

無限列柱体群による波の散乱問題の解析のためのグリーン関数の誘導とその応用

清川 哲志
(大崎研究室)

ヴァンサン・モティカ
(INRETS)

§ 1. はじめに

構造物列による波の回折・散乱と構造物間における波の相互干渉は、理論的にも興味深いし、実用的にも重要であることから、これまでに数多くの研究がなされている。例えば、Sorokosz(1980)¹⁾、Falnes(1984)²⁾、Kyllingstad(1984)³⁾らは浮体列による波エネルギーの吸収を、Massel(1976)⁴⁾、角野・小田(1986)⁵⁾、吉田・飯田(1986)⁶⁾らはスリット型防波堤、あるいは堤体列による波の透過と作用波力の問題を取り上げて理論的研究を行なっている。

これらのうち、有限水深を対象としたものに絞れば、波の回折・散乱現象を最も忠実に理論の中に取り込み、しかも汎用的な解析法を提案しているのは吉田ら⁶⁾であろう。すなわち、他の解析法は対象が円柱構造物に限られる、あるいは構造物の径が入射波長に比べて小さいなど種々の制約条件があるのに対し、吉田らの解析法は任意断面柱体に適用可能で、しかも波に関しては線形という以外に制約がない。

この吉田らの解析法は著者の一人が開発したハイブリッド法⁷⁾⁻⁹⁾と類似のもので、境界要素法による数値解と、固有関数展開法によって得られる解析解とを仮想境界面で接続するという方法である。ハイブリッド法の特長として、従来のグリーン関数法(特異点分布法)に比較して要素分割すべき境界の数は増えるが、積分方程式の核関数が単純であり、これによって全体としては計算時間が短縮されるという点を挙げることができる。しかし、著者の扱ったLaplace方程式の場合、核関数が二次元問題で $\ln(1/r)$ 、三次元問題で $1/r$ (r :2点間の距離)の導関数といずれも初等関数で表わされるのに対し、吉田らの扱ったHelmholtz方程式ではHankel関数の導関数となり、ハイブリッド法の利点が十分に生かされないと思われる。そこで、この問題を効率よく解析するには、自由表面および海底面の他に仮想水路壁面(無限に続く堤体列を繰り返しの単位で区切ったもの、図-1参照)

における境界条件を満足し、同時に仮想水路端部での放射条件を満足するグリーン関数を導き、これを用いて構造物表面のみにおける境界積分方程式を導く方がよいと考えられる。このためには、仮想水路内での波動問題のグリーン関数を導くことができるかどうかを鍵となるが、無限水深の場合には既にSorokosz¹⁾によって導かれている。これは、あらかじめグリーン関数が仮想水路壁面における境界条件を満足するようにフーリエ余弦展開しておき、フーリエ係数に相当する部分をHavelock(1929)¹⁰⁾のwave-maker理論によって求めるものである。したがって、これを有限水深に適用することが考えられるが、吉田らは有限水深の場合にSorokoszの方法を適用するのは困難であると結論づけている⁷⁾。

そこで著者らは、有限水深仮想水路における波動問題のグリーン関数を、超関数の固有関数展開理論を適用することによって直接導くことを試みた結果、比較的容易に導けることが分かった。そして、これを用いた計算結果も吉田らの計算および実験結果と一致することを確認し、いくつかの数値計算例を示した¹¹⁾。著者らが導いたグリーン関数は、Morse & Feshbach(1953)¹²⁾によって既に求められてものと同形式であるが、導出過程はまったく異なっており、著者らの方がかなり単純明快である。すなわち、Morse & Feshbachが通常無限領域における点源の解(この場合、Hankel関数で表わされる)を鏡像の原理に基づき次々と無限回重ね合わせることで、水路壁面における境界条件を満足する解(グリーン関数)を求め、さらにフーリエ変換を巧妙に用いて最終的なグリーン関数を得ているのに対し、著者らは仮想水路壁面の境界条件を満足する固有関数系で超関数を展開することで、直接的かつ簡明な方法で最終結果を導いている。また、Morse & Feshbachが直角入射のみ取り扱っているのに対し、斜め入射の場合も扱っているなど、著者らの方法は直接的であるのと同時に一般性を持っている。その後、中村ら(1988)¹³⁾が同様のグリーン関数を導き、規則配列された堤体列による波の制御の解析を行なって

いる。しかし、中村らはグリーン関数の最終形を示したのみで、導出過程については全く触れていない。

そこで、本論文では著者らの導出過程を詳しく述べ、この種の問題を解くためのグリーン関数の理論的基礎を明確にする。また、入射波の波長と入射角度、および柱体群の配置間隔の関係から、進行方向の異なる種々の進行波成分が発生するところにこの問題の特徴があるが、これについても発生条件等詳しく検討する。さらに、導いたグリーン関数の実際的な応用例について示す。

§ 2. 無限列柱体群による波の散乱理論

2.1 速度ポテンシャルに関する境界値問題

図-1に示すように、水深 h の海域に柱体群が x 軸に平行に設置間隔 $2a$ で無限に設置されているものとする。柱体群の個々の柱体は、海底から水面まで一様な任意の断面を持つものとする。この柱体群列に対し、波が θ の角度をなして入射する場合を考える。そして、入射波はこの柱体群列によって散乱されているものとする。

この問題を解析するに当たって、流体は非粘性、非圧縮、非回転、また波は微小振幅波とし、流体運動を線形速度ポテンシャル理論によって記述する。また、座標系を図-1に示したように定義する。この座標系で場全体の速度ポテンシャルを $\Phi(x, y, z, t)$ (t : 時間) とし、定常波動の仮定の下に次式のように置く。

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{gH_0}{2\omega} \{ \Phi_{in}(x, y, z) + \Phi_{sc}(x, y, z) \} e^{-i\omega t} \quad \dots(1)$$

ここに、 g : 重力加速度、 H_0 : 入射波高、 ω : 入射波の角振動数、 Φ_{in} : 入射波の速度ポテンシャル、 Φ_{sc} : 散乱波の速度ポテンシャル、 i : 虚数単位 ($\equiv \sqrt{-1}$)。

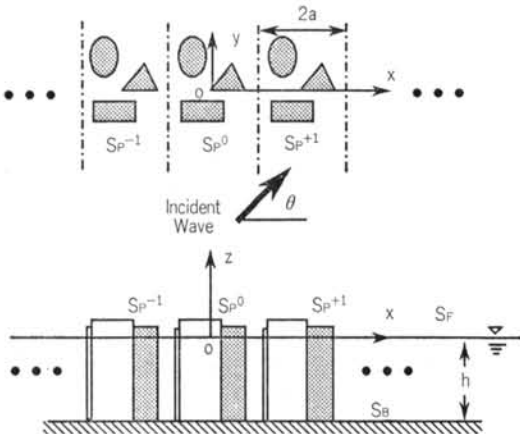


図-1 柱体群列と座標系の定義

入射波が、図-1に示すように y 軸の負の方向から正の方向へ x 軸と θ の角度をなして進行する場合、 Φ_{in} は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{in}(x, y, z) &= \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} \phi_{in}(x, y) \\ \phi_{in}(x, y) &\equiv e^{ik_0(x \cos \theta + y \sin \theta)} \end{aligned} \right\} \dots(2)$$

ここに、 k_0 : 波数 ($k_0 \tanh k_0 h = \omega^2/g$ の実正根)。

したがって、散乱波のポテンシャル Φ_{sc} が求められれば、式(1)によって波の場全体の流体運動が決定される。

Φ_{sc} に関する基礎方程式と境界条件は、以下のように表わされる。

$$\frac{\partial^2 \Phi_{sc}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{sc}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{sc}}{\partial z^2} = 0 \quad \dots(3)$$

$$\frac{\partial \Phi_{sc}}{\partial z} - (\omega^2/g) \Phi_{sc} = 0 \quad (\text{on } S_F) \quad \dots(4)$$

$$\frac{\partial \Phi_{sc}}{\partial z} = 0 \quad (\text{on } S_B) \quad \dots(5)$$

$$\Phi_{sc}/\partial n = -\partial \Phi_{in}/\partial n \quad (\text{on } S_{P^m}, m=0, 1, \dots) \quad \dots(6)$$

ここに、式(3)は流体領域全体で満足すべき基礎方程式で三次元ラプラス方程式、式(4)は自由表面 S_F における運動学的・力学的条件、式(5)、(6)はそれぞれ海底面 S_B 、柱体群表面 S_{P^m} ($m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) における不透過条件を表わす。ただし、 n による微分は構造物表面での法線方向微分を表わす。また、この他に $y = \pm \infty$ ではそれぞれ領域から外へ向かって進行する反射波および透過波のみになるという放射条件が課せられる。

一様断面柱体の場合、ポテンシャル関数の鉛直構造は乱されないので、この散乱波のポテンシャル Φ_{sc} は、入射波の速度ポテンシャル(2)に対応して次のように置くことができる。

$$\Phi_{sc}(x, y, z) = \phi_{sc}(x, y) \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} \quad \dots(7)$$

簡単に確かめられるように、式(7)は既に自由表面および海底面における境界条件(4)、(5)を満足していることが分かる。したがって、残りの式から ϕ_{sc} に関する基礎方程式、境界条件が以下のように得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi_{sc}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_{sc}}{\partial y^2} + k_0^2 \phi_{sc} = 0 \quad \dots(8)$$

$$\frac{\partial \phi_{sc}}{\partial n} = -\partial \phi_{in}/\partial n \quad (\text{on } S_{P^m}, m=0, 1, \dots) \quad \dots(9)$$

ここで、 ϕ_{sc} は二次元関数なので、式(9)は任意の水深における柱体群水平断面の境界上で成り立てばよい。また、当然ながら ϕ_{sc} もこの他に放射条件を満足しなければならない。

2.2 ポテンシャル関数の変数変換

式(8)、(9)および放射条件を満足する ϕ_{sc} が求められれば、これを式(7)に代入することによって、式(3)~(6)および放射条件を満足する散乱波のポテンシャル Φ_{sc} が求め

られる。そして、これを式(2)で表わされる入射波のポテンシャル ϕ_{in} とともに式(1)に代入すれば、すべての流体運動を支配する場全体の速度ポテンシャルが決定される。

しかし、式(9)のように無限個の境界条件を満足させることは、このままでは無理である。そこで、現象の位相遅れを伴った空間的周期性に着目し、次に示すような変数変換を行なって新たな関数 φ_{sc} を定義する。

$$\varphi_{sc}(x, y) = \phi_{sc}(x, y) e^{-ik_0 x \cos \theta} \quad \dots\dots (10)$$

この φ_{sc} が、仮想水路幅 (= 柱体群設置間隔) $2a$ を周期とする周期関数となることは、以下のように簡単に証明できる。

$P_0(x, y)$ を流体中の任意の点とし、 $P_0'(x+2a, y)$ をそれに対して x 軸に平行に $2a$ だけ移動した点とする。このとき、柱体群に対する相対的な位置は、柱体群が空間的に周期 $2a$ で繰り返しているため点 P_0 と点 P_0' で等しい。したがって、これら2点で観測される現象は、2点間で入射波の位相が異なっている分だけの時間的ずれがあるだけで正確に同じである (図-2 参照)。すなわち、位相差 d とすれば $\phi(P_0', t) = \phi(P_0, t) e^{i d}$ の関係がある。位相差 d は、入射波のポテンシャル(2)から分かるように点 P_0 では位相が $k_0(x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t$ であるのに対し、点 P_0' では $k_0[(x+2a) \cos \theta + y \sin \theta] - \omega t$ であるから、次のようになる。

$$d = 2k_0 a \cos \theta \quad \dots\dots (11)$$

この d を用いると、簡単に確かめられるように $\phi_{in}(P_0') = \phi_{in}(P_0) e^{i d}$ の関係があるから、これらと式(1)より直ちに次の関係を導くことができる。

$$\phi_{sc}(P_0') = \phi_{sc}(P_0) e^{i d} \quad \dots\dots (12)$$

したがって、式(10)~(12)より次式が得られる。

$$\varphi_{sc}(x+2a, y) = \varphi_{sc}(x, y) \quad \dots\dots (13)$$

これは、関数 φ_{sc} が x 方向に周期 $2a$ の周期関数であることを示している。そして周期関数であれば、たとえ x 方向に無限に続いてもフーリエ級数によって簡単に表現できるから、 ϕ_{sc} を直接取り扱うのに比較して格段に

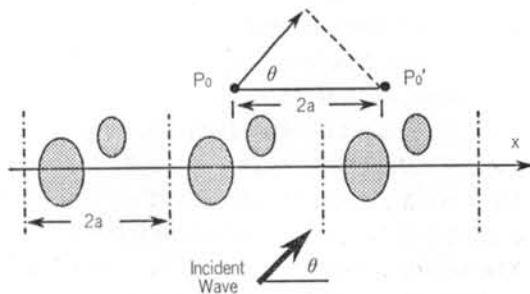


図-2 柱体群列と平行かつ柱体群列の配置間隔と同じ間隔で置かれた観測点における位相差

楽になる。したがって、 ϕ_{sc} を求める代わりにまず φ_{sc} を求め、その後式(10)の逆変換によって ϕ_{sc} を求める。

式(10)を式(8)および(9)に代入すると、関数 φ_{sc} に関する基礎方程式と境界条件が次のように求められる。

$$\left\{ \begin{aligned} L[\varphi_{sc}] &= 0 & \dots\dots (14) \\ \partial \varphi_{sc} / \partial n + ik_0 \cos \theta n_x \varphi_{sc} &= -f(x, y) & \dots\dots (15) \end{aligned} \right.$$

ここに、 $L[]$ および f は次式で定義される演算子および関数である。

$$\left\{ \begin{aligned} L[] &= \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2ik_0 \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} + k_0^2 \sin^2 \theta \right\} [] & \dots\dots (16) \\ f(x, y) &= ik_0 (n_x \cos \theta + n_y \sin \theta) e^{ik_0 y \sin \theta} & \dots\dots (17) \end{aligned} \right.$$

また、 φ_{sc} は式(14)、(15)他に、式(13)で表わされる周期関数条件を満足する必要がある。さらに、式(10)から分かるように $y = \pm \infty$ で ϕ_{sc} に課せられる放射条件は、そのまま φ_{sc} にも課せられる。

2.3 ϕ_{sc} に関する一般解とその性質

ここでは、変数分離法に基づいて φ_{sc} に関する一般解を求め、これと式(10)の逆変換を用いて ϕ_{sc} の一般解を導く。そして、得られた一般解から無限列柱体群による波の散乱の一般的性質について考察する。

領域を透過側 ($y > 0$) と反射側 ($y < 0$) に分け、それぞれ領域 R^+ 、 R^- とする。そして、まず R^+ において式(13)、(14)および放射条件を満足する φ_{sc} を変数分離による固有関数展開の形で求める。 φ_{sc} は式(13)に示される周期性を有するから、次のように置くことができる。

$$\varphi_{sc}(x, y) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} F_n^+(y) e^{i \frac{n\pi}{a} x} \quad \dots\dots (18)$$

ここに、 $F_n^+(y)$ はフーリエ係数で y に関する未知関数、また \mathbf{Z} は整数の集合で、級数はすべての整数に対して和をとることを意味している。

式(18)を基礎方程式(14)に代入すると、次式を得る。

$$\sum_{n \in \mathbf{Z}} \left[\frac{\partial^2 F_n^+}{\partial y^2} - l_n F_n^+ \right] e^{i \frac{n\pi}{a} x} = 0 \quad \dots\dots (19)$$

ここに、 l_n は次式で定義される定数である。

$$l_n = \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 + 2k_0 \cos \theta \left(\frac{n\pi}{a} \right) - k_0^2 \sin^2 \theta \quad \dots\dots (20)$$

式(19)の両辺に $e^{-in\pi x/a}$ を乗じ、 $x = -a$ から $x = +a$ まで積分すると、固有関数の直交性により $n = n$ に関する項のみが残る、次式を得る。

$$\partial^2 F_n^+ / \partial y^2 - l_n F_n^+ = 0 \quad (n \in \mathbf{Z}) \quad \dots\dots (21)$$

そして、線形常微分方程式の理論からよく知られてい

るように、この一般解は a_n^+ , $a_n^- (n \in \mathbf{Z})$ を任意定数として次式のように表わされる。

$$F_n^+(y) = a_n^+ e^{+\nu_n y} + a_n^- e^{-\nu_n y} \quad \dots\dots \text{②}$$

ここに、 ν_n は次式で定義される定数である。

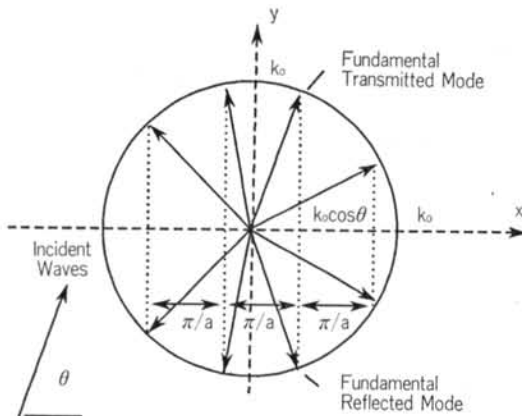
$$\nu_n = \begin{cases} -\sqrt{-l_n} & (l_n > 0) \\ i\sqrt{-l_n} & (l_n < 0) \end{cases} \quad \dots\dots \text{③}$$

式②を式①に代入し、さらにそれを式⑩に代入して ϕ_{sc} を求めると、次式を得る。

$$\phi_{sc}(x, y) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} \left[a_n^+ \exp\left\{i\left(\frac{n\pi}{a} + k_0 \cos \theta\right)x + \nu_n y\right\} + a_n^- \exp\left\{i\left(\frac{n\pi}{a} + k_0 \cos \theta\right)x - \nu_n y\right\} \right] \quad \text{④}$$

ここで、式④の物理的な意味を考えてみる。まず、 $l_n > 0$ の場合、 ν_n は式③の右上段のように負の実数となるから、式④の右辺第1項は $y \rightarrow +\infty$ で0となり、第2項は無限大に発散する。次に、 $l_n < 0$ の場合虚数になるから、時間項 $e^{-i\omega t}$ を考えれば式④の右辺第1項は y 軸の負から正の方向、第2項は逆に正の方向から負の方向へ向かって進行する波を表わしていることが分かる。放射条件を考えると、 R^+ の領域では十分大きな正の y に対して有限、かつ y 軸の正の方向へ進む波でなければならぬ。したがって、 R^+ の領域では右辺第1項のみ採用される。すなわち、 $a_n^- = 0 (n \in \mathbf{Z})$ でなければならない。同様に、 R^- の領域で放射条件を満足するためには、右辺第2項のみ採用される。以上より、 R^+ , R^- それぞれの領域に対して、 ϕ_{sc} の一般解は次式のようになる。

$$\phi_{sc}(x, y) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} \left[a_n^+ \exp\left\{i\left(\frac{n\pi}{a} + k_0 \cos \theta\right)x \pm \nu_n y\right\} \right] \quad \dots\dots \text{⑤}$$



図—3 各進行波成分の波数ベクトル

ただし、復号は $(x, y) \in R^+$ の場合正、 $(x, y) \in R^-$ の場合負をとるものとする。

この一般解は、 $l_n < 0$ の条件のとき発生する進行波成分と、その他の場合の指数関数的に減衰する減衰散乱波成分によって構成されている。進行波成分は無限遠方まで伝播し、透過率および反射率等の防波堤としての性能と直接関係するので、工学的に重要であるとともに、その発生が $l_n < 0$ によって条件付けられているのは理論的にも興味深い。ここで、

$$l(r) = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 r^2 + 2k_0 \cos \theta \left(\frac{\pi}{a}\right) r - k_0^2 \sin^2 \theta \quad \dots\dots \text{⑥}$$

で定義される r に関する2次関数と考えると、 $l(r) = 0$ は次の二つの実数解 r^+ と r^- を持つ。

$$r^\pm = \frac{2a}{L} (-\cos \theta \pm 1) \quad \dots\dots \text{⑦}$$

ここに、 $L (= 2\pi/k_0)$ は入射波の波長である。

$l = l(r)$ は r を横軸に、 l を縦軸にとれば下に凸な放物線となり、 $r^- < r < r^+$ に対して負となるから、進行波成分の発生個数は r^- と r^+ の間に存在する整数の個数に対応していることが分かる。また、常に $r^- < 0$, $r^+ > 0$ であるから、少なくとも $n=0$ の進行波成分は必ず存在する。これは、入射波の単純な反射と透過に対応する成分で、基本モードと呼ぶことができよう。

n 番目の進行波成分の波数ベクトル \mathbf{k}_n^\pm (\mathbf{k}_n^+ は透過波、 \mathbf{k}_n^- は反射波に対応) は、式④から次式で表わされる。

$$\mathbf{k}_n^\pm = \left(\frac{n\pi}{a} + k_0 \cos \theta\right) \mathbf{e}_x \pm \sqrt{-l_n} \mathbf{e}_y \quad \dots\dots \text{⑧}$$

ただし、復号同順で \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y はそれぞれ x 軸、 y 軸に平行な単位ベクトルである。

各進行波成分の波数ベクトル \mathbf{k}_n^\pm の大きさ $|\mathbf{k}_n^\pm|$ は、簡単な計算 $|\mathbf{k}_n^\pm|^2 = (n\pi/a + k_0 \cos \theta)^2 - l_n = k_0^2$ から分かるように k_0 である。したがって、すべての進行波成分の波数ベクトルは半径 k_0 の同心円上にある(図—3参照)。

2.4 グリーン関数とその誘導

ϕ_{sc} の一般解は式⑤のように求められたが、個々の問題を直接解くのは困難である。そこで、ここではグリーン関数と広義のグリーンの定理を用いて、まず ϕ_{sc} に関する積分方程式を導く。そして、これを離散化して数値解を求め、さらに式⑩の逆変換を用いて ϕ_{sc} を求めるという方法をとる。これは、一般解⑤の未定係数 $a_n^\pm (n \in \mathbf{Z})$ を数値的に求めることと同値である。このためには、まず式③~⑤の境界値問題に対応したグリーン関数を求める必要がある。

グリーン関数 $G(x, y; \xi, \eta)$ は次の式 (29), (30) および $y = \pm\infty$ における放射条件を満足する関数として定義される。

$$M[G] = -\delta(x-\xi)\delta(y-\eta) \quad \dots\dots(29)$$

$$G(x+2a, y; \xi, \eta) = G(x, y; \xi, \eta) \quad \dots\dots(30)$$

ここに, $M[\]$ は式(16)で表わされた演算子 $L[\]$ の随伴形式で, 次式で表わされる。

$$M[\] = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2ik_0 \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} + k_0^2 \sin^2 \theta \right\} [\] \quad \dots\dots(31)$$

また, (ξ, η) は領域内部の点を表わす。 δ はディラックのデルタ関数で, 次のような性質を持つ。

$$\left. \begin{aligned} \delta(r-r') &= \begin{cases} \infty & (r=r') \\ 0 & (r \neq r') \end{cases} \\ \int_{a_1}^{a_2} g(r) \delta(r-r') dr &= g(r') \quad a_1 < r' < a_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(32)$$

ただし, $g(r)$ は任意の関数である。

式(29), (30) および放射条件を満足するグリーン関数 G を変数分離による固有関数展開の形で求める。まず, グリーン関数 G は式(30)に示される周期性を有するから, 次のように置くことができる。

$$G(x, y; \xi, \eta) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} F_n(y; \xi, \eta) e^{i \frac{n\pi}{a} x} \quad \dots\dots(33)$$

ここに, $F_n(y; \xi, \eta)$ は ξ, η をパラメータとした y に関する未知関数である。

式(33)を式(29)に代入すると, 次式を得る。

$$\sum_{n \in \mathbf{Z}} \left[\frac{\partial^2 F_n}{\partial y^2} - l_n^* F_n \right] e^{i \frac{n\pi}{a} x} = -\delta(x-\xi)\delta(y-\eta) \quad \dots\dots(34)$$

ここに, l_n^* は次式で定義される定数である。

$$l_n^* = \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 - 2k_0 \cos \theta \left(\frac{n\pi}{a} \right) - k_0^2 \sin^2 \theta \quad \dots\dots(35)$$

式(34)の両辺に $e^{-in\pi x/a}$ を乗じ, $x = -a$ から $x = +a$ まで積分すると, 左辺では固有関数の直交性により n に関する項のみが残る。また, 右辺はデルタ関数の性質(32)が使えるので, 結果として次式を得る。

$$2a \left[\frac{\partial^2 F_n}{\partial y^2} - l_n^* F_n \right] = -e^{-i \frac{n\pi}{a} \xi} \delta(y-\eta) \quad (n \in \mathbf{Z}) \quad \dots\dots(36)$$

したがって, 関数 $F_n(y; \xi, \eta)$ を

$$F_n(y; \xi, \eta) = (1/2a) f_n(y; \eta) e^{-i \frac{n\pi}{a} \xi} \quad (n \in \mathbf{Z}) \quad \dots\dots(37)$$

と置くと, $f_n(y; \eta)$ は次の微分方程式を満足すればよいことが分かる。

$$d^2 f_n / dy^2 - l_n^* f_n = -\delta(y-\eta) \quad (n \in \mathbf{Z}) \quad \dots\dots(38)$$

以上は, 式(34)から固有関数の直交性とデルタ関数の性質を用いて式(36)を導く過程を示したものであるが, 超関

数の直交関数展開の理論を用いても同じ結果を導くことができる。すなわち, Ψ_n を正規直交関数系とすると, 一般に次式が成り立つ⁽¹⁴⁾。

$$\delta(r-r') = \sum_{n \in \mathbf{Z}} \Psi_n(r) \Psi_n^*(r') \quad \dots\dots(39)$$

ただし, Ψ_n^* は Ψ_n の共役関数。

$e^{in\pi x/a}$ を $[-a, +a]$ で正規化すると $\sqrt{1/2a} e^{in\pi x/a}$ となるので, 式(39)より,

$$\delta(x-\xi) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} (1/2a) e^{i \frac{n(x-\xi)\pi}{a}} \quad \dots\dots(40)$$

を得る。これを式(34)の右辺に代入し, $\delta(y-\eta)$ を総和記号の中に入れて,

$$\begin{aligned} \sum_{n \in \mathbf{Z}} \left[\frac{\partial^2 F_n}{\partial y^2} - l_n^* F_n \right] e^{i \frac{n\pi}{a} x} \\ = - \sum_{n \in \mathbf{Z}} \delta(y-\eta) (1/2a) e^{i \frac{n(x-\xi)\pi}{a}} \quad \dots\dots(41) \end{aligned}$$

したがって, 式(41)が任意の x, y について成り立つための必要十分条件として式(37), (38)が導かれることが分かる。

さて, 次に F_n を具体的に求める。 $y > \eta$ の領域に対しては, 式(38)の右辺を 0 とした

$$d^2 f_n / dy^2 - l_n^* f_n = 0 \quad (n \in \mathbf{Z}) \quad \dots\dots(42)$$

が成り立つ。そして, 線形常微分方程式の理論からよく知られているように, この一般解は $a_n^+(\eta), a_n^-(\eta) (n \in \mathbf{Z})$ を η をパラメータとする任意定数として, 次式のように表わされる。

$$f_n(y; \eta) = a_n^+(\eta) e^{+\nu_n^* y} + a_n^-(\eta) e^{-\nu_n^* y} \quad \dots\dots(43)$$

ここに, ν_n^* は次式で定義される定数である。

$$\nu_n^* = \begin{cases} -\sqrt{l_n^*} & (l_n^* > 0) \\ i\sqrt{-l_n^*} & (l_n^* < 0) \end{cases} \quad \dots\dots(44)$$

ここで, 式(43)の物理的な意味を考えてみる。まず, $l_n^* > 0$ の場合, ν_n^* は式(44)の右辺上段のように負の実数となるから, 式(43)の右辺第1項は $y \rightarrow +\infty$ で 0 となり, 第2項は無限大に発散する。次に, $l_n^* < 0$ の場合虚数になるから, 時間項 $e^{-i\omega t}$ を考えれば式(43)の右辺第1項は y 軸の負から正の方向, 第2項は逆に正の方向から負の方向へ向かって進行する波を表わしていることが分かる。放射条件を考えると, $y > \eta$ の領域では十分大きな正の y に対して有限, かつ y 軸の正の方向へ進む波でなければならない。したがって, $y > \eta$ の領域では右辺第1項のみ採用される。同様に, $y < \eta$ の領域で放射条件を満足するためには右辺第2項のみ採用される。すなわち, f_n は次式のようにでなければならない。

$$f_n(y; \eta) = \begin{cases} a_n^+(\eta) e^{+\nu_n^* y} & (y > \eta) \\ a_n^-(\eta) e^{-\nu_n^* y} & (y < \eta) \end{cases} \quad \dots\dots(45)$$

式(45)は既に放射条件を満足しているから、 $y=\eta$ における特異性を満足するように係数 $a_n^+(\eta)$, $a_n^-(\eta)$ ($n \in \mathbf{Z}$) を決めればよい。

グリーン関数の $y=\eta$ における特異性は、その点での f_n の連続性とその導関数の不連続性、すなわち

$$\left. \begin{aligned} f_n(\eta^+; \eta) &= f_n(\eta^-; \eta) \\ df_n/dy|_{y=\eta^+} - df_n/dy|_{y=\eta^-} &= -1 \end{aligned} \right\} \dots(46)$$

に起因する⁽⁴⁾。そこで、式(46)をこれに代入すると、次のように未定係数 $a_n^+(\eta)$, $a_n^-(\eta)$ ($n=0, \pm 1, \dots$) に関する連立方程式が各 n ごとに得られる。

$$\left. \begin{aligned} a_n^+(\eta)e^{+\nu_n^*\eta} &= a_n^-(\eta)e^{-\nu_n^*\eta} \\ \nu_n^* a_n^+(\eta)e^{+\nu_n^*\eta} - (-\nu_n^*) a_n^-(\eta)e^{-\nu_n^*\eta} &= -1 \end{aligned} \right\} \dots(47)$$

そしてこれを解くと、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} a_n^+(\eta) &= -(1/2\nu_n^*)e^{-\nu_n^*\eta} \\ a_n^-(\eta) &= -(1/2\nu_n^*)e^{+\nu_n^*\eta} \end{aligned} \right\} \dots(48)$$

これらの係数を式(45)に代入してまとめると、次のようになる。

$$f_n(y; \eta) = -(1/2\nu_n^*)e^{+\nu_n^*|y-\eta|} \dots(49)$$

以上、求められた $f_n(y; \eta)$ を式(45)に代入し、さらにそれを式(43)に代入すると、グリーン関数が次式のような形で求められる。

$$G(x, y; \xi, \eta) = -\frac{1}{4a} \sum_{n \in \mathbf{Z}} \frac{1}{\nu_n^*} e^{i \frac{(x-\xi)\pi}{a} + \nu_n^* |y-\eta|} \dots(50)$$

$$= -\frac{1}{4a} \sum_{n \in \mathbf{Z}} \frac{1}{\nu_n} e^{-i \frac{(x-\xi)\pi}{a} + \nu_n |y-\eta|} \dots(50')$$

式(50)あるいは式(50')が求めるグリーン関数である。この右辺の級数項は、式(49)で定義された l_n^* あるいは式(49)で定義された l_n を負とする整数に対し進行波成分を、それ以外のすべての整数に対して減衰散乱項を表わしている。

2.5 積分方程式と離散化

式(46)で定義された2階の線形偏微分演算子 $L[]$ 、および式(47)で定義されたその随伴演算子 $M[]$ に対して、次の広義のグリーンの定理が成り立つ。

$$\iint_D (v L[u] - u M[v]) dS = \int_{\partial D} P(u, v) \cdot \mathbf{n} dc \dots(51)$$

ここに、 u , v は2階微分が可能な任意の関数、 D は閉領域、 ∂D はその境界線、 \mathbf{n} は領域から見て外向き単位法線ベクトルである。また、 P は $L[]$ の随伴双線形微分式で、次式で定義される。

$$\begin{aligned} P(u, v) &= [v \cdot \partial u / \partial x - u \cdot \partial v / \partial x + 2ik_0 \cos \theta uv] \mathbf{e}^x \\ &+ [v \cdot \partial u / \partial y - u \cdot \partial v / \partial y] \mathbf{e}_y \end{aligned} \dots(52)$$

広義のグリーンの定理(51)において $u = \varphi_{sc}$, $v = G$ と

し、これを幅 $2a$ の仮想水路に適用する(図-4参照)。このとき、 S_P を柱体群の断面境界線、 $S_{W\pm}$ をそれぞれ仮想水路両側面境界線、 $S_{\pm\infty}$ を $y = \pm\infty$ において水路に直交する仮想面とすると $\partial D = S_P \cup S_{W+} \cup S_{W-} \cup S_{+\infty} \cup S_{-\infty}$ である。そして、 φ_{sc} に対して式(43)~(45)、 G に対して式(49)、(50)を適用し、 $S_{\pm\infty}$ においては G も φ_{sc} も同じ形の放射条件を満足することを考慮すると、次のような φ_{sc} に関する積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \gamma \varphi_{sc}(\xi, \eta) &= \int_{S_P} (-Gf - \varphi_{sc} \cdot \partial G / \partial \mathbf{n} \\ &+ ik_0 \cos \theta n_x \varphi_{sc} G) dc \end{aligned} \dots(53)$$

ただし、係数 γ は点 (ξ, η) が S_P 上にあるときは $1/2$ 、その他の場合は 1 である。

次に、積分方程式(53)を数値的に解くために、柱体群の断面境界線を N 個の線分要素に分割する。そして、点 (ξ, η) を各要素の midpoint $P_i(x_i, y_i)$ ($i=1 \sim N$) とする。このとき、要素上での φ_{sc} , n_x , f の値を P_i における値で代表させるようにすると、式(53)は $i=1 \sim N$ に対し次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \varphi_{sc}(i) &= \sum_{j=1}^N \left\{ -f(j) \int_{\Delta_j} G dc - \varphi_{sc}(j) \int_{\Delta_j} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} dc \right. \\ &+ ik_0 \cos \theta n_x(j) \varphi_{sc}(j) \int_{\Delta_j} G dc \left. \right\} \dots(54) \end{aligned}$$

ここに、 $\varphi_{sc}(j)$, $f(j)$, $n_x(j)$ 等は点 P_j におけるそれぞれの関数値を表わすものとし、以下同様の記法を用いる。また、 Δ_j は j 番目要素(以下では、 j 番目要素長を表わす場合もある)である。

これをマトリクス表示すると、

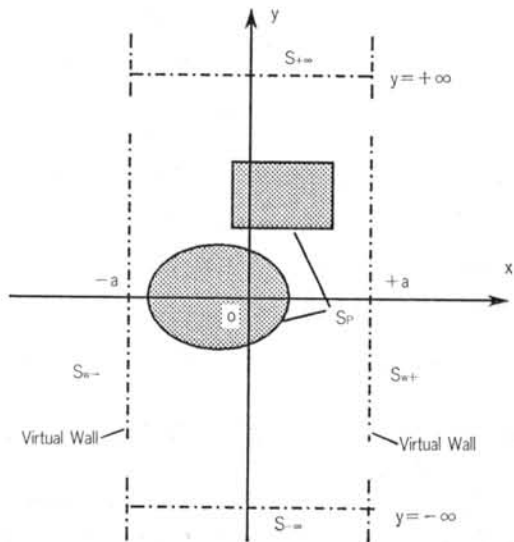


図-4 柱体群を囲む仮想水路と記号の定義

$$\left\{ \frac{1}{2} [\mathbf{I}] - ik_0 \cos \theta [\mathbf{K}] + [\mathbf{D}\mathbf{G}] \right\} \cdot \{\varphi_{sc}\} = \{\mathbf{W}\} \quad \dots 55$$

となる。ただし、 $[\mathbf{I}]$ は単位マトリクス、マトリクス $[\mathbf{K}]$ 、 $[\mathbf{D}\mathbf{G}]$ および未知関数値ベクトル $\{\varphi_{sc}\}$ 、定数ベクトル $\{\mathbf{W}\}$ の要素は、以下のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{K}]_{ij} &= n_x(j) \int_{J_j} G dc, \quad [\mathbf{D}\mathbf{G}]_{ij} = \int_{J_j} \frac{\partial G}{\partial n} dc \\ \{\varphi_{sc}\}_i &= \varphi_{sc}(i), \quad \{\mathbf{W}\}_i = -f(i) \int_{J_i} G dc \end{aligned} \right\} \dots 56$$

2.6 マトリクス要素の計算式

次に、式56で表わされるマトリクス要素の計算式を示す。一般に、マトリクス要素を具体的に求めるには、式56中の積分を実行する必要があるが、 $i \neq j$ の場合には十分細かく（例えば、要素長 < 入射波長の1/20）要素分割してあれば、要素の中心における関数値に要素長を掛けるだけで十分近似できる。この場合、

$$\int_{J_j} G dc \approx -\frac{J_j}{4a} \sum_{n \in \mathbf{Z}} \frac{1}{v_n} e^{-i\frac{n\pi}{a}(x_j - x_i) + v_n |y_j - y_i|} \quad \dots 57$$

$$\begin{aligned} \int_{J_j} \frac{\partial G}{\partial n} dc &\approx -\frac{J_j}{4a} \sum_{n \in \mathbf{Z}} \frac{1}{v_n} \left\{ -i\frac{n\pi}{a} n_x(j) \right. \\ &\quad \left. + v_n \text{sign}(y_j - y_i) n_y(j) \right\} e^{-i\frac{n\pi}{a}(x_j - x_i) + v_n |y_j - y_i|} \end{aligned} \quad \dots 58$$

によって計算すればよい。

しかし $i = j$ の場合、グリーン関数およびその法線方向微分はいずれも無限大に発散するので式57, 58のような近似を行なえない。これは、グリーン関数の特異性による。また、 $i \neq j$ の場合でも $y_i = y_j$ の場合には式57の収束が極めて遅くなるし、式58は収束しない。そこで、そのような場合には積分を厳密に行なう必要がある。このために、座標原点が要素中心 P_i に一致し、座標軸の一つ x' が要素に一致するような局所座標系 (x', y') を導入する。そして、グリーン関数とその導関数を局所座標系で表現し直すと、要素 J_j を $-\varepsilon \leq x' \leq +\varepsilon$ 、 $y' = 0$ ($\varepsilon = J_j/2$) で表現できるので、要素上での線積分が解析的に実行できる。この結果を示すと、次の式59, 60のようになる。

$$\int_{J_j} G dc = -\frac{1}{a} \sum_{n \in \mathbf{Z}^*} \frac{1}{v_n} e^{-i\frac{n\pi}{a}(x_j - x_i)} \times \left\{ (e^{a n \varepsilon} - 1)/a_n + (e^{-a n \varepsilon} - 1)/a_n^* \right\} \quad \dots 59$$

$$\int_{J_j} \frac{\partial G}{\partial n} dc = \frac{1}{4a} \sum_{n \in \mathbf{Z}^*} e^{-i\frac{n\pi}{a}(x_j - x_i)} (A_n + B_n) \quad \dots 60$$

ただし、 \mathbf{Z}^* は0を除く整数の集合、 a_n 、 a_n^* 、 A_n 、 B_n は n をパラメータとする定数で、次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} a_n &= v_n |n_x(j)| + i(n\pi/a) n_y(j) \\ a_n^* &= v_n |n_x(j)| - i(n\pi/a) n_y(j) \end{aligned} \right\} \dots 61$$

$$\left. \begin{aligned} A_n &= n_y(j) \text{sign} \{n_y(j)\} \left\{ \frac{e^{a n \varepsilon} - 1}{a_n^*} - \frac{e^{-a n \varepsilon} - 1}{a_n} \right\} \\ B_n &= i(n\pi/a v_n) n_x(j) \left\{ \frac{e^{a n \varepsilon} - 1}{a_n} + \frac{e^{-a n \varepsilon} - 1}{a_n^*} \right\} \end{aligned} \right\} \dots 62$$

式59は $1/n^2$ の収束のオーダーで収束する。しかし、式60は微分によって係数 n が掛かっているため（式62第2式参照）、このままではかなり遅い。そこで、さらにこの収束を加速することを考える。

A_n 、 B_n は十分大きな $|n|$ に対して、

$$\left. \begin{aligned} A_n &\sim -\frac{2ia}{n\pi} n_y(j)^2 \text{sign} \{n_x(j)\} \\ B_n &\sim -\frac{2ia}{n\pi} n_x(j)^2 \text{sign} \{n_x(j)\} \end{aligned} \right\} (|n| \rightarrow \infty) \quad \dots 63$$

となるから、これを利用すれば、式60は次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \int_{J_j} \frac{\partial G}{\partial n} dc &= -\frac{\text{sign} \{n_x(j)\}}{\pi} \sum_{n \in \mathbf{N}} \frac{1}{n} \sin \left\{ \frac{n\pi}{a} (x_j - x_i) \right\} \\ &\quad + \sum_{n \in \mathbf{N}} C_n \end{aligned} \quad \dots 64$$

ここに、 \mathbf{N} は自然数の集合、 C_n は次式のように書け、 $o(1/n^2)$ である。

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1}{4a} \left\{ e^{-i\frac{n\pi}{a}(x_j - x_i)} (A_n + B_n) + e^{i\frac{n\pi}{a}(x_j - x_i)} \right. \\ &\quad \left. \times (A_{-n} + B_{-n}) \right\} + \frac{\text{sign} \{n_x(j)\}}{\pi} \sum_{n \in \mathbf{N}} \frac{1}{n} \\ &\quad \times \sin \left\{ \frac{n\pi}{a} (x_j - x_i) \right\} = o\left(\frac{1}{n^2}\right) \end{aligned} \quad \dots 65$$

式64の右辺第1項の級数之和は厳密に求めることができ、最終結果は次式となる。

$$\int_{J_j} \frac{\partial G}{\partial n} dc = \text{sign} \{n_x(j)\} \left(\mp \frac{1}{2} + \frac{x_j - x_i}{2a} \right) + \sum_{n \in \mathbf{N}} C_n \quad \dots 66$$

この右辺第2項の級数は、 $\sum 1/n^2$ と同じ程度の収束速さである。ただし、復号は $x_j > x_i$ のとき負、 $x_j < x_i$ のとき正をとるものとする。

2.7 反射率・透過率およびエネルギー保存則

連立方程式55を解いて S_P 上の関数値 $\varphi_{sc}(j)$ ($j = 1, 2, \dots, N$) が求められると、式53を離散化した次式により任意点の φ_{sc} を求めることができる。

$$\begin{aligned} \varphi_{sc}(P_0) &= \sum_{j=1}^N J_j \left\{ -G_j(P_0) f(j) - \varphi_{sc}(j) \cdot \partial G_j(P_0) / \partial n \right. \\ &\quad \left. + ik_0 \cos \theta n_x(j) \varphi_{sc}(j) G_j(P_0) \right\} \quad \dots 67 \end{aligned}$$

ここに、 $G_j(P_0), \partial G_j(P_0)/\partial n$ はそれぞれ $G(P_0; P_j), \partial G_j(P_0; P_j)/\partial n$ を示している (P_j は $\varphi_{sc}(j)$ を計算した点)。

さらに、これを式(4)に代入して逆変換すると、式(5)で表わされた φ_{sc} の係数 $a_n^{\pm}(n \in \mathbf{Z})$ が次式で表わされることが分かる。

$$a_n^{\pm} = \sum_{j=1}^N D_j \{ -f_n^{\pm}(j) f(j) - \varphi_{sc}(j) \cdot \partial f_n^{\pm}(j) / \partial n + ik_0 \cos \theta n_x(j) \varphi_{sc}(j) f_n^{\pm}(j) \} \quad \dots(68)$$

ここに、 $f_n^{\pm}(j)$ は次式で求められる。

$$f_n^{\pm}(j) = \frac{-1}{4a\nu_n} \exp\left\{ -i \frac{n\pi}{a} x_j \mp \nu_n y_j \right\} \quad \dots(69)$$

次に、図-4 に示した $S_{\pm\infty}$ および SW_{\pm} で囲われた仮想水路内でのエネルギー保存則を考える。周期運動であるから、一周期の間のエネルギーフラックスのトータルは0でなければならない。まず、簡単に分かるように SW_{-} および SW_{+} を通じて出入りする一周期の間のエネルギーフラックスは、 x 方向の周期性により大きさが同じであるが、方向が逆であるから0である。次に、 $S_{\pm\infty}$ におけるエネルギーフラックスを考える。 $|y| \rightarrow \infty$ では減衰散乱波成分は考える必要がないから、 $S_{\pm\infty}$ では散乱波のポテンシャルは次式で表わされる。

$$\Phi_{sc}(x, y) = \sum_{n=s_-}^{s_+} \left[a_n^{\pm} \exp\left\{ i \left(\frac{n\pi}{a} + k_0 \cos \theta \right) x \pm \nu_n y \right\} \right] \quad \dots(70)$$

ここに、 s_- および s_+ は進行波を生じる最小および最大の整数である。

透過側では、散乱波の他に入射波が領域から出て行くから、結局エネルギーフラックス E_T は、

$$E_T \propto \sum_{n=s_-}^{s_+} |a_n^+ + \delta_{0n}|^2 |\nu_n| \quad \dots(71)$$

ここに、 δ_{0n} は入射波に対応する項を表わし、 $n=0$ のとき $\delta_{0n}=1$ 、 $n \neq 0$ のとき $\delta_{0n}=0$ である。また、 $|a_n + \delta_{0n}|^2$ は単位振幅の入射に対する透過成分波のエネルギー、 $|\nu_n|$ は流速の $S_{+\infty}$ 境界に対する法線方向成分を表わしている。

この領域へ入ってくるエネルギーフラックス E_I は、 $S_{-\infty}$ 境界からの入射波によるもので、

$$E_I \propto |1|^2 |\nu_0| = |\sin \theta| k_0 \quad \dots(72)$$

一方、この境界から領域の外へ出て行く反射波のエネルギーフラックス E_R は、

$$E_R \propto \sum_{n=s_-}^{s_+} |a_n^-|^2 |\nu_n| \quad \dots(73)$$

したがって、エネルギー保存則 $E_T + E_R = E_I$ より次式が成り立つ。

$$\sum_{n=s_-}^{s_+} \left\{ |a_n^+ + \delta_{0n}|^2 + |a_n^-|^2 \right\} \frac{|\nu_n|}{|\sin \theta| k_0} = 1 \quad \dots(74)$$

これより、エネルギー反射率 K_R および透過率 K_T を次式のように定義すると $K_R + K_T = 1$ が成り立ち、通常の二次元波場における関係(エネルギー損失が無い場合)が得られる。

$$K_R = \sum_{n=s_-}^{s_+} |a_n^-|^2 |\nu_n| / (k_0 |\sin \theta|) \quad \dots(75)$$

$$K_T = \sum_{n=s_-}^{s_+} |a_n^+ + \delta_{0n}|^2 |\nu_n| / (k_0 |\sin \theta|) \quad \dots(76)$$

§ 3. 数値計算による各種防波堤周辺の波浪シミュレーション

3.1 2列円筒型透過性防波堤

まず、本解析法の応用の一例として、図-5 に示すような2列円筒型透過性防波堤に周期8秒の波が入射角度 $\theta = 90^\circ, 80^\circ, 70^\circ$ で入射する場合 (90° は正面入射になる) についての解析例を示す。図-6 は、それぞれの場合の構造物周辺の波の場の時間変化の1周期分を1/6周期ごとに示したもので、図の左側が反射側、右側が透過側である。反射側では、 0° 入射の場合部分重複波、その他の場合斜め部分重複波の場が形成されていることが分かる。また、透過側では波高が低くなった波が入射角度に応じて抜けていくのがよく分かる。ちなみに、このときの透過率は $90^\circ, 80^\circ, 70^\circ$ 入射に対し、それぞれ0.316, 0.323, 0.346であり、斜め入射になることによって透過率が上昇することが分かる。なお、この例では入射波長 (= 79.3 m) に比較して仮想水路幅が狭いため、式(7)で表わされる r^- と r^+ の間の整数は0のみである。すなわち、進行波成分としては基本モードのみ存在する。したがって、得られた波の場も図-6 に示されたように

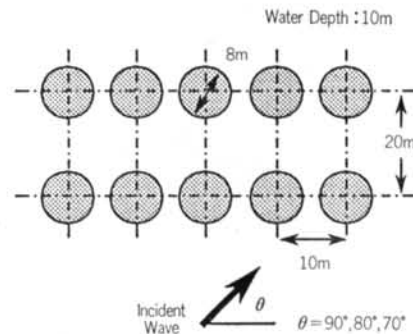
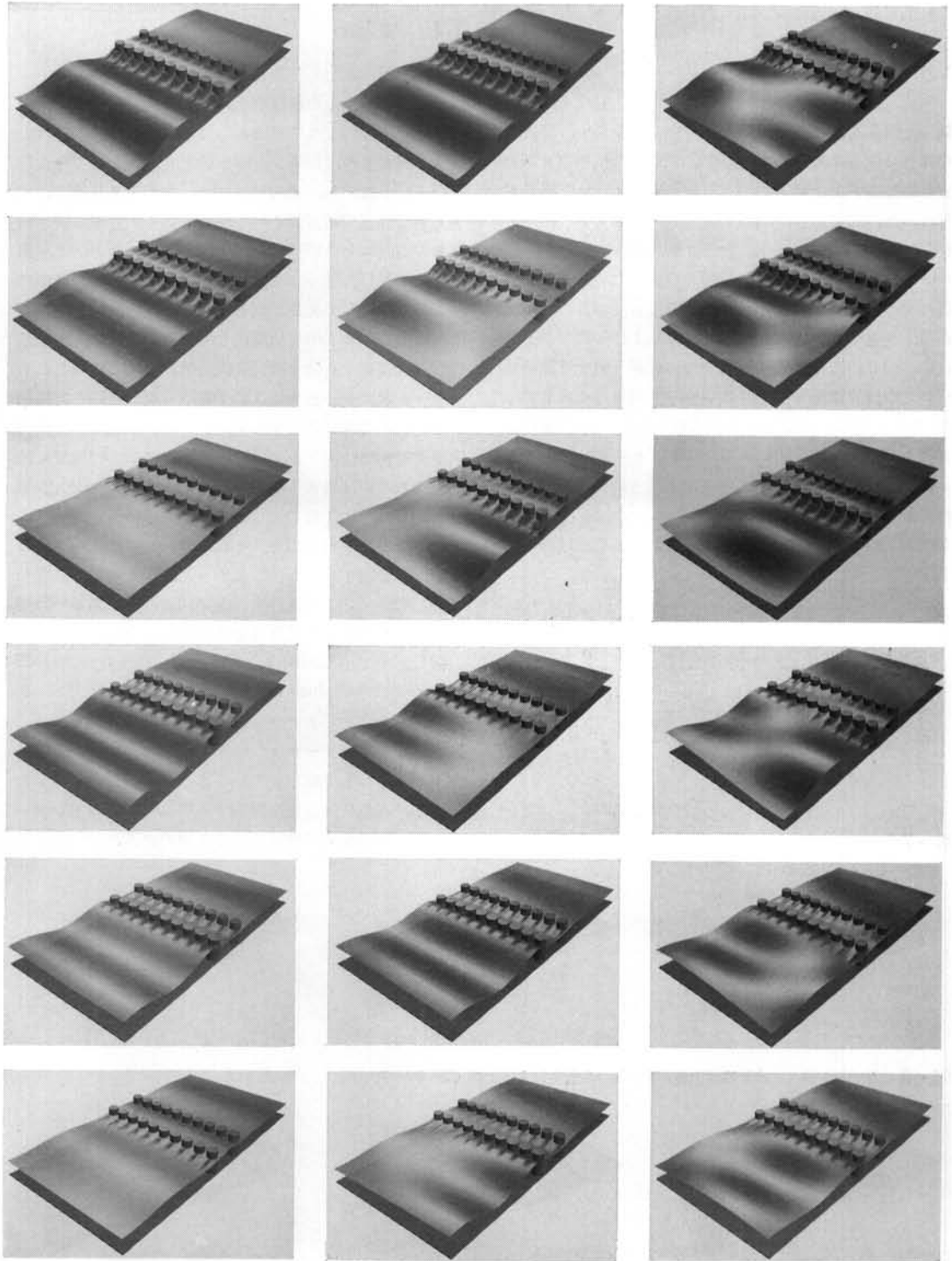


図-5 2列円筒型透過性防波堤



(a) $\theta = 90^\circ$

(b) $\theta = 80^\circ$

(c) $\theta = 70^\circ$

図一六 2列円筒型透過性防波堤周辺の波の場の時間変化のシミュレーション

比較的単純である。

3.2 ケーソントタイプの防波堤

次に、通常見られるケーソントタイプの防波堤を一定間隔で配置した所に波が入射する場合の例を示す。防波堤の諸元は図-7に示すとおりで、まずこれに周期8秒の波が 90° 、 80° および 70° で入射する場合について計算を行なった。結果は図-8に示したようになる。 90° および 80° の場合 $n=-1\sim+1$ の計3個、 70° の場合 $n=-1\sim 0$ の計2個の進行波成分が生じているため、防波堤周辺の波の場は先の例より大分複雑になっていることが分かる。透過率はそれぞれ0.48, 0.47および0.41である。次に、同じ防波堤の列に周期6秒の波が入射する場合についての計算結果を図-9に示す。入射角はやはり 90° 、 80° および 70° である。 $\theta=90^\circ$ の場合 $n=-2\sim+2$ の計5個、 $\theta=80^\circ$ および $\theta=70^\circ$ の場合 $n=-2\sim+1$ の計4個の進行波成分が生じているため、さらに複雑な波の場となっている。この場合、透過率はそれぞれ0.35, 0.48および0.49であり、斜め入射によって急激に透過率が上がる。

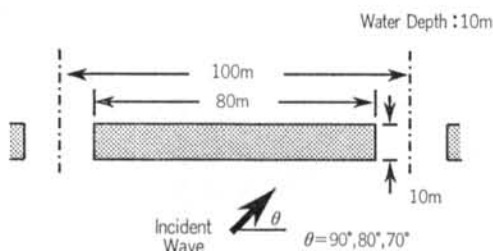


図-7 ケーソントタイプの堤防波

§ 4. まとめ

任意断面の無限列柱体群に波が斜めから入射するような場合の波の散乱の解析理論について詳しく述べた。理論の概要は次のようにまとめることができる。問題は、通常と同様に速度ポテンシャルの散乱問題として定式化される。すなわち、三次元ラプラス方程式を基礎方程式とする境界値問題が解くべき問題である。無限に続く柱体群の表面における境界条件を満足させるため、まず現象の位相遅れを伴った空間的周期性に着目し、速度ポテンシャルに対して変数変換を行なった。そして、変換された関数に関する境界値問題を導いた。さらに、その基礎方程式に対する随伴微分式と境界条件で定義されるグリーン関数を、超関数に関する固有関数展開を直接用いて級数形で導いた。そして、応用の一例として2列円筒型透過性防波堤、およびケーソントタイプの防波堤に波が直角あるいは斜め入射する場合のシミュレーション結果を示した。柱体群の形状および配置には様々なバリエーションが有り得るので、それらの一つ一つを取り上げて特性を考察することはしなかったが、この手法によって種々のタイプの透過性防波堤の防波性能、あるいは離岸堤周辺の波高分布特性等を検討することができる。

計算結果で示した図は、大崎研究室所有のCGMS (Computer Graphics and Movie System) によって作成したものでアニメーションにすることも可能である。計算結果をアニメーションにすると、波の反射、透過の様子があたかも実験を見ているようによく分かる。したがって、透過性防波堤を提案する際にそのプレゼンテーションにも効果的に使えるものと思われる。

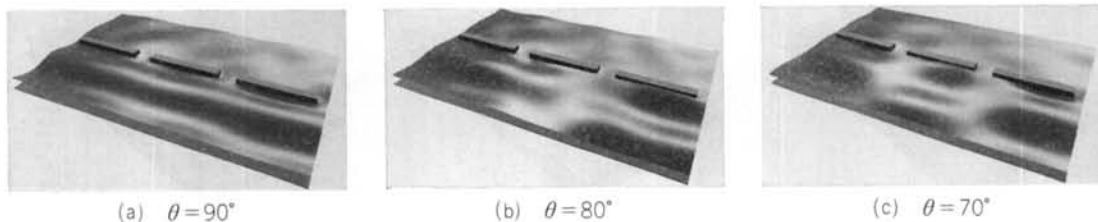


図-8 ケーソントタイプの防波堤周辺の波の場の入射角による比較 ($T=8$ sec)

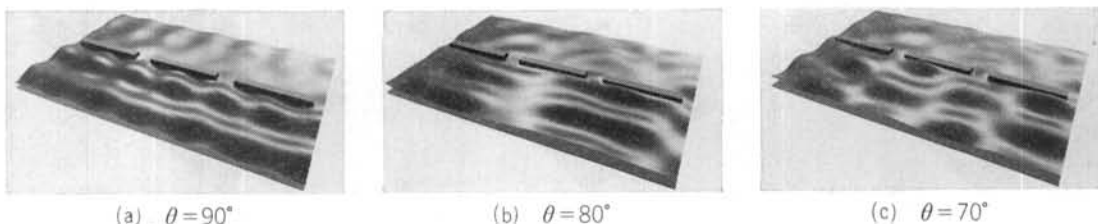


図-9 ケーソントタイプの防波堤周辺の波の場の入射角による比較 ($T=6$ sec)

<参考文献>

- 1) M.A.Sorokosz: "Some Relations for Bodies in a Canal, with an Application to Wave-power Absorption" J. of Fluid Mechanics, Vol.99, Part 1 (1980) pp.145~162
- 2) J.Falnes: "Wave-power Absorption by an Array of Attenuators Oscillating with Unconstrained Amplitudes" Applied Ocean Research, Vol.6, No.1 (1984) pp.16~21
- 3) A.Kyllingstad: "A Low Scattering Approximation for the Hydrodynamic Interactions of Small Wave-power Devices" Applied Ocean Research, Vol.6, No.3 (1984) pp.132~139
- 4) S.R.Massel: "Interaction of Water Waves with Cylinder Barrier" J.of Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div., ASCE, Vol.102, No.WW2 (1976) pp.165~187
- 5) 角野昇八, 小田一紀: "任意断面柱体列による波の反射率および透過率の境界値問題解析" 土木学会論文集 第369号(1986年) pp.213~222
- 6) 吉田明徳, 飯田典生: "任意断面の鉛直柱体列による波の散乱と波力の解析法" 第33回海岸工学講演会論文集 (1986年) pp.521~525
- 7) 清川哲志, 平山彰彦, 高梨和光, 小林浩: "ハイブリッド型境界要素法による任意反射率防波堤前面の船体動揺解析" 第30回海岸工学講演会論文集 (1983年) pp.450~454
- 8) 清川哲志, 大山巧: "ハイブリッド法による軸対称構造物に作用する流体力および周辺波動場の解析" 土木学会論文集 第345号 (1984年) pp.131~140
- 9) T.Kiyokawa & T.Ohyama: "Hybrid Method for Analyzing Hydrodynamic Forces on Axisymmetric Bodies and its Applications" Proceedings of 5th International Offshore Mechanics & Arctic Engineering Symposium, ASME, Vol.1 (1986) pp.166~173
- 10) T.H.Havelock: "Forced Surface-waves on Water" Philosophical Magazine, Ser.8 (1929) pp.569~576
- 11) V.Motyka & T.Kiyokawa: "The Wave Diffraction Problem in Case of Periodic Structure—a Solving Method Based on the Green's Function Theory and a Variable Transformation—" Technical Report, Ohsaki Research Institute, Shimizu Corporation, No. ORI-R-8709 (1987)
- 12) P.M.Morse & H.Feshbach: "Methods of Theoretical Physics, Part I, Chap.7" McGraw-Hill (1953)
- 13) 中村孝幸, 小野正順: "規則配列された沖合消波堤まわりの波浪共振の特性とその解析法" 第35回海岸工学講演会論文集 (1988年) pp.527~531
- 14) 寺沢寛一: "自然科学者のための数学概論 (増訂版)" 岩波書店 (1972年) p.722

