

地盤バネで弾性支持されたせん断型構造物の地震時非超過確率制約剛性設計法

中 村 豊

(技術研究所)

§ 1. はじめに

建築構造物の基礎は上部構造の剛性とは独立に、地盤条件や建物規模に基づいて決められることが多い。この場合、地盤-基礎-建物連成系構造物を地盤上に置かれた基礎の水平移動および回転に関する剛性を表すバネと、減衰を表すダッシュボットで支持されたモデルとして置換し、そのバネ剛性と減衰係数は非設計変数としてあらかじめ与えられていると見なすことができる。この様なモデルにおいて設定すべき地盤剛性は、地盤調査方法や剛性評価手法の妥当性に依存して、上部構造の剛性よりもかなり大きなばらつきを有すると考えるのが妥当である¹⁾⁻³⁾。従って、地盤剛性は確定量として取り扱うより、確率分布特性(確率密度関数)の指定された確率変数として取り扱い、外乱に対する上部構造物の応答を評価することが望ましい^{4), 5)}。構造システム特性や外乱の不確定要因が確率変数として設定されると、構造システムの限界状態を規定する性能関数を定義して、近似理論解析法あるいはモンテカルロシミュレーション法を用いて、想定した限界状態の超過確率を評価することができる⁶⁾⁻¹¹⁾。

一方、従来の構造物の応答解析・検定型の耐震設計手順とは逆に、「与えられた設計用地震動に対する応答量分布が設計者の指定する耐震基準を丁度満たすように構造物の剛性分布を求めよ」という本来の設計過程を直接表現した設計問題を扱う逆問題型剛性設計法や、耐震性能達成型設計法(Performance-based design)に関する研究が近年行われている¹²⁾。地盤バネ剛性が確定量として指定された弾性支持せん断型構造物については、中村恒善・竹脇が1次固有周期制約条件下の最適設計解を導出し¹³⁾、その閉形解表現を用いて「与えられた設計用平均応答スペクトルに対する各層の平均最大層間変位が指定値と一致するような層剛性分布を見い出す」地震時応答制約設計

法を展開している¹⁴⁾。また、構造物-杭-地盤連成系の地震時応答制約設計法も展開されている^{15), 16)}。

非設計変数である地盤バネ剛性が確率変数として取り扱われる場合は、与えられた設計用平均応答スペクトルに対する上部構造物各層の平均最大層間変位も確率変数となる¹⁹⁾。本報告では、弾性支持されたせん断型構造物モデルの基礎の水平バネ剛性と回転バネ剛性が正規確率変数として与えられた場合、設計用平均応答スペクトルに対する上部構造物各層の平均最大層間変位が設計者の望む非超過確率(耐震余裕度)をもって指定値分布に収まるように層剛性分布を求めることのできる設計手法を展開する。

§ 2. 地盤バネ剛性評価のばらつきを考慮した地震時非超過確率制約剛性設計法

2.1 地震時非超過確率制約設計問題

図-1に示すような地盤上に置かれた基礎の水平移動および回転に関する弾性バネ k_h , k_r で支持された f 層せん断型構造物を扱う。第 $(j+1)$ 層床面の集中質量およびその重心回りの回転慣性はそれぞれ m_j , I_{rj} で、第 j 層階高は h_j で指定されているものとする。第 j 層と $(j+1)$ 層の床面の相対変位に関する j 層の層剛性を k_j で表し、その集合 $\mathbf{k} = \{k_1, k_2, \dots, k_f\}$ を設計変数とする。次の設計問題を考える。

【設計問題 EPCD】

質量マトリックス、モード減衰定数が指定された f 層弾性支持せん断型構造物について、地盤上に置かれた基礎の水平移動および回転に関する水平バネ剛性 k_h と回転バネ剛性 k_r が共に正規分布をなし、それぞれの平均値と標準偏差が与えられているとする。即ち、

$$k_h = N(\mu_{k_h}, \sigma_{k_h}), \quad k_r = N(\mu_{k_r}, \sigma_{k_r}) \quad (1)$$

この時、設定された設計用平均変位応答スペクトル $S_p(\Omega; \zeta)$ に対する各層の平均最大層間変位 δ_n ($n = 1, \dots, f$) が指定値分布 $\bar{\delta}_n$ を超えない確率 s_n が制約値 \bar{s} と一致する、即ち

$$s_n = \text{Prob}(\delta_n \leq \bar{\delta}_n) = \bar{s} \quad (n = 1, \dots, f) \quad (2)$$

となるような層剛性 $\mathbf{k} = \{k_1 \dots k_f\}$ を求めよ。

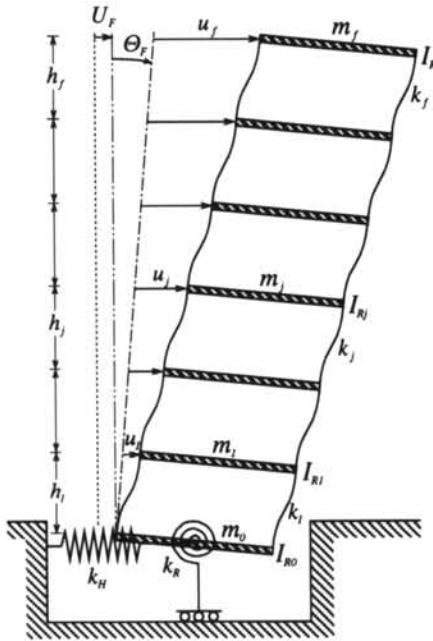


図-1 弾性支持された多層せん断型構造物

次の指定 1 次固有値・1 次固有ベクトル設計解を基に設計問題 EPCD に対する剛性設計法を考える。

2.2 1 次固有値・1 次固有ベクトル指定設計解

k_H, k_R が確定値として与えられる場合、図-1 に示すモデルの 1 次固有値を $\Omega_a^{(1)}$ と指定し、上部構造物の基礎に対する相対水平変位 $\{u_1 \dots u_f\}$ の 1 次固有ベクトル層間成分を $u_j^{(1)} - u_{j-1}^{(1)} = d_j \mu$ ($d_j, \mu > 0$: $j = 1, \dots, f$) と指定したときの各層剛性 k_j は次式で与えられている¹³⁾。

$$k_j = \frac{\Omega_a}{d_j} \sum_{i=j}^f m_i \left(\hat{U}_F + \hat{\Theta}_F H_i + \sum_{r=1}^i d_r \right) \quad (3)$$

ここで、 $H_i = \sum_{j=1}^i h_j$ 、 \hat{U}_F と $\hat{\Theta}_F$ は次式による。

$$\hat{U}_F = \frac{U_F^{(1)}}{\mu} = \frac{D_2 \cdot D_5(\mathbf{d}) - D_3(\mathbf{d}) \cdot D_4(k_R, \Omega_a)}{D_1(k_H, \Omega_a) \cdot D_4(k_R, \Omega_a) - D_2^2}$$

$$\hat{\Theta}_F = \frac{\Theta_F^{(1)}}{\mu} = \frac{D_2 \cdot D_3(\mathbf{d}) - D_1(k_H, \Omega_a) \cdot D_5(\mathbf{d})}{D_1(k_H, \Omega_a) \cdot D_4(k_R, \Omega_a) - D_2^2} \quad (4a, b)$$

上式において、 $U_F^{(1)}$ と $\Theta_F^{(1)}$ は $\{u_j^{(1)}\}$ を指定した時の基礎の水平移動および回転に関する 1 次固有ベクトル成分であり、 $D_1 \sim D_5$ は以下の諸量を表わす。

$$D_1(k_H, \Omega_a) = \sum_{i=0}^f m_i - \frac{k_H}{\Omega_a}, \quad D_2 = \sum_{i=1}^f m_i H_i$$

$$D_3(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^f m_i \sum_{j=1}^i d_j$$

$$D_4(k_R, \Omega_a) = \sum_{i=1}^f m_i H_i^2 + \sum_{i=0}^f I_{Ri} - \frac{k_R}{\Omega_a}$$

$$D_5(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^f m_i H_i \sum_{j=1}^i d_j \quad (5a-e)$$

式(4)と式(5)は、地盤バネ剛性が指定されたモデルでは $U_F^{(1)}$ と $\Theta_F^{(1)}$ が $k_H, k_R, \Omega_a, \mathbf{d} = \{d_1 \dots d_f\}^T$ により陽に表現されることを示している。

2.3 2 つの STEP からなる剛性設計法

本論の剛性設計法は 2 つの STEP から構成される。

◇ STEP-1: 非超過確率制約条件 [式(2)] を実現させる地盤バネ値 (k_H^*, k_R^*) を求める。

本論では、この地盤バネ値 (k_H^*, k_R^*) を「設計点剛性値」と呼ぶことにする。

◇ STEP-2: 設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) に対して、上部構造の平均最大層間変位分布が指定値分布と一致する、即ち、 $\delta_n = \bar{\delta}_n$ ($n = 1, \dots, f$) となるように上部構造の層剛性分布を求める。

STEP-1における設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) は、1 次ガウス近似法を利用して決められる。その際、上部構造の剛性分布を仮定する必要があるが、後述するように、1 次固有値・1 次固有ベクトル指定設計解公式 (3)-(5) を利用することにより、 (k_H^*, k_R^*) は地盤バネの確率分布特性のみから十分な精度で決定することができる。

STEP-2では、地盤バネ剛性が確定値として与えられる場合の弾性支持せん断型構造物モデルについて展開されている地震時平均最大応答制約剛性設計法⁸⁾をそのまま利用することができる。

なお本論では、以下の 2 つの仮定を設ける。

仮定 - 1) 基礎の水平バネ剛性 k_H と回転バネ剛性 k_R は、独立な（非相関な）正規確率変数とする。
なお、 k_H と k_R が相関を有する場合も、変数変換により元の変数を一組の非相関な変数に変換することができる⁸⁾、本論で展開する設計法が適用できる。
仮定 - 2) モーダルアナリシスによって評価される平均最大層間変位 $\bar{\delta}_n$ の k_H と k_R に関する偏微分を求める際は、1次固有モードが卓越しているとして高次モードの影響を無視する。

2.4 1次ガウス近似法による超過確率の評価

式(3)-(5)から上部構造物の層剛性分布は $k_H, k_R, \Omega_a, d = \{d_i\}$ の関数と見なされるので、設計問題 EPCD に対する性能関数は次のように表現できる。

$$g_n(k_H, k_R; \Omega_a, d) = \bar{\delta}_n - \delta_n(k_H, k_R; \Omega_a, d) \quad (n=1, \dots, f) \quad (6)$$

性能関数 $g_n > 0$ ならば、平均最大層間変位 $\bar{\delta}_n$ は指定値 $\bar{\delta}_n$ を超えず、 $g_n \leq 0$ ならば、 δ_n は $\bar{\delta}_n$ を超過することになる。非超過確率制約条件 [式(2)] は、次のように書き改められる。

$$p_n = Prob(g_n(k_H, k_R; \Omega_a, d) \leq 0) = 1 - \bar{s} = \bar{p} \quad (n=1, \dots, f) \quad (7)$$

ここで \bar{p} は超過確率制約値である。

確率変数 (k_H, k_R) を各々の平均値 μ_{k_H}, μ_{k_R} と標準偏差 $\sigma_{k_H}, \sigma_{k_R}$ を用いて次式により正規化する。

$$\tilde{k}_H = \frac{k_H - \mu_{k_H}}{\sigma_{k_H}}, \quad \tilde{k}_R = \frac{k_R - \mu_{k_R}}{\sigma_{k_R}} \quad (8)$$

一組の (k_H, k_R) の値が与えられると、 $g_n = \bar{\delta}_n - \delta_n(k_H, k_R; \Omega_a, d) = 0$ ($n=1, \dots, f$) となるような Ω_a, d を決めることができ、 (k_H, k_R) -座標系において、 $g_n(k_H, k_R; \Omega_a, d) = 0$ となる曲線を考えることができる。また、式(8)による $(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R)$ -座標系においても同様な曲線 $\tilde{g}_n(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R; \Omega_a, d) = 0$ を考えることができる。（図-2 参照）

$(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R)$ -座標系において、原点から最短距離にある $\tilde{g}_n = 0$ 上の点は設計点(design point)と呼ばれ、その最短距離は信頼性指標 β (reliability index) と呼ばれる⁹⁾。この信頼性指標 β の値から1次ガウス近似法により、 $\delta_n \geq \bar{\delta}_n$ となる確率は次式で評価される。

$$p_n = Prob(g_n \leq 0) = 1 - \Phi(\beta) \quad (9)$$

ここで、 $\Phi(x)$ は標準正規分布の確率分布関数であり次式で与えられる。

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\xi^2\right) d\xi \quad (10)$$

信頼性指標 β は、性能関数 g_n の平均値がその標準偏差を単位として設計点からどの程度離れているのかを示す尺度であり、値が大きい程、超過確率は小さくなる。

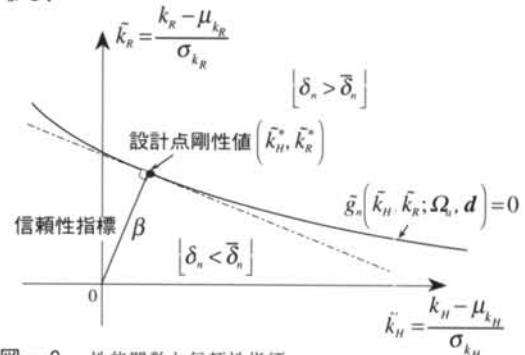


図-2 性能関数と信頼性指標

設計問題 EPCD において非超過確率を制約した設計解を得るために、 $(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R)$ -座標系における原点と $\tilde{g}_n = 0$ の最短距離が、式(7)と(9)から決まる信頼性指標値 $\bar{\beta}$ となるような設計点剛性値を求めればよい。

2.5 設計点剛性値の求め方

目標とする信頼性指標値 $\bar{\beta}$ に対する設計点剛性値 $(\tilde{k}_H^*, \tilde{k}_R^*)$ を求めるためには、曲線 $\tilde{g}_n = 0$ 上の任意の点における法線ベクトルを求める必要がある。

その準備として、地盤バネ剛性 (k_H, k_R) の変化による(i)系の1次固有値の変動と(ii)層間変位に関する1次刺激関数の変動について考える。

(i) (k_H, k_R) の変化による系の1次固有値の変動

式(3)-(5)から上部構造剛性は $k_j(k_H, k_R; \Omega_a, d)$ と表現できるが、 d と $\{k_j\}$ を固定すると、系の1次固有値は $\Omega_j = \Omega_j(k_H, k_R)$ と表現できる。

図-1の弾性支持せん断型構造物の変位ベクトル $\{U_F, \Theta_F, u_1, u_2, \dots, u_f\}^\top$ に対する剛性マトリックス \mathbf{K} は次のように表わされる。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_H & & \\ & k_R & \\ & & \mathbf{K}_r \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここで、 \mathbf{K}_r は剛支持のせん断型構造物の剛性マトリックスである。

確率変数 x_l ($l = 1, 2, \dots, r$) を含む系の j 次固有値 Ω_j の変動に関しては、次式が導かれている²⁰⁾。

$$\frac{\partial \Omega_j}{\partial x_l} = \frac{\boldsymbol{\phi}^{(j)T} \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_l} - \Omega_j \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_l} \right) \boldsymbol{\phi}^{(j)}}{\boldsymbol{\phi}^{(j)T} \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}^{(j)}} \quad (12)$$

ここで、 \mathbf{M} は質量マトリックス、 $\boldsymbol{\phi}^{(j)}$ は j 次固有ベクトルである。本論では \mathbf{M} は確率変数を含まないので $\partial \mathbf{M} / \partial x_l = 0$ となる。式(11), (12) および (4) から、 k_H, k_R の変化による Ω_j の変動は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \Omega_j(k_H, k_R)}{\partial k_H} = (\hat{U}_F \cdot \mu)^2 \quad (13a, b)$$

$$\frac{\partial \Omega_j(k_H, k_R)}{\partial k_R} = (\hat{\Theta}_F \cdot \mu)^2$$

\hat{U}_F と $\hat{\Theta}_F$ は式(4), (5) で与えられるので、上式は k_H, k_R の変化による Ω_j の変動が k_H, k_R, Ω_a, d の関数として陽に表現されることを示している。

(ii) 層間変位に関する 1 次刺激関数の (k_H, k_R) の変化による変動

上述の仮定 - 2 から、モダルアナリシスによって評価される平均最大層間変位は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_n(k_H, k_R; \Omega_a, d) &\equiv a_n^{(I)}(k_H, k_R; \Omega_a, d) \cdot S_D(\Omega_a; \zeta_1) \\ &\quad (14) \end{aligned}$$

ここで、 $a_n^{(I)}(k_H, k_R; \Omega_a, d)$ は層間変位に関する 1 次刺激関数である。図-3 に例示するように k_H, k_R の変動に対する $a_n^{(I)}$ の変動は十分に小さく、 $a_n^{(I)}$ は Ω_a と d の関数と見なすことができる。

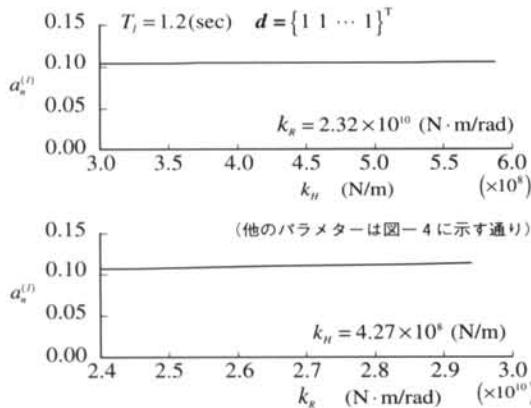


図-3 層間変位に関する 1 次刺激関数の地盤バネ剛性の変化による変動

以上の(i), (ii) から式(6)の性能関数 g_n は次のように表現できる。

$$\begin{aligned} g_n(k_H, k_R; \Omega_a, \beta) &\equiv \bar{\delta}_n - a_n^{(I)}(\Omega_a, \beta) \cdot S_D(\Omega_a(k_H, k_R); \zeta_1) \quad (15) \end{aligned}$$

従って、性能関数 g_n の k_H, k_R に関する偏微分は次のように表わされる。

$$\frac{\partial g_n}{\partial k_H} = -a_n^{(I)} \cdot \frac{\partial S_D}{\partial \Omega_a} \cdot \frac{\partial \Omega_a}{\partial k_H} \quad (16a, b)$$

$$\frac{\partial g_n}{\partial k_R} = -a_n^{(I)} \cdot \frac{\partial S_D}{\partial \Omega_a} \cdot \frac{\partial \Omega_a}{\partial k_R}$$

$\partial g_n / \partial k_H, \partial g_n / \partial k_R$ は (k_H, k_R) -座標系における曲線 $g_n = 0$ 上の任意の点での法線ベクトルを与える。

$(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R)$ -座標系における曲線 $\tilde{g}_n = 0$ 上の任意の点での単位法線ベクトル $\alpha = (\alpha_{k_H}, \alpha_{k_R})$ は式(16)と(13)を利用して次式で与えられる。

$$\alpha_{k_H} = \sqrt{1 - \alpha_{k_R}^2} \quad (17a)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{k_R} &= \left\{ 1 + \left(\frac{\partial g_n}{\partial k_H} / \frac{\partial g_n}{\partial k_R} \right)^2 \left(\frac{\sigma_{k_H}}{\sigma_{k_R}} \right)^2 \right\}^{-1/2} \\ &= \left\{ 1 + \left(\frac{\hat{U}_F}{\hat{\Theta}_F} \right)^4 \left(\frac{\sigma_{k_H}}{\sigma_{k_R}} \right)^2 \right\}^{-1/2} \quad (17b) \end{aligned}$$

ここで、 $\hat{U}_F / \hat{\Theta}_F$ は式(4), (5) より k_H, k_R, Ω_a, d の関数として次式により与えられる。

$$\frac{\hat{U}_F}{\hat{\Theta}_F} = \frac{D_2 \cdot D_5(d) - D_3(d) \cdot D_4(k_R, \Omega_a)}{D_2 \cdot D_3(d) - D_1(k_H, \Omega_a) \cdot D_5(d)} \quad (18)$$

式(18)によって表わされる $\hat{U}_F / \hat{\Theta}_F$ は、図-4 に例示するように Ω_a の変動に対して殆ど不变であり、また、 $d = \{d_1 \dots d_f\}^T$ の分布形の変動に対しても極めて鈍感である。従って、 $\hat{U}_F / \hat{\Theta}_F$ は、 (k_H, k_R) のみの関数と見なすことができる。

特に、 $m_j \equiv m, I_{Rj} \equiv I_R, h_i \equiv h$ ($j = 0, \dots, f; i = 1, \dots, f$) のとき $\hat{U}_F / \hat{\Theta}_F$ は十分な精度で次式により近似できることが証明される²¹⁾。

$$\frac{\hat{U}_F}{\hat{\Theta}_F} \cong \frac{3}{h} \cdot \frac{1}{(2f+1)} \cdot \frac{k_R}{k_H} \quad (19)$$

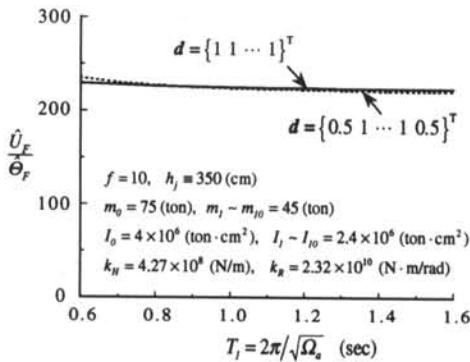


図-4 1次固有ベクトルの基礎スウェイ成分／回転成分比

以上のことから、上部構造物の剛性分布が1次固有周期・1次固有ベクトル指定設計解公式(3)-(5)により定められている時、 $(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R)$ -座標系における曲線 $\tilde{g}_n = 0$ 上の任意の点での単位法線ベクトル α は、指定1次固有値 $\Omega_a^{[0]}$ 、設計用平均変位応答スペクトル S_D 、1次減衰定数 ζ_1 、刺激関数 $a_n^{[0]}$ に殆ど依存せず、地盤バネの剛性値 (k_H, k_R) のみから十分な精度で求めることができる。従って、2段階剛性設計法のSTEP-1における設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) は以下のようにして求めることができる。(図-5 参照)

【1】 k_H, k_R のそれぞれの平均値と標準偏差から、曲線 $\tilde{g}_n(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R; \Omega_a^{[0]}, d) = 0$ の座標原点における単位法線ベクトル $\alpha^{[0]}$ を式(17)より求める。(ここで、指定1次固有値 $\Omega_a^{[0]}$ は適当な値を仮定し、 d は $\{\bar{\delta}_n / \bar{\delta}_1\}$ の分布形と等しくしておけばよい。)

【2】 超過確率制約条件式(7)から定まる信頼性指標値 $\bar{\beta}$ と単位法線ベクトル $\alpha^{[0]}$ から、設計点剛性値 $(\tilde{k}_H^*, \tilde{k}_R^*)$ および (k_H^*, k_R^*) を求める。即ち、

$$\begin{aligned}\tilde{k}_H^* &= \alpha_{k_H}^{[0]} \bar{\beta} \rightarrow k_H^* = \mu_{k_H} + \alpha_{k_H}^{[0]} \sigma_{k_H} \bar{\beta} \\ \tilde{k}_R^* &= \alpha_{k_R}^{[0]} \bar{\beta} \rightarrow k_R^* = \mu_{k_R} + \alpha_{k_R}^{[0]} \sigma_{k_R} \bar{\beta} \quad (20)\text{a,b}\end{aligned}$$

【3】 求められた設計点剛性値 $(\tilde{k}_H^*, \tilde{k}_R^*)$ における曲線 $\tilde{g}_n(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R; \Omega_a^{[0]}, d) = 0$ の単位法線ベクトル $\alpha^{[1]}$ を求め、式(20)を用いて設計点剛性値を再計算する。設計点剛性値が収束するまで、この操作を繰り返す。(この計算は3回程度の繰り返しで収束する。)

なお、曲線 $\tilde{g}_n = 0$ は層数(f)だけ定義されるが、設計点剛性値は層(n)に依らず、一つの曲線 $\tilde{g}_n = 0$ から f 個の非超過確率制約条件【式(2)】を満足する (k_H^*, k_R^*) が決定されることになる。

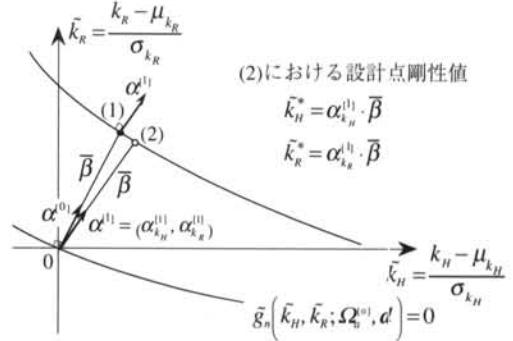


図-5 設計点剛性値の決定方法

2.6 2段階剛性設計法のまとめ

設計問題EPCD(2.1節)に対する2段階剛性設計法をまとめると次のようになる。

◇ STEP-1: 独立な正規分布をなす基礎の水平移動と回転に関するバネ剛性 (k_H, k_R) の平均値と標準偏差から、目標とする信頼性指標値 $\bar{\beta}$ に対応する設計点の地盤バネ剛性値 (k_H^*, k_R^*) を求める。

◇ STEP-2: 求められた設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) に対して、モーダルアナリシスによって評価される上部構造物の平均最大層間変位分布 δ_n が指定値分布 $\bar{\delta}_n$ と等しくなるように、指定する1次固有値 Ω_a と1次固有ベクトル成分 $d = \{d_1 \dots d_f\}^T$ を調整し、上部構造物の剛性分布を求める。

STEP-1において求められる設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) は2.5節で示したように、1次固有ベクトルの基礎のスウェイ成分と回転成分の比 $\hat{U}_F / \hat{\Theta}_F$ から求められ、 $\hat{U}_F / \hat{\Theta}_F$ の値は指定する1次固有値 Ω_a と1次固有ベクトル d に鈍感である。従って、非超過確率制約条件を実現する (k_H^*, k_R^*) を求めるSTEP-1と、最終的に指定すべき Ω_a と d を定めて上部構造物の剛性分布を求めるSTEP-2は各々独立して行うことができる。

STEP-2は、地盤バネ剛性が確定値として与えられた場合について展開されている地震時平均最大応答制約剛性設計法¹⁴⁾をそのまま利用することができる。そこでは、1次固有値・1次固有ベクトル指定設計解公式を基に、指定する1次固有周期と1次固有ベクトルを地震時応答の制御用パラメーターと見なして、地震時平均最大応答値分布が制約値分布と一致するように上部構造物の剛性分布を決定する方法が提示されている。ここではその詳細については触れないことにする。

§ 3. 設計解例とモンテカルロシミュレーションによる剛性設計法の検証

ここでは、前章で展開した非超過確率制約剛性設計法の設計解例を示すと共に、モンテカルロシミュレーションを用いて設計解例の平均最大層間変位が指定値を超えない確率を求め、展開した設計法の妥当性を検証する。

3.1 地震時非超過確率制約設計解例

地盤バネで弾性支持された次のような10層せん断型構造物を考える。

$$\text{階高: } h_j \equiv 350 \text{ (cm)} \quad (j = 1, 2, \dots, 10)$$

$$\text{各層重量: } m_0 = 75 \text{ (ton)}$$

$$m_1 \sim m_{10} = 45 \text{ (ton)}$$

$$\text{各層の } I_0 = 4 \times 10^6 \text{ (ton} \cdot \text{cm}^2\text{)}$$

$$\text{回転慣性: } I_1 \sim I_{10} = 2.4 \times 10^6 \text{ (ton} \cdot \text{cm}^2\text{)}$$

独立な正規分布をなす地盤バネ k_H , k_R の平均値:

$$\mu_{k_H} = 4.27 \times 10^8 \text{ (N/m)}$$

$$\mu_{k_R} = 2.32 \times 10^{10} \text{ (N} \cdot \text{m/rad)}$$

変動係数は共に 0.3 とする、即ち、

$$\sigma_{k_H} / \mu_{k_H} = 0.3, \sigma_{k_R} / \mu_{k_R} = 0.3$$

以上の諸量から、前章で述べた設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) の求め方に従い、非超過確率制約値 \bar{p} (目標とする信頼性指標値 $\bar{\beta}$) に応じた (k_H^*, k_R^*) を求め

ることができる [STEP-1]。 (ここでは指定1次固有値は $\Omega_a = (2\pi/1)^2 (\text{rad/sec})^2$ と仮定し、指定1次固有ベクトルは $d = \{1 \ 1 \ \dots \ 1\}^T$ と仮定している。)

表-1 には非超過確率制約値 $\bar{s} = 0.5 \sim 0.99$ に対する信頼性指標値 $\bar{\beta}$ 、単位法線ベクトル α 、設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) を示している。

設計用平均応答スペクトルは3つの周期区間にについて次のように定義されるものを採用する²⁵⁾。

$T \leq 0.579 \text{ sec}$:

$$S_A = 201 \times [3.21 - 0.68 \ln(h)] \text{ (cm/sec}^2\text{)}$$

$0.579 \leq T \leq 3.78 \text{ sec}$:

$$S_V = 25.0 \times [2.31 - 0.41 \ln(h)] \text{ (cm/sec)}$$

$3.78 \text{ sec} \leq T$:

$$S_D = 18.75 \times [1.82 - 0.27 \ln(h)] \text{ (cm)}$$

ここで、 h は減衰定数 (単位は%) である。

上部構造物の平均最大層間変位の指定値分布を $\bar{\delta}_j \equiv 1.0 \text{ (cm)}$ とする。 STEP-1 で求められた設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) に対してモーダルアナリシスによる上部構造の各層平均最大層間変位がこの指定値分布と一致するように層剛性分布を決定した [STEP-2]。 非超過確率制約値 $\bar{s} = 0.5, 0.7, 0.9, 0.99$ に対する設計解の指定1次固有周期と層剛性分布を表-2 に示している。

図-6 には、正規化した $(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R)$ -座標系における $\bar{s} = 0.5 \sim 0.9$ に対する設計点剛性値 (k_H^*, k_R^*) と曲線 $\tilde{g}_n(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R; \Omega_a, d) = 0$ を示している。

(* 図-6 における設計点剛性値の位置を示す。)

非超過確率 \bar{s}	信頼性指標 $\bar{\beta}$	単位法線ベクトル α		設計点剛性値	
		α_{k_H}	α_{k_R}	$k_H^* (\times 10^8)$ (N/m)	$k_R^* (\times 10^{10})$ (N · m/rad)
0.5 (点O)*	0.0	0.0922	0.9957	4.27	2.32
0.6 (点A)	0.2534	0.0984	0.9951	4.31	2.50
0.7 (点B)	0.5244	0.1049	0.9945	4.34	2.69
0.8 (点C)	0.8416	0.1121	0.9937	4.39	2.91
0.9 (点D)	1.2816	0.1215	0.9926	4.47	3.21
0.95	1.6449	0.1288	0.9917	4.54	3.46
0.97	1.8808	0.1333	0.9911	4.59	3.62
0.99	2.3264	0.1413	0.9900	4.69	3.93

表-1 非超過確率制約値に対する設計点剛性値

非超過確率 \bar{s}	0.5	0.7	0.9	0.99
1次固有周期 T_1 (sec)	1.137	1.103	1.066	1.029
階数	層剛性 ($\times 10^6$ N/m)			
10	23.9	24.4	24.9	25.5
9	41.1	42.0	43.2	44.4
8	55.1	56.6	58.3	60.2
7	67.1	69.1	71.3	73.8
6	77.6	79.9	82.7	85.6
5	86.8	89.5	92.6	95.9
4	94.8	97.7	101.1	104.8
3	101.5	104.6	108.2	112.0
2	106.5	109.7	113.5	117.5
1	111.9	115.2	119.0	123.1

表-2 非超過確率制約設計解例の層剛性分布

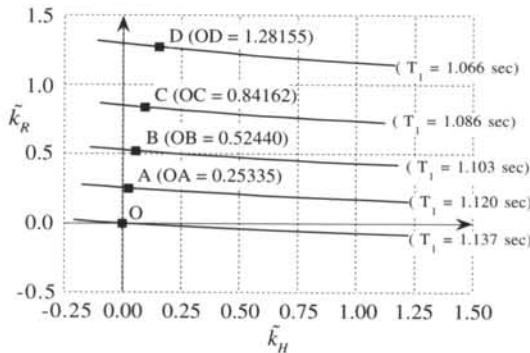


図-6 正規化座標系における設計点剛性値と曲線

$$\tilde{g}_n(\tilde{k}_H, \tilde{k}_R; \Omega_a, d) = 0$$

ここではSTEP-2において、地盤のスウェイとロッキングに関する減衰定数をそれぞれ0.35, 0.02とし、地盤バネ剛性の平均値に対して求められる地盤の減衰係数と上部構造物の減衰行列を重ね合せたものを全体の減衰行列としている。上部構造物の減衰行列は、表-2の $\bar{s} = 0.5$ の層剛性で構成される基礎固定時の剛性行列と1次固有円振動数から1次減衰定数を0.02として、剛性比例型として与えている。そしてモード分解を行う過程において非対角項を無視することにより連成系のモード減衰定数を評価している。1次から5次までの減衰定数は、0.0163, 0.0554, 0.0878, 0.1184, 0.1439となっている。

3.2 モンテカルロシミュレーション結果

独立な正規分布をなす地盤バネ k_H, k_R について、それぞれに設定した平均値と変動係数を基に、一様乱数を用いて200組の地盤バネ (k_H, k_R) のサンプルを発生させた。発生させた200組の地盤バネの散布図とヒストグラムを図-7に示している。

各サンプルの地盤バネで支持された設計解例(表-2)について各層平均最大層間変位をモーダルアナリシスより評価した。各設計解例について、200組の地盤バネ (k_H, k_R) のサンプルに対する第1層平均最大層間変位のヒストグラムを図-8に、各層平均最大層間変位の累積分布を図-9に示している。

モンテカルロシミュレーション結果(図-9)は、展開した剛性設計法による非超過確率制約設計解例において各層平均最大層間変位が指定値(1.0cm)を超えない確率が良い精度で制約値に制御されていることを例証している。

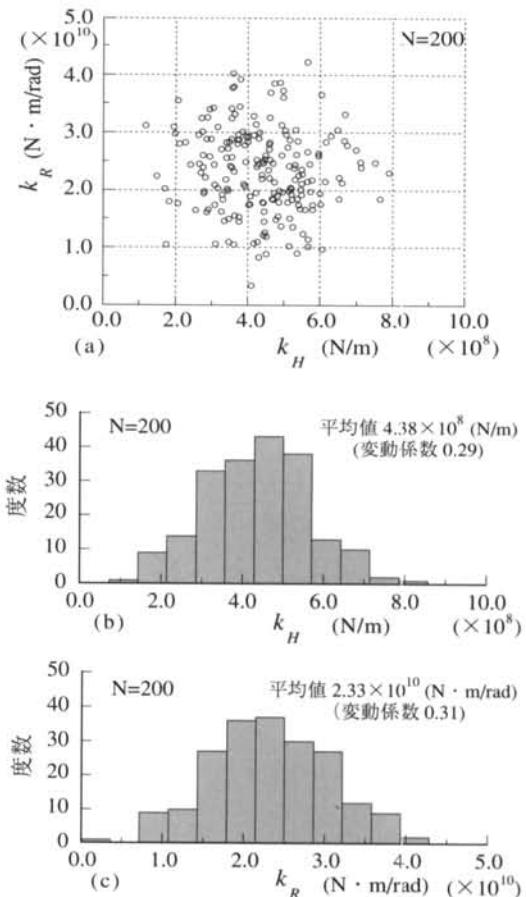


図-7 発生させた地盤バネ剛性値の散布図とヒストグラム

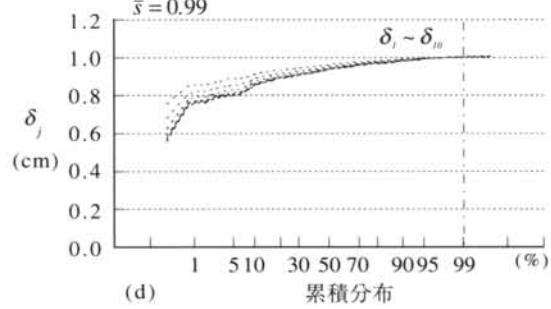
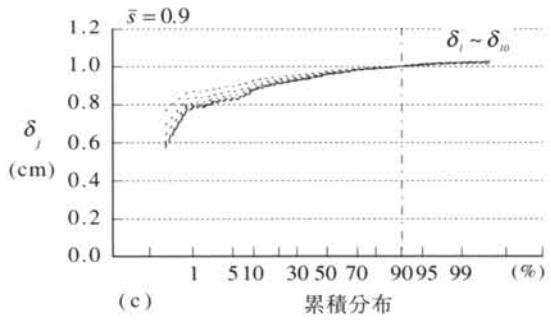
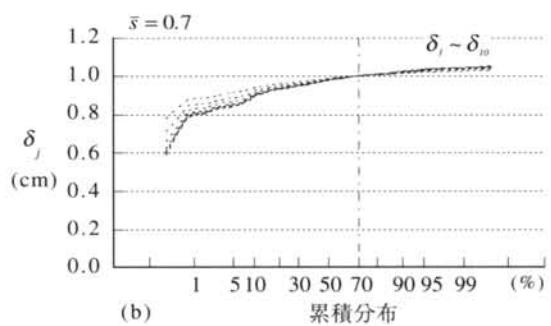
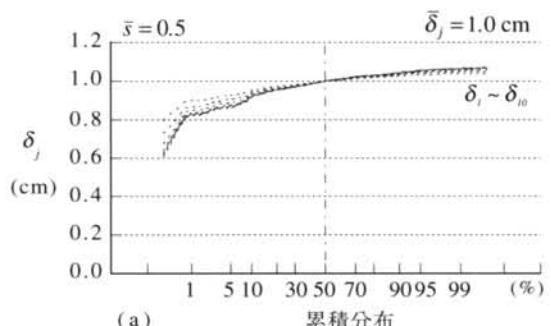
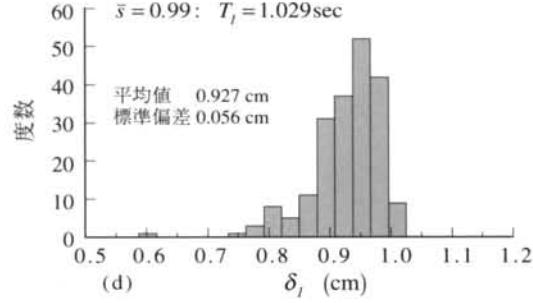
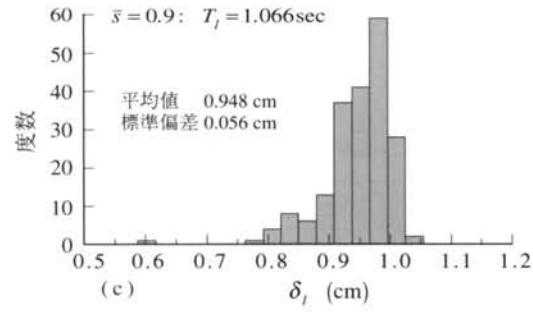
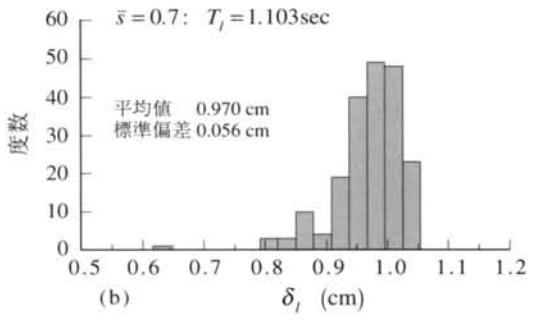
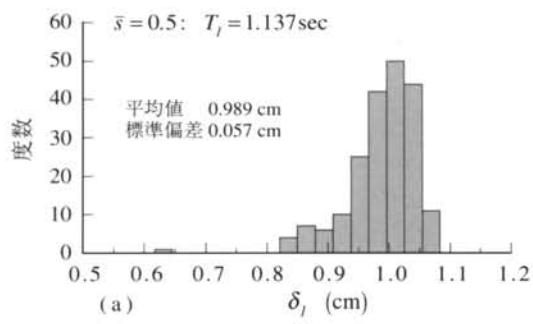


図-8 設計解例のモンテカルロシミュレーションによる第1層平均最大層間変位のヒストグラム

図-9 設計解例のモンテカルロシミュレーションによる各層の平均最大層間変位の累積分布

§ 4. 結論

【1】バネ剛性が独立な正規分布をなすスウェイバネと回転バネで支持されたせん断型構造物モデルについて、地震時平均最大層間変位の指定値と応答評価値の差として定義される性能関数曲線の法線ベクトルが、1次固有ベクトルの基礎スウェイ成分と回転成分の比によって決定されることを示した。

【2】指定1次固有周期・1次固有ベクトル成分比を有するモデルにおいて、1次固有ベクトルの基礎スウェイ成分と回転成分の比は、その1次固有周期や1次固有ベクトル成分比の変動に鈍感であり、地盤バネ剛性によってほぼ決定されることを例証した。

【3】上記の性質を利用して、各階の地震時平均最大層間変位が指定値を超過しない確率が制約値と一致するようなモデルの層剛性分布を効率良く求めることのできる非超過確率制約剛性設計法を開発した。

展開した設計法は、2つのSTEPから構成される：(STEP-1) 正規分布をなすスウェイバネ剛性と回転バネ剛性のそれぞれの平均値と標準偏差から、非超過確率制約条件を実現するための設計点剛性値(地盤バネ剛性値)を求める、(STEP-2) 求めた設計点剛性値に対して各階の平均最大層間変位が指定値と一致するように地震応答制御パラメーターである指定1次固有周期と指定1次固有ベクトルを決定する。

【4】設計例モデルについてのモンテカルロシミュレーションにより、設計例モデルの各階平均最大層間変位が指定値を超えない確率が良好な精度で制約値に制御できていることを例証した。

謝 詞

本研究は、京都大学中村恒善教授のご指導を頂いて行なったものであります。また、京都大学竹脇出助教授には本研究の遂行にあたり多くのご助言を頂きました。末筆ながらここに感謝の意を表わします。

<参考文献>

- 1) 山崎裕：“構造物の地震応答問題における不確定変動量の取扱いに関する研究（第1～4報）”，日本建築学会構造系論文報告集，240号，241号，242号，243号，1976
- 2) “講座：土質データのばらつきと設計”，土と基礎，1986.12 ～ 1987.9
- 3) 基礎構造物の限界状態設計に関する研究委員会(地盤条件ワーキンググループ)：“杭基礎の限界状態設計法と地盤調査”，土と基礎，Vol.42, No.9, 1994, pp.15～20
- 4) Kobori, T., Y. Inoue and M. Kawano : "Dynamic response characteristics of an elasto-plastic structure on a random soil ground", Int. Sym. Earthquake Struct. Engrg., 1976, pp.655～668
- 5) Kanegaonkar, H. B. and A. Haldar : "Fatigue analysis of offshore platforms with uncertainty in foundation conditions", Structural Safety, Vol. 3, 1986, pp.117～134
- 6) Hasofer, A. M. : "Reliability index and failure probability", J. Struct. Mech., Vol.3, No.1, 1974, pp.25～27
- 7) Hasofer, A. M. and N. C. Lind : "Exact and invariant second-moment code format", J. Engrg. Mech. Div., ASCE, Vol.100, No.1, 1974, pp.111～121
- 8) Shinozuka, M. : "Basic analysis of structural safety", J. Struct. Div., ASCE, Vol.109, No.3, 1983, pp.721～740
- 9) Ang, A. H-S. and W. H. Tang : "Probability Concepts in Engineering Planning and Design", Volume I & II, John Wiley & Sons, New York, 1984
- 10) Madsen, H. O., S. Krenk and N. C. Lind : "Methods of Structural Safety", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1986
- 11) 星谷勝, 石井清：“構造物の信頼性設計法”, 鹿島出版会, 1986
- 12) “建築構造物の設計力学と制御力学”(応用力学シリーズ2), 日本建築学会, 1994
- 13) 中村恒善, 竹脇出：“弾性支持されたせん断型構造物の1次固有周期制約条件下の最適設計”, 構造工学論文集, Vol.31B, 1985, pp.93～102
- 14) 中村恒善, 竹脇出：“弾性支持されたせん断型構造物の地震時応答制約設計法”, 第7回日本地震工学シンポジウム論文集, 1986, pp.1735～1740
- 15) 中村恒善, 竹脇出, 烏野幸弘：“平面弾性せん断型構造物－杭系の地震時応答制約設計”, 日本建築学会構造系論文報告集, 403号, 1989, pp.125～137
- 16) 中村恒善, 竹脇出, 烏野幸弘：“混合型逆定式化による建築骨組－杭－地盤連成系の地震時設計ひずみに対する剛性設計”, 日本建築学会構造系論文報告集, 440号, 1992, pp.43～56
- 17) 竹脇出, 中村恒善：“弾性支持された曲げせん断型構造物モデルの混合型逆定式化による地震時変形制約設計”, 構造工学論文集, Vol.39B, 1993, pp.105～118

- 18) 竹脇出, 中村恒善：“下部剛性指定せん断型構造物モデルの混合型逆定式化による地震時応答制約剛性設計”, 日本建築学会構造系論文報告集, 455号, 1994, pp.47 ~ 59
- 19) 竹脇出, 中村恒善：“指定剛性変動係数を有する地盤で支持されたせん断型構造物－杭系の指定地震時変形に対する剛性設計”, 構造工学論文集, Vol.41B, 1995, pp.129 ~ 138
- 20) Fox, R. L. and M. P. Kapoor : "Rates of change of eigenvalues and eigenvectors", AIAA Journal, Vol.6, No.12, 1968, pp.2426 ~ 2429
- 21) Hasselman, T. K. and G. C. Hart : "Modal analysis of random structural systems", J. Engrg. Mech. Div., ASCE, Vol.98, No.3, 1972, pp.561 ~ 579
- 22) 松島豊：“確率変数から成る振動系の地震応答量の変動”, 日本建築学会論文報告集, 210号, 1973, pp.5 ~ 10
- 23) 中村豊：“建築構造物の逆問題型定式化による地震時応答非超過確率制約剛性設計”, 京都大学博士論文, 第6章, 1996.9
- 24) Tsai, Nien-Chien : "Modal damping for soil-structure interaction", J. Engrg. Mech. Div., ASCE, Vol.100, No.2, 1974, pp.323 ~ 341
- 25) Newmark, N. M. and W. J. Hall : "Earthquake spectra and design". Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, Calif., 1982
- 26) Der Kiureghian, A., Yan Zhang and Chun-Ching Li : "Inverse reliability problem", J. Engrg. Mech., ASCE, Vol.120, No.5, 1994, pp.1154 ~ 1159