつつある。特に、海域をレクリエーションに利用する場合、従来の防波堤のように構造物の天端が海面よりも高い構造物は、利用者に閉鎖感を抱かせるなど景観上好ましくないと考えられる。このような意味から、最近では潜堤(没水型構造物)が見直されている。潜堤による波の反射・透過に関する研究は、理論的¹⁾にも実験的²⁾にも数多く行なわれているが、その防波機能は主に堤体上での砕波による波エネルギーの逸散に委ねられているといえる。このため、十分な防波機能を得るためには堤体幅を大きく、天端高さを水面近くにとる必要があり、結果として大断面構造にならざるを得ない。特に、近年の構想では静穏海域を従来よりも広く取ろうとする関係上、構造物の設置水深が従来の離岸堤の設置水深に比べて深くなるのが予想されるため、建設コストの面から考えると従来の潜堤は必ずしも現実的な構造物とはいえない。

著者らは、このような従来の潜堤の有する問題を改善するため、新しいタイプの没水型波浪制御構造物として可撓性膜の中に水を詰めた柔構造の潜堤(フレキシブル

マウンド; 以下、FLMと呼ぶ)を考案した。すなわち、FLMでは水深の増加とともに使用材料が著しく増加することはないと考えたわけである。そして、まずFLMの反射・透過特性を実験的に調べ、それを従来の剛構造の潜堤と比較した³⁾⁴⁾。その結果、構造物の天端が低く、従来の剛潜堤では波がほとんど変形することなく透過する場合でも、FLMでは波の透過率を低くできるという予期しなかった結果を得た。著者らは、この現象がFLMの変形に伴って発生する radiation wave の効果によるものであるという仮説を立て、図-1に示すような1自由度振動モデル(Radiation Wave Generator)に対する数値解析により、それを定性的に検証した⁵⁾。

本研究は、これら一連の研究に引き続きFLMの反射・透過特性を理論的に検討するものである。なお、著者ら⁶⁾が既に提案した非線形波動水槽による解析では波と膜の有限振幅性が考慮できるが、基本特性を論じるための手法としては実用的ではなかった。そこで、本研究では線形ポテンシャル理論に基づく数値解析法を新たに提案する。そして、解析結果をもとに radiation wave の効果をより明確にするとともに、FLM内部に付加する水圧や膜の弾性率等のパラメータが波の透過特性に及ぼす影響を論じる。さらに、模型実験結果との比較から解析結果の妥当性を検証する。

なお、本報告は「海域制御構造物の開発」に関する建設省土木研究所との共同研究の成果の一部をまとめたものである。

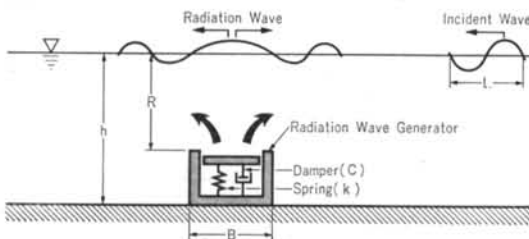


図-1 Radiation Wave Generatorの概念図⁵⁾

§ 2. Lumped-mass 系による可撓性膜のモデル化

図-2に示すように、一定水深 h の海域に FLM があり、 x 軸の正の方向から波高 H_0 、角振動数 ω の微小振幅波が入射するものとする。ただし、膜の両端は回転自由の状態海底面に固定され、FLM 内部の水は閉閉

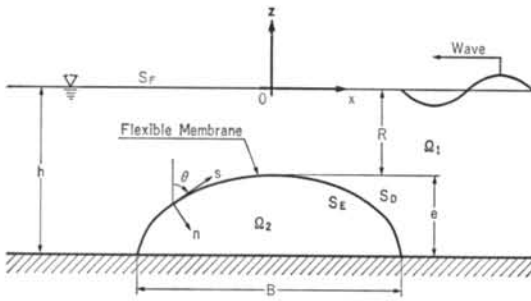


図-2 座標系と記号の定義

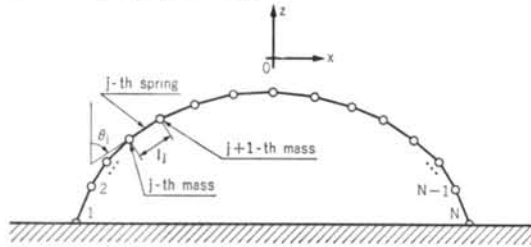


図-3 lumped-mass 系による膜の離散化

されているものとする。FLM は波の入射に伴って変形し、同時に波 (radiation wave) を発生する。したがって、FLM の反射・透過特性を論じる上で膜の運動を評価することが重要な課題になる。

可撓性膜を連続体として取り扱うことは困難なので、本理論ではこれを質点-線形バネ系に離散化する。この際、膜は伸びがない状態で等分に分割するものとし、バネ要素の初期長さ (伸びがないときの長さ) l_0 と各質点の質量 m_0 は一定とする。また、図-3 に示すように質点番号を透過側の固定点を 1 番目として順に定義し、 j 番目と $j+1$ 番目質点間のバネ要素の番号を j とする。さらに、 j 番目要素の長さとその鉛直軸となす角度を、それぞれ l_j 、 θ_j と表わす。

波による質点の運動を定常波動運動と仮定し、 j 番目質点 ($j=2 \sim N-1$, N : 全質点数) の x 、 z 方向の複素変位を $(a_x)_j e^{-i\omega t}$ 、 $(a_z)_j e^{-i\omega t}$ (i : 虚数単位, t : 時間) とする。このとき、 j 番目要素の長さ l_j は質点変位に関する級数展開により、高次の非線形項を無視すると次のように表わされる。

$$l_j = l_0 + \Delta l_j$$

$$\Delta l_j = \Delta \bar{l}_j + \mathbf{H}^T \{ (\mathbf{a}_x)_j \sin \bar{\theta}_j + (\mathbf{a}_z)_j \cos \bar{\theta}_j \} e^{-i\omega t} \quad \dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{a}_x)_j^T &= ((a_x)_j \ (a_x)_{j+1}) \\ (\mathbf{a}_z)_j^T &= ((a_z)_j \ (a_z)_{j+1}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(2)$$

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots(3)$$

ただし、 $\Delta \bar{l}_j$ 、 $\bar{\theta}_j$ は静水時の j 番目要素の伸び、および θ を表わす。さらに、 $\sin \theta_j$ 、 $\cos \theta_j$ についても同様な展

開をすると、次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \sin \theta_j \\ \cos \theta_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \bar{\theta}_j \\ \cos \bar{\theta}_j \end{pmatrix} + \frac{1}{l_j} \left\{ \mathbf{H}^T (\mathbf{a}_x)_j \begin{pmatrix} \cos^2 \bar{\theta}_j \\ -\sin \bar{\theta}_j \cos \bar{\theta}_j \end{pmatrix} + \mathbf{H}^T (\mathbf{a}_z)_j \begin{pmatrix} -\sin \bar{\theta}_j \cos \bar{\theta}_j \\ \sin^2 \bar{\theta}_j \end{pmatrix} \right\} e^{-i\omega t} \quad \dots\dots(4)$$

ただし、 \bar{l}_j は静水時の要素の長さ ($= l_0 + \Delta \bar{l}_j$) である。

§ 3. 静的釣り合い条件

FLM による波の反射・透過と可撓性膜の運動を解析する前に、静水時の FLM の形状を求めておく必要がある。これは、膜の水中重量、膜に発生する張力、FLM 内部に付加する静的圧力の釣り合いから決定される。図-4 は、静水時に j 番目質点に作用する力を示したもので、 \bar{F}_j は内部の付加圧力による流体力、 \bar{f}_{j-1} 、 \bar{f}_j は質点両側のバネ要素に発生する張力、 f_0 は質点の水中重量を表わす。この図から、 x 、 z 方向の力の釣り合い式は次のように表わせる。

$$\begin{pmatrix} (\bar{F}_x)_j \\ (\bar{F}_z)_j \end{pmatrix} - \bar{f}_{j-1} \begin{pmatrix} \sin \bar{\theta}_{j-1} \\ \cos \bar{\theta}_{j-1} \end{pmatrix} + \bar{f}_j \begin{pmatrix} \sin \bar{\theta}_j \\ \cos \bar{\theta}_j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ f_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (j=2 \sim N-1) \quad \dots\dots(5)$$

ただし、 $(\bar{F}_x)_j$ 、 $(\bar{F}_z)_j$ は \bar{F}_j の x 、 z 成分を表わす。ここで、 \bar{F}_j を $j-1$ 番目要素の中心から j 番目要素の中心までに作用する流体力として評価すると、 $(\bar{F}_x)_j$ 、 $(\bar{F}_z)_j$ は FLM 内部の付加圧力 P_0 を用いて次のように表わすことができる。

$$\begin{pmatrix} (\bar{F}_x)_j \\ (\bar{F}_z)_j \end{pmatrix} = \frac{P_0}{2} \left\{ \bar{l}_{j-1} \begin{pmatrix} -\cos \bar{\theta}_{j-1} \\ \sin \bar{\theta}_{j-1} \end{pmatrix} + \bar{l}_j \begin{pmatrix} -\cos \bar{\theta}_j \\ \sin \bar{\theta}_j \end{pmatrix} \right\} \quad \dots\dots(6)$$

また、 \bar{f}_j 、 f_0 は以下のように表わせる。

$$\bar{f}_j = \varepsilon E (\Delta \bar{l}_j / l_0) \quad \dots\dots(7)$$

$$f_0 = (\rho_m - \rho) \varepsilon l_0 g \quad \dots\dots(8)$$

ただし、 E 、 ε は膜の引張り弾性率および厚さ、 ρ_m 、 ρ は膜材料および流体の密度である。

式(5)に式(6)~(8)を代入することにより、最終的に次式

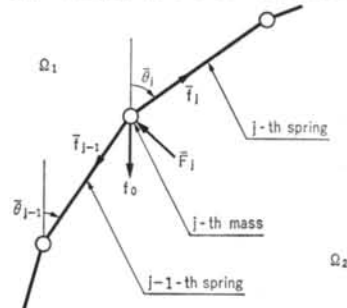


図-4 静水時の力の釣り合い

を得る.

$$\begin{aligned} & \frac{F_0}{2} \left\{ (l_0 + \Delta \bar{l}_{j-1}) \begin{pmatrix} -\cos \bar{\theta}_{j-1} \\ \sin \bar{\theta}_{j-1} \end{pmatrix} + (l_0 + \Delta \bar{l}_j) \begin{pmatrix} -\cos \bar{\theta}_j \\ \sin \bar{\theta}_j \end{pmatrix} \right\} \\ & + \frac{\varepsilon E}{l_0} \left\{ \Delta \bar{l}_{j-1} \begin{pmatrix} -\sin \bar{\theta}_{j-1} \\ -\cos \bar{\theta}_{j-1} \end{pmatrix} + \Delta \bar{l}_j \begin{pmatrix} \sin \bar{\theta}_j \\ \cos \bar{\theta}_j \end{pmatrix} \right\} \\ & - \begin{pmatrix} 0 \\ (\rho_m - \rho) \varepsilon l_0 g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots(9) \end{aligned}$$

本解析では質点数 N は奇数とし、FLM の頂点には常に質点を配置する。頂点の質点番号を $N^* (= (N+1)/2)$ とするとき、FLM の幅 B 、高さ e は次のように表わせる。

$$\frac{B}{2} = \sum_{j=1}^{N^*-1} (l_0 + \Delta \bar{l}_j) \sin \bar{\theta}_j \quad \dots\dots(10)$$

$$e = \sum_{j=1}^{N^*-1} (l_0 + \Delta \bar{l}_j) \cos \bar{\theta}_j \quad \dots\dots(11)$$

ここで、 F_0 、 E 、 ρ_m 、 ρ 、 ε 、 l_0 、 B を与えたときの FLM の形状を求める。まず、静水時には FLM は左右対称形であるから、 $\Delta l_{N^*} = \Delta l_{N^*-1}$ 、 $\theta_{N^*} = \pi - \theta_{N^*-1}$ となる。これらを $j=N^*$ とした式(9)の第2式に代入すると、次式を得る。

$$\Delta l_{N^*-1} = \frac{(\rho_m - \rho) \varepsilon l_0 g - F_0 l_0 \sin \bar{\theta}_{N^*-1}}{F_0 \sin \bar{\theta}_{N^*-1} - (2\varepsilon E/l_0) \cos \bar{\theta}_{N^*-1}} \quad \dots\dots(12)$$

ここで、 $\bar{\theta}_{N^*-1} = \pi/2 - \delta$ と表わし、微小な δ を仮定すると式(12)より Δl_{N^*-1} が決まる。これを用いて式(9)を $j=N^*-1$ から $j=2$ まで順次解くことにより $\Delta \bar{l}_j$ 、 $\bar{\theta}_j (j=1 \sim N^*-1)$ を求め、式(10)の右辺を計算する。そして、これが左辺の $B/2$ に等しくなるまで、 δ を変化させた計算を繰り返せばよい。このとき、 e は最終的に求められた $\Delta \bar{l}_j$ 、 $\bar{\theta}_j$ を用いて式(11)から算定できる。

§ 4. 境界積分方程式

4.1 速度ポテンシャルの定義と反射率・透過率

FLM の外部および内部の流体を非圧縮、非粘性、非回転と仮定し、線形ポテンシャル理論によって流体運動を記述する。まず、図-2 に示される FLM の外部領域 Ω_1 と内部領域 Ω_2 における速度ポテンシャル ϕ_1 、 ϕ_2 を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(x, z, t) &= \frac{gH_0}{2\omega} \{ \phi_1(x, z) + \phi_0(x, z) \} e^{-i\omega t} \\ \phi_2(x, z, t) &= \frac{gH_0}{2\omega} \phi_2(x, z) e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

ただし、 ϕ_0 は入射波ポテンシャルで次のように表わされる。

$$\phi_0(x, z) = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{-ikx} \quad \dots\dots(14)$$

ここで、 k は波数 ($= 2\pi/L_0$ 、 L_0 : 入射波長) で、以下の分散関係式から求められる。

$$k \tanh kh = \nu \quad (\nu = \omega^2/g) \quad \dots\dots(15)$$

波の反射率 K_R 、透過率 K_T は、線形化した圧力方程式により未知ポテンシャル ϕ_1 を用いて次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} K_R &= |i\phi_1(x_{+\infty}, 0)| \\ K_T &= |i\{\phi_0(x_{-\infty}, 0) + \phi_1(x_{-\infty}, 0)\}| \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

ただし、 $\phi_1(x_{\pm\infty}, 0)$ 、 $\phi_0(x_{-\infty}, 0)$ は FLM から十分離れた水面上のポテンシャル値を表わしており、計算では FLM からそれぞれ反射側、透過側に 10 波長離れた位置での値を用いている。

4.2 基礎方程式と境界条件

未知ポテンシャル ϕ_1 と ϕ_2 に関する基礎方程式と境界条件は、以下のよう表わされる。

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} = 0 \quad (i=1, 2) \quad \dots\dots(17)$$

$$\partial \phi_1 / \partial z - \nu \phi_1 = 0 \quad (\text{on } S_F) \quad \dots\dots(18)$$

$$\partial \phi_1 / \partial z = 0 \quad (i=1, 2) \quad (z = -h) \quad \dots\dots(19)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\partial \phi_1}{\partial |x|} - ik \phi_1 \right\} = 0 \quad \dots\dots(20)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \frac{2\omega}{gH_0} u_n - \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \quad (\text{on } S_D) \quad \dots\dots(21)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial n} = \frac{2\omega}{gH_0} u_n \quad (\text{on } S_E) \quad \dots\dots(22)$$

ただし、式(21)、(22)の n は膜上での法線方向 (Ω_1 から見たとき外向き)、 u_n は膜の法線方向速度の複素振幅である。式(17)は各領域での連続方程式、式(18)は自由表面での運動学的・力学的条件、式(19)は海底面での不透過条件、式(20)は無限遠方での放射条件、式(21)、(22)は膜の外側と内側表面での運動学的条件を表わしている。なお、本理論では膜は十分に薄く、膜の内外表面の運動速度は等しいとしている。

式(21)、(22)の u_n は、 θ を用いて次のように表わせる。

$$\begin{aligned} u_n &= u_x \cos \theta - u_z \sin \theta \\ &= -i\omega(a_x \cos \theta - a_z \sin \theta) \end{aligned} \quad \dots\dots(23)$$

ただし、 u_x 、 u_z は膜の x 、 z 方向の速度振幅である。ここで、 θ は式(4)に示したように膜の運動に伴って変化するが、式(23)によりこの変化量は 2 次以上の微小項に対応することから線形理論に基づく本理論では無視でき、結局式(23)は以下のように置き換えられる。

$$u_n = -i\omega(a_x \cos \bar{\theta} - a_z \sin \bar{\theta}) \quad \dots\dots(24)$$

$\partial\phi_0/\partial n$ についても同様に次のように表わせる。

$$\frac{\partial\phi_0}{\partial n} = \frac{\partial\phi_0}{\partial x} \cos \bar{\theta} - \frac{\partial\phi_0}{\partial z} \sin \bar{\theta} \quad \dots\dots(25)$$

4.3 グリーン関数法

式(17)~(24)に示した ϕ_1, ϕ_2 に関する境界値問題は、グリーン関数とグリーンの定理を用いることにより境界積分方程式に変換できる。まず、領域 Ω_1 に対してはグリーン関数 G_1 として、自由表面条件、海底面の不透過条件および放射条件を満足する関数を用いる。これにより、 Ω_1 内の任意の点 $P_1(\xi, \zeta)$ におけるポテンシャル値 $\phi_1(P_1)$ は、次のように表わせる。

$$-\alpha_1\phi_1(P_1) = \int_{S_D} \left\{ \phi_1 \frac{\partial G_1}{\partial n} - \frac{\partial\phi_1}{\partial n} G_1 \right\} ds \quad \dots\dots(26)$$

ただし、係数 α_1 は F_1 が海底面との交点を除く S_D 上にある場合は F_1 の両側の接線のなす角度、海底面と S_D の交点上では海底面と S_D のなす角度の2倍、その他の点では 2π である。グリーン関数 G_1 は John⁷⁾ により級数形が、Wehausen and Laitone⁸⁾ により積分形が導かれており、これらは以下に示すとおりである。

$$G_1(x, z) = \frac{2\pi i(k^2 - \nu^2)}{k\{h(k^2 - \nu^2) + \nu\}} \cosh k(h + \zeta) \cdot \cos hk(h + z)e^{ik|\xi - x|} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\pi(k_n^2 + \nu^2)}{k_n\{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu\}} \cos k_n(h + \zeta) \cdot \cos k_n(h + z)e^{-ik_n|\xi - x|} \quad \dots\dots(27)$$

$$G_1(x, z) = \ln \frac{1}{r} + \ln \frac{1}{r'} + 2 \ln h + 2 \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\mu + \nu}{\mu} \cdot \frac{e^{-\mu h} \cosh \mu(h + \zeta) \cosh \mu(h + z) \cosh \mu(\xi - x)}{\mu \sinh \mu h - \nu \cosh \mu h} - \frac{e^{-\mu h}}{\mu} \right\} d\mu + 2\pi i \frac{\nu + k}{k} \frac{e^{-\nu h} \sinh kh}{\nu h + \sinh^2 kh} \cdot \cosh k(h + \zeta) \cosh k(h + z) \cos k(\xi - x) \quad \dots\dots(28)$$

ただし、式(27), (28)の (x, z) は膜表面上の点の座標で、 r, r' は以下に示すとおりである。

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{(x - \xi)^2 + (z - \zeta)^2} \\ r' &= \sqrt{(x - \xi)^2 + (z + \zeta + 2h)^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(29)$$

また、 $k_n (k_1 < k_2 < \dots)$ は固有値 ($k_n \tan k_n h = -\nu$) である。なお、本解析法における G_1 の計算では特異点で式(28)を、特異点以外で式(27)を用いている。

一方、領域 Ω_2 は Ω_1 と異なり自由表面を持たない閉領域であるから、グリーン関数 G_2 としては2次元ラプラス方程式の一般解から得られる次式を用いる。

$$G_2(x, z) = \ln \frac{1}{r} + \ln \frac{1}{r'} \quad \dots\dots(30)$$

これを用いて、 Ω_2 内の任意の点 P_2 におけるポテンシ

ヤル値 $\phi_2(F_2)$ を表わすと、以下ようになる。

$$\alpha_2\phi_2(F_2) = \int_{S_E} \left\{ \phi_2 \frac{\partial G_2}{\partial n} - \frac{\partial\phi_2}{\partial n} G_2 \right\} ds \quad \dots\dots(31)$$

ただし、式(31)の係数 α_2 は F_2 が S_E 上にある場合 $2\pi - \alpha_1$ 、その他の場合は 2π をとる。

式(26), (31)に膜表面の境界条件式(21), (22)を代入し、さらに式(24), (25)を用いると次式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha_1\phi_1(P_1) + \int_{S_D} \left\{ \phi_1 \frac{\partial G_1}{\partial n} - \frac{2i\nu}{H_0} (a_x \cos \bar{\theta} - a_z \sin \bar{\theta}) G_1 \right\} ds \\ = - \int_{S_D} \left\{ \frac{\partial\phi_0}{\partial x} \cos \bar{\theta} - \frac{\partial\phi_0}{\partial z} \sin \bar{\theta} \right\} G_1 ds \quad \dots\dots(32) \\ \alpha_2\phi_2(F_2) - \int_{S_E} \left\{ \phi_2 \frac{\partial G_2}{\partial n} + \frac{2i\nu}{H_0} (a_x \cos \bar{\theta} - a_z \sin \bar{\theta}) G_2 \right\} ds = 0 \quad \dots\dots(33) \end{aligned}$$

積分方程式(32), (33)において F_1, F_2 を各質点に一致させ、これらを離散化することにより質点上の速度ポテンシャル $(\phi_1)_j, (\phi_2)_j (j=1 \sim N)$ 、および運動振幅 $(a_x)_j, (a_z)_j (j=2 \sim N-1)$ に関する $2N$ 本の連立方程式を得る。なお、本解析法では線形要素を用いて積分方程式を離散化しているが、その詳細については参考文献9)を参照されたい。

§ 5. 可撓性膜の運動方程式

図-5に示すように、FLM が波の入射に伴い変形する場合、膜上の質点には静的釣り合い条件で述べた力のほかに、運動に伴う膜内外の圧力差による流体力 F_j が作用する。 j 番目質点の x, z 方向の運動方程式は以下のように表わせる。

$$\begin{aligned} -m_0\omega^2 \begin{pmatrix} (a_x)_j \\ (a_z)_j \end{pmatrix} e^{-i\omega t} \\ = \begin{pmatrix} (F_x)_j \\ (F_z)_j \end{pmatrix} + f_j \begin{pmatrix} \sin \theta_j \\ \cos \theta_j \end{pmatrix} - f_{j-1} \begin{pmatrix} \sin \theta_{j-1} \\ \cos \theta_{j-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ f_0 \end{pmatrix} \\ (j=2 \sim N-1) \quad \dots\dots(34) \end{aligned}$$

ただし、 $(F_x)_j, (F_z)_j$ は F_j の x, z 成分を表わす。

まず、流体力 F_j については静的釣り合い式を導いた場合と同様に、 $j-1$ 番目要素の midpoint から j 番目要素の midpoint までに作用する力を j 番目質点に作用させる。そして、圧力方程式から求められる圧力が要素内で線形に分布するものと仮定すると、 $(F_x)_j, (F_z)_j$ は結局以下のように表わせる。

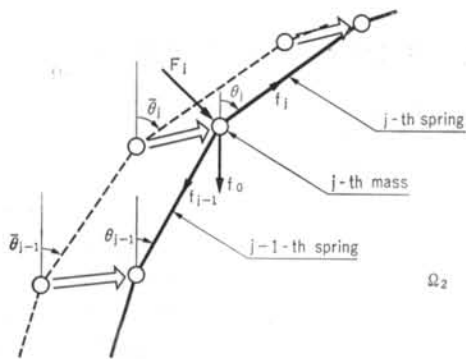


図-5 質点に作用する力

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} (F_x)_j \\ (F_z)_j \end{pmatrix} &= \frac{P_0}{2} \left\{ l_{j-1} \begin{pmatrix} -\cos \theta_{j-1} \\ \sin \theta_{j-1} \end{pmatrix} + l_j \begin{pmatrix} -\cos \theta_j \\ \sin \theta_j \end{pmatrix} \right\} \\ &+ \frac{i\rho g H_0}{16} \left\{ l_{j-1}(\psi_{j-1} + 3\psi_j) \begin{pmatrix} \cos \theta_{j-1} \\ -\sin \theta_{j-1} \end{pmatrix} \right. \\ &\left. + l_j(3\psi_j + \psi_{j+1}) \begin{pmatrix} \cos \theta_j \\ -\sin \theta_j \end{pmatrix} \right\} e^{-i\omega t} \quad \dots(35) \end{aligned}$$

$$\psi_j = (\phi_1)_j - (\phi_2)_j + (\phi_0)_j \quad \dots(36)$$

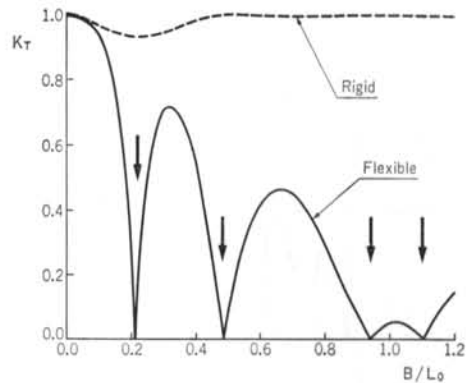
また、バネ要素に発生する張力 f_j は、 Δl_j を用いて次のように表わされる。

$$f_j = \epsilon E(\Delta l_j / l_0) \quad \dots(37)$$

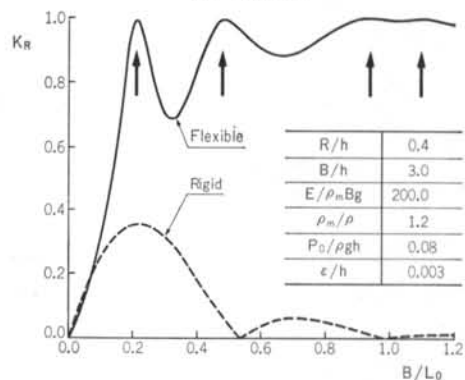
式(35)~(37)、式(8)を運動方程式(34)に代入する。さらに、得られた式中の l_j , $\sin \theta_j$, $\cos \theta_j$ に式(1)、(4)を代入し、2次以上の非線形項を無視する。このとき t には無関係な定常項が現われるが、静水時の力の釣り合い式(9)からこれらの項は結果的に消去できる。したがって、最終的に $(\phi_1)_j$, $(\phi_2)_j$ ($j=1 \sim N$), $(a_x)_j$, $(a_z)_j$ ($j=2 \sim N-1$) に関する $2(N-2)$ 本の連立方程式が得られ、これと前述の境界積分方程式を連立することにより全未知数が決定できる。そして、これらの解を式(32)、(33)に代入すれば各領域内の任意の点でのポテンシャル値が計算でき、式(16)から反射率、透過率が求められる。

§ 6. Radiation waveによる透過率の低減効果

FLM では、前に述べたようにその変形に伴って発生する radiation wave の影響により、反射・透過特性が従来の剛潜堤とは異なる。図-6は、 $B/h=3.0$, $R/h=0.4$ の条件で、堤体幅と入射波長の比 B/L_0 に対する透過率 K_T , 反射率 K_R の変化を FLM と剛潜堤と比較したものである。なお、剛潜堤に対する計算では式(32)において $a_x = a_z = 0$ とし、 $(\phi_1)_j$ ($j=1 \sim N$) を未知数とした連立方程式を解いている。剛潜堤の形状は静水時の



(a) 透過特性



(b) 反射特性

図-6 反射・透過特性に関する剛潜堤との比較

FLM の形状と一致させており、FLM の膜の弾性率等のパラメータは図に示すとおりである。また、計算における質点数 N は 61 で一定 ($l_j/L_0 < 1/40$) としているが、本解析結果はエネルギー保存式 $K_R^2 + K_T^2 = 1$ を最大誤差 0.03% の範囲で満足していることから、離散化による誤差の影響は無視できる程度と考えられる。図-6(a)から分かるように、剛潜堤では B/L_0 の値にかかわらず K_T がほぼ 1 であるのに対して、FLM では相対的に K_T が低く、 K_R が高くなっている。また、FLM では図中に矢印で示すように $K_R=1$, $K_T=0$ となる B/L_0 が複数個存在している。このような両者の差異は radiation wave の影響によるものであるが、これを明確にするために問題を diffraction 問題と radiation 問題に分けて考えてみる。

まず、 Ω_1 におけるポテンシャル ϕ_1 を散乱波ポテンシャル ϕ_{1s} と発生波 (radiation) ポテンシャル ϕ_{1r} の和として、次のように置く。

$$\phi_1 = \phi_{1s} + \phi_{1r} \quad \dots(38)$$

ϕ_{1s} と ϕ_{1r} は、膜表面 S_D 上の境界条件を除いて ϕ_1 と同様な基礎方程式と境界条件 (式(17)~(20)) を満足する。

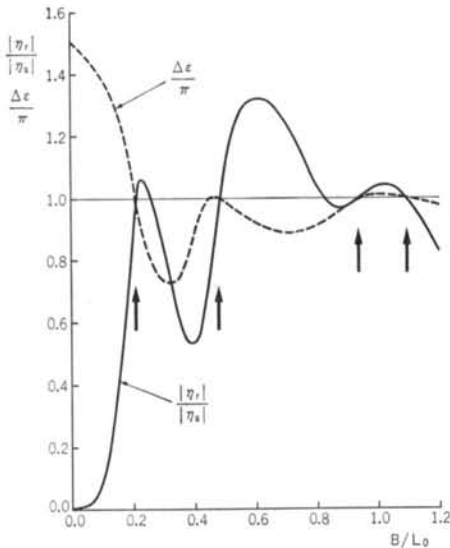


図-7 透過側での $|\eta_r|/|\eta_s|$ と $\Delta\epsilon$ の特性

ϕ_{1s} と ϕ_{1r} に関する S_D 上の境界条件は、以下に示すとおりである。

$$\frac{\partial \phi_{1s}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial n} \quad (\text{on } S_D) \quad \dots\dots(39)$$

$$\frac{\partial \phi_{1r}}{\partial n} = (2\omega/gH_0)u_n \quad (\text{on } S_D) \quad \dots\dots(40)$$

式(39)から分かるように、 ϕ_{1s} は構造物が運動しない、すなわち剛潜堤の場合の ϕ_1 と等価である。式(40)において $a_x = a_z = 0$ とすれば ϕ_{1s} が、 $\frac{\partial \phi_0}{\partial x} = \frac{\partial \phi_0}{\partial z} = 0$ とすれば ϕ_{1r} が求められる。ここで、入射散乱波と発生波 (radiation wave) の複素振幅をそれぞれ η_s , η_r とすると圧力方程式から、これらは次のように表わせる。

$$\eta_s = (iH_0/2)\{\phi_0(x, 0) + \phi_{1s}(x, 0)\} \quad \dots\dots(41)$$

$$\eta_r = (iH_0/2)\phi_{1r}(x, 0) \quad \dots\dots(42)$$

図-7 は、図-6 に示した結果と同じ条件で透過側での η_r と η_s の振幅比 $|\eta_r|/|\eta_s|$ および両者の位相差 $\Delta\epsilon$ の特性を示したものである。なお、 $\Delta\epsilon$ は以下のように求められる。

$$\Delta\epsilon = \left| \tan^{-1} \frac{\text{Im}(\eta_s)}{\text{Re}(\eta_s)} - \tan^{-1} \frac{\text{Im}(\eta_r)}{\text{Re}(\eta_r)} \right| \quad \dots\dots(43)$$

ただし、 Re , Im はそれぞれ実数部および虚数部をとることを意味する。この図から、 $|\eta_r|/|\eta_s| = 1$ かつ $\Delta\epsilon = \pi$ となる B/L_0 が存在し、これらが図-6 において、 $K_R = 1$, $K_T = 0$ となる B/L_0 に一致しているのが分かる。すなわち、この場合には FLM の変形により見掛け上、剛潜堤の場合の透過波と同じ振幅で逆位相の波が発生するため、結果として透過波高が 0 になることが理解されよう。

§ 7. 各パラメータによる透過特性の変化

本理論によれば、 K_R , K_T は以下に示す 7 個の無次元パラメータにより決定される。

$$K_R, K_T = F(B/L_0, B/h, R/h, E/\rho_m Bg, P_0/\rho g h, \rho_m/\rho, \epsilon/h) \quad \dots\dots(44)$$

本報告では、式(44)に示すパラメータのうち実用上特に重要と考えられる R/h , $P_0/\rho g h$, $E/\rho_m Bg$ の透過特性に及ぼす影響を検討する。なお、以下に示す計算例では特に断らない限り、 B/h , ρ_m/ρ , ϵ/h をそれぞれ 3.0, 1.2, 0.003 で一定とし、質点数 N は 61 としている。また、本解析結果は $K_R^2 + K_T^2 = 1$ を満足することが確かめられたので、 K_R に関する結果は省略する。

図-8 は、 $E/\rho_m Bg = 100.0$, $P_0/\rho g h = 0.07$ で一定とし、 R/h を 0.3, 0.4, 0.5 としたときの特性の変化を示したものである。この図から、 $K_T = 0$ となる B/L_0 の値や K_T の極大値が R/h により複雑に変化するのが分かる。図-9 には、図-8 に示した結果と同じ条件における透過側での入射散乱波の振幅 $|\eta_s|$ と発生波 (radiation wave) の振幅 $|\eta_r|$ の特性を示している。ここで、 $2|\eta_s|/H_0$ は構造物を剛体としたときの K_T と等価である。図-9 から、 $0.3 < R/h < 0.5$ の範囲では R/h による $|\eta_s|$ の特性の差異はほとんどなく、特に $B/L_0 > 0.5$ では散乱波成分がいずれも無視できる ($2|\eta_s|/H_0 = 1$) のが分かる。これに対して、 $|\eta_r|$ の特性は R/h によりかなり異なっている。すなわち、膜の長さ、膜に発生する張力が R/h により変わるため、膜の運動とそれに伴って発生する波の特性が変化するわけである。以上から、図-8 に示されるような K_T の特性の差異は、 R/h による radiation wave の特性の変化によるものであることが理解できる。

図-10 は、 $E/\rho_m Bg = 100.0$, $R/h = 0.4$ とし、 $P_0/\rho g h$ を 0.05, 0.10, 0.40 に変化させた結果を示したものである。まず、 $P_0/\rho g h$ が最も大きい 0.40 では $B/L_0 < 0.95$ で $K_T = 0$ となる B/L_0 が存在せず、この範囲での K_T はかなり大きい。なお、結果は省略するが、 $P_0/\rho g h$ をさらに大きくするに従って $K_T = 0$ となる B/L_0 の最大値は大きくなり、図に示す範囲での K_T の特性は剛体の場合の特性に近づくため、radiation wave による透過率の低減効果は期待できなくなる。一方、 $P_0/\rho g h = 0.05$ では $K_T = 0$ となる B/L_0 が複数存在するが、その間の K_T はいずれも大きくなる。このように特定の周期の波に対してのみ K_T を小さくできても、波の周波数不規則性を考えれば現実的な波浪制御は困難であるといえよう。これに対して、 $P_0/\rho g h = 0.10$ では K_T の極大値

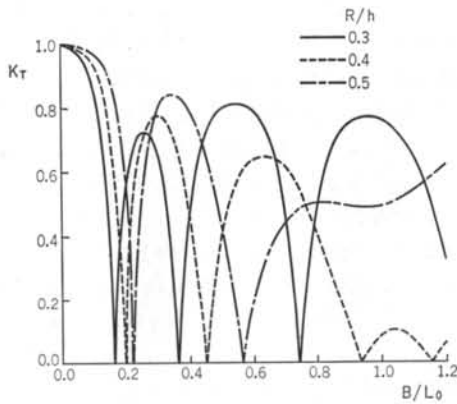
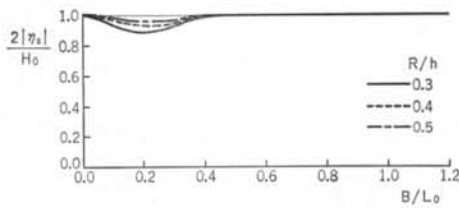
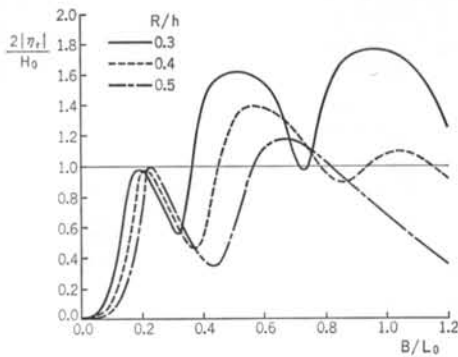


図-8 R/h による透過特性の変化



(a) $|\eta_v|$ の特性



(b) $|\eta_r|$ の特性

図-9 透過側での $|\eta_v|$ と $|\eta_r|$ の特性

が $P_0/\rho gh=0.05$ の場合よりも小さくなり、広い周期帯で透過率が低くなっている。このことから、付加圧力を適切な値に設定すれば、現実的な不規則波に対しても高い防波機能が期待できると考えられる。

図-11は $R/h=0.4$ 、 $P_0/\rho gh=0.10$ とし、 $E/\rho_m Bg$ を 20.0 と 1000.0 に変化させた結果を示したものであるが、結果にはほとんど差異がない。なお、 $E/\rho_m Bg=50.0$ 、100.0、500.0 についても計算を行なったが、図-11に示す結果とほぼ同様の結果が得られることを確認した。以下、その理由について考察する。本理論では、式(1)に示されるように膜の運動に伴う伸びの変動量を考慮した

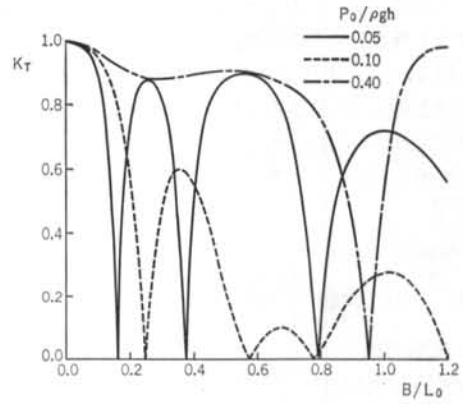


図-10 $P_0/\rho gh$ による透過特性の変化

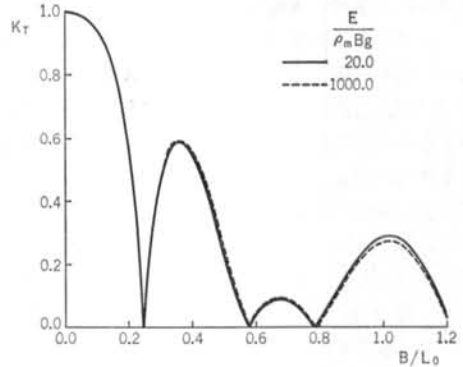


図-11 $E/\rho_m Bg$ による透過特性の変化 ($\rho_m/\rho=1.2$)

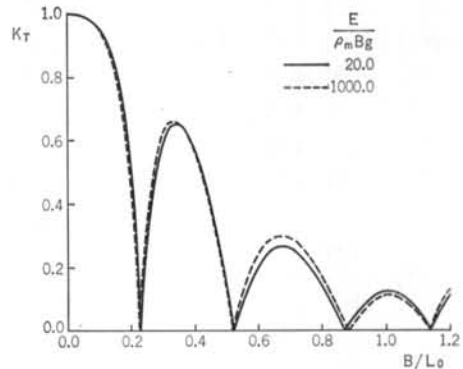


図-12 $E/\rho_m Bg$ による透過特性の変化 ($\rho_m/\rho=5.0$)

モデル化を行なっている。しかし、FLMの外力である流体力は常に膜の法線方向に作用するため、膜に発生する(接線方向の)張力変動は結果的に2次以上の非線形項になり、線形理論に基づく本理論では無視されることになる。したがって、静水時のFLMの形状と膜に発生する張力が、膜の弾性率によりどの程度変化するかが問題になる。ここで、静水時の力の釣り合いを考えると、 $\rho_m/\rho=1$ のときにはFLMの形状は膜の弾性率にかかわ

らず円弧になり、張力も一定になる。そして、 ρ_m/ρ を大きくすることにより膜の弾性率の影響が大きくなる。図-12は、 ρ_m/ρ を1.2から5.0に変えたときの $E/\rho_m Bg = 20.0$ と 1000.0 の特性を示したものである。両者の差異は図-11の場合に比べて大きくなっているが、実用的には無視できる程度であることが分かる。

§ 8. 模型実験

8.1 実験方法

本解析法の妥当性を調べるために、模型実験を行なった。実験に用いた水槽は長さ40.0m、幅4.0mで、水槽の一端には油圧式造波装置が、反対側には消波装置が取り付けられている。実験では、まず模型を設置しない状態で入射波高を測定しておき、模型設置後図-13に示すように反射側、透過側の3箇所ずつで波高を測定した。反射率、透過率は波のエネルギーを平均化する意味から、それぞれの波高計から得られた反射波高、透過波高の2乗平均値を入射波高で除した値とした。ただし、反射波高の測定には Healy の方法を用いた。

模型は、弾性率 $E=58000.0 \text{ kN/m}^2$ 、密度 $\rho_m=1.26 \text{ ton/m}^3$ 、厚さ $\epsilon=1.65 \text{ mm}$ の布引きゴム膜製で、模型両側の側膜（水槽側壁に接した部分）にも同じ膜を用いている。ここで、FLM の変形に伴ってこれらの側膜には張力が発生し、これが FLM の変形を拘束するため解析上の前提である二次元性が確保されなくなる。前回の実験³⁾では、堤長（波の入射方向と直交する方向の模型の長さ）が短く（0.4m）、反射率、透過率は側膜の影響を強く受けていたと考えられる。そこで、本実験ではこの側膜の影響をできるだけ小さくするため模型の堤長を

水槽の幅（4.0m）に一致させるとともに、側膜の面積を模型の中央断面よりも若干大きめにした。写真-1に実験状況を示す。実験では、水深 h を0.8m、入射波高を4cm、模型の幅 B を1.6m で一定とし、内部の付加圧力 \tilde{P}_0 を変化させた。表-1に実験条件を示す。ここで、模型に波を作用させたとき模型内部の圧力の定常成分は、静水時に与えた圧力 \tilde{P}_0 よりも大きくなることが確認された。ただし、この原因は現在のところまだ明確ではない。なお、表中には定常圧力の \tilde{P}_0 からの最大上昇量 ΔP_0 も示してある。

8.2 数値解析結果との比較

図-14は、透過率 K_T と反射率 K_R の B/L_0 に対する特性に関して実験結果と解析結果を比較したものである。なお、解析結果に関しては P_0 として ΔP_0 を考慮した場合 ($P_0 = \tilde{P}_0 + \Delta P_0$) としない場合 ($P_0 = \tilde{P}_0$) の両

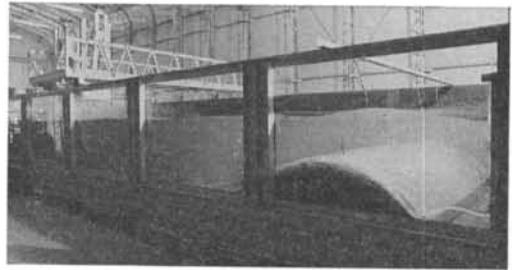


写真-1 実験状況

	$\frac{\tilde{P}_0}{\rho g h}$	$\frac{R}{h}$	$\frac{\Delta P_0}{\rho g h}$
Case-1	0.05	0.463	0.015
Case-2	0.10	0.458	0.016
Case-3	0.20	0.444	0.008

表-1 実験条件

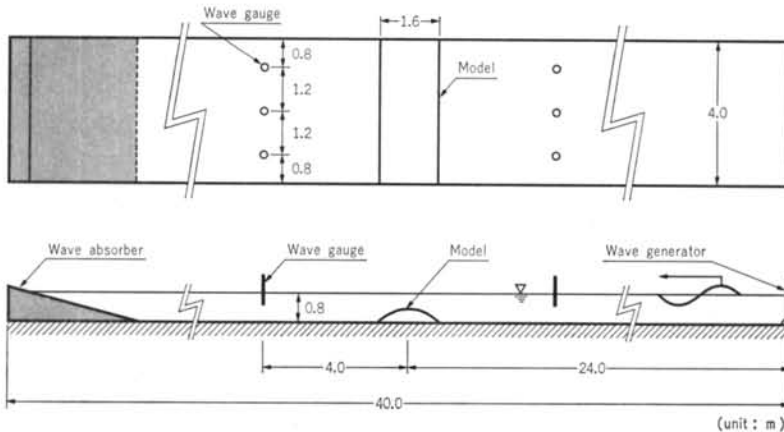


図-13 実験装置

方について示してある。まず、 \bar{P}_0 の最も小さい Case-1 の実験値では B/L_0 が 0.6 付近で K_T が極小になっている。一方、解析結果は ΔP_0 を考慮するか否かによってかなり異なるが、 ΔP_0 を考慮した解析結果は実験結果と良く一致している。ただし、 K_R の極大値は実験結果の方が小さくなっていることから、実験では波エネルギーの一部が何らかの要因で損失されていると考えられる。また、Case-2 の実験結果では B/L_0 が 0.3 と 1.0 付近で K_T が極小になり、それらの間では K_T 、 K_R ともにほぼフラットな特性になっている。そして、Case-1 と同様に ΔP_0 を考慮した解析結果は実験結果と良好な一致を示している。 \bar{P}_0 が最も大きい Case-3 では ΔP_0 が Case-1、2 に比べて小さく、解析結果にもほとんど差がみられない。 K_T が極小、 K_R が極大となる B/L_0 の実験結果は解析結果よりも若干大きい、両者の一致は良好である。

以上から、 ΔP_0 を考慮した解析結果は K_R の極大値を過大に評価する点、 K_T が極小、 K_R が極大になる周期が若干長周期側にずれる点を除けば実験結果とほぼ一致しており、FLM の波の反射・透過特性は本解析結果により推定できるといえよう。ただし、波が作用したときの定常圧力成分の上昇が実物でも起こり得る現象か、実験上の問題から生じる現象かを見極める上で、今後その原因を究明する必要がある。

§ 9. おわりに

線形ポテンシャル理論に基づいて、FLM の波の反射率・透過率を求める数値解析法を提案した。以下に、主な結論を述べる。

(1) FLM ではその変形に伴って発生する radiation wave と入射・散乱波との干渉の影響で、反射・透過特性が従来の剛な潜堤と大きく異なる。特に、理論上透過側で radiation wave が入射・散乱波と同じ振幅で逆位相になるときは、 $K_T=0$ 、 $K_R=1$ となる。

(2) FLM 内部の付加圧力は反射・透過特性に大きな影響を及ぼす。そして、付加圧力として適切な値を設定すれば、特定の周期の波に対してだけでなく広い周期帯で透過率を下げるが可能になる。

(3) 膜の弾性率が反射・透過特性に及ぼす影響は、実用上無視できる。

(4) 模型実験では、波の作用時に FLM 内部の圧力の定常成分が静水時に設定した付加圧力よりも上昇する。この圧力上昇を考慮した解析結果は実験結果にほぼ一致

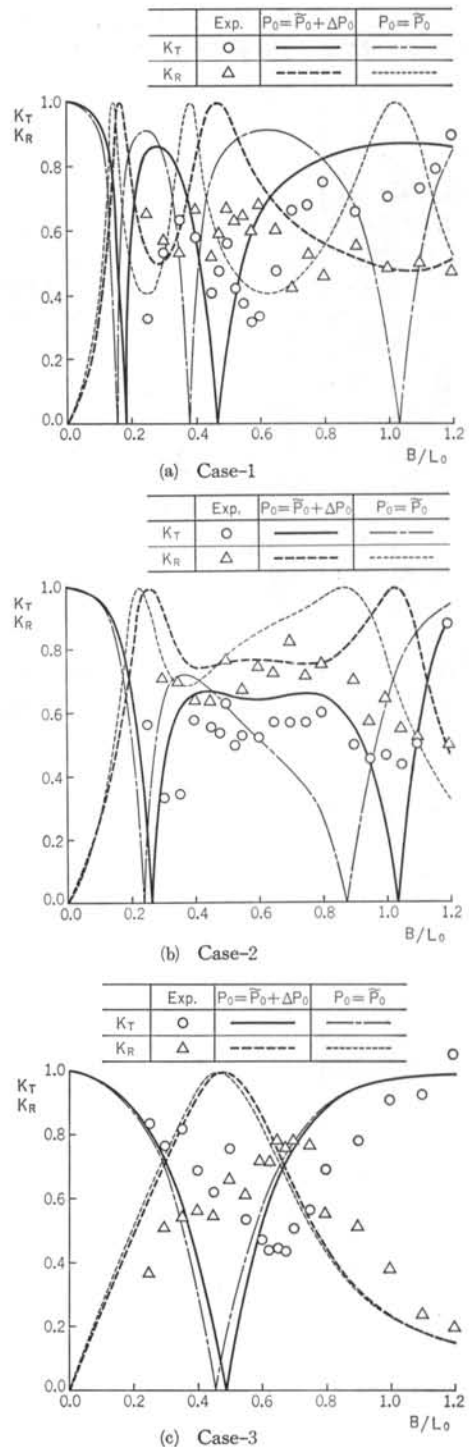


図-14 実験結果と解析結果の比較

し、解析法の妥当性が確かめられた。ただし、今後圧力上昇の原因を究明する必要がある。

なお、本研究を進めるに当たり、建設省土木研究所海岸研究室の宇多高明室長、村井禎美研究員、山本幸次技

官から貴重な意見をいただいた。記して、感謝の意を表します。

<参考文献>

- 1) 井島武士：“最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用” 1971年度水工学に関する夏期研修会講義集，Bコース（1971年）
- 2) 中村充・白石英彦・佐々木奉雄：“潜堤による消波について” 第13回海岸工学講演会論文集（1966年）pp.76～79
- 3) 宇多高明・村井禎美・田中正博・三俣正和・大山巧・清川哲志：“フレキシブルマウンドの波浪制御効果に関する検討” 土木研究所資料 第2510号（1987年）
- 4) 田中正博・三俣正和・大山巧・清川哲志・宇多高明・村井禎美：“フレキシブルマウンドによる透過・反射特性の実験的検討” 第34回海岸工学講演会論文集（1987年）pp.492～496
- 5) 清川哲志・三俣正和・田中正博・大山巧：“可動板型 Radiation Wave Generator による波浪制御” 第34回海岸工学講演会論文集（1987年）pp.472～476
- 6) 大山巧・田中正博・清川哲志・三俣正和：“フレキシブルマウンドによる波の変形の解析” 第34回海岸工学講演会論文集（1987年）pp.497～501
- 7) F. John：“On the Motion of Floating Bodies-II” Commun. on Pure & Appl. Math., Vol.3（1951）pp.45～101
- 8) J.V. Wehausen & E.V. Laitone：“Surface Waves (Encyclopedia of Physics, Vol.9)” Springer（1960）pp.446～778
- 9) 大山巧・田中正博・三俣正和・清川哲志：“フレキシブルマウンドによる波の反射・透過特性—線形ポテンシャル理論に基づく数値解析—” 清水建設株式会社技術研究所研究報告書 AA870168（1987年）