

大規模群杭の動的解析における近似解法の適用

長谷川 正 幸

(技術研究所)

木 村 匠

(設計本部)

§ 1. はじめに

現在、有限要素法などの離散化手法を除けば、群杭の動的解析手法は杭—地盤—杭の動的相互作用に着目し、相互作用力に対する地盤のグリーン関数を薄層法¹⁾などの弾性波動論に立脚した手法により求め、これに基づいて群杭効果を考慮する方法が主流と言える^{2)~4)}。この方法は、近年のコンピューター解析技術の発展と動的相互作用研究の蓄積の上に開発された手法と考えられ、群杭の解析手法としては精算解法に位置付けられる。この精算解法では群杭効果を厳密に評価可能であるが、コンピューターの計算負荷が膨大となるため、適用は小・中規模の群杭に限られている。現在のコンピューター能力をもってしても、精算解法では高々100本程度の杭本数に解析が限定され、1000本にも及ぶ大規模群杭に対しては現実問題として解析が不可能である。最近では超々高層建物やプラント構造物などの大規模群杭を有する建物について、群杭効果を考慮した三次元的解析の必要性が指摘されつつある。しかしながら、このような大規模群杭構造物に精算解法を適用することは極めて非現実的と言える。

このような背景の下に、最近では精算解法の代用として近似解法が注目されるようになった。この解法は、群杭中の2本杭の相互作用効果を全体系に重合し、これにより群杭効果を近似的に考慮する方法である。したがって、この解法では計算負荷が大幅に軽減されるため、大規模群杭への適用が期待されている。当初、この方法はPoulos⁵⁾により静的問題において提案され、ここでは群杭効果の近似化において卓越したアイデアが提示された。その後、この方法は小規模群杭を対象として動的問題へ拡張され、近似解法としての有効性が確認された⁶⁾。また、最近では実務的観点から、この近似解法の簡略化も試みられ、動的問題への実用化が検討されている^{6), 7)}。

本研究では、以上のような背景の下に注目されてきた近似解法について、その有効性と大規模群杭への適用性を報告する。まず、この解法を定式化して示し、精算解法との比較により精度検証を実施して、近似解法の有効性と適用性を検討する。また、ここで述べる近似解法の原理は、複雑な群杭効果を理解するうえで大変役立つ。そこで、この観点から群杭効果のもたらす種々の現象について若干の考察を加える。最後に、設計の際に役立つよう、1000本に及ぶ大規模群杭に本解法を適用し、これより求めた群杭効率を杭本数との関係でグラフ化して提供する。

§ 2. 解法

2.1 精算解法

以後の近似解法の理解に供するよう、ここではまず精算解法について簡単にふれておく。いま、N本からなる正方配列の群杭を考える。杭—地盤系に容積法¹⁾を適用すると、群杭全体系の運動方程式は次のように書ける。

$$\{P\} = [S]\{u\} \quad (1)$$

ただし、

$$[S] = [K_p] - [K_p^0] + [A(i\omega)]^{-1} - \omega^2 ([M_p] - [M_p^0])$$

ここで、 $\{P\}$ と $\{u\}$ は図-1のように杭を要素分割したときの節点加振力ベクトルと節点変位ベクトルで、各節点自由度は同図のように座標方向の6成分を考慮する。また、 $[K_p]$ と $[M_p]$ は杭の剛性及び質量マトリックスで、 $[K_p^0]$ と $[M_p^0]$ は杭と同容積土柱の排土剛性および排土質量マトリックスである。 $[A(i\omega)]$ は薄層法から求まる自由地盤のグリーン関数マトリックスで、各節点自由度の連成した振動数依存の複素マトリックスで与えられることに注意を要する。なお、 ω は加振円振動数で、ここでは正弦波加振を対象とす

るので時間項： $e^{i\omega t}$ は省略する。さて、杭頭柔性方程式を導くために、図-1で示した杭頭節点： $i=1$ とそれ以外の節点： $i=2 \sim n$ に分けて式(1)を書き直すと、

$$\begin{Bmatrix} \{P\}_1 \\ \{P\}_{2 \sim n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [S]_{1,1} & [S]_{1,2 \sim n} \\ [S]_{2 \sim n,1} & [S]_{2 \sim n,2 \sim n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\}_1 \\ \{u\}_{2 \sim n} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

これより杭頭柔性方程式を誘導するには、 $\{P\}_{2 \sim n} = \{0\}$ と置いて、

$$\{u\}_1 = [\alpha]_{1,1} \{P\}_1 \quad (3)$$

ただし、

$$[\alpha]_{1,1}^{-1} = [S]_{1,1} - [S]_{1,2 \sim n} [S]_{2 \sim n,2 \sim n}^{-1} [S]_{2 \sim n,1}$$

引き続き基礎の運動を求めるには、杭頭は基礎で剛接合となるから、このときの杭頭条件を基礎と杭頭との変位拘束条件として式(3)に与えれば良い。いま、基礎の運動をx方向並振成分、y方向回転成分、z方向上下成分の3自由度にとれば、このときの無質量剛基礎の運動方程式は次のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ M_y \\ F_z \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} \delta_x \\ \phi_y \\ \delta_z \end{Bmatrix} ; [K] = [T]^T [\alpha]_{1,1}^{-1} [T] \quad (4)$$

ここに、 $[T]$ は杭頭に変位拘束条件を与えるための変換マトリックスである。また、 $[K]$ は水平・回転・上下の杭頭インピーダンスにより次式で構成される。

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{mr} & 0 \\ K_{mr} & K_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & K_{vv} \end{bmatrix} \quad (5)$$

以上の過程から分かるように、精算解法では式(3)の杭頭柔性方程式を導くために、式(2)の $[S]$ について $6 \times N \times n$ 元の複素連立方程式を解かなければならない。例えば、杭本数： $N=1000$ 、各杭の節点数： $n=10$ とすると、この例では60,000元の複素マトリックス演算が必要となり、現在の計算機能力をもってしても解析は困難と言える。大規模群杭に精算解法を適用することが非現実的な理由はここにある。

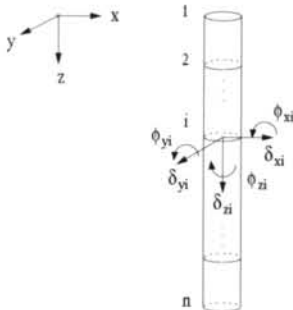


図-1 座標系と節点自由度

2.2 近似解法

近似解法では、式(3)の杭頭柔性マトリックスを群杭中の該当する2本杭の杭頭柔性係数により構成する手続きをとる。したがって、前述の精算解法では常に $N=2$ となるので、演算容量が大幅に削減される。この考え方は、図-2で示すように、群杭中の受振杭 r と加振杭 s において、 r 杭は s 杭からの直達波の影響のみを受け、他の杭からの反射波の影響は無視するとの仮定に基づいている。これは該当する2本杭以外の杭を、あたかも実体のない透明な杭で置き換えたことに相当する。

さて、このように考えると、式(3)の杭頭柔性マトリックスの (r,s) 要素は、該当する r 杭と s 杭の2本杭に前述の精算解法を適用すれば容易に求まる。ここで各杭頭の自由度を基礎と同様にx方向並振成分、y方向回転成分、z方向上下成分の3自由度にとれば、全体系に重合する (r,s) 要素は、 s 杭加振時の r 杭変位として以下のように与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \delta_x \\ \phi_y \\ \delta_z \end{Bmatrix} = [\alpha^{rs}] \begin{Bmatrix} F_x \\ M_y \\ F_z \end{Bmatrix} ; [\alpha^{rs}] = \begin{bmatrix} \alpha_{mm}^{rs} & \alpha_{mr}^{rs} & \alpha_{mv}^{rs} \\ \alpha_{rm}^{rs} & \alpha_{rr}^{rs} & \alpha_{rv}^{rs} \\ \alpha_{vm}^{rs} & \alpha_{vr}^{rs} & \alpha_{vv}^{rs} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここに、 α^{rs} は2本杭の杭頭柔性係数で、式(6)では下添字により対応する自由度の各成分を記述した。ところで、これらを求めるには次のような関数が定義されていると都合が良い。

$$I_{mm} = \alpha_{mm}^{rs} / \alpha_{mm}^{rs} \quad (7a)$$

$$I_{rr} = \alpha_{rr}^{rs} / \alpha_{rr}^{rs} \quad (7b)$$

$$I_{vv} = \alpha_{vv}^{rs} / \alpha_{vv}^{rs} \quad (7c)$$

ただし、 α^{rs} は加振杭自身の杭頭柔性係数で、この場合は $r=s$ と考え、近似的に単杭の杭頭柔性係数で代用することもできる。なお、式(7)で定義される関数を、ここでは相互作用関数と呼ぶことにする。

以上で述べた方法を大規模群杭へ適用する場合に

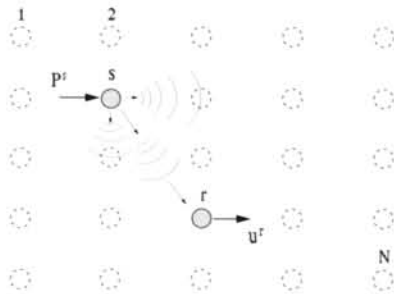


図-2 近似解法の考え方

は、2本杭の組み合わせ数が膨大となるから、相互作用関数を効率的に求める必要がある。そこで、この計算にあたっては、杭間距離： S と杭間方位角： θ で規定される任意配置の2本杭に対し、図-3のように $\theta=0^\circ$ と 90° に配置された二組みの2本杭を考え、これらの受振杭変位からフーリエ変換を利用して求める方法を採用する。この方法を適用すると、任意配置の2本杭の相互作用関数： $I(S, \theta)$ は、最終的に次式で与えられる。

$$I_{HH}(S, \theta) = I_{HH}^0(S) \cos^2 \theta + I_{HH}^{90}(S) \sin^2 \theta \quad (8a)$$

$$I_{RR}(S, \theta) = I_{RR}^0(S) \cos^2 \theta + I_{RR}^{90}(S) \sin^2 \theta \quad (8b)$$

$$I_{VV}(S, \theta) = I_{VV}^0(S) = I_{VV}^{90}(S) \quad (8c)$$

ここに、 I^0 が $\theta=0^\circ$ での、 I^{90} が $\theta=90^\circ$ での相互作用関数を意味する。式(8)の計算にあたっては、 I^0 および I^{90} が S のみの関数となっているから、これらを適当な杭間距離： $S=R_k$ ($k=1, 2, \dots$) について求めておき、スプライン関数によって補間するのが効率的である。いま、群杭中の任意の2本杭において、その最小杭間隔を S_{\min} 、最大杭間隔を S_{\max} とすれば、求めるべき式(8)の杭間距離は $S_{\min} \leq S \leq S_{\max}$ の範囲にある。したがって、この区間に $S=R_k$ ($k=1, 2, \dots$) をとり、この離散点列を次のように設定する。

$$R_k = R_{k-1} + \Delta R_k \quad (k=1, 2, \dots; R_0 = S_{\min}) \quad (9)$$

ただし、

$$\Delta R_k = \begin{cases} 10 \frac{\log \lambda}{m} & \dots k=1 \\ \min \left[10 \frac{\log \lambda}{m}, -10 \frac{\log \lambda}{m(i-1)}, \frac{\lambda}{m} \right] & \dots k \geq 2 \end{cases} \quad (10)$$

ここに、 λ はせん断波の1波長で、 m はその分割数である。一般に、 m は1/4波長則を考慮して、少なくとも $m=4 \sim 5$ 程度に選ぶ必要がある。なお、式(10)中の $\min[a, b]$ は $[a, b]$ のうち小さい方を探る記号とする。このような計算方法を採用することで、計算効率は格段に向上し、大規模群杭への適用が可能となる。

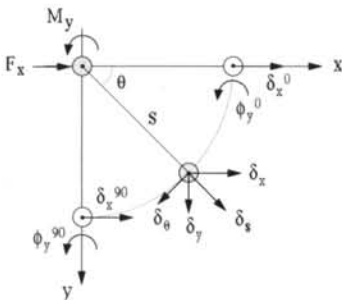


図-3 2本杭の計算方法

§3. 近似解法の精度検証

3.1 検証モデル

近似解法の計算精度を精算解法との比較により検証する。検証モデルは図-4に示す通りで、ここでは一様地盤における正方配列の群杭を対象とした。ここに、地盤は薄層モデルとし、同図のように解析振動数を考慮して薄層分割とモデル深さを設定した。また、杭は口径： $B=1\text{m}$ 、杭長： $L=15\text{m}$ のRC杭を対象とし、これを梁要素でモデル化した。

精度検証にあたっては、杭本数： N と杭間隔比： S/B をパラメーターとし、杭本数について $N=4 \times 4, 6 \times 6, 8 \times 8$ の3ケースを、杭間隔比について $S/B=3, 6$ の2ケースを比較対象とした。なお、さらに大規模な場合の比較検証も必要と考えられるが、現状では $N=8 \times 8$ (64本)程度が精算解法の限界であり、これ以上の杭本数になると精度検証は基本的に不可能であることを断っておく。

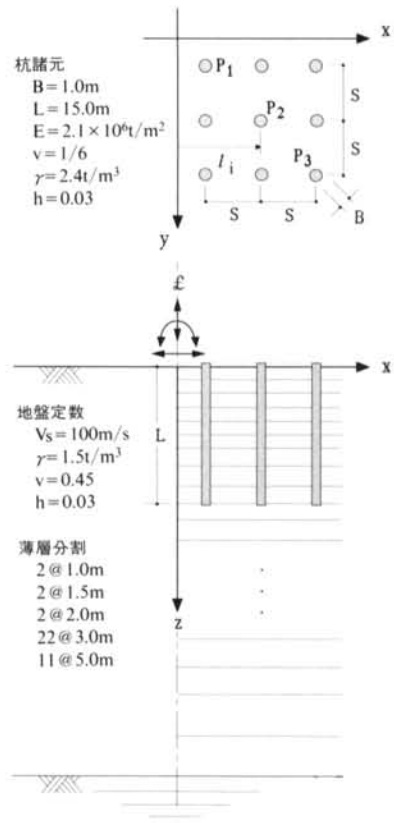


図-4 検証モデル

3.2 検証結果

精算解法および近似解法の両者から式(5)の杭頭インピーダンスを求め、これを水平・回転・上下の各項について、それぞれ以下のように基準化して比較を行った。

$$e_H = K_{HH}^G / (N \cdot K_{HH}^S) \quad (11a)$$

$$e_R = K_{RR}^G / \left(N \cdot K_{RR}^S + \sum_{i=1}^N I_i^2 K_{VV}^S \right) \quad (11b)$$

$$e_V = K_{VV}^G / (N \cdot K_{VV}^S) \quad (11c)$$

ここに、 K^G は群杭の、 K^S は単杭の杭頭インピーダンスである。ここでの基準化インピーダンスは、いわゆる静的な群杭効率を杭基礎のインピーダンス関数に基づいて動的に評価した場合に相当する。なお、式(11)の算定にあたっては、インピーダンス関数を実部と虚部に分け、それぞれ別途に基準化した。したがって、実部による評価は剛性係数の群杭効率を、虚部のそれは減衰係数の群杭効率を意味する。比較結果を図-5(1)~(3)にまとめて示す。ここでは水平・回転・上下の各項を杭本数について整理し、それぞれ杭間隔比をパラメータに精算解と近似解の比較を示した。また、式(11)の基準化インピーダンスは実部と虚部との評価に分け、それぞれ無次元振動数： $\omega B/V_S$ の関数で表示した。

まず、近似解の精度を杭間隔の比較で見ると、予想されるように同一杭本数では明らかに $S/B=6$ の場合の方が精算解との対応は良い。そこで、杭間隔の小さな $S/B=3$ の場合から解の精度を検討すると、近似解では他の杭からの反射波の影響を無視しているの、無次元振動数が大きくなるに従い精度は低下の傾向を示す。しかしながら、精算解との対応度の点で見れば、杭本数の最も多い $N=8 \times 8$ の場合においても、解の近似度はかなり高いと言える。これより近似解法の適用範囲を考察すると、無次元振動数で $\omega B/V_S=0.5$ 程度までは、工学的に見て十分な精度を有しているものと考えられる。

つぎに、近似解の精度を杭本数の比較で見ると、ここでも予想できるように、杭本数が増加すると解の精度は低下する。しかしながら、 $N=6 \times 6$ と 8×8 の比較から分かるように、精度の低下は必ずしも杭本数の増加に比例的ではない。これは、そもそも群杭では反射波の影響が小さいことを示唆しており、近似解法の成立する根拠ともなっている。計算機の制約上、これ以上の杭本数になると検証のしようもないが、ここでの精度検証から推測するに、さらに大規模な群杭に近似解法を適用しても、杭本数の増加に比例して精度が悪化することはないものと考えられる。

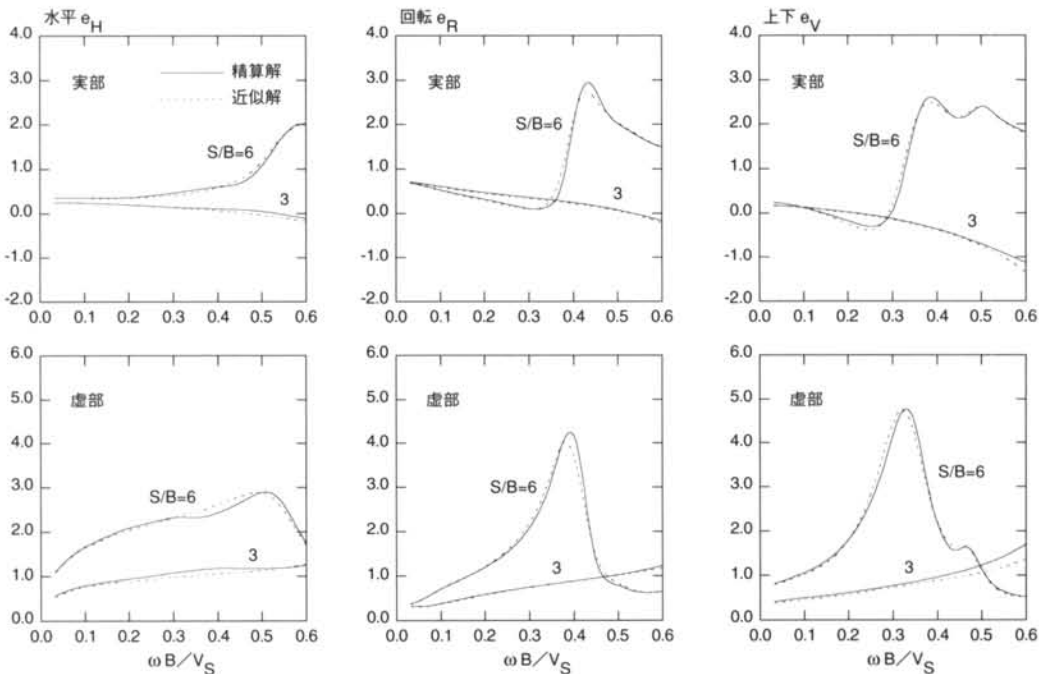


図-5 (1) 精算解法と近似解法による基準化インピーダンス関数の比較 ($N=4 \times 4$ 本の場合)

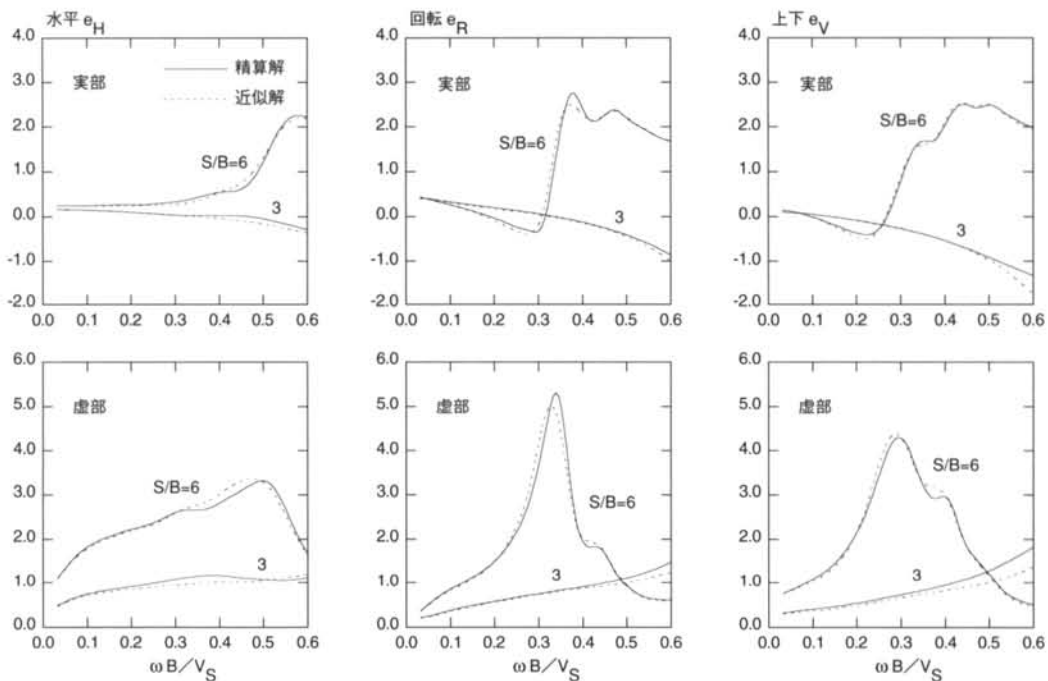


図-5 (2) 精算解法と近似解法による基準化インピーダンス関数の比較 ($N=6 \times 6$ 本の場合)

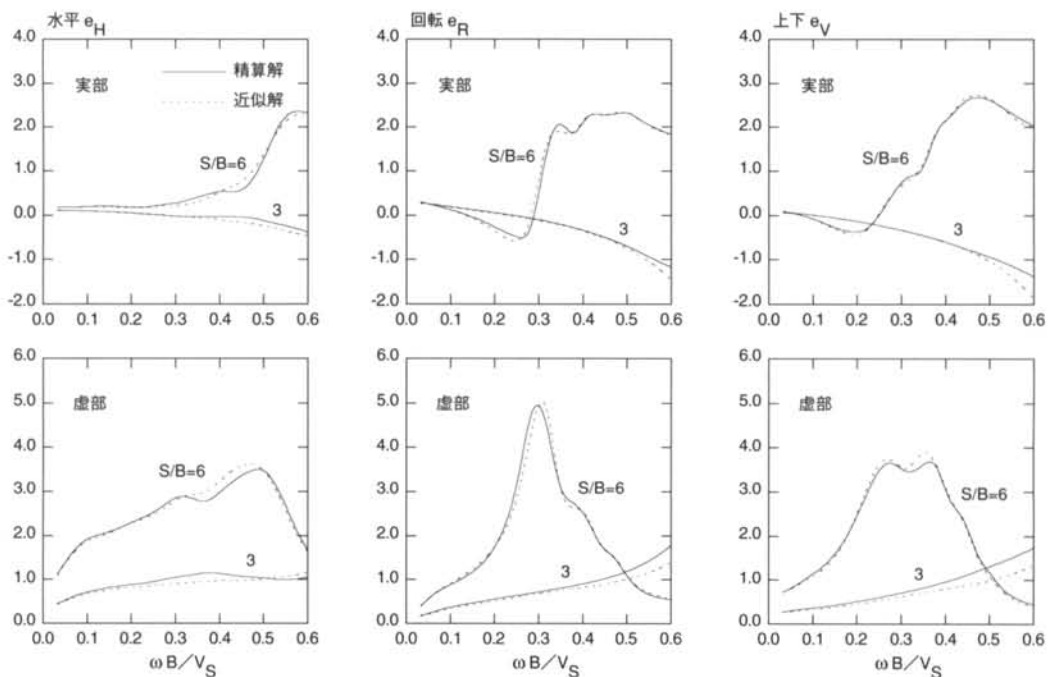


図-5 (3) 精算解法と近似解法による基準化インピーダンス関数の比較 ($N=8 \times 8$ 本の場合)

§4. 相互作用関数と群杭効果

2.2節で提示の相互作用関数は、複雑な群杭効果の理解に有用である。ここでは、この関数に基づいて、群杭効果がもたらす種々の現象に考察を加える。

4.1 杭頭インピーダンス

まず、先の精度検証において求めた式(7)の相互作用関数を、水平と上下の場合について図-6に示す。ここに、水平の相互作用関数は対象とする2本杭の方位角が $\theta=0^\circ$ と 90° の場合について示してある。これより、図-5の杭頭インピーダンスに見られる現象について、以下のような点が考察できる。図-6を参照すると、虚部がほとんど生じていない擬似的と見なせる振動数範囲では、相互作用関数は正の実数で与えられると考えてよいから、2本杭は同方向に変位する。これを杭間隔比 S/B の比較で見ると、予想

されるように $S/B=3$ の場合の方が $S/B=6$ に比して相互作用関数は大きい。すなわち、杭間隔の小さな場合の方が、加振杭に対する受振杭は同方向に大きく変形する。したがって、杭頭の剛基礎を単位変形させるに必要な荷重として定義される杭頭インピーダンスは、図-5のように杭間隔の小さな場合の方が低減する。この現象は静的支持力の問題として良く知られているが、その原因は相互作用関数から容易に理解できる。

ところで、振動数が高くなると、図-5の杭頭インピーダンスは振動数依存性が強くなる。同図を群杭効率 e と見なせば、 $S/B=6$ では $e > 1$ となる場合さえある。この現象は動的な場合の大きな特徴と言えるが、これについても相互作用関数からの考察が可能である。図-6を参照すると、振動数が高くなるに従い虚部が生じ始め、2本杭は互いに位相差をもって振動するようになる。したがって、振動数によっては逆位相となる場合も生じる。これは杭頭インピーダンスの観点からすると、杭頭の無質量剛基礎を単位変位振幅で振動させるに要する加振力が増大することに等価である。そこで、例えば水平の $I_{HH}(\theta=90^\circ)$ を見ると、2本杭が逆位相で振動するのは、位相平面において実部が負で虚部が0となる場合であるから、図-5に示した杭頭インピーダンスの水平項も $\omega B/V_s \approx 0.5$ 近傍に卓越したピークを有することになる。

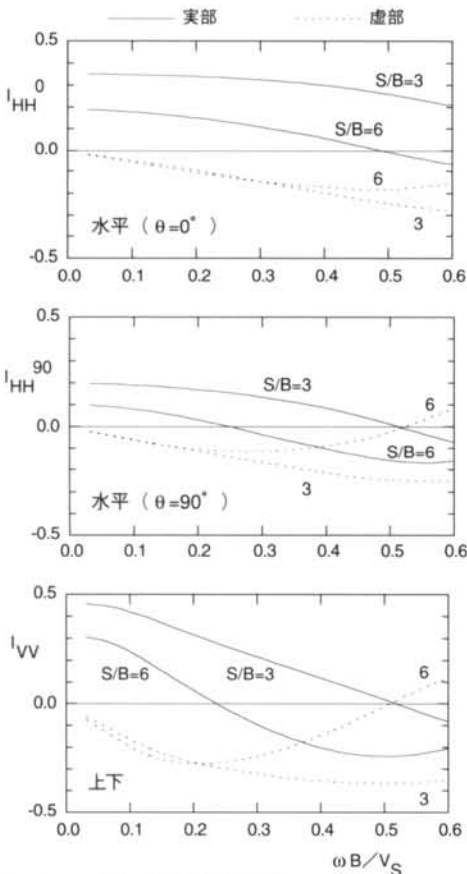


図-6 2本杭の相互作用関数

4.2 杭頭荷重分担率

群杭効果のもたらす重要な現象の一つに杭の荷重分担率の問題がある。一般に群杭では周辺杭ほど負担荷重の大きくなることは良く知られているが、その原因も相互作用関数に基づいた考察が可能である。ここでは、上下加振時の杭頭軸力を例に荷重分担率の検討を行う。図-4の検証モデルを例題に求めた杭頭軸力の分担率を図-7に示す。これは杭本数が $N=6 \times 6$ の群杭において、杭頭の無質量剛基礎に上下加振力 F_g が作用したときの各杭頭軸力 N_i を、その平均軸力で基準化したものである。ここに、平均軸力は $N_{ave}=F_g/N$ で与えられ、これは群杭効果がない場合の杭1本あたりの負担荷重に相当する。なお、ここでの杭頭軸力は複素数で与えられるが、その振幅に着目して絶対値により分担率を評価した。

まず、低振動数域に着目すると、この範囲ではコーナー杭の分担率が顕著に大きく、中央部における杭の分担率はかなり小さい。前節で述べたように、低振動数域では各杭がほぼ同位相で振動する。このとき

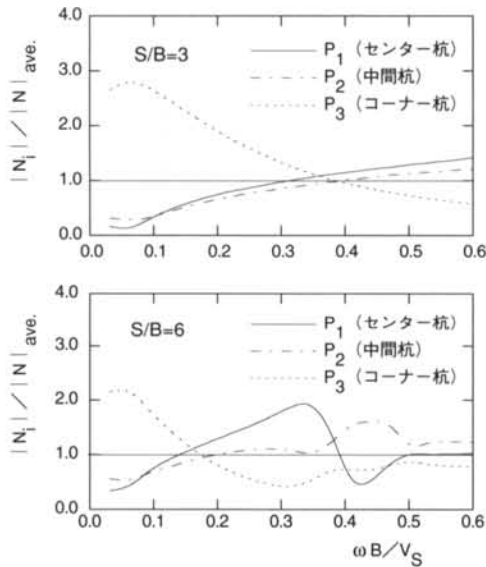


図-7 杭頭軸力の荷重分担率 ($N=6 \times 6$ 本の場合)

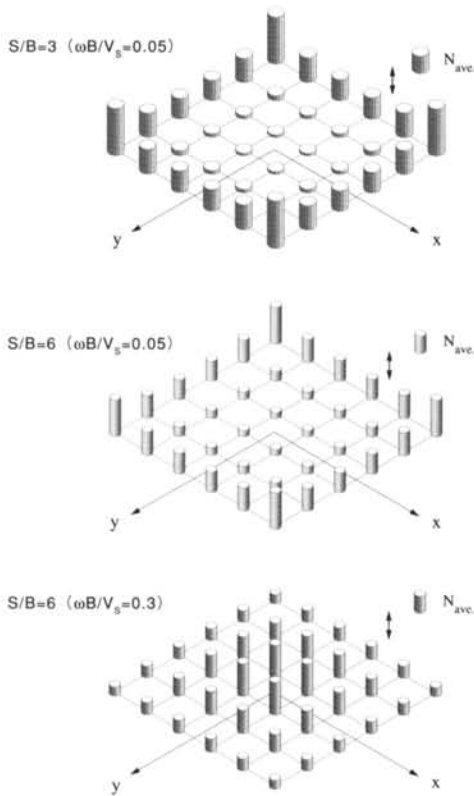


図-8 杭頭軸力の分担率分布 ($N=6 \times 6$ 本の場合)

には、中央部の杭ほどその周辺からの影響を受けて変形が大きくなる。したがって、杭頭に同一変位が強制される場合には、その強制力に対する中央部の負担荷重は小さく、必然的にコーナー杭へ負担荷重が集中する。この現象を杭間隔比の比較で見ると、中央部と周辺部の分担率の相違は、杭間隔が小さな場合 ($S/B=3$) の方が明確に現れる。杭間隔が大きな場合 ($S/B=6$) には分担率の相違は小さくなり、中央部と周辺部の負担荷重は平均化される。これは、 $S/B \rightarrow \infty$ の場合に分担率が1となることから容易に理解できるが、次のように解釈することもできる。すなわち、各杭が同位相で振動する場合には、杭間隔が広がると中央部の杭に及ぼす周辺からの影響も小さくなるため、群杭中の各杭の変形が平均化されることによる。

つぎに、高振動数域に着目すると、振動数が高くなるに従い分担率は平均化され、さらに高振動数ではセンター杭の方が分担率の大きくなる逆転現象も生じる。このような現象は杭間隔の大きな場合の方がより複雑で、振動数によっては中間杭の分担率が大きくなることもある。これは図-6の相互作用関数から予想できるように、高振動数になると各杭の変形に位相差が生じるため、中央部と周辺部の杭が逆位相で振動する場合にはより顕著となる。例えば、杭頭で剛接合の基礎が鉛直下方に変位するとき、コーナー杭が同方向に変位しようとするれば、センター杭は逆位相となるので上方に変位しようとする。したがって、このときにはセンター杭に負担荷重が集中することになる。このような現象は静的問題からは類推できない動的な場合の大きな特徴である。図-8は、杭配置に応じた軸力分担率の分布をバーチャートにより表示したもので、これにより上記で考察した現象を視覚的に理解できよう。

§5. 剛性と減衰の群杭効率

最後に、近似解法の適用例として、杭本数を $N=n \times n$ とする約 1000 本までの群杭を対象に式(11)から群杭効率を求め、これを設計の際に役立つように杭本数との関係でグラフ化した。杭頭インピーダンスの実部から評価した剛性係数の群杭効率と、虚部から評価した減衰係数の群杭効率を図-9に示す。これは図-4で示した杭と地盤の諸元に対し、杭間隔比が $S/B=3$ の場合について求めた結果で、ここに剛性係数

の効率： e^k は $\omega B/V_s=0.01$ で、減衰係数の効率： e^c は $\omega B/V_s=0.1$ で評価した。なお、同図中には設計の際に便利なよう、群杭効率を $e=\eta N^{-\beta}$ (η, β :定数)で回

帰した曲線も示してある。これらの結果の吟味は紙面の都合で割愛し、ここでは図-9の結果の意義について述べておく。

図-9のように群杭効率が設定されていると、著しく杭本数の多い場合においても、その杭頭剛性と減衰を簡便に評価することができる。例えば、水平項の場合は式(11a)に基づいて以下のように算定できよう。

$$k_N = e_H^k \cdot N \cdot k_1 \quad (12a)$$

$$c_N = e_V^c \cdot N \cdot c_1 ; h_N = c_N \omega / (2k_N) \quad (12b)$$

ここに、 k_1 と c_1 は単杭の、 k_N と c_N 及び h_N はN本杭の剛性係数と減衰係数である。このように、図-9は実用目的に対して極めて有用であり、このようなグラフを提供するには近似解法が有力な手段となるのである。

§6. おわりに

本研究では、2本杭の杭頭柔性に基づいた群杭の近似解法を提示し、その有効性と大規模群杭への適用性を検討した。また、この解法の考え方に基づいて、複雑な群杭効果の現象に考察を加えた。さらに、1000本に及ぶ大規模群杭に本解法を適用し、設計の際に有用な群杭効率をグラフ化して提供した。

結論として、提示した近似解法は精度上問題となる杭間隔の小さな場合においても、無次元振動数で $\omega B/V_s \leq 0.5$ の範囲であれば工学的に十分な精度を有しており、大規模群杭の動的解析における近似解法の有効性と適用性が確認された。無次元振動数において $\omega B/V_s \leq 0.5$ とは、一般の杭支持建物を想定すると十分な適用範囲である。

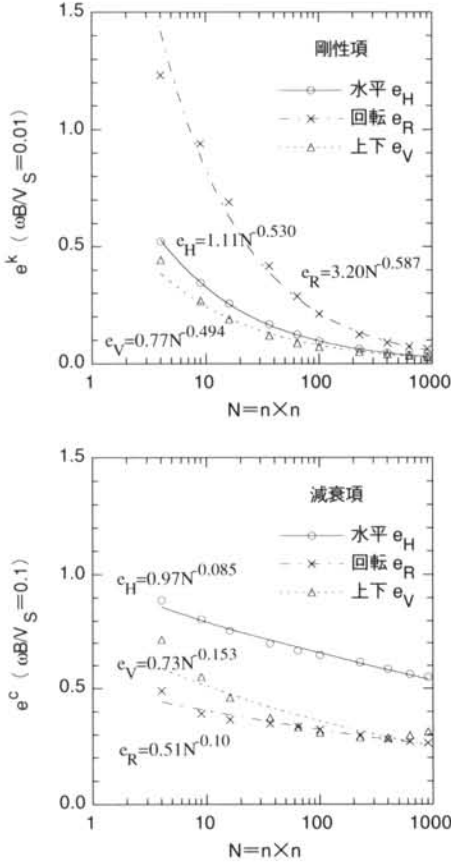


図-9 剛性係数と減衰係数の群杭効率 ($S/B=3$)

<参考文献>

- 1) 長谷川正幸: "点加振三次元薄層法による群杭基礎の動的解析", 第7回日本地震工学シンポジウム, 1986, pp.979 ~ 984.
- 2) Wolf, J. P. and von Arx, G. A.: "Impedance Functions of a Group of Vertical Piles", Proc. of ASCE Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol. 2, 1978, pp.1024 ~ 1041.
- 3) Waas, G. and Hartmann, H. G.: "Seismic Analysis of Pile Foundations Including Pile-Soil-Pile Interaction", Proc. 8th WCEE, Vol. 5, 1984, pp.55 ~ 62.
- 4) Kaynia, A. M. and Kausel, E.: "Dynamic Behavior of Pile Groups", Proc. of Second International Conference on Numerical Methods in Offshore Piling, 1982, pp.509 ~ 532.
- 5) Poulos, H. G.: "Behavior of Laterally Loaded Piles, II - Pile Groups", Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 97, No. SM5, 1971, pp.733 ~ 751.
- 6) Dobry, R. and Gazetas, G.: "Simple Method for Dynamic Stiffness and Damping of Floating Pile Groups", Geotechnique, Vol. 38, No. 4, 1988, pp. 557 ~ 574.
- 7) Gazetas, G., Fan, K., Kaynia, A. M., and Kausel, E.: "Dynamic Interaction Factors for Floating Pile Groups", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 10, 1991, pp.1531 ~ 1548.