

ベルジェロン法による室内音場解析

霜田英麿
(技術研究所)

§ 1. まえがき

室内音場問題は、波動方程式に適当な初期境界条件を与えることによって解析的に取り扱われるが、現実的には剛壁で囲まれた矩形室の定常音圧分布のように単純な条件設定の場合に限られ¹⁾、多くの場合音場を幾何音響理論に基づいて統計的に扱うことが一般的となっている。特に最近のコンピュータの発達により、この幾何音響シミュレーション技術は実用化の段階を迎えつつあるが²⁾、適用の範囲は波動性の無視できる中・高音域に限られており、音場予測技術としては、より信頼性の高い音響模型実験などの補助的手段として扱われることが多い。一方、室内音響分野には波動現象に支配される小室の低域伝送特性など、音響的に重要でありながら未だに解析的な取り扱いが不十分な問題が残されている。したがって、これらの問題に対しては波動音響理論に基づく数値解析手法が有効と考えられるが、室内音場解析の目的が残響時間解析に代表されるように主として三次元の過渡現象の解明にあることから、最近徐々に適用され始めている差分法・有限要素法・境界積分方程式法^{3)~4)}などの通常の数値解析手法も本分野においては必ずしも実用的なレベルにはない。

本報告は電磁界解析、弾性波動解析などに適用され^{7~9)}その特徴が示されてきたベルジェロン(Bergeron)法が、過渡解析を含む室内音場解析に有効であることを明らかにしている。ベルジェロン法はフランスの水力技術者であるL.J.B. Bergeronによって提案された、本来ウォーターハンマ現象解析のための図式解法であったが¹⁰⁾、電力系統のサージ解析においてその有効性が確認され¹¹⁾、さらに吉田らはこの一次元線路を格子状に組み合わせることによって、マクスウェル方程式の差分表現式に基づく二次元・三次元電磁界の時間応答解析手法として発展させており⁷⁾⁸⁾、波動伝播解析手法としての一般性を持っている。すなわち、本報告で用いるベルジェロン法はこの一次元分布定数線路の二次元・三次元格子網による音場

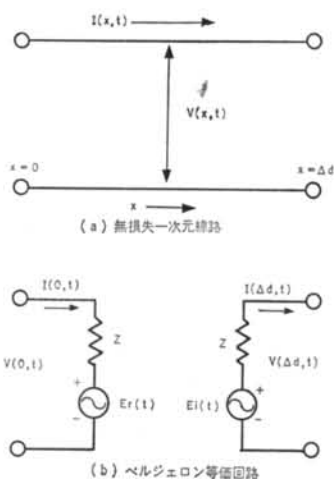
表現に基づき、それらの回路網上の等価電圧、等価電流の伝播特性として時間軸上で解析するものである(以下、本手法と呼ぶ)。本手法によれば、等価回路による取り扱いの特徴によってモデルにおける媒質条件、境界条件などは、それらを表わす集中定数素子または回路により容易に定式化することが可能となっている。すなわち、縮尺模型実験における音響材料の選択・配置などの検討と同様、室内音場の複雑な条件設定がこれらの素子または回路の選択・接続の変更によってコンピュータ内で容易にモデルを最適化できるという大きな長を有している。また、そのアルゴリズムも基本的にはベクトル演算主体となっており、最近発達の著しいスーパーコンピュータでの解析に威力を発揮するものとなっている。

本手法による音場解析については、音場と電気音響変換器との統一的取り扱いの可能性について既に報告されているが¹²⁾、本研究では以下まずベルジェロン法の概要と一次元線路の立方格子網で表現される三次元音場の定式化について述べ、次に壁などの境界を音響抵抗を表わす負荷抵抗によりモデル化して立方体の三次元室内音場モデルを構成し、その基本的な物理特性である室内定常音圧分布、残響時間などについて検討した。その結果、得られた時間応答は矩形室モデルの過渡現象を忠実にシミュレートし、定常解もこれらの過渡現象の結果として得られること、またそれらから定量化される残響時間もほぼ妥当な値を示し、本手法による室内音場解析の有効性が明らかになった。

§ 2. ベルジェロン法による音場の定式化

2.1 ベルジェロン法

ベルジェロン法は平面波に対するダランベールの一般解と対応させることにより、一次元分布定数線路の時間領域における離散的波動伝播解析手法として一般化される¹¹⁾。すなわち、図-1(a)に示すような無損失・無ひず



図一 無損失一次元線路とそのベルジェロン等価回路

みで、長さ Δd の基本有限長線路を考えると、線路上を伝播する電圧波、電流波をそれぞれ空間座標 x 、時間 t の関数として $V(x, t)$ 、 $I(x, t)$ とすれば、これらは次の一次元波動方程式に従う。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, t) = LC \frac{\partial^2}{\partial t^2} V(x, t) \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} I(x, t) = LC \frac{\partial^2}{\partial t^2} I(x, t) \quad \dots\dots(2)$$

ここに、 L 、 C は線路の単位長当たりのインダクタンスおよび静電容量である。式(1)の一般解は、よく知られる次のダランベールの解によって与えられる。

$$V(x, t) = f(x-ct) + g(x+ct) \quad \dots\dots(3)$$

$$I(x, t) = \{f(x-ct) - g(x+ct)\} / Z \quad \dots\dots(4)$$

ただし、 $f(x-ct)$ は x の正方向に伝播する進行波を表わし、 $g(x+ct)$ は x の負の方向に伝播する後退波を表わしている。また、 c は波動伝播速度、 Z は線路の特性インピーダンスであり、それぞれ次式で与えられる。

$$c = 1/\sqrt{LC} \quad \dots\dots(5)$$

$$Z = \sqrt{L/C} \quad \dots\dots(6)$$

ここで、式(3)および式(4)より進行波と後退波を分離して表わすと、

$$V(x, t) + ZI(x, t) = 2f(x-ct) \quad \dots\dots(7)$$

$$V(x, t) - ZI(x, t) = 2g(x+ct) \quad \dots\dots(8)$$

と変形されるが、これらの式は、もし $(x-ct)$ および $(x+ct)$ がそれぞれ一定であるなら、両式の左辺もまた一定であることを示している。すなわち、観測者が線路にそってそれぞれの波動伝播方向に波動と同じ伝播速度で移動しているとすると移動座標系においては、式(7)および式(8)の右辺は常に一定の値として観測されることになる。この特性はそのまま線路の両端においても成り立つ

ので、基本有限長線路の波動伝播時間を Δt とすると、

$$V(\Delta d, t) + ZI(\Delta d, t) = V(0, t - \Delta t) + ZI(0, t - \Delta t) \quad \dots\dots(9)$$

$$V(0, t) - ZI(0, t) = V(\Delta d, t - \Delta t) - ZI(\Delta d, t - \Delta t) \quad \dots\dots(10)$$

が成立する。したがって、図一(a)の一次元線路は両端の節点における電圧・電流特性に着目すると、図一(b)のようなそれぞれ独立の等価回路で置き換えることができる。ここに、 E_i 、 E_r はそれぞれ出力端($x = \Delta d$)、入力端($x = 0$)における入力端、出力端からの1離散時間前($t - \Delta t$)の値で決定される進行波、後退波の影響を与える等価電圧源であり、それぞれ式(9)、式(10)の右辺によって次式で定義される。

$$E_i(t) = V(0, t - \Delta t) + ZI(0, t - \Delta t) \quad \dots\dots(11)$$

$$E_r(t) = V(\Delta d, t - \Delta t) - ZI(\Delta d, t - \Delta t) \quad \dots\dots(12)$$

したがって、本手法は対象とする空間をこれらの基本有限長線路で離散化し、各離散点における電圧、電流特性を離散点の各時刻における独立した回路方程式により定式化することによって、時間軸上での逐次解析を可能にしている。

2.2 三次元音場の等価回路

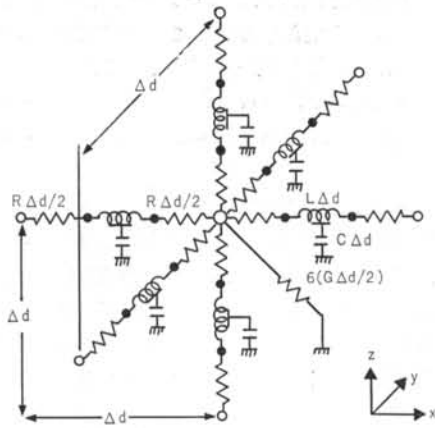
三次元音場を基本有限長線路の立方格子網による等価回路で表現したとき、その等価回路が音場を表現することを示す。いま、三次元音場の等価回路を図二(a)のように表わすことにする。すなわち、立方格子網を構成する各線路は、基本長 Δd の特性インピーダンスと伝播時間を持つ無損失・無ひずみの一次元線路であり、空間の媒質条件に対応する抵抗分を各線路の両端に半分ずつ接続し、またコンダクタンスを各節点に集中させて接続している。ここに、 L 、 C 、 R 、 G はそれぞれ線路の単位長当たりのインダクタンス、静電容量、抵抗、コンダクタンスである。そこで、等価回路の座標および各線路の電流値を図二(b)のように定義し、線路を伝播する電圧波、電流波をそれぞれ $V(x, y, z, t)$ 、 $I_n(x, y, z, t)$ とすると、一次元線路の基礎方程式は次式で表わされる。

$$-\frac{\partial}{\partial n} V(x, y, z, t) = L \frac{\partial}{\partial t} I_n(x, y, z, t) \quad \dots\dots(13)$$

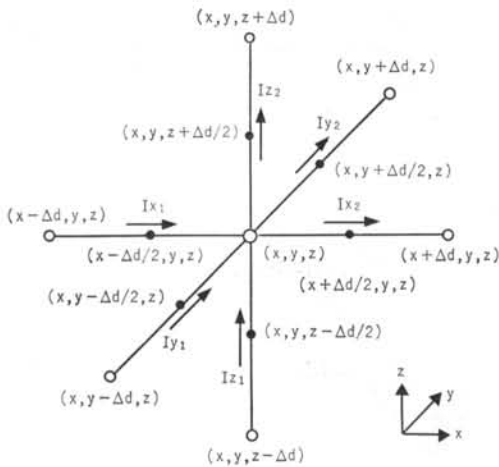
$$-\frac{\partial}{\partial n} I_n(x, y, z, t) = C \frac{\partial}{\partial t} V(x, y, z, t) \quad \dots\dots(14)$$

ただし、 n は任意座標を表わし、 x 、 y 、 z の何れかである。これらの式から、座標系の定義に従い任意時刻 t における電流値を平均値である各線路の midpoint の値によって差分表示すれば、 x 方向線路について、

$$\frac{1}{\Delta d} \{V(x - \Delta d, y, z, t) - V(x, y, z, t)\}$$



(a) 三次元音場の等価回路



(b) 座標および線路変定数の定義

図一 三次元音場の等価回路と座標および線路変定数の定義

$$= L \frac{\partial}{\partial t} I_{x_1} \left(x - \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) + R I_{x_1} \left(x - \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) \quad \dots\dots (15)$$

$$\frac{1}{\Delta d} \{ V(x, y, z, t) - V(x + \Delta d, y, z, t) \} = L \frac{\partial}{\partial t} I_{x_2} \left(x + \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) + R I_{x_2} \left(x + \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) \quad \dots\dots (16)$$

となる。y, z 方向線路についても同様に表わすことができる。x, y, z に関するこれらの式を各電流値が中心節点に向かう場合を正、流出する場合を負になるように変形して、辺々加え合わせて整理すれば、

$$\frac{1}{\Delta d} \{ V(x - \Delta d, y, z, t) + V(x + \Delta d, y, z, t) \}$$

$$+ V(x, y - \Delta d, z, t) + V(x, y + \Delta d, z, t) + V(x, y, z - \Delta d, t) + V(x, y, z + \Delta d, t) - 6V(x, y, z, t) = \left(L \frac{\partial}{\partial t} + R \right) \cdot \left\{ I_{x_1} \left(x - \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) - I_{x_2} \left(x + \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) + I_{y_1} \left(x, y - \frac{\Delta d}{2}, z, t \right) - I_{y_2} \left(x, y + \frac{\Delta d}{2}, z, t \right) + I_{z_1} \left(x, y, z - \frac{\Delta d}{2}, t \right) - I_{z_2} \left(x, y, z + \frac{\Delta d}{2}, t \right) \right\} \quad (17)$$

が導かれる。ここで、右辺の各線路の中点の電流値を中心節点の電流値で表わし、式(14)の関係を考慮して書き直せば、x 方向線路について、

$$I_{x_1} \left(x - \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) = I_{x_1}(x, y, z, t) + C \frac{\Delta d}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} V \left(x - \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) \quad (18)$$

$$I_{x_2} \left(x + \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) = I_{x_2}(x, y, z, t) - C \frac{\Delta d}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} V \left(x + \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) \quad (19)$$

となる。同様にして y, z 方向線路についても関係式が導かれる。これらの式を式(17)に代入し、ここで中心節点におけるキルヒホフの電流連続条件：

$$I_{x_1}(x, y, z, t) - I_{x_2}(x, y, z, t) + I_{y_1}(x, y, z, t) - I_{y_2}(x, y, z, t) + I_{z_1}(x, y, z, t) - I_{z_2}(x, y, z, t) = 3G\Delta d \cdot V(x, y, z, t) \quad \dots\dots (20)$$

を適用して整理すると、次式が導かれる。

$$\frac{1}{\Delta d^2} \{ V(x - \Delta d, y, z, t) + V(x + \Delta d, y, z, t) + V(x, y - \Delta d, z, t) + V(x, y + \Delta d, z, t) + V(x, y, z - \Delta d, t) + V(x, y, z + \Delta d, t) - 6V(x, y, z, t) \} = \left(L \frac{\partial}{\partial t} + R \right) \cdot 3GV(x, y, z, t) + \left(LC \frac{\partial^2}{\partial t^2} + RC \frac{\partial}{\partial t} \right) \cdot \frac{1}{6} \left\{ V \left(x - \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) + V \left(x + \frac{\Delta d}{2}, y, z, t \right) + V \left(x, y - \frac{\Delta d}{2}, z, t \right) + V \left(x, y + \frac{\Delta d}{2}, z, t \right) + V \left(x, y, z - \frac{\Delta d}{2}, t \right) + V \left(x, y, z + \frac{\Delta d}{2}, t \right) \right\} \quad (21)$$

式(21)は、立方格子網の分割間隔 Δd を十分細かくすることによって、その極限においては結局次の波動方程式に帰着する。

$$\nabla^2 V(x, y, z, t) = 3LC \frac{\partial^2}{\partial t^2} V(x, y, z, t) + 3(LG + RC) \frac{\partial}{\partial t} V(x, y, z, t)$$

等価回路	音場
電圧 V	音圧 P
電流 I	粒子速度 u
インダクタンス L	媒質密度 ρ
容量 C	体積弾性率の逆数 $1/3\kappa$
抵抗 R	音響抵抗 r
コンダクタンス G	音響コンダクタンス $g/3$
特性インピーダンス (一次元線路) Z	特性インピーダンス (平面波) $\sqrt{3}\rho c$

表一 三次元音場と等価回路の変数数の対応
 $+3RGV(x, y, z, t)$ 22

このとき、等価回路網における変数と平面波音場における変数との関係を表一のように対応させることによって、式22は次の音圧 $P(x, y, z, t)$ に関する波動方程式を満足する。

$$\nabla^2 P = \frac{\rho}{\kappa} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + (\rho g + \frac{r}{\kappa}) \frac{\partial P}{\partial t} + r g F \quad \dots\dots 23$$

同様にして、電流波に対応する粒子速度 $u(x, y, z, t)$ に関する波動方程式も導くことができる。ここで、自由音

場における平面波の特性インピーダンス、伝播時間をそれぞれ $Z_0, \Delta t_0$ と定義すると、この等価回路網におけるそれぞれの値は次式のように表わされる。

$$Z = \sqrt{L/C} = \sqrt{3\rho\kappa} = \sqrt{3}Z_0 \quad \dots\dots 24$$

$$\Delta t = \Delta d \sqrt{LC} = \Delta d \sqrt{\rho/3\kappa} = \Delta t_0 / \sqrt{3} \quad \dots\dots 25$$

2.3 ベルジェロン表示による定式化

三次元等価回路網を構成する基本有限長 Δd の一次元線路を、図-3に示すように k を任意の節点番号として区分表示し、電圧、電流、特性インピーダンス、伝播時間をそれぞれ定義するとき、この基本線路を伝播する進行波、後退波は式(9)、式(10)のベルジェロン表示式によ

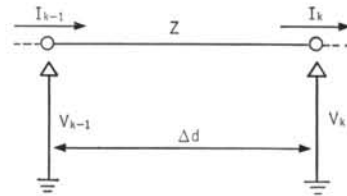


図-3 一次元線路の区分表示

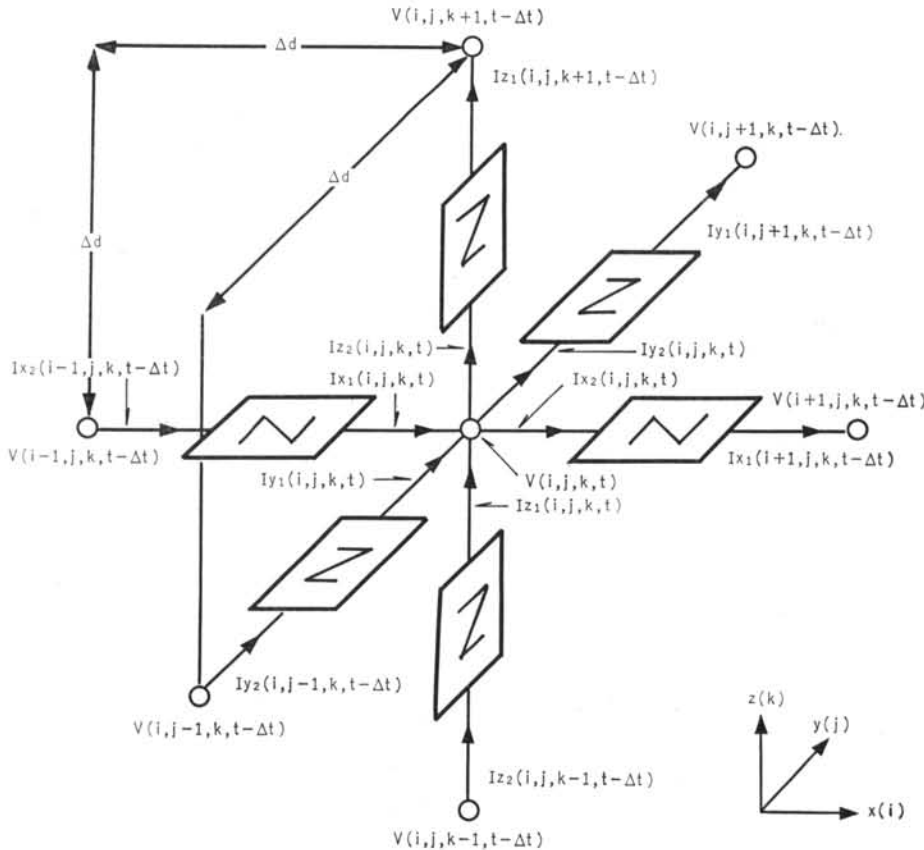


図-4 二次元等価回路のベルジェロン表示と線路変数数の定義

て、

$$V(k, t) + ZI(k, t) = V(k-1, t-Dt) + ZI(k-1, t-Dt) \quad \dots\dots 28$$

$$V(k-1, t) - ZI(k-1, t) = V(k, t-Dt) - ZI(k, t-Dt) \quad \dots\dots 29$$

と表わされる。したがって、いま三次元音場を図-4に示すような離散座標系で定義するとき、中心節点 (i, j, k) に接続される各一次元線路に対してこれらの式28, 式29を適用すると次式が得られる。

$$V(i, j, k, t) + ZI_{x_1}(i, j, k, t) = V(i-1, j, k, t-Dt) + ZI_{x_2}(i-1, j, k, t-Dt) \quad 30$$

$$V(i, j, k, t) - ZI_{x_1}(i, j, k, t) = V(i+1, j, k, t-Dt) - ZI_{x_2}(i+1, j, k, t-Dt) \quad 31$$

$$V(i, j, k, t) + ZI_{y_1}(i, j, k, t) = V(i, j-1, k, t-Dt) + ZI_{y_2}(i, j-1, k, t-Dt) \quad 32$$

$$V(i, j, k, t) - ZI_{y_1}(i, j, k, t) = V(i, j+1, k, t-Dt) - ZI_{y_2}(i, j+1, k, t-Dt) \quad 33$$

$$V(i, j, k, t) + ZI_{z_1}(i, j, k, t) = V(i, j, k-1, t-Dt) + ZI_{z_2}(i, j, k-1, t-Dt) \quad 34$$

$$V(i, j, k, t) - ZI_{z_1}(i, j, k, t) = V(i, j, k+1, t-Dt) - ZI_{z_2}(i, j, k+1, t-Dt) \quad 35$$

また、中心節点ではキルヒホフの電流連続条件が成立するから、

$$I_{x_1}(i, j, k, t) + I_{y_1}(i, j, k, t) + I_{z_1}(i, j, k, t) = I_{x_2}(i, j, k, t) + I_{y_2}(i, j, k, t) + I_{z_2}(i, j, k, t) \quad \dots\dots 36$$

である。これらの式28~36を連立させることによって、任意の時刻 t における電圧値を中心節点を取りまく各節点における1離散時間前 $(t-Dt)$ の値によって次式のように決定することができる。

$$V(i, j, k, t) = \frac{1}{6} \{ V(i-1, j, k, t-Dt) + ZI_{x_2}(i-1, j, k, t-Dt) + V(i+1, j, k, t-Dt) - ZI_{x_2}(i+1, j, k, t-Dt) + V(i, j-1, k, t-Dt) + ZI_{y_2}(i, j-1, k, t-Dt) + V(i, j+1, k, t-Dt) - ZI_{y_2}(i, j+1, k, t-Dt) + V(i, j, k-1, t-Dt) + ZI_{z_2}(i, j, k-1, t-Dt) + V(i, j, k+1, t-Dt) - ZI_{z_2}(i, j, k+1, t-Dt) \} \quad \dots\dots 37$$

したがって、各一次元線路の中心節点における電流値は式28~33に式37を代入することで、各々次式のように定式化することができる。

$$I_{x_1}(i, j, k, t) = \{ V(i-1, j, k, t-Dt) + ZI_{x_2}(i-1, j, k, t-Dt) - V(i, j, k, t) \} / Z \quad 38$$

$$I_{x_2}(i, j, k, t) = - \{ V(i+1, j, k, t-Dt) - ZI_{x_2}(i+1, j, k, t-Dt) - V(i, j, k, t) \} / Z \quad 39$$

$$I_{y_1}(i, j, k, t) = \{ V(i, j-1, k, t-Dt) + ZI_{y_2}(i, j-1, k, t-Dt) - V(i, j, k, t) \} / Z \quad 39$$

$$I_{y_2}(i, j, k, t) = - \{ V(i, j+1, k, t-Dt) - ZI_{y_2}(i, j+1, k, t-Dt) - V(i, j, k, t) \} / Z \quad 39$$

$$I_{z_1}(i, j, k, t) = \{ V(i, j, k-1, t-Dt) + ZI_{z_2}(i, j, k-1, t-Dt) - V(i, j, k, t) \} / Z \quad 40$$

$$I_{z_2}(i, j, k, t) = - \{ V(i, j, k+1, t-Dt) - ZI_{z_2}(i, j, k+1, t-Dt) - V(i, j, k, t) \} / Z \quad 41$$

これらの式は、ベルジェロン法の特徴である各時刻における各々の節点毎の独立した方程式となっている。なお、ここでは簡単のため損失項は無視している。

§ 3. 三次元室内音場解析

3.1 解析モデル

三次元解析モデルは、図-5に示すように空間離散間隔を Δd とするとき、 $50\Delta d \times 50\Delta d \times 50\Delta d$ の立方体の矩形室としている。このときの室の諸元は、取り扱う音波の波長とその離散時間間隔 Δt によって決定される。ここでは、取り扱う基本波の周波数を100Hz、1波長の分割数を40、音速を340 m/secと設定して式25の関係を考慮することにより、表-2に示すような諸元の小室をモデル化している。さらに、音源を点音源として壁の中央に置き、壁・床・天井に相当する境界面は全て一様な吸音率をもつものとするれば、対称条件により解析範囲をABCD面を底面とする体積1/4の直方体に限定することができる。図-6は、モデルの等価回路を音源を含む中央平面 $(x-y$ 平面)について表わしたものである。す

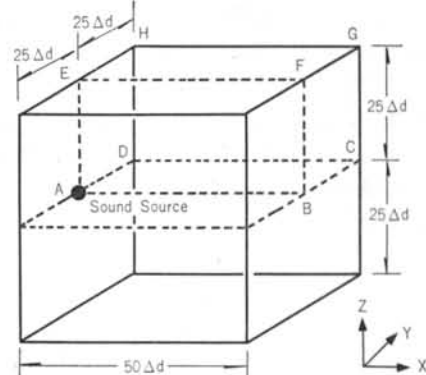
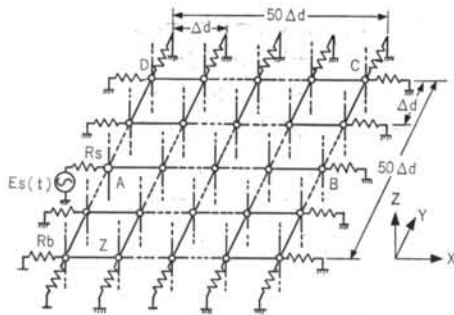


図-5 三次元矩形室の解析モデル

矩形室の1辺室体積表面積 の長さ(m)	(m ²)	(m ²)
7.36	399	325

表-2 解析モデルの室諸元

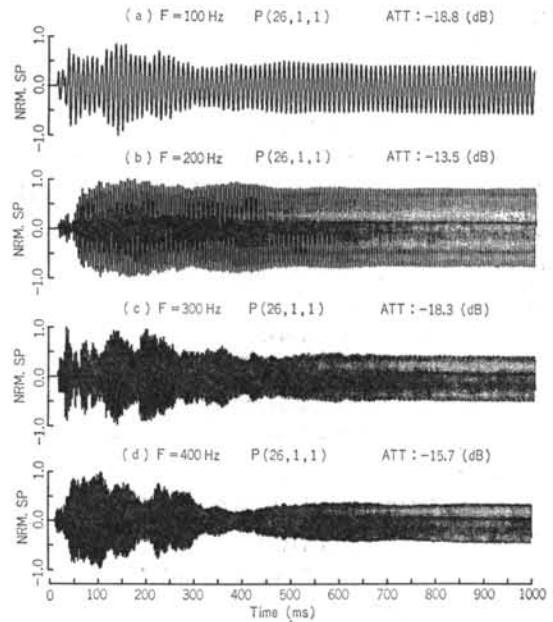


図一六 モデルの ABCD 面に対する等価回路

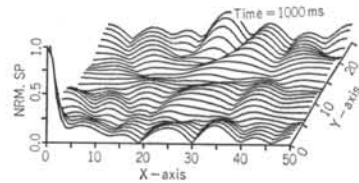
なわち、音場は特性インピーダンス Z を持つ一次元線路の立方格子網によって表現され、音源は等価電圧源 E_s として電源インピーダンス R_s を介して場に接続している。また、境界条件としては一次元線路による等価回路を、吸音率に相当する音圧反射係数を与える一様な負荷抵抗 R_b によって終端することで吸音壁をモデル化している。さらに、解析範囲を $1/4$ の直方体に限定することによって生じる ABCD 面, ABFE 面などの対称面は粒子速度の法線方向成分が 0 となる剛壁面として定式化している。

3.2 室内定常音圧分布解析

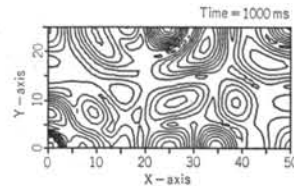
室内定常音圧分布は、剛壁で囲まれる矩形室に関しては室寸法から理論的に固有モード毎に計算することができるが¹³⁾、このようにして求められる規則的な音圧分布は必ずしも実際的とはいえない。実験的に求められる室内定常音圧分布は、一般に定常音を室内に放射し、室内のあらゆる位置での音圧レベルが一定値に収まったときの音圧分布で与えられる。図一七は、本モデルの平均吸音率を 0.1 と設定し、周波数 $100\sim 400$ Hz の正弦波を入力して過渡的な状態を経て定常状態になるまでの音圧の応答波形を観測したものである。音源出力の振幅はすべて一定であり、各応答波の音源振幅に対する相対音圧レベルを図中では ATT: として表示している。これらはすべて室中央 $P(26, 1, 1)$ における時間応答波形であるが、図から明らかなように周波数によって過渡的な状態が続く時間は異なっている。しかし、ほぼ $500\sim 600$ ms で急激な変動状態は収まり、それぞれ定常状態に移行してゆく様子が観測されている。さらに、定常状態における定在波振幅レベルもそれぞれ異なっているが、これは明らかに室内の伝送特性を与える入力波長の違いによる室内の定在波分布の違いが反映されたものである。図一八(a)は、中央平面 (ABCD 面) における周波数 200 Hz に対する 1000 ms 経過後の最大音圧の空間分布を示したものである。また、同図(b)は同一平面におけるそれ



図一七 モデル中央における正弦波応答 (平均吸音率: $\alpha = 0.1$)



(a) 最大音圧分布の空間エンベロップ



(b) 最大音圧分布の等音圧線

図一八 モデルの ABCD 面における定常音圧分布 (平均吸音率: $\alpha = 0.1$, 中心周波数: $F = 200$ Hz)

らを等音圧線で示したものである。これらの図によって音圧分布には明らかなピークとディップが生じていること、音圧は室中央付近、壁の中央、隅角部などでそれぞれ高くなっていること、またそれらの程度などが定性的に明らかになっている。このように、本手法によって定常音圧分布が実際の系における場合と同様に、過渡現象を経て定常状態となる一連の時間応答から求められ、したがって通常の定常解析などによる場合と比較してもより詳細で実際のな検討が可能となっている。

3.3 残響時間解析

室内の残響減衰曲線は、一般に1オクターブあるいは1/3オクターブ帯域のホワイトノイズを室内に放射し、そのときの音場が定常に達したときに音源を止めることによって得られる。このとき、主として音源のゆらぎなどにより、必ずしも同じ減衰過程を示さないことから、通常の測定では同じ測定を数回から数十回繰り返し、それらの平均値で平均的な残響曲線としている。一方、Schroederはこの集合平均的残響曲線を室内のインパルス応答より求められることを明らかにしており¹⁴⁾、いわゆるインパルス積分法として計測にも適用されている。いま、受音点での音圧を $S(t)$ とし、その自乗音圧の集合平均を $\langle S^2(t) \rangle$ とすると、

$$\langle S^2(t) \rangle = N \int_t^{\infty} h^2(t) dt \quad \dots\dots(42)$$

と表わされる。ここに、 $h(t)$ はマイクロホン、スピーカ、フィルタなどの系を含む音源と受音点の間のインパルス応答であり、 N は単位帯域当たりのホワイトノイズのパワーである。式(42)を変形して総エネルギー量で規格化し、自乗音圧の集合平均を改めて $\langle R_d^2(t) \rangle$ と表わすことにすれば、

$$\langle R_d^2(t) \rangle = \frac{\int_0^{\infty} h^2(t) dt - \int_0^t h^2(t) dt}{\int_0^{\infty} h^2(t) dt} \quad \dots\dots(43)$$

となる。したがって、式(43)を対数圧縮し、その結果を最小自乗法によって直線近似することで残響時間を定量化することができる。

そこで、入力波として1/3オクターブ帯域のパルスをシミュレートするトーンバーストを用いて時間応答を求め、式(43)により残響時間を定量化する。なお、1/3オクターブのトーンバーストは正弦波6波にハミングウィンドーをかけたものである¹⁵⁾。モデルの条件としては、吸音率を $\alpha=0.1, 0.2, 0.3$ の3種類に設定している。また、観測点は図-9に示すように中央平面(ABCD面)内の6点とし、残響時間はこれらの点における平均値で与えるものとする。

図-10は、吸音率が0.1で、中心周波数100~400Hzのトーンバーストに対する室中央(P(26, 1, 1))の音圧の時間応答波形を示している。各波形は、前節同様音源の最大音圧でそれぞれ規格化し、音源との相対音圧レベルをATT:として表示している。これらの波形は、明らかにあらゆる方向からの多重反射を繰り返す音波の重ね合わせの結果として観測されており、実際の計測でエコータイムパターンとして観測される応答波の様子を忠実にシミュレートしたものとなっている。例えば、図中の(a)

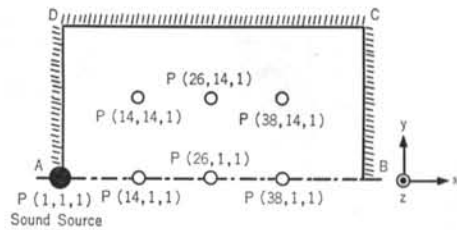


図-9 モデルの ABCD 面における残響時間観測点

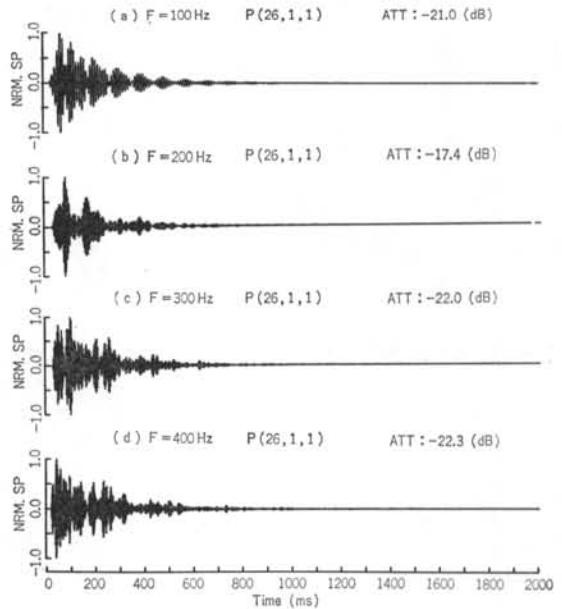


図-10 モデル中央におけるトーンバースト応答(平均吸音率: $\alpha=0.1$)

は100Hzに対する応答であるが、反射波が分離してエコーとなっていること、(b)は反射波の重なりが二つの大きな塊となって反響していること、また周波数が高くなるにつれて反射波の密度が増してゆく模様などが明らかになっている。図-11は、中央平面(ABCD面)における200Hzのトーンバーストに対する音圧波応答の瞬時空間分布を示したものである。これらの図によって、時間の経過とともに場に放射された音波が壁などで反射を繰り返しながら徐々に減衰してゆく模様が明らかになっており、壁などによる音波の散乱の様子がよくシミュレートされている。また、場の応答は500ms程度経過することでほぼ収まっている。図-12は、これらの応答波から式(43)に従って求めた残響減衰曲線である。ここでは積分分解能を $5 \Delta t(1.25 \text{ ms})$ としており、(a)~(d)はそれぞれ図-10の(a)~(d)の応答波に対応している。各波形は、いずれも-60dB程度まで減衰過程が明らかになっており、ダイナミックレンジを確保する応答波の継続時間が

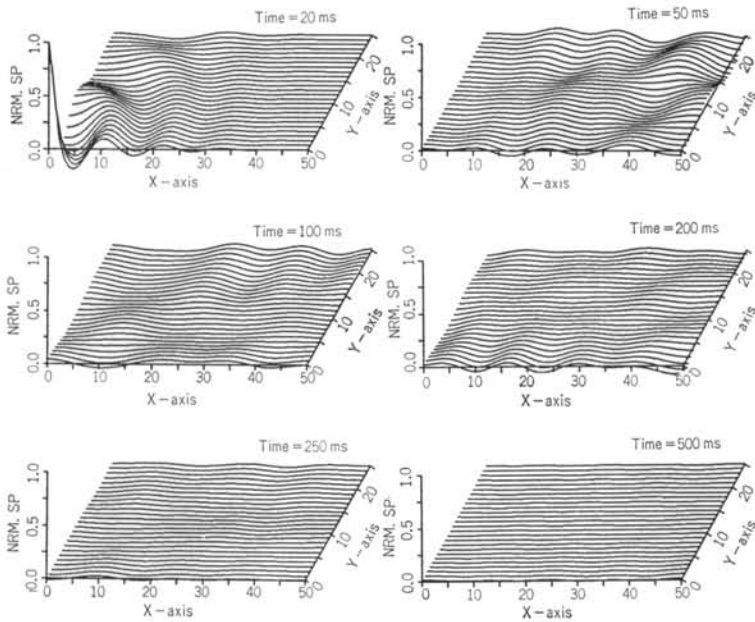


図-11 モデル AECD 面における音圧波の瞬時空間分布 (平均吸音率: $\alpha=0.1$, 中心周波数: $F=200$ Hz)

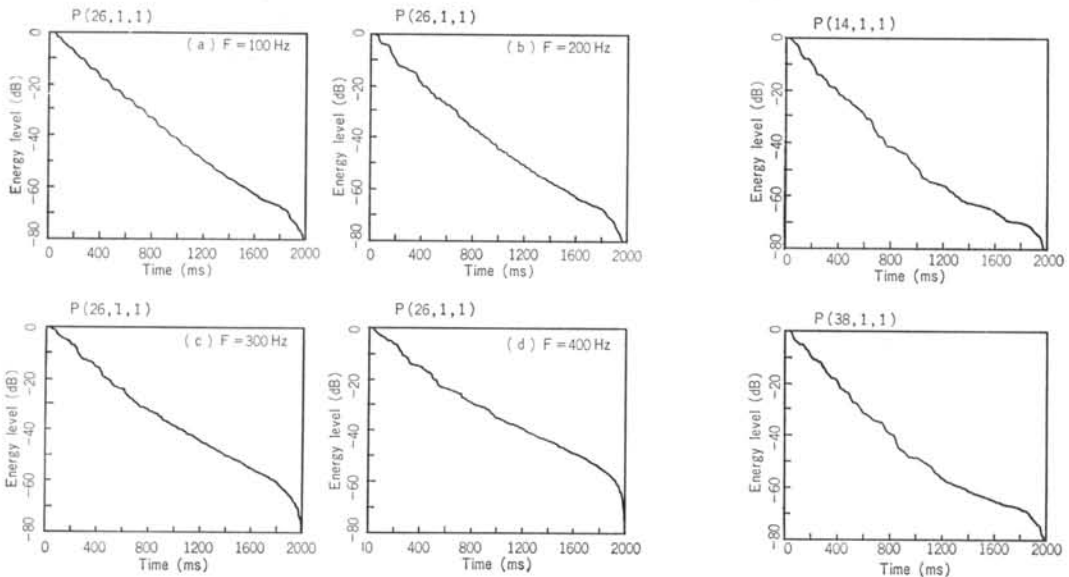
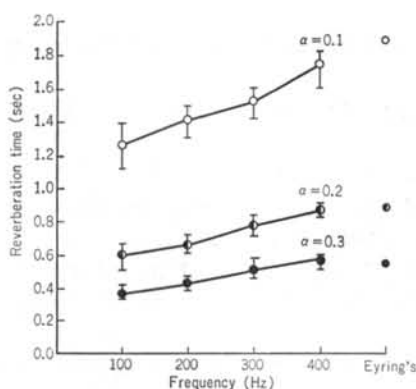


図-12 図-10から求められた残響減衰曲線 (積分分解能: 1.25ms, 平均吸音率: $\alpha=0.1$)

図-13 折れ曲がり残響減衰波形の例 (平均吸音率: $\alpha=0.1$, 中心周波数: $F=100$ Hz)

十分であることを示している。-60 dB以下の曲線は、有限時間の積分打ち切りに起因するインパルス積分の特性を示しており、明らかに積分の分解能の影響を受けている。それぞれの波形には、エコーの影響と考えられる階段状の変化が認められるが、特に(a)ではそれが顕著である。また、いずれの波形もわずかに湾曲しており、周波数が高くなるに従って減衰曲線がゆるやかになってい

る。図-13は、壁面付近の点における明らかに折れ曲がった残響曲線の観測例を示したものであるが、-50 dB付近からの折れ曲がり顕著である。残響波形の折れ曲がりは、平行壁面によって十分に拡散されない波動成分の減衰過程への寄与として矩形室の平均的な扱いによって波動論で説明されているが¹⁰⁾、本解析例はこれらが場



図一四 残響時間の周波数特性と Eyring 公式による値との比較

Absb. coef. α	Frequency (Hz)				Eyring's
	100	200	300	400	
0.1	1.26	1.41	1.52	1.74	1.87
0.2	0.60	0.66	0.78	0.87	0.88
0.3	0.37	0.43	0.51	0.57	0.55

表一三 残響時間算定表

所によっては顕著に現われるという結果を示している。図一四は、吸音率0.1~0.3, 中心周波数100~400Hzに対する残響減衰曲線から定量化した残響時間を周波数特性として示したものである。これらの値は、通常の計測における場合と同様 -5~-35 dB までの減衰曲線の直線近似をもって定量化したものである。各シンボルは6点の観測値の平均値を表わしているが、観測点による値のばらつきも同時に示している。また、参考として理想的拡散音場に対する Eyring の残響時間計算式¹⁷⁾から求められる結果も示している。算定結果は表一三に示すとおりである。図一四から明らかなように、定量化された残響時間は周波数が高くなるにつれて Eyring の式による値に近づいており、モードが十分に密になるに従い拡散音場とみなせるようになるという、波動理論と拡散音場理論との関係¹⁸⁾を裏付けるものとなっている。以上示したように、本手法による解析結果はいずれも矩形室の特徴を十分説明するものであり、本手法による残響時間解析の妥当性が明らかになった。

§ 4. まとめ

本報告はベルジェロン法の室内音場解析への適用について、まず一定長の一次元線路からなる立方格子網の等価回路が三次元音場に対応することを明らかにし、次に

ベルジェロン法によってこの等価回路を基本線路を接続する節点毎の独立した回路方程式で定式化し、それによる解析例が妥当なものであることを示した。概要をまとめると、以下のようである。

(1)一次元線路の立方格子網により、三次元室内音場として立方体の矩形室をモデル化した。その際、境界条件である壁・床・天井などは、音圧波の単純な反射条件を満たす純抵抗によって等価回路を終端することで定式化している。

(2)本モデルに対し純音に相当する正弦波を入力することによって、その時間応答が過渡的な状態を経て定常状態に至る一連の現象をシミュレートしていることを示した。また、このような過渡現象の結果として得られる室内定常音圧分布も、矩形室の特徴をよく説明するものであった。

(3)次に、本モデルに対し1/3オクターブ帯域のパルス我代表するトーンバーストを入力し、その時間応答を観測した。その結果、これらの応答波が実際の測定系で得られるエコータイムパターンと同等のものであり、インパルス応答解析の可能性が明らかになった。

(4)さらに、トーンバーストによる応答波形をインパルス積分法によって処理し、残響減衰曲線を求めた。得られた減衰曲線の中には矩形室の特徴を示す明らかな折れ曲がり波形も観測されており、またそれらの直線近似から定量化される残響時間も周波数によって変化し、ほぼ妥当な値となることが確認された。

以上のように、本手法による境界条件を含めた室内音場のモデル化の妥当性が示されるとともに、特に室内インパルス応答解析が可能となることによって、反射音性状の予測計算はもとより、これらから室内の様々な過渡音響物理量が定量化できる見通しが得られている。このように、本研究によってベルジェロン法が、これまでの波動場本来の性質を踏まえた解析的な取り扱いが困難とされてきた室内音場特性の検討に有効な手段となり得ることが明らかになった。今後は、周波数分散特性まで考慮したより現実的な境界条件、媒質条件のモデル化とともに、本手法を具体的な音響問題にも適用してさらに検討を加えてゆくつもりである。

謝辞 本報告は昭和62年度に、本手法の開発母体である北海道大学工学部電気工学科電気回路学講座にて実施したものをまとめたものである。手法の導入から研究全般にわたり終始ご指導を賜りました深井一朗教授、ならびに研究の実務的なご指導とご討議を賜りました吉田則信助教教授に対し、深甚なる感謝の意を表します。

<参考文献>

- 1) P.M. Morse & R.H. Bolt: "Sound Waves in Rooms" Reviews of Modern Physics, Vol.16, No.2 (1944) pp. 100~124
- 2) 浅山宏, 木村翔, 関口克明, 杉山知之: "コンピュータシミュレーションによるホールの室内音響設計例" 音響学会建築音響研究資料 AA84-12 (1984年)
- 3) 珠玖達良: "差分法による不規則形状の音場解析" 音響学会誌 Vol.28 (1972年) pp.5~12
- 4) A. Craggs: "The Use of Simple Three-Dimensional Acoustic Finite Elements for Determining the Natural Modes and Frequencies of Complex Enclosures" J. Sound & Vib., Vol.23 (1972) pp.331~339
- 5) 鏡慎, 深井一郎: "3次元音場問題の境界要素法による定式化" 電子通信学会論文誌(A) J70-A (1987) pp.110~115
- 6) T. Terai: "On Calculation of Sound Fields Around Three Dimensional Objects by Integral Equation Method" J. Sound & Vib., Vol.69 (1980) pp.71~100
- 7) 吉田則信, 深井一郎, 福岡醇一: "Bergeron 法による2次元マクスウェル方程式の過渡解析" 電子通信学会論文誌(B) J62-B (1979年) pp.511~518
- 8) 吉田則信, 深井一郎, 福岡醇一: "電磁界の節点方程式による過渡解析" 電子通信学会論文誌(B) J63-B (1980年) pp.876~883
- 9) 佐藤雅弘, 吉田則信, 深井一郎: "ベルジェロン法による2次元等方弾性体の時間応答解析" 電子通信学会論文誌(A) J70-A (1987年) pp.1515~1523
- 10) L.J.B. Bergeron: "Du Coup de Bèlier en Hydraulique au Coup de Foudre en Électricité" Dunod (1949)
- 11) G. Metzger & J.P. Vabre: "Transmission Lines with Pulse Excitation" Academic Pr. (1969) pp.65~96
- 12) 高木彰, 吉田則信, 深井一郎: "駆動系を含む音場の統一的時間応答解析" 電子通信学会論文誌(A) J68-A (1985年) pp.688~695
- 13) 例えば, 前川純一: "建築音響" 共立出版 (1978年) pp.27~29
- 14) M.R. Schroeder: "New Method of Measuring Reverberation Time" J. Acoust. Soc. Am., Vol.37 (1965) pp.409~412
- 15) B.S. Atal et al.: "Evaluation of Acoustic Properties of Enclosures by Means of Digital Computers" J. Acoust. Soc. Am., Vol.40 (1966) pp.428~433
- 16) 文献13), p.34
- 17) C.T. Morrow: "Point-to-Point Correlation of Sound Pressures in Reverberation Chambers" J. Sound & Vib., Vol. 16 (1971) pp.29~42