

$$\Phi(x, z, t) = \phi_l e^{i\omega t} + \sum_{l=1}^3 \frac{d}{dt} (D_l e^{i\omega t}) \phi_l \quad \dots\dots(1)$$

ただし、 D_l は物体の l 方向運動における複素振幅で、 $l=1, 2$ はそれぞれ x, z 方向の平行運動、 $l=3$ は重心まわりの回転運動を表わす。

ここで、一定水深海底面上での任意形状物体周辺の領域における速度ポテンシャルは、未定係数を含む一般解として以下のように与えることができる¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} \phi_l(x, z) = & \{(A_0)_l e^{ikx} + (B_0)_l e^{-ikx}\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \{(A_n)_l e^{knx} + (B_n)_l e^{-knx}\} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \quad \dots\dots(2) \end{aligned}$$

ただし、 h ：水深、 $(A_n)_l, (B_n)_l$ ：入射波ポテンシャルあるいは物体形状から決まる複素係数、 k, k_n ：分散関係式($k \tanh kh = -k_n \tan k_n h = \sigma^2/g$)を満たす波数および固有値である。式(2)において、右辺の最初の2項は進行波、残りの級数項($n=1, 2, \dots$)は減衰散乱波を表わす。物体の透過側の(x が大きい)領域では $(A_n)_l=0$ ($n=1, 2, \dots$)、反射側の(x が小さい)領域では $(B_n)_l=0$ ($n=1, 2, \dots$)である。すなわち、式(2)に示されるように減衰散乱波の項の影響は、物体から離れるに従って指数関数的に小さくなるため、十分に離れた領域ではこれらの項を無視しても実用上の問題はないと考えられる。

本研究では上記の性質を踏まえて、図-1に示すように流体領域を物体近傍 Ω_1 と十分に離れた領域 Ω_{2R}, Ω_{2T} に分割する。 Ω_1 では二次元グリーン公式に基づく境界要素法(BEM)を適用することにより、領域を取り囲む境界面上のポテンシャル ϕ_l に関する境界積分方程式を立てる。また、 Ω_{2R} と Ω_{2T} では減衰散乱波の影響が無視できるものと仮定し、 ϕ_l を以下のように置く。

$$\begin{aligned} \phi_l(x, z) = & \varphi_l(x) \frac{\cosh k(x) \{h(x) + z\}}{\cosh k(x) h(x)} \\ & \text{(in } \Omega_{2R}, \Omega_{2T}) \quad \dots\dots(3) \end{aligned}$$

これらの領域では、 φ_l に関する緩勾配方程式を基礎式として、一次元有限要素法(FEM)により定式化する。

各流体領域の接断面 S_R と S_T において、 φ_l と $\partial\varphi_l/\partial x$ の連続条件(エネルギーと運動量の連続条件)を課すことにより、各領域の解を接続する。最終的には、 Ω_1 における S_R, S_V, S_B 上での $\phi_l, \Omega_{2R}, \Omega_{2T}$ における φ_l 、および S_R と S_T での $\partial\varphi_l/\partial x$ に関する連立方程式が導かれ、全領域の流体運動と物体に作用する流体力が求められる。

2.2 BEMによる鉛直二次元波動場での定式化

2.2.1 基礎方程式と境界条件

Ω_1 での速度ポテンシャル ϕ_l に関する基礎方程式、および自由表面、海底面、物体表面での境界条件は、以下のように表わされる。

$$\frac{\partial^2 \phi_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_l}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{in } \Omega_1) \quad \dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi_l = 0 \quad (\text{on } S_F) \quad \dots\dots(5)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S_B) \quad \dots\dots(6)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial n} = v_l \quad (\text{on } S_V) \quad \dots\dots(7)$$

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= n_x \\ v_2 &= n_z \\ v_3 &= (x - x_G)n_z - (z - z_G)n_x \\ v_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(8)$$

ただし、 n ：境界面での外向き法線、 n_x, n_z ：物体表面上での単位法線ベクトルの x, z 成分、 (x_G, z_G) ：物体の重心の座標である。式(4)は流体の連続式、式(5)は自由表面での運動学的および力学的条件、式(6)、(7)は海底面と構造物表面での不透過条件を表わす。

Ω_{2R}, Ω_{2T} との接断面 S_R と S_T を物体から十分に離れた位置に設定し、これらの面では物体近傍に存在する減衰散乱波の影響が無視できるものと仮定すると、式(3)より S_R, S_T での $\phi_l, \partial\phi_l/\partial x$ は、次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_l &= \varphi_l(x_R) C_0(x_R, z) \\ \frac{\partial \phi_l}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \{\varphi_l(x) C_0(x, z)\} \Big|_{x=x_R} \end{aligned} \right\} \quad (\text{on } S_R) \quad \dots\dots(9)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_l &= \varphi_l(x_T) C_0(x_T, z) \\ \frac{\partial \phi_l}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \{\varphi_l(x) C_0(x, z)\} \Big|_{x=x_T} \end{aligned} \right\} \quad (\text{on } S_T) \quad \dots\dots(10)$$

$$C_0(x, z) = \frac{\cosh k(x) \{h(x) + z\}}{\cosh k(x) h(x)} \quad \dots\dots(11)$$

ただし、 x_R, x_T は S_R, S_T の x 座標である。

また、全領域を二次元問題として境界要素法により解く場合には、 S_R と S_T で境界条件を与える必要がある。ここでは、 S_T を任意反射率境界として取り扱うものとする、 S_T 上の境界条件は以下のように表わすことができる¹¹⁾。

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \Big|_{\text{on } S_T} = -ik(x_T) \frac{1-K_R}{1+K_R} \varphi_l(x_T) \quad \dots\dots(12)$$

ただし、 K_R は反射率である。一方、 S_R では所定の波を入射させつつ、領域内からの反射波と発生波を透過させる必要がある。そこで、まず φ_4 を入射波成分 φ_0 と反射波成分 φ_S の和として表わした後、Sommerfeld型の放射条件を用いて φ_S と $\varphi_l(l=1\sim 3)$ を領域外に透過させる。

その結果、 S_R での境界条件として次式が導かれる。

$$\left. \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right|_{\text{on } S_R} = ik(x_R)\varphi_l(x_R) - 2i\delta_{ll}k(x_R)\varphi_0(x_R) \quad \dots\dots(13)$$

ただし、 δ_{ij} は $i=j$ のとき1、 $i \neq j$ のとき0である。

2.2.2 境界積分方程式とその離散化

二次元グリーン公式を用いれば、式(4)のラプラス方程式に対応した境界積分方程式は、以下のように表わされる。

$$\alpha_P(\phi_l)_P + \int_S \left\{ \phi_l \frac{\partial G}{\partial n} - \frac{\partial \phi_l}{\partial n} G \right\} ds = 0 \quad \dots\dots(14)$$

$$\left. \begin{aligned} G(P, Q) &= \ln \frac{1}{r} \\ r &= \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(15)$$

ただし、 $S: \Omega_i$ を取り囲む境界面、 $P(x_P, z_P)$ 、 $Q(x_Q, z_Q): S$ 上の点、 α_P : 点 P の両側の境界線がなす内角である。

式(5)~(10)を式(14)に代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha_P(\phi_l)_P + \int_{S_F} \phi_l \left\{ \frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} G \right\} ds + \int_{S_B \cup S_V} \phi_l \frac{\partial G}{\partial n} ds \\ - \{I_A(x_R) - I_B(x_R)\} \varphi_l(x_R) \\ + \{I_A(x_T) - I_B(x_T)\} \varphi_l(x_T) + \left. \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right|_{x=x_R} I_C(x_R) \\ - \left. \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right|_{x=x_T} I_C(x_T) = \int_{S_V} v_l G ds \quad \dots\dots(16) \\ \left. \begin{aligned} I_A(x) &= \int_{-h(x)}^0 \frac{\partial G}{\partial x} C_0(x, z) dz \\ I_B(x) &= \int_{-h(x)}^0 G \frac{\partial C_0(x, z)}{\partial x} dz \\ I_C(x) &= \int_{-h(x)}^0 G C_0(x, z) dz \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

図-2に示すように、 S_R と S_T を除く境界面を有限個の要素に分割する。図中、 $N_F (=N_{F1}+N_{F2})$ 、 N_V 、 N_B はそれぞれ S_F 、 S_V 、 S_B の要素数である。 j 番目と $j+1$ 番目の節点で構成される線要素の番号を J と定義し、 ϕ_l が要素内で線形に分布すると仮定すれば、 ϕ_l は節点値 $(\phi_l)_j$ 、 $(\phi_l)_{j+1}$ を用いて次のように表わせる。

$$\phi_l = N_J^T(\phi_l)_J, \quad (\phi_l)_J^T = \{(\phi_l)_j, (\phi_l)_{j+1}\} \quad \dots\dots(18)$$

$$N_J^T = \left\{ 1 - \frac{s}{l_J}, \frac{s}{l_J} \right\} \quad \dots\dots(19)$$

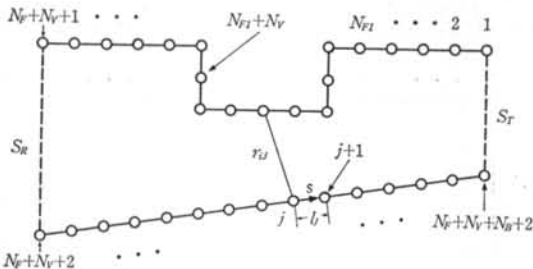


図-2 二次元BEM領域における節点番号の定義

ただし、 $l_J: J$ 番目要素の長さ、 $s: j$ 番目節点を原点とした接線方向の局所座標であり、肩文字の T はベクトルの転置を表わす。

ここで式(9)、(10)から分かるように、 S_R と S_T での φ_l は自由表面上($z=0$)の ϕ_l と等価である。すなわち、

$$\varphi_l(x_R) = (\phi_l)_{N_F+N_V+1}, \quad \varphi_l(x_T) = (\phi_l)_1 \quad \dots\dots(20)$$

式(18)、(20)を式(16)に代入し、点 P を i 番目節点に一致させることにより、以下の離散化方程式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha_i(\phi_l)_i + \left\{ \sum_{j=1}^{N_F+N_V} + \sum_{j=N_F+N_V+2}^{N_F+N_V+N_B+1} \right\} A_{ij}^T (\phi_l)_j \\ - \frac{\sigma^2}{g} \left\{ \sum_{j=1}^{N_F+1} + \sum_{j=N_F+1+N_V+1}^{N_F+N_V} \right\} B_{ij}^T (\phi_l)_j \\ - \{I_A(x_R) - I_B(x_R)\} i(\phi_l)_{N_F+N_V+1} \\ + \{I_A(x_T) - I_B(x_T)\} i(\phi_l)_1 + \{I_C(x_R)\} i \left. \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right|_{x=x_R} \\ - \{I_C(x_T)\} i \left. \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right|_{x=x_T} = \sum_{j=N_F+1}^{N_F+1+N_V} (v_l)_j B_{ij}^* \\ (i=1, 2, \dots, N_F+N_V+N_B+2) \quad \dots\dots(21) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} A_{ij}^T &= \int_0^{l_J} N_j^T \frac{\partial G}{\partial n} ds \\ B_{ij}^T &= \int_0^{l_J} N_j^T G ds \\ B_{ij}^* &= \int_0^{l_J} G ds \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(22)$$

式(21)は、 $(\phi_l)_j$ ($j=1, \dots, N_F+N_V+N_B+2$) および $(\partial \varphi_l / \partial x)|_{x=x_R}$ 、 $(\partial \varphi_l / \partial x)|_{x=x_T}$ を未知数とする連立方程式である。

なお、全領域を二次元解析する場合には、式(22)、(23)を式(21)に代入することにより未知数と連立方程式の数が一致し、 $(\phi_l)_j$ ($j=1, \dots, N_F+N_V+N_B+2$) が求められる。

2.3 FEMによる一次元波動場での定式化

2.3.1 Galerkin法の適用

構造物から十分に離れた領域 Ω_{2R} と Ω_{2T} では、 φ_l に関する以下の一次元定常緩勾配方程式を基礎式とする。

$$k^2 \varphi_l + \frac{1}{nC^2} \frac{\partial(nC^2)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} + \frac{\partial^2 \varphi_l}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{in } \Omega_{2R}, \Omega_{2T}) \quad \dots\dots(23)$$

ただし、 C は波速、 n は群速度 C_g と波速の比であり、次のように表わせる。

$$n = \frac{C_g}{C} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right\} \quad \dots\dots(24)$$

Ω_{2R} と Ω_{2T} では領域端部で与える境界条件が異なるが、基礎式(23)から積分方程式を導くまでの過程は同じである。そこで、まず式(23)が成り立つ一般的な一次元領域

S_0 を対象に、Galerkin 法による定式化を行なう。式(23)の両辺に重み関数 ω をかけ、領域全体で積分することにより次式を得る。

$$\int_{S_0} \left\{ k^2 \varphi_l + \frac{1}{nC^2} \frac{\partial(nC^2)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} + \frac{\partial^2 \varphi_l}{\partial x^2} \right\} \omega dx = 0 \quad \dots (24)$$

式(24)の最後の積分項は、部分積分により次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \int_{S_0} \frac{\partial^2 \varphi_l}{\partial x^2} \omega dx &= - \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_{P-} \omega_{P-} + \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_{P+} \omega_{P+} \\ &\quad - \int_{S_0} \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} dx \quad \dots (25) \end{aligned}$$

ただし、添字の $P-$ 、 $P+$ は x の一侧と+側の端部の点を意味する。式(24)、(25)より、以下の重み付き残差方程式を得る。

$$\begin{aligned} \int_S \left[\left\{ k^2 \varphi_l + \frac{1}{nC^2} \frac{\partial(nC^2)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right\} \omega - \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] dx \\ - \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_{P-} \omega_{P-} + \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_{P+} \omega_{P+} = 0 \quad \dots (26) \end{aligned}$$

式(26)を離散化する際には、前に述べた境界要素法モデルと同様に、線形要素を用いることにする。領域 S_0 を M 個の要素に分割し、 x の一侧の端部の節点から順に節点番号を定義する。 j 番目と $j+1$ 番目要素で構成される J 番目要素内における重み関数と諸量の分布は、線形内挿関数ベクトル N_J を用いて次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_l &= N_J^T(\varphi_l)_J, & (\varphi_l)_J &= \{(\varphi_l)_j, (\varphi_l)_{j+1}\} \\ k &= N_J^T(k)_J, & k_J &= \{k_j, k_{j+1}\} \\ C &= N_J^T(C)_J, & C_J &= \{C_j, C_{j+1}\} \\ 1/C &= N_J^T(C^*)_J, & C_J^* &= \{(1/C)_j, (1/C)_{j+1}\} \\ n &= N_J^T(n)_J, & n_J &= \{n_j, n_{j+1}\} \\ 1/n &= N_J^T(n^*)_J, & n_J^* &= \{(1/n)_j, (1/n)_{j+1}\} \\ \omega &= N_J^T \omega_J, & \omega_J &= \{\omega_j, \omega_{j+1}\} \end{aligned} \right\} \quad \dots (27)$$

式(26)を式(27)に代入し、各項の積分を行なうと次式が得られる。

$$\sum_{j=1}^M \omega_J^T D_J(\varphi_l)_J - \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_1 \omega_1 + \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_{M+1} \omega_{M+1} = 0 \quad \dots (28)$$

$$D_J = \begin{pmatrix} (d_1)_J & (d_2)_J \\ (d_3)_J & (d_4)_J \end{pmatrix} = P_J + Q_J - R_J \quad \dots (29)$$

$$\begin{aligned} P_J &= \int_0^{l_J} N_J N_J^T k_J N_J^T C_J N_J^T ds \\ &= \frac{l_J}{60} \begin{pmatrix} 12k_j^2 + 6k_j k_{j+1} + 2k_{j+1}^2 & 3k_j^2 + 4k_j k_{j+1} + 3k_{j+1}^2 \\ 3k_j^2 + 4k_j k_{j+1} + 3k_{j+1}^2 & 2k_j^2 + 6k_j k_{j+1} + 12k_{j+1}^2 \end{pmatrix} \quad \dots (30) \end{aligned}$$

$$Q_J = \frac{1}{l_J} \int_0^{l_J} N_J N_J^T ds \{ n_J^* E^T n_J + 2C_J^* E^T C_J \} E^T$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{6l_J} \begin{pmatrix} 1 + \frac{n_j}{n_{j+1}} - \frac{2n_{j+1}}{n_j} & -1 - \frac{n_j}{n_{j+1}} + \frac{2n_{j+1}}{n_j} \\ -1 + \frac{2n_j}{n_{j+1}} - \frac{n_{j+1}}{n_j} & 1 - \frac{2n_j}{n_{j+1}} + \frac{n_{j+1}}{n_j} \end{pmatrix} \\ &+ \frac{1}{3l_J} \begin{pmatrix} 1 + \frac{C_j}{C_{j+1}} - \frac{2C_{j+1}}{C_j} & -1 - \frac{C_j}{C_{j+1}} + \frac{2C_{j+1}}{C_j} \\ -1 + \frac{2C_j}{C_{j+1}} - \frac{C_{j+1}}{C_j} & 1 - \frac{2C_j}{C_{j+1}} + \frac{C_{j+1}}{C_j} \end{pmatrix} \quad \dots (31) \end{aligned}$$

$$R_J = \frac{1}{l_J} \int_0^{l_J} ds E E^T = \frac{1}{l_J} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots (32)$$

$$E^T = \{-1, 1\} \quad \dots (33)$$

式(29)は、重み関数の節点値 ω_J について以下のように整理できる。

$$\sum_{j=1}^{M+1} \gamma_j \omega_j = 0 \quad \dots (34)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= (d_1)_1(\varphi_l)_1 + (d_2)_1(\varphi_l)_2 - \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_1 \\ \gamma_J &= (d_3)_{J-1}(\varphi_l)_{J-1} + \{ (d_4)_{J-1} \\ &\quad + (d_1)_J \} (\varphi_l)_J + (d_2)_J(\varphi_l)_{J+1} \\ &\quad (j=2, 3, \dots, M) \\ \gamma_{M+1} &= (d_3)_M(\varphi_l)_M + (d_4)_M(\varphi_l)_{M+1} \\ &\quad + \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_{M+1} \end{aligned} \right\} \quad \dots (35)$$

式(34)が任意の重み関数について成り立つためには、次式を満足する必要がある。

$$\gamma_j = 0 \quad (j=1, 2, \dots, M+1) \quad \dots (36)$$

式(36)は、 $(\varphi_l)_j$ ($j=1, \dots, M+1$)と $(\partial \varphi_l / \partial x)_1$ 、 $(\partial \varphi_l / \partial x)_{M+1}$ に関する連立方程式になる。

2.3.2 境界条件の設定と連立方程式の導出

Ω_{2R} と Ω_{2T} での要素数をそれぞれ M_R 、 M_T とし、節点番号を図-3に示すように定義する。なお、便宜上 Ω_{2T} では節点番号を x の+側の端部から順に付けている。1番目と M_R+1 番目の節点では、式(24)、(33)と同様に以下の境界条件を与える。

$$\left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_1 = i k_1 (\varphi_l)_1 - 2i \delta_{14} k_1 (\varphi_0)_1 \quad \dots (37)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} \right)_{M_R+1} = -i k_{M_R+1} \frac{1-K_R}{1+K_R} (\varphi_l)_{M_R+1} \quad \dots (38)$$

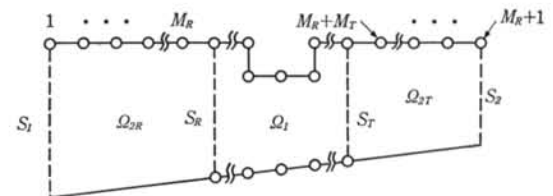


図-3 一次元FEM領域における節点番号の定義

Ω_{2R} と Ω_{2T} のそれぞれの領域で式(37)を適用し、境界条件式(38), (39)を代入するとともに ϕ_l の連続条件式(40)の関係をを用いることにより、最終的に $(\phi_l)_j (j=1, 2, \dots, M_R + M_T)$, $(\phi_l)_1$, $(\phi_l)_{N_F+N_V+1}$, $(\partial\phi_l/\partial x)|_{x=x_R}$, $(\partial\phi_l/\partial x)|_{x=x_T}$ に関する以下の連立方程式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} & \{(d_1)_{1-ik_1}(\phi_l)_1 + (d_2)_1(\phi_l)_2 = -2i\delta_{ik_1}(\phi_0)_1\} \\ & \left\{ (d_1)_{M_R+1-ik_{M_R+1}} \frac{1-K_R}{1+K_R} (\phi_l)_{M_R+1} \right. \\ & \quad \left. + (d_2)_{M_R+1}(\phi_l)_{M_R+2} = 0 \right. \\ & (d_3)_{M_R}(\phi_l)_{M_R} + (d_4)_{M_R}(\phi_l)_{N_F+N_V+1} \\ & \quad \left. + \frac{\partial\phi_l}{\partial x} \Big|_{x=x_R} = 0 \right. \\ & (d_3)_{M_R+M_T}(\phi_l)_{M_R+M_T} + (d_4)_{M_R+M_T}(\phi_l)_1 \\ & \quad \left. - \frac{\partial\phi_l}{\partial x} \Big|_{x=x_T} = 0 \right. \\ & (d_5)_{j-1}(\phi_l)_{j-1} + \{(d_1)_{j-1} + (d_1)_j\}(\phi_l)_j \\ & \quad \left. + (d_2)_j(\phi_l)_{j+1} = 0 \right. \\ & (j=2, \dots, M_R, M_R+2, \dots, M_R+M_T) \end{aligned} \right\} \dots (40)$$

式(40)と二次元領域における離散化方程式(21)を連立して解くことにより、 $(\phi_l)_j (j=1, \dots, N_F+N_V+N_B+2)$, $(\phi_l)_j (j=1, \dots, M_R+M_T)$, $(\partial\phi_l/\partial x)|_{x=x_R}$, $(\partial\phi_l/\partial x)|_{x=x_T}$ が同時に求められる。

2.4 流体力と波高の算定

物体に作用する流体力は、入射・散乱波による波強制力と物体の動揺運動に伴う造波抵抗力に分けられる。後者はさらに、物体の加速度に比例した付加質量力と速度に比例した造波減衰力として評価できる。これらは、速度ポテンシャル ϕ_l を用いて以下のように表わされる。

$$F_l = -i\rho\sigma \int_{S_V} \phi_l v_l ds \quad \dots (41)$$

$$M_{l,m} - \frac{iN_{l,m}}{\sigma} = \rho \int_{S_V} \phi_l v_m ds \quad (l, m=1 \sim 3) \quad \dots (42)$$

ただし、 F_l , $M_{l,m}$, $N_{l,m} (l, m=1 \sim 3)$ はそれぞれ l 方向波強制力振幅、 l 方向運動による m 方向の付加質量係数および造波減衰係数、 ρ は流体密度である。各要素内で ϕ_l の線形分布を仮定すると、 F_l , $M_{l,m}$, $N_{l,m}$ は次のように算定できる。

$$F_l = -\frac{i\rho}{2} \sum_{j=N_{F1}+1}^{N_{F1}+N_V} (v_l)_j I^T(\phi_l)_j L_j \quad \dots (43)$$

$$M_{l,m} - \frac{iN_{l,m}}{\sigma} = \frac{\rho}{2} \sum_{j=N_{F1}+1}^{N_{F1}+N_V} (v_m)_j I^T(\phi_l)_j L_j \quad \dots (44)$$

$$I^T = \{1, 1\} \quad \dots (45)$$

また、物体周辺の波高 H は自由表面上での圧力方程式により、以下のように求められる。

$$H(x) = \left| -\frac{2i\sigma}{g} \left\{ \phi_4(x, 0) + i\sigma \sum_{l=1}^3 D_l \phi_l(x, 0) \right\} \right| \quad \dots (46)$$

物体が固定されている場合には、 $D_l=0$ であるから ϕ_4 のみを用いて波高が算定できる。一方、物体が浮体の場合には、式(43)~(45)に示される流体力を用いて浮体の運動方程式を解くことにより、あらかじめ D_l を求めておく必要がある。また一次元領域では、式(46)における $\phi_l(x, 0)$ の代わりに $\phi_l(x)$ を用いて計算すればよい。

§ 3. 基本性能の検討

3.1 緩勾配海底面上の波動場に対する部分二次元解析モデルの適用性

境界要素法に基づく二次元波動解析法では、解析領域内の海底地形は任意に設定できるが、通常は領域端部の境界で、一定水深を仮定した解析解が与えられる⁽¹²⁾⁽¹³⁾。これに対して、本解析法では二次元モデルと一次元モデルの解の接続を任意海底地形上で行なうことになる。そこでここでは、海底勾配のある領域で解を接続することが解析精度にどの程度の影響を及ぼすかを調べることにする。

図-4に示すような一様勾配海底面上の領域を想定し、領域全体を一次元および二次元解析した結果と、領域の一部を二次元として取り扱った部分二次元モデルの解析結果を比較する。部分二次元モデルを用いた解析では、図-4に示すように全斜面の30%を二次元領域としている。また、領域端部の境界では斜面近傍に存在する減衰散乱波の影響を無視した式(42), (43)あるいは式(38), (39)を境界条件として与える関係で、斜面の両端には図-4に示すように一定水深部を設けることにした。図中、 L_1 , L_2 はそれぞれ h_1 と h_2 の水深における波長を表わす。解析における要素長は、各要素位置での水深に対応した波長の1/30程度に設定した。

図-5(a)~(c)は、 $\sigma^2 h_1/g=2.0$, $h_2/h_1=1/25$ で一定とし、斜面勾配 $1/s$ をそれぞれ $1/10$, $1/5$, $1/1$ に変化さ

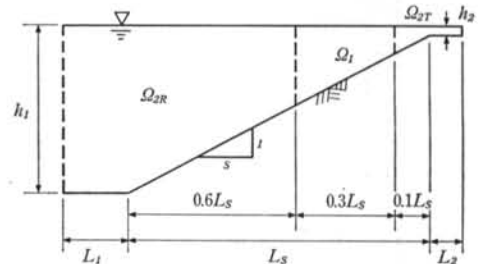


図-4 一様勾配海底面上での解の接続に関する計算条件

せた場合の入射波高比 H/H_0 の解析結果を示したものである。 $1/s=1/10$, $1/5$ の場合には、全領域を二次元解析した結果と一次元解析した結果の差はほとんどなく、この程度の海底勾配であれば緩勾配方程式から充分に妥当な結果が得られることが分かる。そして、これらの場合に対応した部分二次元解析結果は、他の解析結果と非常に良好な一致を示している。なお結果は省略するが、 $1/s=1/10$ および $1/5$ では入射波周期を変化させた場合でも各解析結果が一致することを確認している。これに対して、図-5(c)に示されるように、 $1/s=1/1$ の場合の一次元解析と部分二次元解析の結果は、海底面の不透過条件を直接取り込んだ二次元解析結果とは異なっている。す

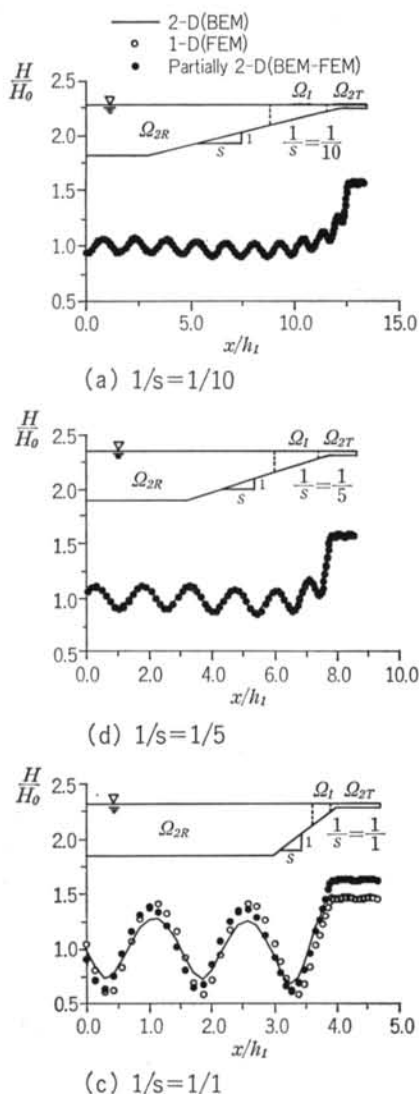


図-5 波高分布に関する各モデルの解析結果の比較

なわち、緩勾配方程式が適用できないほど勾配が急な海底面上では、部分的に二次元領域を設定することはできない。

以上に示した解析結果から、緩勾配方程式が適用できる程度の勾配を持つ海底面上の波動場であれば、一次元モデルと二次元モデルの接続に伴う数値的な乱れはなく安定した解が得られることが検証された。

3.2 接続面の設定位置の影響

前に述べたように、接続面 S_R , S_T は物体近傍に存在する減衰散乱波の影響が無視できる領域に設定する必要があるが、実際に解析を行なう際、具体的に物体からどの程度離せばよいかということが問題になる。そこでここでは、矩形断面の潜堤による波の反射の問題を対象に接続面の位置を変化させた解析を行ない、その結果を井島ら¹⁴⁾の理論解と比較した。

解析では、一定水深 h_0 の領域に堤体幅 $B=h_0$, 相対天

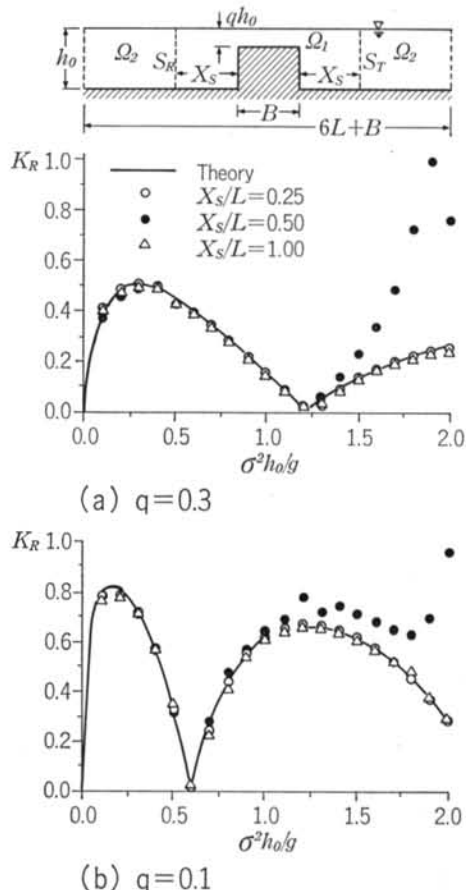


図-6 潜堤による反射率の解析結果に及ぼす接続面の位置の影響

端上水深 $q=0.3, 0.1$ の 2 種類の潜堤を設置し、潜堤端部から接続面までの距離 X_s を変化させた。解析における要素長は、天端上水深に対応した波長の $1/20$ 以下に設定した。図-6(a), (b)は、各ケースにおける反射率 K_R の周波数特性を示したものである。図中の L は水深 h_0 における波長であり、 $X_s/L=0.25, 0.5, 1.0$ に対する解析結果を示している。 $X_s/L=0.25$ では、各ケースとも高周波数側で理論解との一致が悪くなる領域が現われ、 $q=0.1$ の場合の方がその領域が広がっているのが分かる。これは、高周波数側になるほど波長に対する潜堤の幅や高さの比が大きくなることに起因して、減衰散乱波が影響を及ぼす範囲が相対的に広がるためと考えられる。ただし、 $X_s/L=0.5, 1.0$ では各ケースとも広い周波数帯域で理論解との一致は良好である。

以上の解析結果から、減衰散乱波が影響を及ぼす範囲は波長に対する物体の大きさ（幅、高さ）やその形状により若干変化するが、物体から半波長以上離れた位置に接続面を設定すれば実用上の問題はないものと考えられる。

§ 4. 一定勾配海底面上における岸壁前面の矩形浮体に作用する流体力

一定勾配海底面上における岸壁前面の矩形浮体に作用する流体力（波強制力、付加質量、造波減衰）の特性について検討する。岸壁と浮体との距離が比較的小さい場合については、既に清川¹³⁾が境界要素法を用いた二次元解析を行なっている。ただし、解析で対象とする領域がかなり広い場合には、全領域を二次元的に取り扱うことが現実的に困難になる。そこで、海底面が一定勾配を有し、かつ浮体から十分に離れた位置に岸壁がある場合を想定して部分二次元モデルによる解析を行なった。ここでは、図-7に示すように海底面勾配は $1/10$ とし、最奥部に反射率 1.0 の直立壁を設定した。なお、接続面 S_R と S_T は前述の検討結果を踏まえて、浮体から半波長離れた位置に設定した。浮体の位置と大きさは図に示すとおりである。また、比較のため領域内を浮体重心位置で

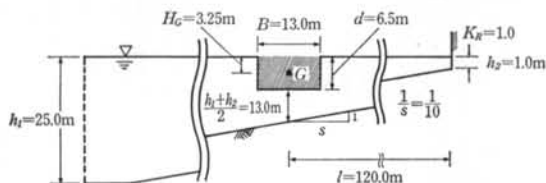
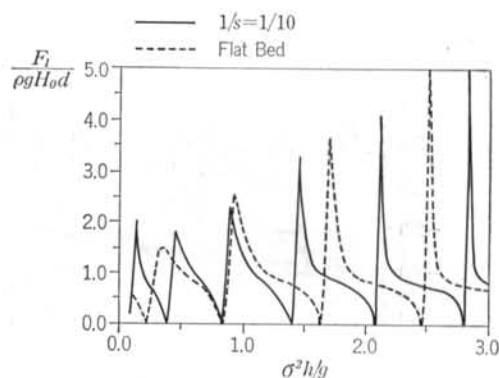


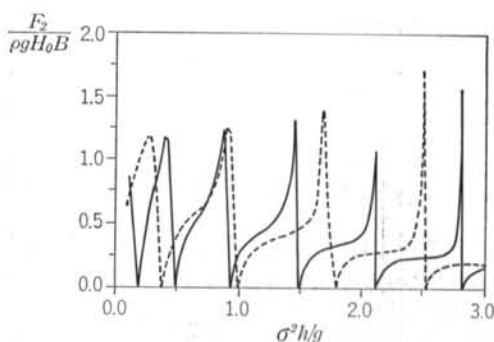
図-7 解析で対象とした浮体と海底面の形状

の水深 $\{(h_1+h_2)/2\}$ で一定とした場合についても計算を行なった。この場合には、入射波高に浅水係数を掛けることにより海底勾配の影響を考慮した。

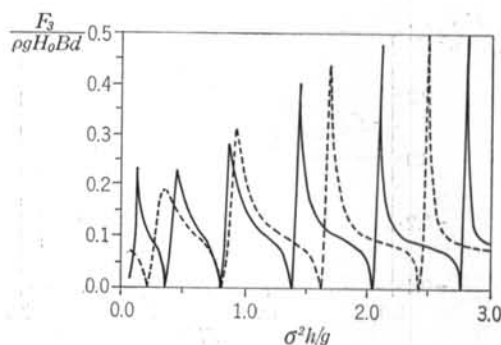
図-8(a)~(c)には各方向の波強制力の周波数特性を示す。各ケースとも、波強制力が急激に大きくなる周波数および 0 になる周波数が存在しているが、海底地形によりこれらの周波数が異なっているのが分かる。このような現象は、浮体と岸壁との間の領域で起こる波の共振に深く関連するものであり、浮体の離岸距離と波長の比が



(a) 水平波力



(b) 鉛直波力

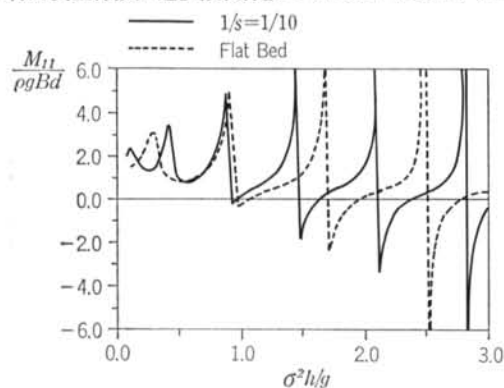


(c) モーメント

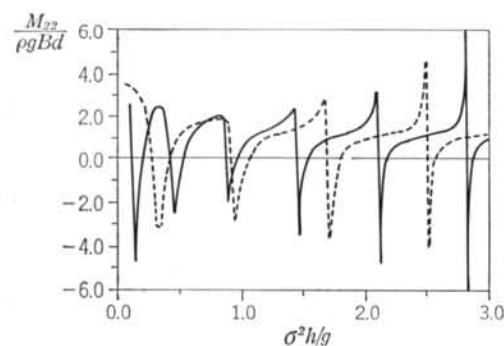
図-8 波強制力の周波数特性

重要なパラメータになる¹³⁾。したがって、海底勾配を考慮した場合と一定水深の場合でこれらの周波数が異なった主な原因は、浮体と岸壁の間の領域における波長（波数）の特性の差異によるものと考えられる。

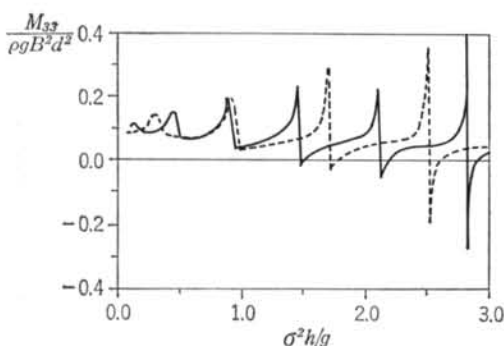
図—9, 10は、付加質量係数と造波減衰係数の周波数特性を示したものである。なお、図に示した対角成分のほかに関連成分も存在するが、ここでは省略する。これらの図から分かるように、波強制力が急変する周波数では付加質量係数、造波減衰係数ともに大きく変化する。



(a) M_{11}



(b) M_{22}

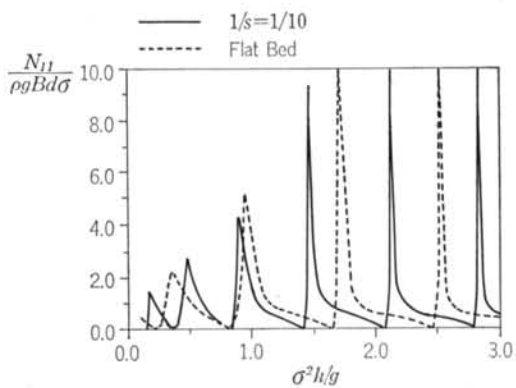


(c) M_{33}

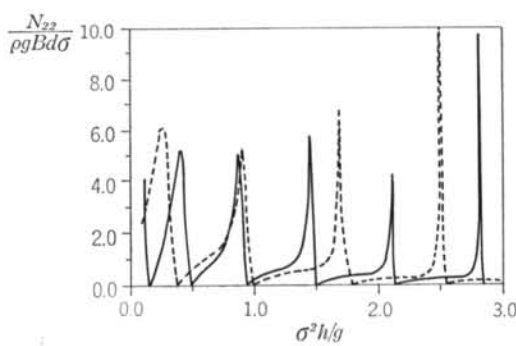
図—9 付加質量係数の周波数特性

付加質量係数については負の値を持つ周波数領域が存在し、付加質量係数の符号が正から負に変化する周波数で造波減衰係数の値が極大になっている。

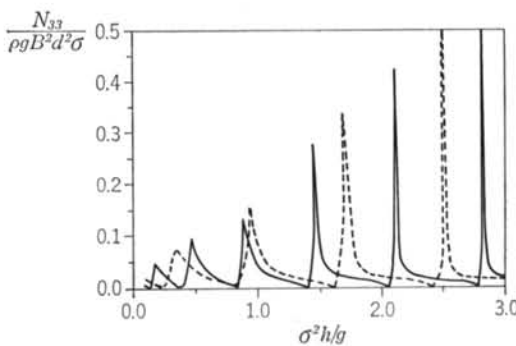
以上の解析結果に示されるように、反射壁前面の物体に作用する流体力は海底地形の影響を強く受ける。このことは、防波堤や岸壁で囲まれた港湾内の船舶の動揺運動や波高分布を予測する際、海底地形を考慮することが非常に重要であることを示唆している。



(a) M_{11}



(b) M_{22}



(c) M_{33}

図—10 造波減衰係数の周波数特性

§ 5. おわりに

任意海底地形上の物体に作用する流体力（波強制力，付加質量力，造波減衰力）と周辺波浪場に関する数値解析法として，物体近傍の領域のみを二次元的に取り扱った部分二次元解析法を開発した．二次元領域ではグリーン公式を用いた境界要素法，一次元領域では緩勾配方程式を基礎式とした有限要素法による定式化を行ない，物体近傍に設定した接続面上で流速と圧力の連続性を考慮することにより，各領域の解を接続した．本解析法により，従来は取り扱えなかった広範囲な領域を対象に，任意海底地形上の物体と波との相互作用問題を効率良く解

ることができる．

基本的な数値実験の結果，接続面を勾配のある海底面上に設定しても数値的な乱れはなく安定した解が得られること，物体から半波長以上離れた位置に接続面を置けば，減衰散乱波の影響は実用上無視できることを明らかにした．また最後に，本解析法を用いて一定勾配海底面上における岸壁前面の矩形浮体に作用する流体力を計算し，一定水深場の場合と比較した．いずれの場合も，流体力が急変する周波数が存在するが，波数（波長）特性の差異によりその周波数が異なることが分かった．今後は，本研究の成果を踏まえて部分三次元モデルを開発する予定である．

＜参考文献＞

- 1) J.C.W. Berkhoff: "Computation of Combined Refraction-Diffraction" Proceedings of 13th Coastal Engineering Conference, ASCE (1972) pp. 471~490
- 2) C.C. Mei & H.S. Chen: "Hybrid-Element Method for Water Waves" Proceedings of the Modelling Techniques Conference, Vol. 1 (1975) pp. 63~81
- 3) 渡辺 晃・丸山康樹: "屈折・回折・砕波減衰を含む波浪場の数値解析法" 第31回海岸工学講演会論文集 (1984) pp. 103~107
- 4) G.J.M. Copeland: "A Practical Alternative to the Mild Slope Equation" Coastal Engineering, Vol. 9 (1985) pp. 125~149
- 5) P.A. Madsen & J. Larsen: "An Efficient Finite-Difference Approach to the Mild Slope Equation" Coastal Engineering, Vol. 11 (1987) pp. 329~351
- 6) 筒井茂明・D.P. Lewis・長崎雅哉: "サンゴ礁海岸における波高分布推算法" 海岸工学論文集 第37巻 (1990年) pp. 31~35
- 7) 青木伸一: "港内係留船の波浪動揺の予測とその低減化に関する研究" 大阪大学学位論文 (1990年) pp. 181~182
- 8) 榎木 享・青木伸一・濱本 敏: "港湾形状を考慮した港内船舶の回折・造波問題の解析" 第35回海岸工学講演会論文集 (1988年) pp. 692~696
- 9) 榎木 享・青木伸一・馬場英通: "港内係留船の波浪動揺特性とその予測" 海岸工学論文集 第37巻 (1990年) pp. 709~713
- 10) 井島武士: "最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用" 1971年度水工学に関する夏期研修会講義集, B-1 (1971年)
- 11) J.C.W. Berkhoff: "Mathematical Models for Simple Harmonic Water Wave Diffraction and Refraction" Delft Hydraulics Laboratory Report, No. 168 (1976)
- 12) 井島武士・吉田明徳・山本督夫: "任意断面浮体の2次元係留運動と波の変形" 土木学会論文報告集 No. 272 (1978年) pp. 53~63
- 13) 清川哲志・平山彰彦・高梨和光・小林 浩: "ハイブリッド型境界要素法による任意反射率防波堤前面の船体動揺解析" 第30回海岸工学講演会論文集 (1983年) pp. 450~454
- 14) 井島武士・佐々木富雄: "潜堤の効果に関する理論的研究—(1)不透過潜堤—" 第18回海岸工学講演会論文集 (1971年) pp. 141~147

