U.D.C. 681.3：007.51：025.4

清水建設研究報告
第51号平成2年4月

Tonti-diagramに基づく知識ベースの構築に関する研究

勝倉　裕
（大崎研究室）
松下　裕
（大崎研究室）

§1. はじめに

近年，情報工学の分野において評価システムの構築問題など，情報を整理・分類し，それに基づき tree 図などの図式（Diagram）を作成し，なんらかの評価を行なうための手法を構築するという研究が増えている．本研究では，情報の整理・分類に関し Tonti-diagram に基づく手法を提示し，その有効性を検討するものである．

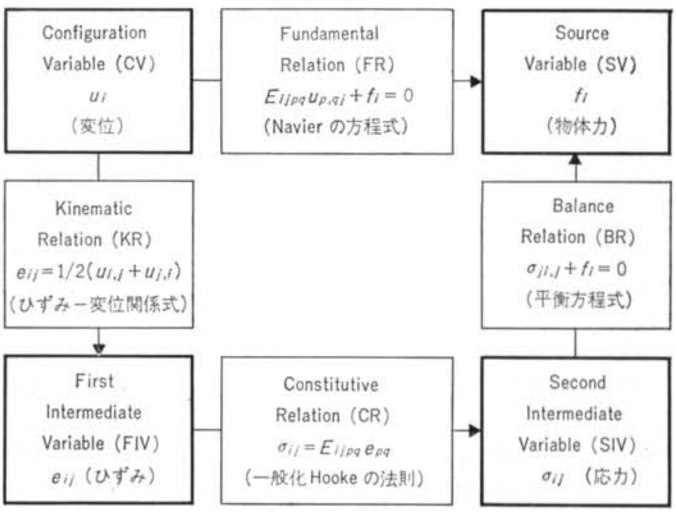
本研究で用いる Tonti-diagram とは，線形弾性理論の分野において現われる幾つかの基礎式の関係を示すために導入された図であり，J. T. Oden and J. N. Reddy[1]の論文に示されている generalized Tonti-diagram を簡単化したものである．この論文には，このような図式は線形弾性理論のみならず，多くの数理物理学の分野において構成できることが示されている．また，社会科学の分野においては，AGIL 図式と呼ばれる図式が，社会科学現象の相互交換関係を明らかにするために導入されている．これは，Tonti-diagram にきわめて類似したものであり，4個の概念を単位として社会科学現象の相互交換関係を図式化したものである．このように，類似する図式が自然科学と社会科学の両分野に存在することは，情報を整理・分類するという観点からはきわめて重要なことであろう．

一方，数学の立場で考えるならば準同型写像（Homomorphism），カテゴリー（Category），関手（Functor）などの説明のために図式（Diagram）がしばしば用いられる．これらでは，写像と算法の可換性を議論したり，射(Morphism)と関手の可換性を議論したりする．このときに用いられる図式が，Tonti-diagram にきわめて近い．このことは，情報の整理・分類に関して，数学の分野で展開されている知見が応用できる可能性を示しているものと考えることができよう．

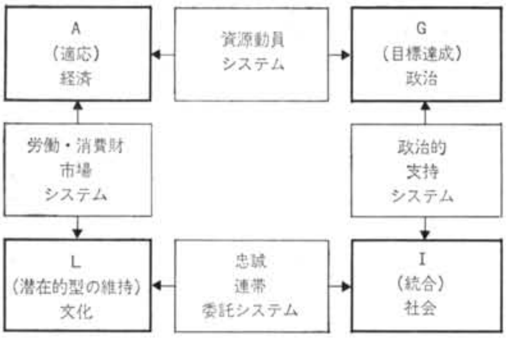
本研究では，以上の諸分野での知見を分析・総合し，情報を整理・分類するための新しい考え方として Tonti-diagram に基づく方法の枠組みを概説し，この方法を実際に「構造物のフーリエ応答解析」と「非線形状態方程式に基づく構造物の非線形応答解析」の知識ベースの構築問題に適用し，知識の表現に関する Tonti-diagramの有効性を検討する．

§2. Tonti-diagram の概要

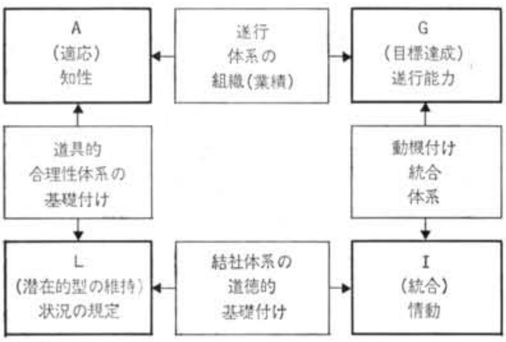
図―1に，線形弾性理論の分野において成立する Tonti-diagram を示した．この図式は，J. T. Oden and J. N. Reddy[1] の論文に示されている generalized Tonti-



図―1　線形弾性理論における Tonti-diagram（J. T. Oden and J. N. Reddy[1] の論文に示されている generalized Tonti-diagram を簡単化したものであり，本論文ではこのような図式を Tonti-diagram と呼ぶことにする）



図－2　社会の相互交換図式（AGIL 図式）



図－3　一般行為体系における相互交換図式（AGIL 図式）

diagram を簡単化したものであるが，基本的には 4 個の変数と 4 個の関係（あるいは，方程式）から構成されている．すなわち，変数としては，

1) Configuration Variable (CV)
2) First Intermediate Variable (FIV)
3) Second Intermediate Variable (SIV)
4) Source Variable (SV)

また，関係としては，

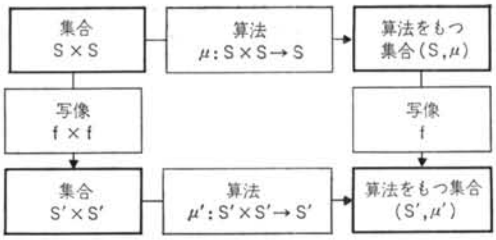
1) Kinematic Relation (KR)
2) Constitutive Relation (CR)
3) Balance Relation (BR)
4) Fundamental Relation (FR)

が導入されている．これらの変数や関係の有する意味は，線形弾性理論と対応させることにより明らかになる．例えば，BR と平衡方程式とは意味がきわめてよく似ている．J. T. Oden and J. N. Reddy は，FR, BR, CR, KR を作用素と考えるとき

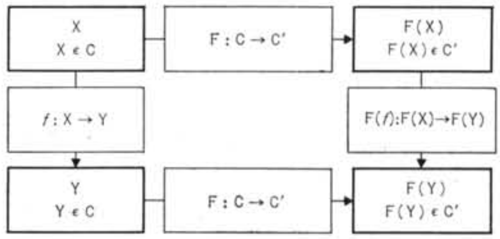
$$FR = BR \circ CR \circ KR$$

が成立することを指摘し，このような関係は多くの数理物理の世界に共通に存在していることを示している．

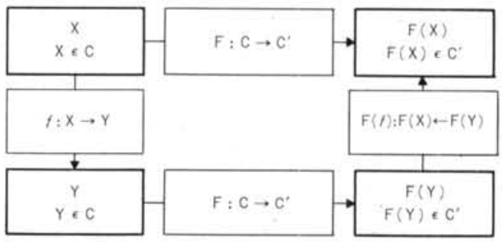
このような関係は，数理物理の世界のみならず社会科学の世界にも見ることができる．図－2と図－3はその例を簡単化して示したものである．図－2は，社会の相



図－4　準同型写像の説明に用いられる図式



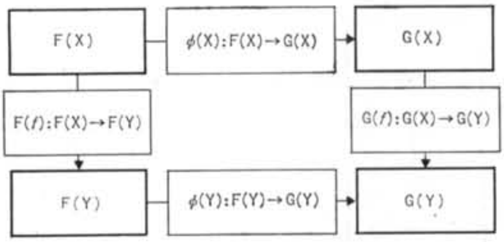
図－5(1)　Covariant Functor に関する図式（C と C' は Category であり，F が Covariant Functor である．f は C に含まれる Morphism であり，X と Y は C の Object である）



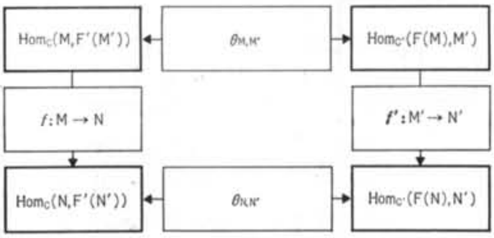
図－5(2)　Contravariant Functor に関する図式

互交換図式を示したものであり，労働・消費財市場システムを介して経済と文化が，忠誠連帯委託システムを介して文化と社会が，政治的支持システムを介して社会と政治が，資源動員システムを介して政治と経済が相互に関係していることを示している．図－3は，一般の行為体系において，知性，状況の規定，情動，遂行能力の関係を示したものである．IとGの間にある「政治的支持システム」および「動機付け」と「Balance Relation」の意味とを比較しても明らかなように，これらの図の概略は図－1の Tonti-diagram によく似ている．

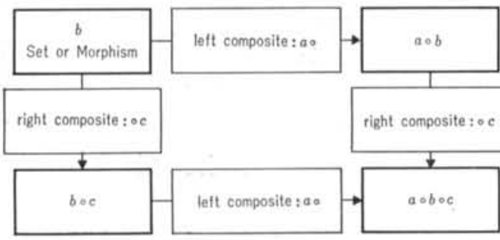
このような「数理物理の世界の諸法則」と「社会科学の世界の諸相互交換関係」を表わす図式の対応は，人間がものごとの構造を認識するときの仕方に類似性が存在することを的確に表わしているものと思われる．このことを確かめるために，数学の分野での図式に着目して得られたものが図－4～7である．図－4は，準同型写像に関して描かれている図式[2]であり，図－5は Category 間を結び付ける Functor について，図－6は Functorial



図—6 (1)　Functorial Morphism に関する図式



図—6 (2)　Adjoint Functor に関する図式（この図式が可換のとき，F を F' の Left Adjoint Functor といい，F' を F の Right Adjoint Functor という）



図—7　半群（Semigroup）に関する図式（Semigroup を特徴づける結合法則 $(a\circ b)\circ c=a\circ(b\circ c)$ も図式の可換性が成立することに帰着できる）

Morphism や Adjoint Functor についての図式である[3]．これらの図式の詳細な説明は省略するが，これらは数学の世界（特に，Category theory や Group theory の世界）においても明らかに Tonti-diagram のような図式が存在していることを示している．もちろん，数学における図式の優先性の方が高いものと思われるが，本研究では数学の世界も含めて共通に存在している，このような図式を Tonti-diagram と呼ぶことにする．

なお，数学の世界では「図式の可換性」が重要である．図式の可換性とは，始点から終点に至る任意の矢の結合が一定の写像を与えることであり，**図—1** を例にすれば，関係式

$$FR=BR\circ CR\circ KR$$

が成立することが図式の可換性を表わしている．**図—7** は，多少強引ではあるが算法を二つに分けて，半群（Semigroup）を特徴付ける結合法則も図式の可換性に帰着することを示している．しかし，この例でも明らかなように，数学の分野での可換性は**図—1** の記号で示すなら

$$(BR)^{-1}\circ FR=CR\circ KR$$

を中心に考えている．ここに，$(BR)^{-1}$ は BR の逆関係を表わしており，この結果図式におけるこの部分の矢印の向きが逆になっている．すなわち，数学の分野では，FR や CR で示されるある関係（これを関係 1 とおく）と KR や $(BR)^{-1}$ で示されるある関係（これを関係 2 とおく）を作用させる順序が重要であり，この関係 1 と関係 2 の順序が交換できる可能性が図式の可換性により考察されているといえよう．このことが，**図—1** の Tonti-diagram と数学の世界の図式とのわずかな相違点になっている．

§ 3.　Tonti-diagram の意味付けと Tonti 構造

Tonti-diagram は，以上のように多くの分野で登場してくる．したがって，この構造を明らかにすることは，情報の整理・分類への適用など，Tonti-diagram を利用するという観点で重要なことである．

図—8 は，一般性に重点をおいて Tonti-diagram の構造を概説したものである．

図—8 (1)は KR と BR の役割を図化したもので，KR と BR は次のような変換

KR：（直接，外，実）→（間接，内，像）

BR：（直接，外，実）←（間接，内，像）

と考えることができる．すなわち，Tonti-diagram では KR と BR による「変換と逆変換」で，間接的，内的，像空間的なカテゴリー（FIV-CR-SIV）が導入され，これらを媒介として直接的，外的，実空間的なカテゴリー（CV-FR-SV）が捉えられることになる．なお，ここでは例えば FIV，CR，SIV から構成される関係などの総合概念をカテゴリーと考え，カテゴリー（FIV-CR-SIV）と記述している．

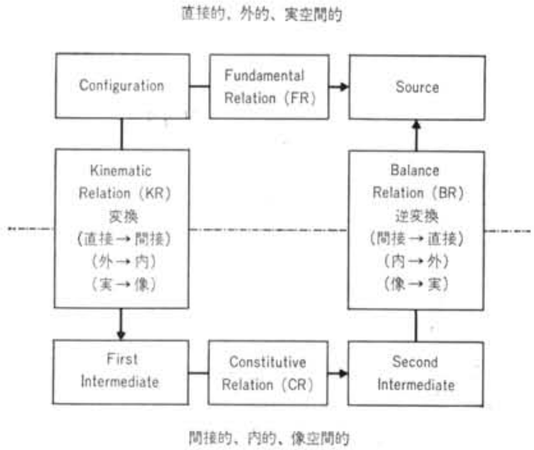
図—8 (2)は FR と CR の役割を図化したものであり，FR と CR は次のような関係を有する．

FR：（変形の系，手段）→（力の系，目的）

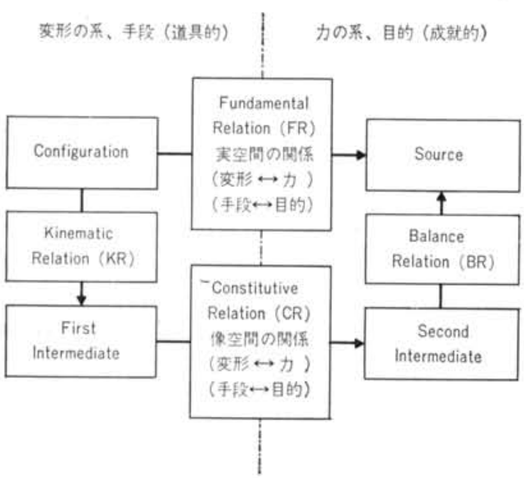
CR：（変形の系，手段）→（力の系，目的）

すなわち，FR と CR は変換としては類似したものであり，ともに左側のカテゴリー（CV-KR-FIV）から右側のカテゴリー（SV-BR-SIV）へと導く役割を果たす．

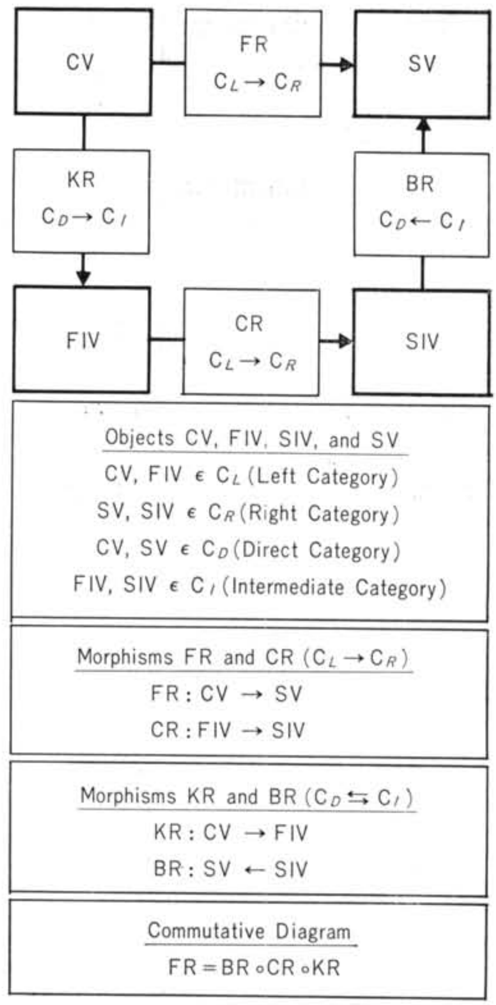
これらの関係を記号化してその構造を示したのが，**図—8** (3)である．この図では，カテゴリー（Category）と



図—8(1) Kinematic Relation および Balance Relation の役割



図—8(2) Fundamental Relation および Constitutive Relation の役割



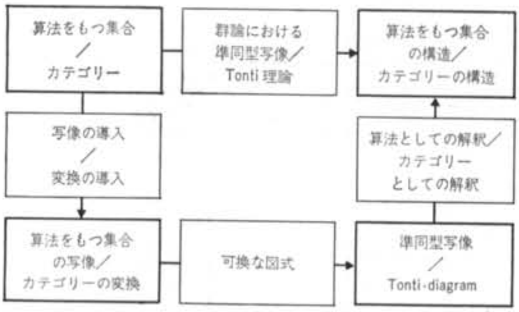
図—8(3) Tonti-diagram の一般化

して直接的カテゴリー (C_D), 間接的カテゴリー (C_I), 左カテゴリー (C_L), および右カテゴリー (C_R) が導入されており, CV, FIV, SIV, SV はその対象 (Object) として示されている. さらに, KR, CR, BR, および FR を写像 (Morphism) として捉え, 図式としての可換性 (Commutative) が示されている. このような一般化により, 数理物理と社会科学の世界の図式としての類似性が具現化される. すなわち, これらの図式としての類似性は,「2個のカテゴリー対とそれにより構成される4個の対象が存在し, さらにそれらの間には関係を表わす4個の写像が存在している」という構造上の類似性に起因することが明確になる. 本研究では, このような構造を Tonti 構造と呼ぶことにする.

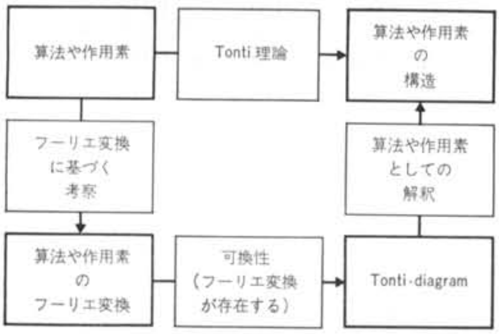
§ 4. Tonti-diagram を利用することの意義

当然のことではあるが, Tonti 構造を有するあらゆる現象や関係は Tonti-diagrm に表わすことができる. また逆に, ある現象や関係について Tonti-diagram が描けた場合には, その現象や関係は Tonti 構造をもつということができる. ここでは, このような Tonti-diagram を利用することの意義について考察する.

図—9は, Tonti-diagram を利用する目的を, 群論における準同型写像の目的と比較して示したものである. 群論における準同型写像では, 算法をもつ集合に写像を導入し, 図式の可換性が成立するものが準同型写像として定義され, これにより算法をもつ集合の構造上の類似



図―9　Tonti 理論の目的（Tonti-diagram に基づく理論の目的（Tonti 理論の目的）を，数学の立場と比較して示している．ある関係について Tonti-diagram が構成できるとき，Tonti-diagram そのものがもつ構造的情報に基づき，その関係がもつ情報を整理・分類することができる）



図―10　算法や作用素のフーリエ解析における Tonti-diagram の果たす役割（フーリエ解析においては，変換と逆変換が定義されているので，算法や作用素のフーリエ変換が存在するならば，直ぐに Tonti-diagramが描ける）

性や特徴が検討できるようになる．Tonti-diagrm に基づく理論を Tonti 理論と定義すれば，Tonti 理論の目的も群論における準同型写像の場合と全く同じである．すなわち，あるカテゴリーに対して変換を導入し，可換な図式が描けるか否かを検討する．図式の可換性が成立するときには，Tonti-diagram が描けることになり，Tonti 構造に基づきカテゴリーの構造上の類似性や特徴が検討できるようになる．

なお，**図―9** は Tonti-diagram に基づいて，Tonti 理論と群論における準同型写像との構造的類似性を示したものでもあり，これは Tonti 理論の展開にとっては有益な情報となるものである．すなわち，**図―9** そのものが Tonti 理論の適用性を示した一例となっている．

Tonti 理論の適用例としては文献4)を挙げることができるが，この文献ではきわめて複雑な地震動の FFT 解析の問題を Tonti 理論に基づいて整理している．フーリエ解析においては，フーリエ変換とフーリエ逆変換が定義されているので，これらを KR と BR とみなせば容易に Tonti-diagram が構成できる．したがって，フーリエ解析は Tonti 理論が適用しやすい対象の一つであることが分かる．**図―10**は，算法や作用素のフーリエ解析において Tonti-diagram の果たす役割を示したものである．この図より，フーリエ解析においてはフーリエ変換とフーリエ逆変換が定義されていることにより，「算法や作用素に関して Tonti-diagram が描けること」と「算法や作用素のフーリエ変換が存在すること」とは等価であることが分かる．このような構造的等価性に関する考察ができることも，Tonti 理論を用いる利点の一つである．

§ 5.　Tonti-diagram に基づく知識ベースの構築

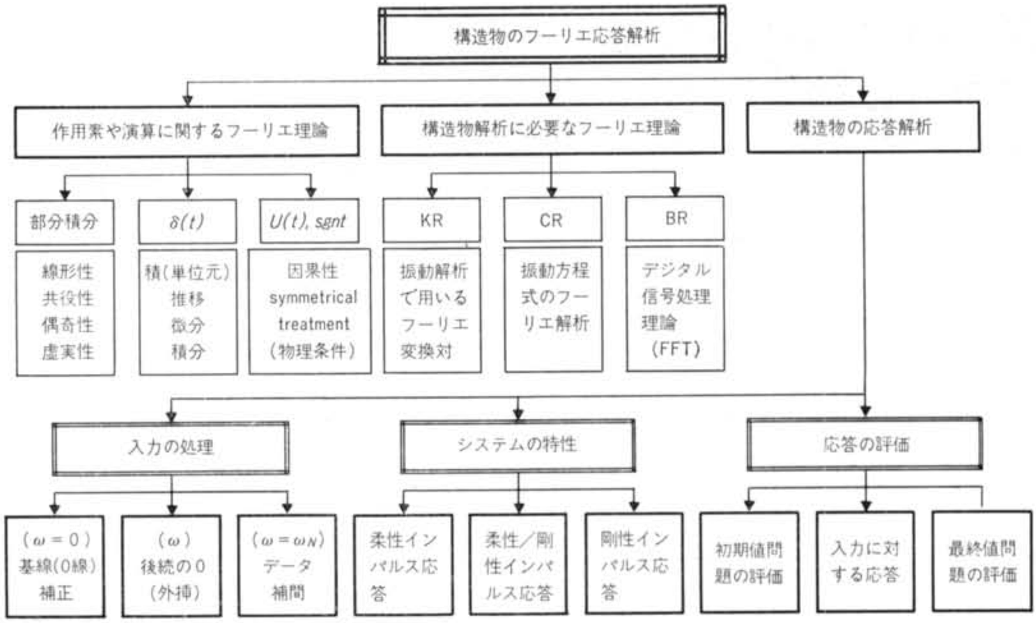
以上のように，Tonti 理論に基づけばカテゴリーの構造上の類似性や特徴が明らかになる．カテゴリーの構造上の類似性や特徴は，カテゴリーに関する整理・分析された情報を提供する．したがって，Tonti 理論は雑然としている情報あるいは整理されていない情報から構成されているカテゴリーを整理・分析するために用いると有効である．その適用例の一つが文献 4) であるといえる．

情報工学の立場からいえば，ある課題に対して知識ベースを構築するということが重要な問題となることが多い．例えば，ある問題に対する人間の意識構造を調べたり，錯綜とした代替案の中から一つのものを選択するときの人間の選好構造を調べたりするときには[5]，意識構造や代替案および評価項目に関する知識ベースが必要であり，多くの場合「選択肢を有する階層図（tree 図）」が知識ベースとして構築される．この場合，既知の情報に基づき場合分けを行ない，試行錯誤を繰り返しながら tree 図を構成していくという作業が伴う．

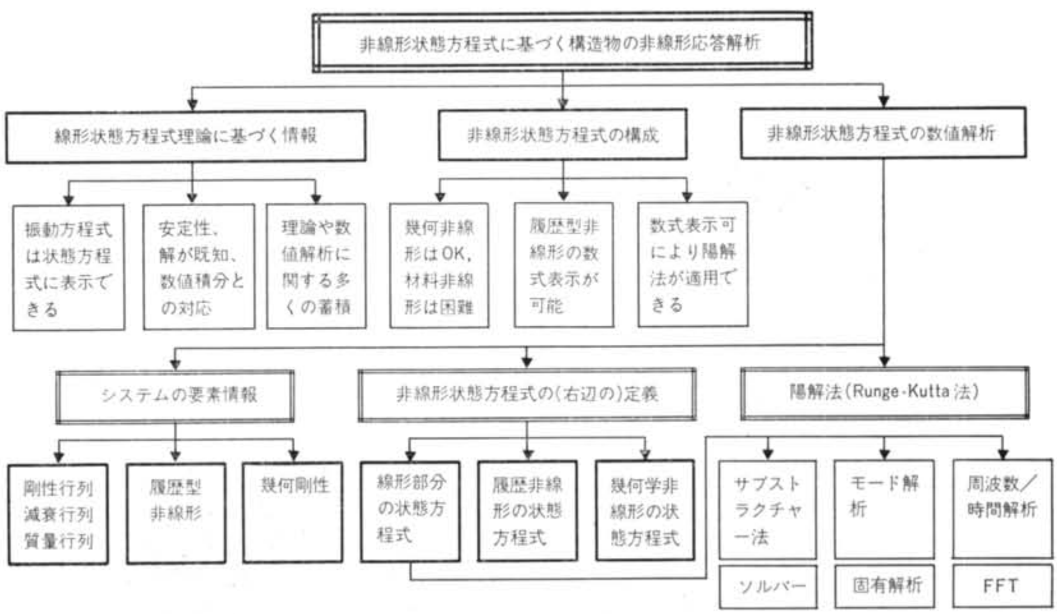
このような知識ベースの構築問題に，Tonti 理論を適用することが考えられる．その例を示したのが，**図―11** と**図―12**である．**図―11** は「構造物のフーリエ応答解析」，**図―12**は「非線形状態方程式に基づく構造物の非線形応答解析」に関する知識を tree 図としてまとめたものである．これらの図では，Tonti 構造における

$$FR=BR\circ CR\circ KR$$

の関係に着目し，FR に相当する 1 項目から，KR, CR, BR に相当する 3 項目を引き出すという観点に立ち，そ



図—11 構造物のフーリエ応答解析の知識ベースの一例



図—12 非線形状態方程式に基づく構造物の非線形応答解析の知識ベースの一例

れぞれの項目が必ず3個の選択肢を有する階層図になっている．強引に3個の選択肢を引き出しているために，知識ベースとして不自然なところはあるが，カテゴリー間の写像(FR，KR，BR)に着目しているので，比較的単純な階層で全体を捉えた階層図が構成できていると筆者らは考えている．

このように，階層図型の知識ベースの構築問題において，特に方針が定まっているわけではない「場合分けの作業」に対して，Tonti 理論に基づけば明確に方針を設定しながら「場合分けの作業」が行なえることになる．Tonti 理論に基づく場合分けの方針としては，次のようなものが代表的であろう．

選択肢が2個：　C_D–C_I or C_L–C_R

選択肢が3個：　KR–CR–BR

選択肢が4個：　CV-FIV-SIV-SV

なお，これらの選択肢には，Tonti 構造との関係において図―8に示されている役割が必ず課せられていることに注意が要る．すなわち，Tonti 理論に基づく階層図あるいは知識ベースでは，選択肢の役割が明確に限定されていることになる．このような階層図を「役割をもつ階層図」と呼ぶことにすると，Tonti-diagram は役割をもつ階層図の構築問題に利用できることになる．

§ 6.　おわりに

本研究では，情報を整理・分類するための新しい考え方として Tonti-diagram に基づく方法の枠組みを概説し，この方法を実際に「構造物のフーリエ応答解析」と「非線形状態方程式に基づく構造物の非線形応答解析」の知識ベースの構築問題に適用し，知識の表現に関する Tonti-diagram の有効性を検討した．得られた主な結果は，次のとおりである．

(1)数理物理と社会科学の世界には，「2個のカテゴリー対とそれにより構成される4個の対象が存在し，さらにそれらの間には関係を表わす4個の写像が存在している」という構造上の類似性（この構造を Tonti 構造と呼ぶ）が存在し，同様に Tonti-diagam が描ける．

(2)Tonti-diagram には，数学の群論における準同型写像などとの構造的類似性が存在する．

(3)Tonti-diagram が描ける場合，Tonti 構造に基づきカテゴリーの構造上の類似性や特徴，および構造的等価性などが検討できるようになる．

(4)Tonti-diagram は，役割をもつ階層図の構築問題に利用できる．

謝辞　Tonti-diagram の数学的考察の必要性を指摘して頂きました，清水建設土木本部の高梨和光氏に感謝いたします．

<参考文献>

1) J. T. Oden & J. N. Reddy: "On Dual-complementary Variational Principles in Mathematical Physics" International Journal of Engineering Science, Vol. 12 (1974)
2) 山崎圭次郎："環と加群（I）（岩波講座基礎数学，代数学 ii)" 岩波書店（1982年）
3) "数学辞典（第2版）" 岩波書店（1982年）
4) H. Katukura, S. Ohno & M. Izumi: "Symmetrical FFT Technique and its Applications to Earthquake Engineering" Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 18 (1989)
5) 松下裕，勝倉裕，大江守之："ファジイ積分を用いた意志決定評価手法に関する考察" 第39回情報処理学会（平成元年後期）全国大会講演論文集（1989年）