

## やや長周期領域に着目した減衰定数による応答スペクトルの変換式

片岡 俊一  
(技術研究所)  
趙 文方  
(技術研究所)  
横田 治彦  
(技術研究所)

## § 1. はじめに

現在、様々な機関で特定の地域、あるいは日本全土を対象とした設計用入力地震動を評価する試みが行なわれている<sup>1)~3)</sup>。これらでは、設計用入力地震動を減衰定数(以下、 $h$ とする)5%の応答スペクトルで与え、必要に応じて適切な時刻歴波形変換することになっている。動的応答解析を行なうことを基本としているので、地震動を規定する応答スペクトルの減衰定数は任意の値で構わないが、類似の例(例えば、いわゆる大崎スペクトル)との比較や、様々な構造物を対象としていることから、減衰定数は5%の値が一般的に用いられている。

しかしながら、この地震動を用いて動的解析を行なう建築物の多くは、高層建築物あるいは免震建築等の、いわゆる長周期構造物であり、これらの動的解析時の $h$ は高層建築で1~2%、免震構造物では等価的には10~15%程度といわれており、設計用入力地震動を規定した応答スペクトルの減衰定数とは異なっている。このような構造物の地震時応答を応答スペクトルを用いて推定するために、減衰定数によるスペクトルの変換式が必要になる。さらに、地震動を設定し時刻歴波形を作成する場合でも、様々な減衰の構造物への入力として適切であることが、変換式を通じて確認できることも重要なことと考えられる。このような変換式は以前から提案されていたが、用いた記録の精度の問題から周期2~3秒までが適用限界であった。そこで、周期10秒程度まで使用できる記録を用いて、減衰定数5%の設計用入力地震動スペクトルから、減衰定数1~15%の応答を評価する変換式を作成した。

なお、この研究は建設省建築研究所と勸業日本建築センターとの共同研究である、「設計用入力地震動研究委員会」の作業の一環として行なったものである。

## § 2. 既往の研究

前述したように、このような研究は以前から行なわれており、特に応答スペクトルを基準としたモーダルアナリシスには不可欠の研究である。以下に、代表的な2つの研究の概要を示す。

## (1)大崎による提案式

大崎は、入力のある継続時間内のランダムなパルスのシリーズと仮定して得られる、応答の比の理論解をもとにこれを簡易な式に変形し、最小2乗法により半経験式を作成した<sup>4)</sup>。つまり、

$$Sv(T, h) = \eta(T, h) Sv(T, 5\%) \quad \dots\dots(1)$$

としたときに、 $\eta(T, h)$ は次式で与えられる。

$$\eta(T, h) = 1 / \sqrt{1 + 17(h - 0.05) \cdot \exp(-2.5T/T_e)} \quad (2)$$

ただし、

$$T_e = 10^{0.31M - 1.2} \quad \dots\dots(3)$$

この修正式は、相対速度応答スペクトルに対する式である。

## (2)建設省土木研究所の検討

建設省土木研究所では、地盤上で観測された206成分の地震記録をもとに、加速度応答スペクトル( $Sa$ )の比を回帰分析することで、以下の変換式を求めている<sup>5)</sup>。

$$Sa(T, h) = \xi(T, h) Sa(T, 5\%) \quad \dots\dots(4)$$

ただし、周期2秒以下の範囲で

$$\xi(T, h) = 0.983(h/0.05)^{-2.70} \quad \dots\dots(5)$$

さらに、地震動の周期特性も考慮して、周期3秒以下の範囲で以下のように加速度応答倍率 $\beta(T, h)$ を補正する式も提案されている<sup>6)</sup>。

$$\xi(T, h) = A\beta(T, h)^B \quad \dots\dots(6)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} A &= 1.5 / (40h + 1) + 0.5 \\ B &= 1 / (300h + 6) - 0.8h \\ \beta(T, h) &= Sa / A_{max} \\ A_{max} &: \text{最大加速度} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(7)$$

式(5)は、式(7)のAに相当していると考えられている。

### § 3. 変換式の作成

#### 3.1 使用したデータ

周期数秒以上の応答を評価することから、解析に用いた記録は工学的基盤での記録であること、やや長周期成分を十分に含んでいること、数値化時間が80秒以上であることを基準に、伊豆や山梨県東部の地震の記録を中心に選び出した。その結果、東京港区芝浦の地中GL-60mと江東区越中島の地中GL-100mで観測された32地震の水平成分の加速度記録64成分が抽出できた。伊豆や山梨県東部は以前から、やや長周期地震動を優勢にも発生さ

せる震源域といわれている<sup>7)</sup>、用いた記録に対応する地震の諸元と記録の概要を表—1にまとめる。観測に用いた地震計は2地点とも、0.1Hzから35Hzの振動数範囲で特性が平坦な加速度計であり、長周期領域でも十分な精度があると考えられる。周期0.1秒から10秒の範囲で速度応答スペクトル( $Sv$ )と、絶対加速度応答を角振動数で除して求められる擬似速度応答スペクトル( $pSv$ )を求め、これを修正式の対象とすることにした。

#### 3.2 変換式の作成法

##### 1) 基本方針

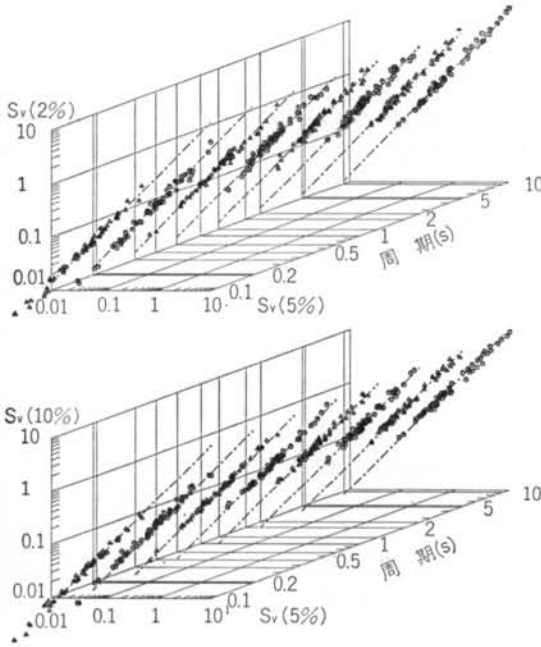
No	発震年月日	震源域	M	h	d	観測点	DT	データ数
1	1976/12/29	群馬県北部	5.8	130	122	芝浦	0.02	4000
2	1978/01/14	伊豆大島近海	7.0	0	109	"	0.03	4000
3	1978/01/15	伊豆半島中部	5.8	20	121	"	0.02	3000
4	1978/04/07	千葉県東方沖	6.1	30	160	"	0.02	4000
5	1978/06/12	宮城県沖	7.4	30	354	"	0.03	4000
6	1978/12/03	伊豆大島近海	5.4	20	100	"	0.02	4000
7	1980/06/02	伊豆半島東方沖	6.7	10	95	"	0.04	4000
8	1983/02/27	茨城県南部	6.0	27	43	越中島	0.03	4000
9	1983/08/08	神奈川・山梨県境	6.0	22	73	"	0.03	4000
10	1983/10/03	三宅島	6.2	51	185	"	0.03	4000
11	1984/01/18	茨城県	5.9	34	158	"	0.02	4000
12	1984/09/14	長野県西部	6.8	2	202	"	0.04	4000
13	1984/09/15	長野県西部	6.2	6	211	"	0.03	4000
14	1984/09/19	房総半島南東沖	6.6	13	240	"	0.03	4000
15	1986/06/24	房総半島南東沖	6.5	73	124	"	0.01	8000
16	1986/11/22	伊豆大島近海	6.1	39	124	"	0.01	16384
17	1986/11/29	茨城県沖	5.8	44	144	"	0.01	16384
18	1986/12/30	長野県北部	5.9	1	198	"	0.01	16384
19	1987/01/09	岩手県中部	6.9	71	497	"	0.01	16384
20	1987/02/06	福島県沖	6.4	18	238	"	0.01	16384
21	1987/02/06	福島県沖	6.7	31	240	"	0.01	16384
22	1987/03/24	新潟県沖	5.9	21	263	"	0.02	7300
23	1987/04/07	福島県沖	6.6	44	259	"	0.01	16384
24	1987/04/23	福島県沖	6.5	47	228	"	0.01	16384
25	1987/09/24	茨城県沖	5.8	43	174	"	0.01	8192
26	1987/12/17	千葉県東方沖	6.7	58	71	"	0.01	16384
27	1988/01/16	千葉県東方沖	5.2	53	68	"	0.01	8192
28	1988/09/05	山梨県東部	5.6	31	72	"	0.01	8000
29	1988/09/26	千葉県東方沖	5.9	37	130	"	0.01	8000
30	1988/09/29	埼玉県南部	5.0	16	62	"	0.01	10000
31	1989/02/19	茨城県南西部	5.6	55	40	"	0.01	8192
32	1989/03/16	銚子付近	6.0	56	82	"	0.01	8192

(注) M: マグニチュード, h: 震源深さ(km), d: 震央距離(km),

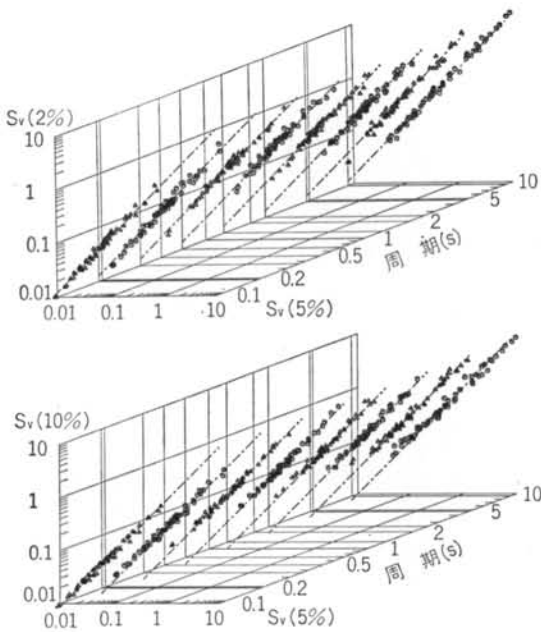
DT: 記録の時間刻み(s)

表—1 用いた記録に対応する地震の諸元と記録の概要

既往の研究で見てきたように、変換式は周期 $T$ と減衰定数 $h$ の2変数を有する関数といえよう。そこで本章では、まず $h=5\%$ とそれ以外の応答スペクトルを比較し



図一 1  $h=5\%$ と $h=2\%$ (上図),  $10\%$ (下図) の場合の速度応答値の比較



図一 2  $h=5\%$ と $h=2\%$ (上図),  $10\%$ (下図) の場合の擬似速度応答値の比較

統計的な関係式が見いだされるかを検討してみる。次に、その統計的な関係が周期に対してどのように表現できるかを見てみる。変換式は、速度応答スペクトル( $S_v$ )と擬似速度応答スペクトル( $pS_v$ )の両者について求める。一般に、設計用入力地震動は3軸表現したときの利便性から、加速度応答から求めた擬似速度応答スペクトルで与えられるが、ここでは長周期を対象としていること、構造物の実際の応答を評価した方が妥当であると考えられることから、速度応答スペクトルの変換式を中心に議論を進める。作成に際しては、土木研究所の検討に見られるように、実現象をうまく表わすことを考え、物理的根拠は求めないことにした。

## 2) 応答スペクトルの比の関係

$h=5\%$ の応答スペクトルとそれ以外の減衰定数の応答スペクトルとの関係は、式(1)あるいは式(4)のように表現されるので、変換式の形式を検討するために、まず応答スペクトルの比がどの様になっているかを検討した。

図一1は、横軸に $h=5\%$ の速度応答値、縦軸に $h=2\%$ 、 $10\%$ の速度応答値を取り、64成分の結果を三次元表示したものである。図一2は、同様な比較を擬似速度応答スペクトルで比較したものである。両図から、両者は対数軸上で直線の関係になっていることが分かる。このような直線的な関係は式(4)からも推察されるが、 $h=2, 10, 15\%$ でも見られた。

## 3) 変換式の作成

対数軸上で直線の関係が推測されるので、応答スペクトルを計算した周期毎に式(8)の形式で回帰分析を行なってみた。

$$\log S(T, h) = a(T) + b(T) \cdot \log S(T, 5\%) \quad \dots\dots(8)$$

$S$ : 速度応答スペクトルあるいは擬似速度応答スペクトル

$h=2\%$ としたときの速度応答スペクトルの結果を図一3に、擬似速度応答スペクトルの結果を図一4に示す。両図とも、係数 $a(T)$ 、 $b(T)$ は滑らかな変化を示し、 $b(T)$ はほぼ1であることが分かる。また、式(8)はデータが対数正規分布をしていることを仮定している。そこで、各周期における64個のデータを10区分に分割して、実測値と回帰結果の比が対数正規分布に従うか否か、 $\chi^2$ 検定を行なってみた。その結果、有意水準5%で速度応答、擬似速度応答ともに全周期帯域でほぼ肯定的な結果となった。

次に、 $b(T)$ がほぼ1であることから、式(9)のように $b(T)$ を1とした式に対して回帰分析を行なった。

$$\log S(T, h) = a(T) + \log S(T, 5\%) \quad \dots\dots(9)$$

$h=2\%$ としたときの速度応答スペクトルに対する回

帰結果を図-5に、擬似速度応答スペクトルの結果を図-6に示す。結果は図-3、4と殆ど変わらないが、図-5、6とも周期が長くなるほど  $a(T)$  は小さくなる傾向が見られることから、 $a(T)$  を一定値で表わすことは妥当ではないと考えられる。

そこで、比較的簡便な式(9)を基本に、 $h=1\sim 15\%$ まで適用可能な変換式を、実現象がうまく表わせることを基本に考えて、次の手順で作成した。

①式(10)のように、ある  $h$  のときの係数  $a(T, h)$  を  $\log T$

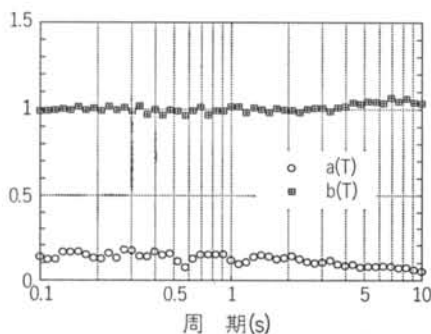


図-3  $\log Sv(T, 2\%) = a(T) + b(T) \cdot \log Sv(T, 5\%)$  を仮定したときの係数  $a(T)$ ,  $b(T)$

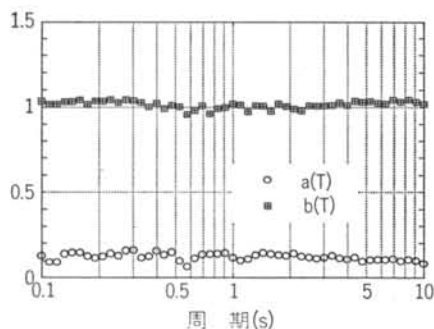


図-4  $\log \beta Sv(T, 2\%) = a(T) + b(T) \cdot \log \beta Sv(T, 5\%)$  を仮定したときの係数  $a(T)$ ,  $b(T)$

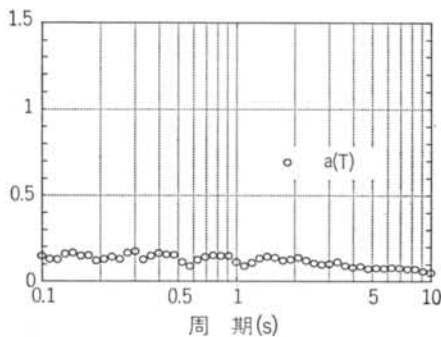


図-5  $\log Sv(T, 2\%) = a(T) + \log Sv(T, 5\%)$  を仮定したときの係数  $a(T)$

の2次式で表現する。

$$a(T, h) = a_0 + a_1 \log T + a_2 (\log T)^2 \quad \dots\dots(11)$$

②  $h=1, 2, 10, 15\%$  の場合の  $a_i(h)$  ( $i=0, 1, 2$ ) を求める。  $h=5\%$  の場合は正解であるから  $a_i(h=5\%)=0$  ( $i=0, 1, 2$ ) とする。

③速度応答スペクトルについて求められた  $a_i(h)$  を図-7に、擬似速度応答スペクトルについて求められたものを図-8に示す。これらを連続関数で表現するために、式(11)のように  $h$  の2次式で表わせると仮定し、 $a_0$ ,

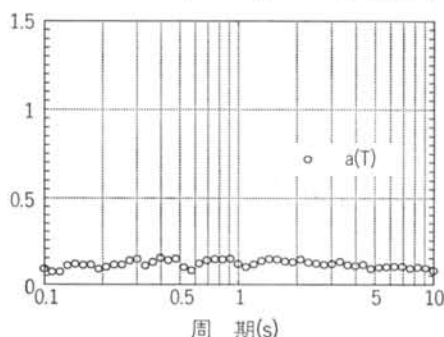


図-6  $\log \beta Sv(T, 2\%) = a(T) + \log \beta Sv(T, 5\%)$  を仮定したときの係数  $a(T)$

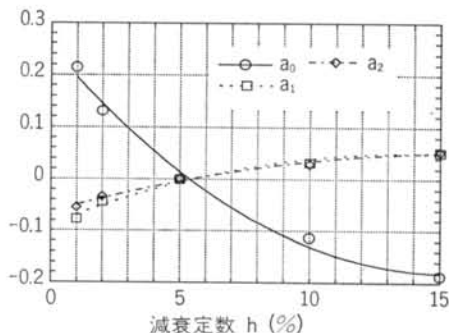


図-7 速度応答スペクトルについて求められた  $a_i(h)$

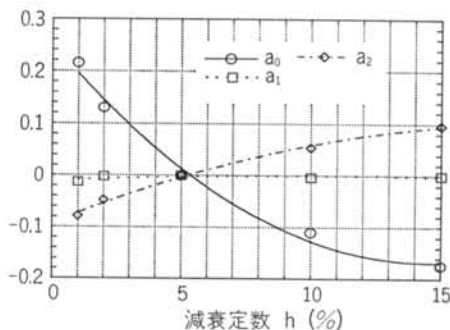


図-8 擬似速度応答スペクトルについて求められた  $a_i(h)$

$a_{11}, a_{12}$  を求める.

$$a_i(h) = a_{i0} + a_{i1}h + a_{i2}h^2 \quad \dots\dots(11)$$

図一7, 8には回帰曲線も示されているが, 当然のことながらデータから少しずれている. しかしながら, この誤差が応答スペクトルに及ぼす影響は最大5%と推定できるので, この程度の回帰で充分であると考え.

④求められた  $a(T, h)$  を用いることで, 変換式(1)を得る. 速度応答スペクトルについては,

$$\begin{aligned} \log Sv(T, h) &= a(T, h) + \log Sv(T, 5\%) \\ a(T, h) &= 0.2509 - 5.66h + 19h^2 \\ &\quad + (-0.0880 + 2.01h - 7h^2)\log T \\ &\quad + (-0.0640 + 1.42h - 4h^2)(\log T)^2 \end{aligned} \quad (12)$$

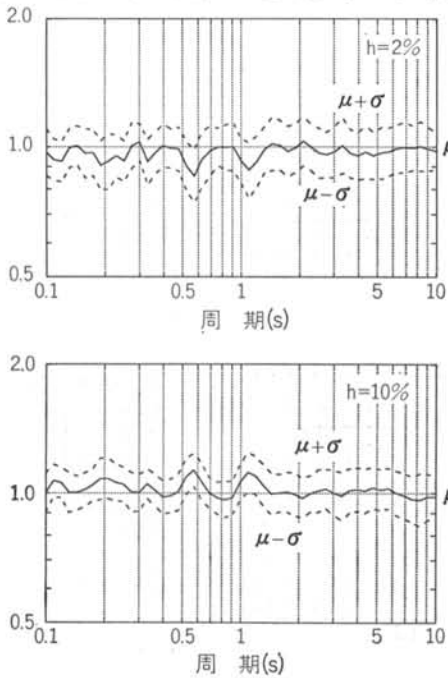
擬似速度応答スペクトルについては,

$$\begin{aligned} \log pSv(T, h) &= a(T, h) + \log pSv(T, 5\%) \\ a(T, h) &= 0.2530 - 5.77h + 20h^2 \\ &\quad + (-0.0099 + 0.19h - 1h^2)\log T \\ &\quad + (-0.0920 + 2.04h - 5h^2)(\log T)^2 \end{aligned} \quad (12_2)$$

#### 4) 変換式の精度

式(12)によって推定される速度応答スペクトルを  $ESv$ , 擬似速度応答スペクトルを  $EpSv$  と表現すると, 実測値との間に次のように対数相対平均 ( $\mu$ ), 対数相対分散 ( $\sigma$ ) を定義できる.

$$\mu = E[\log(Sv/ESv)], \quad \sigma = E\{[\log(Sv/ESv) - \mu]^2\}$$



図一9  $h = 2\%$  と  $10\%$  の場合の相対平均と相対平均±相対分散 (速度応答スペクトルの場合)

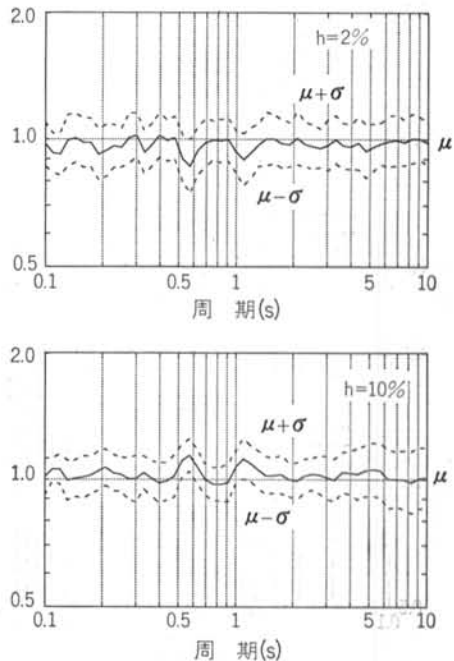
あるいは,

$$\mu = E[\log(pSv/EpSv)], \quad \sigma = E\{[\log(pSv/EpSv) - \mu]^2\}$$

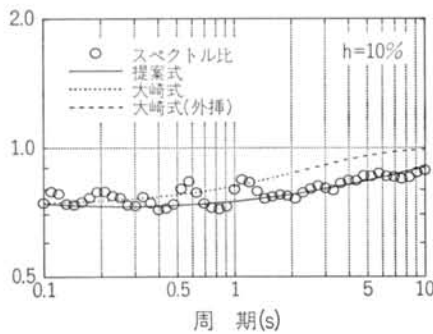
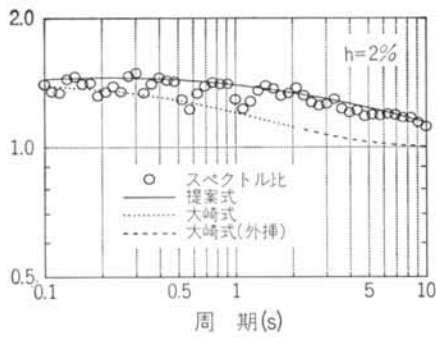
$h = 2\%$  と  $10\%$  の場合の相対平均と, 相対平均±相対分散を速度スペクトルと擬似速度スペクトルについて求め, その真数を取ったものを図一9, 図一10に示す. 相対平均が0 (真数が1) に近いほど変換値の精度が良く, 相対分散が小さいほど変換が妥当であるといえる. 図を見ると, 周期約0.5秒と1秒で相対平均が大きくなっていく. これは, 観測地点の地盤の卓越周期の影響と考えられる. つまり, 地盤の卓越周期成分 (越中島で約1秒, 芝浦で約0.5秒) は工学的基盤面では少なく, スペクトルでは谷となっており, 減衰が変化しても応答値に変化が少ないことに対応している. しかしながら, 変換式は周期による変化を平均的に捉えられており, 平均的には殆ど1であることから妥当な変換式といえよう.

#### § 4. 本提案式の有用性の確認

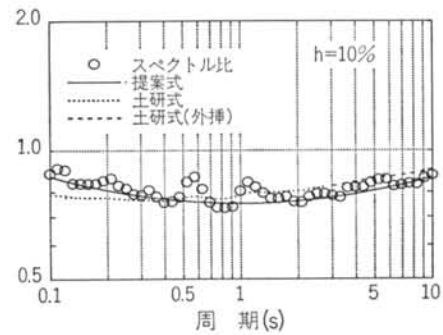
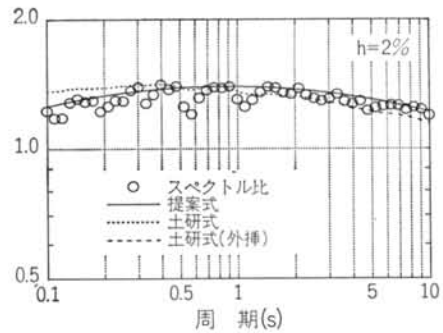
本検討のように統計的手法を基本にした場合は, サンプルデータの偏りによる結果の偏りが大きくなることが懸念される. 特に, 本提案式は物理的根拠に欠けているために, なおのこと様々な方法で有用性を確認する必要



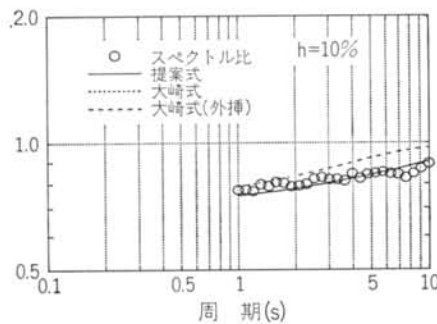
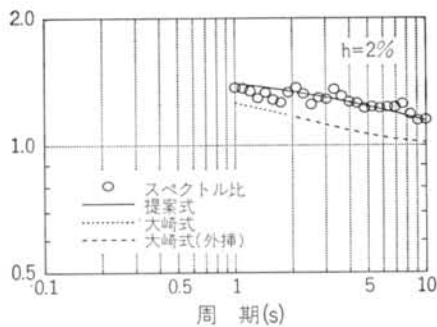
図一10  $h = 2\%$  と  $10\%$  の場合の相対平均と相対平均±相対分散 (擬似速度応答スペクトルの場合)



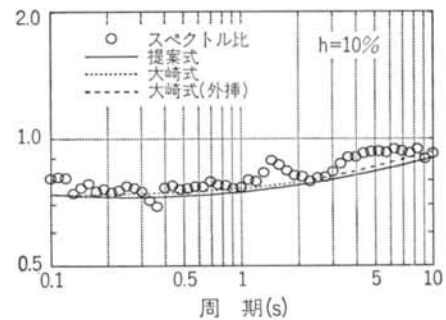
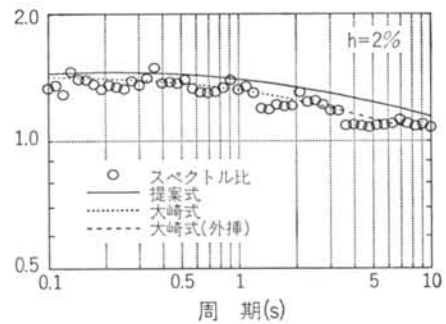
図一11 検討に用いたスペクトル比と本提案式、大崎の提案式との比較



図一12 検討に用いたスペクトル比と本提案式、建設省土木研究所の提案式との比較



図一13 長周期地震計記録のスペクトル比と本提案式、大崎の提案式との比較



図一14 設計用標準波のスペクトル比と本提案式、大崎の提案式との比較



があろう。そこで、ここでは提案式を作成したデータに対して既往の変換式を適用し、提案式の結果と比較すること、および検討に用いていないデータセットに対して妥当な結果を与えることを示す。

#### 4.1 用いたデータセットに対する既往の修正式の適用性

本論で提案する速度応答スペクトルについての修正式と、前述の式(2)で示される大崎の提案式とを、前章で使用した地震記録に適用し、減衰定数2%、10%で比較したのが図-11である。ただし、大崎の提案式の適用範囲は周期2秒までなので、それより長い周期は外挿している。大崎の式は、その作成上の仮定からマグニチュードにより変換係数が異なる。そこで、ここでは32地震でそれぞれ変換係数を求め、それを平均している。また、図には記録の比の平均も示してある。図を見ると、当然のことながら今回の提案式は記録の中心に位置するが、大崎式は周期が長くなるにつれ記録から離れ、 $h=2\%$ では周期5秒で2割程度実記録より小さくなっている。このことより、大崎式を外挿して用いるのは妥当でないことが推定される。

擬似速度応答スペクトルについては、提案する式と土木研究所が提案する式(6)を比較して図-12に示す。式(6)の適用範囲は周期3秒までであるので、これより長い周期は外挿して求めている。提案式はやはり実測値の中心に位置するが、式(6)は短周期側と長周期側で実測値とずれが大きく、最大2割程度の差がある。やはり、式(6)も長周期側に外挿するのは妥当でないように判断される。

#### 4.2 他のデータセットでの検討

ここでは、東京大学地震研究所で数値化された長周期変位地震計の記録<sup>8)</sup>に、我々が数値化した関東地震の余震記録<sup>7)</sup>を含めたデータセット(Data Set A)と設計に標準的に用いられている地震記録のデータセット(Data Set B, 表-2参照)に対して、今回の修正式を適用してみた。図-13は、Data Set Aにおける $h=5\%$ に対する $h=2\%$ 、10%の速度応答スペクトル比の平均と提案式とを比較したものであるが、今回の提案式が妥当であることを示しているといえよう。なお、数値化の精度に限界があることから、周期1秒より長周期を示した。また、参考のために大崎式による結果も示してある。図

-14は、Data Set Bにおける $h=5\%$ に対する $h=2\%$ 、10%の速度応答スペクトル比の平均と提案式とを比較したものである。この場合、大崎式の方が実記録に近くなっているが、提案式と実記録との差異は小さい。提案式は低減衰で過大評価、高減衰で過小評価となっている。これは、Data Set Bに含まれている波形の継続時間が相対的に短く、またやや長周期成分が含まれていないことによっていると考えられる。

記録名	成分	PGA	DT	データ数
El Centro 1940	NS	342	0.01	5374
	EW	210	0.01	5374
Taft 1952	NS	153	0.01	5436
	EW	176	0.01	5436
Hachinohe 1953	NS	225	0.01	7001
	EW	185	0.01	7001
TH030-1FL 1978	NS	258	0.02	2050
	EW	203	0.02	2050
Akita Harbour	NS	190	0.01	6999
	EW	205	0.01	6999

(注) PGA: 最大加速度 (cm/s<sup>2</sup>)

DT: 記録の時間刻み (s)

表-2 設計に標準的に用いられている地震記録の概要

## § 5. まとめ

東京の工学的基盤における地震動を用いて、周期0.1~10秒までの範囲で、減衰定数5%の応答スペクトルを1~15%の応答スペクトルに変換する式を作成した。変換式は、減衰と周期の2つの変数を用いて表現することが妥当と考えられるので、先に減衰を固定して周期軸方向の変化を捉え、次に減衰軸方向の変化を表現することでこれを解決した。ここで提案する修正式は、作成に用いたデータセットにおいて既往の提案式より妥当な値を与えるのみならず、作成に使用していないデータセットにおいても妥当な結果を示すことから、使用に値する式であるといえよう。しかしながら、適用範囲内で物理的な根拠を求めず結果を最適に表現することを第一義に考えたことから、回帰式が二次式となっているので適用範囲内で用いることが必要である。

#### <参考文献>

- 1) 日本建築防災協会臨海部構造安全委員会編: “臨海部における大規模建築群の総合的な構造安全性に関する調査・検討報告

書”(1992年)

- 2) 日本建築構造技術者協会編：“横浜市高層建築物耐震指導基準策定委員会報告書”(1992年)
- 3) 建設省建築研究所，日本建築センター編：“設計用入力地震動研究委員会平成3年度成果報告書”(1992年)
- 4) 大崎順彦：“原子力発電所設計用の基準地震動評価に関するガイドライン” ORI 研究報告 No. 84-01 (1984年12月)
- 5) 荒川直士，川島一彦，相沢興：“最大地震動および地震応答スペクトルの推定法(その2) —地震応答加速度スペクトルに及ぼす減衰定数の影響—” 土木研究所資料 第1841号 (1982年)
- 6) 川島一彦，相沢興，高橋和之：“最大地震動および地震応答スペクトルの推定法(その5) —減衰定数による地震応答加速度スペクトルの補正式の開発—” 土木研究所資料 第2001号 (1983年)
- 7) 横田治彦：“東京における入力地震動特性に関する研究” 清水建設研究報告別冊 第33号 (1991年)
- 8) 吉沢静代：“強震記録のデジタルデータ” 東京大学地震研究所 (1991年3月)