

## マスコンクリートの温度解析における境界条件の逐次推定

新 美 勝 之  
(技術研究所)  
鈴 木 誠  
(技術研究所)

### § 1. はじめに

コンクリート重力式ダムなどのマスコンクリート構造物においては、セメントの水和熱による温度ひび割れに対する安全性が重要な問題である。コンクリートの温度応力に影響する因子は、セメントの発熱率、コンクリートの熱伝導率、比熱、熱膨張係数、外気温など数多い。これらの因子のうち、特に養生面における大気との伝達熱量と日射による輻射熱量については、養生面の表面状態や気象条件などに左右されることなどから、温度解析を行う際の問題となっている。

伝達熱量は、通常コンクリート表面と大気との温度の差に熱伝達係数を乗じて定義される。この熱伝達係数は、一般にコンクリート表面の状態や風速、湿度などの影響を受けて時々刻々変動するとされている。コンクリートと大気の熱伝達係数を推定しようとする試みとしては、四国電力の大森川ダムにおける実験が代表的である<sup>1)</sup>。また、ここでは風速と熱伝達係数の関係についても検討している。山川ら<sup>2)</sup>は、湿度、風速、養生状態を変化させたコンクリートの内部温度勾配を計測し、数値解析を用いてパラメトリックスタディで熱伝達係数を求めている。その後近久ら<sup>3)</sup>は、有限要素法の非定常熱伝導解析に非線形計画法であるSimplex法を組み込み、ある時間区間内において、計測温度と解析結果の残差平方和を最小とする目的関数で、熱伝達係数を一定値として推定している。さらに、松井ら<sup>4)</sup>も同様の目的関数で、Gauss-Newton法によりコンクリートの熱特性も含めた同時推定を試み、収束性の検討をしている。

一方、日射による輻射熱量については、養生面で受ける全方位日射量に日射吸収率を乗じて定義される。この日射吸収率は、一般に表面の仕上げ状態や色などに影響を受けるが、通常は0.6から0.9程度であるとされている<sup>5)</sup>。日射吸収率の逆解析に関して、中原

ら<sup>6)</sup>は屋外に設置したコンクリート試験体内部の温度分布を計測し、近久らと同じ逆解析手法を用いて、熱伝達係数を仮定した上で日射吸収率を推定している。

このように、コンクリートの養生面における熱伝達係数または日射吸収率を、それぞれ一定と仮定して単独で推定する研究はこれまでもなされてきている。しかし、時々刻々変動する気象条件に敏感な熱伝達係数を局所定常で求めることは、時間区間の取り方に大きく影響を受けることになる。そこで本研究では、時間変動する熱伝達係数と日射吸収率の両方を同時に時刻歴で推定することを目的に、実際に計測されるコンクリート躯体内温度分布を観測量とした逐次推定手法を提案する。解析手法としては、有限要素法による非定常熱伝導解析を組み込んだ状態空間モデルを作成し、カルマンフィルタを用いて逐次状態推定の漸化式を導く。カルマンフィルタを用いた状態推定では、推定値や推定誤差分散の初期値、およびシステムノイズと観測ノイズなどのいわゆる事前情報を設定する必要がある。これらの事前情報の設定が解の精度や解析の安定性に大きく影響するという問題点もある。そこで、簡単な例題解析によりこの事前情報の設定の影響についても考察するとともに、事前情報の評価規準に赤池情報量規準(AIC)を導入して最適な事前情報の設定方法を示す。

### § 2. 解析手法

#### 2.1 解析フロー

システム工学で用いられているカルマンフィルタ<sup>8)</sup>は、状態遷移と観測更新を線形で表現した状態空間モデルに対する状態推定法の1つである。観測更新アルゴリズムは、統計で知られているベイズ手法と等価である。拡張カルマンフィルタは、システム状態

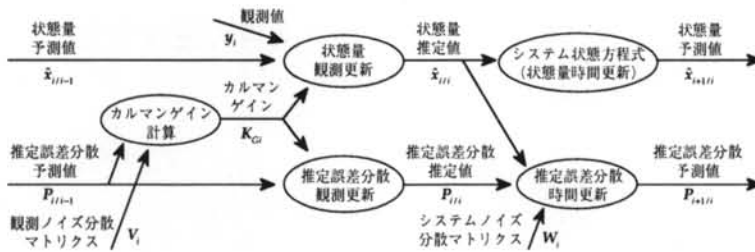


図-1 本解析手法の解析過程

方程式と観測方程式のどちらか一方または両方が非線形の場合に、これらを線形近似して扱う方法である。

本研究で提案する手法は、非定常熱伝導有限要素解析を取り入れた状態空間モデルを構成し、カルマンフィルタを用いて熱伝達係数と日射吸収率を逐次推定しようとするものである。状態量として、コンクリート内部の温度分布に加え、推定する熱伝達係数と日射吸収率を与える。このため、システム状態方程式が状態量に関して非線形となり、定式化には拡張カルマンフィルタを用いる。

本解析手法の解析過程をデータフロー図で図-1に示す。図で楕円はデータを変換するプロセスを、矢印はデータフローを表す。拡張カルマンフィルタは、状態量をガウス分布と仮定していることから、状態量の平均値と推定誤差分散で表現できる。時刻  $t_{i-1}$  の情報に基づく時刻  $t_i$  での状態量および推定誤差分散の予測値を、観測値と観測ノイズを用いて観測更新して、時刻  $t_i$  での推定値を得る。このとき、カルマンゲインが更新成分の係数となる。次に推定値を時間更新して、時刻  $t_{i+1}$  での予測値を得る。状態量のうち節点温度の時間更新には、有限要素法による時間積分漸化式を用いる。推定誤差分散については、状態遷移関数を線形化したものを用いて時間更新し、システムノイズを加えて予測値を得る。

## 2.2 有限要素法による非定常熱伝導解析

本研究では、大気との熱伝達と日射による表面発熱を境界条件で考慮した非定常熱伝導問題を対象にする。非定常熱伝導問題の支配方程式は、式(1)で表される。

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = Q \quad (1)$$

ここに、 $\theta$ は温度、 $\rho$ は密度、 $c$ は比熱、 $\lambda_i$ は  $x_i$  方向の熱伝導率、 $Q$ は物体の内部発熱である。境界条件として、次の2種類の境界を考慮する。

- (1) 大気との熱伝達境界( $S_1$ )
- (2) 日射による発熱境界( $S_2$ )

それぞれの境界での熱流束  $q$  は、式(2)式(3)で表され、境界条件は式(4)で表される。

$$q = \alpha_c (\theta - \theta_c) \quad \text{on } S_1 \quad (2)$$

$$q = -\gamma g \quad \text{on } S_2 \quad (3)$$

$$\lambda_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} l_i + q = 0 \quad (4)$$

ここに、 $\alpha_c$ は熱伝達係数、 $\theta_c$ は気温、 $\gamma$ は日射吸収率、 $g$ は全天日射量、 $l_i$ は境界に垂直なベクトルの方向余弦である。

式(1)を、空間に関して離散化した要素レベルでの有限要素方程式は、式(5)で表される。

$$m \dot{\theta} + k \theta = Q^e \quad (5)$$

ここに、 $\theta$ は節点温度ベクトル、 $\dot{\theta} = \partial \theta / \partial t$ である。また、 $k$ は熱伝導に関するマトリクス、 $m$ は熱容量に関するマトリクス、 $Q^e$ は熱流束ベクトルで、それぞれ補間関数マトリクス  $N$  を用いて次のように表される。

$$m = \int_{V^e} \rho c N^T N dV \quad (6)$$

$$k = \int_{V^e} \lambda_i \frac{\partial N^T}{\partial x_i} \frac{\partial N}{\partial x_i} dV \quad (7)$$

$$Q^e = \int_{V^e} Q N^T dV - \int_{S^e} q N^T dS \quad (8)$$

境界  $S_1$  および  $S_2$  における境界条件は、式(8)の右辺第

2項をそれぞれ次のようににおいて考慮される。

[境界  $S_1$ ]

$$-\int_{S_1'} \alpha_c (\theta - \theta_c) N^T dS$$

$$= -\int_{S_1'} \alpha_c N^T N dS \cdot \theta + \int_{S_1'} \alpha_c \theta_c N^T dS \quad (9)$$

[境界  $S_2$ ]

$$\int_{S_2'} \gamma g N^T dS \quad (10)$$

これらの境界条件に関する式を用いると、式(5)の  $k$  および  $Q^e$  はつぎのように修正される。

$$k = \int_{V'} \lambda_i \frac{\partial N^T}{\partial x_i} \frac{\partial N}{\partial x_i} dV + \int_{S_1'} \alpha_c N^T N dS \quad (11)$$

$$Q^e = \int_{V'} Q N^T dV + \int_{S_1'} \alpha_c \theta_c N^T dS + \int_{S_2'} \gamma g N^T dS \quad (12)$$

$m$ ,  $k$ ,  $Q^e$  を全要素について重ね合わせたものをそれぞれ  $M$ ,  $K$ ,  $Q$  として、系全体の有限要素方程式は次のように得られる。

$$M\dot{\theta} + K\theta = Q \quad (13)$$

式(13)をCrank-Nickolson法を用いて時間方向に積分することにより、時刻  $t=t_{i+1}=t_i+\Delta t$  における節点温度ベクトル  $\theta_{i+1}$  は、漸化式(14)で得られる。

$$\theta_{i+1} = \left( M_{i+1} + \frac{\Delta t}{2} K_{i+1} \right)^{-1} \left( M_i - \frac{\Delta t}{2} K_i \right) \theta_i$$

$$+ \frac{\Delta t}{2} \left( M_{i+1} + \frac{\Delta t}{2} K_{i+1} \right)^{-1} (Q_i + Q_{i+1}) \quad (14)$$

### 2.3 状態空間モデル

システムの状態量として、有限要素法での節点温度に加えて、推定する熱伝達係数および日射吸収率を導入し、時刻  $t_i$  における  $n$  次元状態ベクトル  $x_i$  を、式(15)のように定める。時刻  $t_i$  から時刻  $t_{i+1}$  への状態量の遷移を表すシステム状態方程式を式(16)に、時刻  $t_i$  における観測値と状態量の関係を表す観測方程式を式(17)に示す。

[状態ベクトル]

$$x_i^T = \langle \theta^T \quad \alpha^T \quad \gamma^T \rangle \quad (15)$$

[システム状態方程式]

$$x_{i+1} \equiv \begin{Bmatrix} \theta_{i+1} \\ \alpha_{i+1} \\ \gamma_{i+1} \end{Bmatrix} = f_i(x_i) + w_i$$

$$= \begin{Bmatrix} f_i^\theta(x_i) \\ \alpha_i \\ \gamma_i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} w_i^\theta \\ w_i^\alpha \\ w_i^\gamma \end{Bmatrix} \quad (16)$$

[観測方程式]

$$y_i = H_i x_i + v_i \quad (17)$$

ここに、 $\alpha_i$  は熱伝達係数ベクトル、 $\gamma_i$  は日射吸収率ベクトルである。また、 $f_i$  は状態遷移関数、 $y_i$  は時刻  $t_i$  における物体内部の  $p$  個の観測点での観測温度で構成される  $p$  次元の観測ベクトル、 $H_i$  は観測マトリクス、 $w_i$ ,  $v_i$  はそれぞれシステムノイズ、観測ノイズのベクトルである。また、 $w_i$  は平均ベクトル  $0$ 、共分散マトリクス  $W_i$  に従う  $n$  次元の正規白色雑音、 $v_i$  は平均ベクトル  $0$ 、共分散マトリクス  $V_i$  に従う  $p$  次元の正規白色雑音と仮定する。式(16)において、温度分布に関わる第1式の状態遷移関数  $f_i^\theta$  には、有限要素法の時間積分漸化式の式(14)を用いる。式(16)に付加される  $w_i^\theta$  は、有限要素法でモデル化する際の誤差である。また、推定するパラメータ  $\alpha_i$  と  $\gamma_i$  の非定常変動は、式(16)の第2,3式に示すように、システムノイズとして考慮する。式(17)の観測マトリクス  $H_i$  は、 $p$  個の観測点の位置に、有限要素解析モデルの節点を一致させた場合には、次式のように表すことができる。

$$H_i = [I_p \mid 0] \quad (18)$$

### 2.4 拡張カルマンフィルタによる状態推定

次に、カルマンフィルタを用いた状態推定の漸化式を示す。式(14)の  $K$  は、熱伝達係数ベクトル  $\alpha$  の関数であるため、式(16)のシステム状態方程式は状態ベクトル  $x_i$  に関して非線形になっている。このため、状態推定の定式化は拡張カルマンフィルタで行う。

式(15)から式(17)で表される状態空間モデルに対する拡張カルマンフィルタは、次のようになる。

[フィルタ方程式]

$$\hat{x}_{i,i} = f_i(\hat{x}_{i,i}) \quad (19)$$

$$\hat{x}_{i,i} = \hat{x}_{i,i-1} + K_G [y_i - H_i \hat{x}_{i,i-1}] \quad (20)$$

[カルマンゲイン]

$$K_{Gi} = P_{i/i-1} H_i^T [H_i P_{i/i-1} H_i^T + V_i]^{-1} \quad (21)$$

[推定誤差共分散マトリクス]

$$P_{i+1/i} = F_i P_{i/i} F_i^T + W_i \quad (22)$$

$$P_{i/i} = P_{i/i-1} - K_{Gi} H_i P_{i/i-1} \quad (23)$$

[初期値]

$$\hat{x}_{0/-1} = \bar{x}_0, \quad P_{0/-1} = \bar{P}_0 \quad (24)$$

上記の式中で、 $\hat{\cdot}$ は推定値を、添字 $i+1/i$ は時刻 $t_i$ の情報に基づく時刻 $t_{i+1}$ の値を表す。 $F_i$ は状態遷移マトリクスで、状態方程式(16)を推定値のまわりで線形化して次式で与えられる。

$$F_i = \left( \frac{\partial \hat{f}_i}{\partial x_i} \right)_{x=\hat{x}_{i/i}}$$

$$= \begin{bmatrix} \left( \frac{\partial \theta_{i+1}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\hat{\theta}_{i/i}} & \left( \frac{\partial \theta_{i+1}}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\hat{\alpha}_{i/i}} & \left( \frac{\partial \theta_{i+1}}{\partial \gamma} \right)_{\gamma=\hat{\gamma}_{i/i}} \\ \left( \frac{\partial \alpha_{i+1}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\hat{\theta}_{i/i}} & \left( \frac{\partial \alpha_{i+1}}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\hat{\alpha}_{i/i}} & \left( \frac{\partial \alpha_{i+1}}{\partial \gamma} \right)_{\gamma=\hat{\gamma}_{i/i}} \\ \left( \frac{\partial \gamma_{i+1}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\hat{\theta}_{i/i}} & \left( \frac{\partial \gamma_{i+1}}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\hat{\alpha}_{i/i}} & \left( \frac{\partial \gamma_{i+1}}{\partial \gamma} \right)_{\gamma=\hat{\gamma}_{i/i}} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$= \begin{bmatrix} \left( \frac{\partial \theta_{i+1}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\hat{\theta}_{i/i}} & \left( \frac{\partial \theta_{i+1}}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\hat{\alpha}_{i/i}} & \left( \frac{\partial \theta_{i+1}}{\partial \gamma} \right)_{\gamma=\hat{\gamma}_{i/i}} \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

## 2.5 モデル条件の設定

拡張カルマンフィルタで熱伝達係数と日射吸収率を逐次推定する場合、モデル条件を設定する必要がある。モデル条件とは、状態遷移を表現するための微分方程式とそのパラメータ、および境界条件や初期条件がこれにあたる。これらのほとんどは通常の有限要素法の解析でも設定するものだが、拡張カルマンフィルタでは、その他に状態量の推定値や推定誤差分散の初期値、観測ノイズやシステムノイズが含まれることになる。これらの設定の違いが推定結果に大きく影響することから、精度の良い推定を行うためには適切に設定する必要がある。

本研究では、適切さの評価基準に情報統計学のAIC<sup>9)</sup>を導入する。モデル選択基準としてよく知られ



図-2 解析対象

ているAICは、次式に示すように最大対数尤度をパラメータ数から補正した平均対数尤度を用いる評価指標である。

$$AIC = -2(\text{最大対数尤度}) + 2(\text{パラメータ数}) \quad (26)$$

AICを最小とするモデルが最良モデルであると判断される。すなわち、観測値に基づく尤度が大きく、パラメータ数が少ないほどよいモデルであるという相対的かつ客観的の規準である。ここでは、パラメータ数は同じモデルを検討することから、実際には拡張カルマンフィルタの1ステップ先の予測精度であるイノベーション $(y_i - H_i \hat{x}_{i/i-1})$ を最小とする規準と等価になっている。

## § 3. 推定精度とその影響の検討

本解析手法の性質を把握し、有効性を検証するとともに、事前情報が解析結果に与える影響を検討する。

### 3.1 解析概要

解析対象は、図-2に示すような熱伝達境界と断熱境界を有する領域にコンクリートを打設した際の、発熱・熱伝導・熱伝達問題である。上面の養生面を大気との熱伝達および日射による発熱境界としており、この境界における熱伝達係数と日射吸収率を推定する。

有限要素法による非定常熱伝導解析のモデル化は、2次元問題として扱った。有限要素モデルを図-3に、解析条件を表-1に示す。

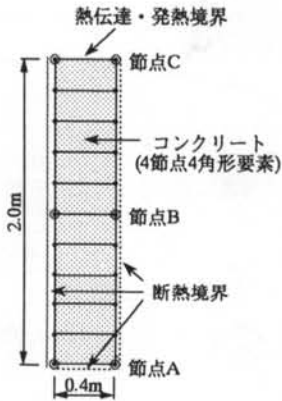


図-3 有限要素モデル

コンクリート	熱伝導率( $\lambda_c$ )	2.70 W/m $^{\circ}$ C	
	比熱( $c$ )	1.10 kJ/kg $^{\circ}$ C	
	密度( $\rho$ )	2.36 t/m $^3$	
	打込み時温度( $\theta_0$ )	20 $^{\circ}$ C	
	単位セメント量(C)	150 kg/m $^3$	
	断熱温度上昇特性	$Q_{\infty}$	30
		$r$	0.582
外気温( $\theta_a$ )	20 $^{\circ}$ C		
解析	節点数	22	
	要素数	10	
	解析対象時間	20日	

表-1 解析条件

CASE	$P_{gr}$	$W_o$	$\alpha_o$
1A	1.0	$1.0 \times 10^2$	15.0
1B	1.0	$1.0 \times 10^1$	15.0
1C	1.0	$1.0 \times 10^0$	15.0
1D	1.0	$5.0 \times 10^{-1}$	15.0
1E	1.0	$5.0 \times 10^{-1}$	18.0

表-2 解析ケース (CASE-1)

解析手順は、まず熱伝達係数および日射吸収率を設定して順解析を行う。熱伝達係数 $\alpha$ の設定値は、図-4に示す正弦波で与えた。日射量については、時刻別全天日射積算量<sup>10)</sup>(潮岬、1974年から1990年までの平均値)を参考にして、全天日射量瞬間値を図-

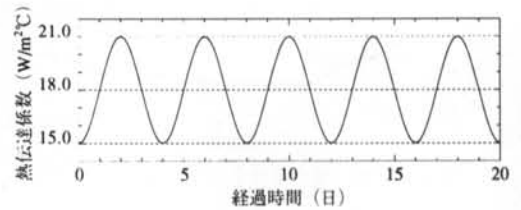


図-4 熱伝達係数設定値

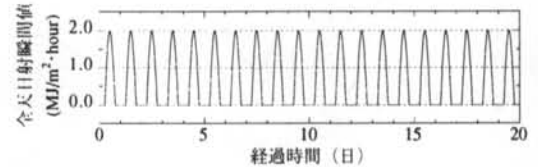


図-5 日射量設定値

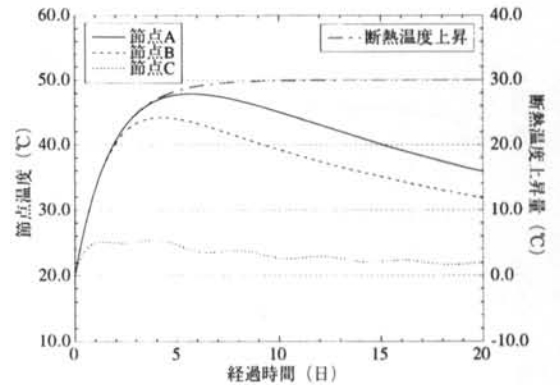
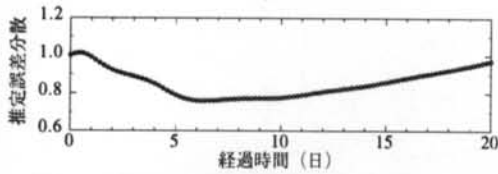


図-6 CASE-1 順解析結果 (日射による発熱なし)

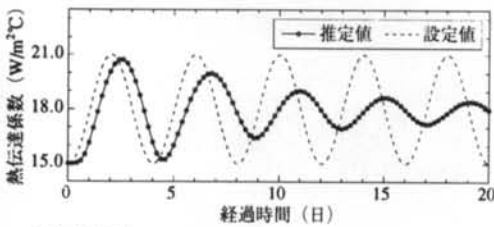
5に示すように与え、日射吸収率 $\gamma$ は0.5一定と設定した。次に、この順解析結果のうち節点B,Cでの節点温度経時変化を観測データとみなし、これらの値を用いて逆解析を実施して熱伝達係数と日射吸収率を推定し、順解析の際に設定した値と比較を行った。なお、逆解析を実施する際は、推定値の初期値( $\alpha_0, \gamma_0$ )を設定値からずらして、推定値の初期値の影響も検討した。

### 3.2 非定常な熱伝達係数の推定(CASE-1)

まず、本解析手法の基本的な性質と、事前情報が推定結果に与える影響を検討するため、養生面での境界条件を熱伝達のみとして日射による表面発熱の影響を考慮しない問題について、熱伝達係数( $\alpha$ )の逐次推定を行った。順解析結果の内、節点A,B,Cにおける

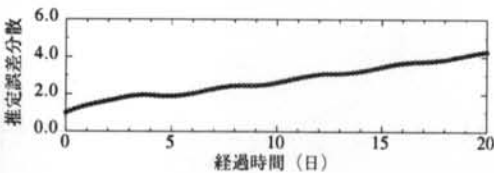


(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散

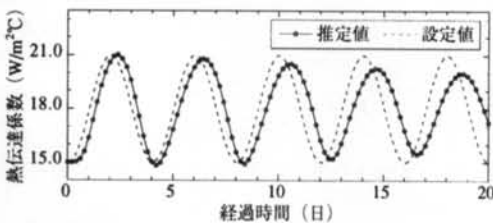


(b) 熱伝達係数

図-7 解析結果(CASE-1A)



(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散



(b) 熱伝達係数

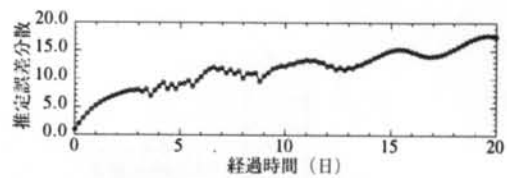
図-8 解析結果(CASE-1B)

節点温度の経時変化を図-6に示す。

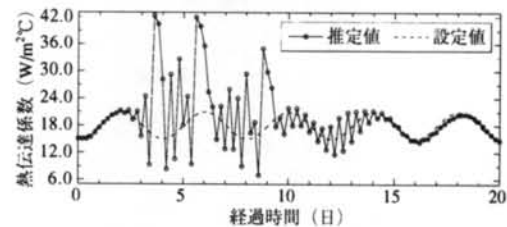
解析ケースは、事前情報のうちシステムノイズ分散行列  $W_1$  の  $\alpha$  に関する対角項成分  $W_\alpha$  と、推定する  $\alpha$  の初期値  $\alpha_0$  を変えて、表-2に示す5ケースを設定した。各ケースの解析結果のうち、次の値の経時変化を図に示す。

- (a) 推定誤差分散行列の  $\alpha$  に関する対角項成分  $P_{ia}$
- (b) 熱伝達係数の推定値  $\alpha_t$

なお、その他の事前情報は、推定誤差分散行列の初期値  $P_0$  に関して、 $\alpha$  に関する対角項成分  $P_{0\alpha}$  は1.0、節



(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散



(b) 熱伝達係数

図-9 解析結果(CASE-1C)

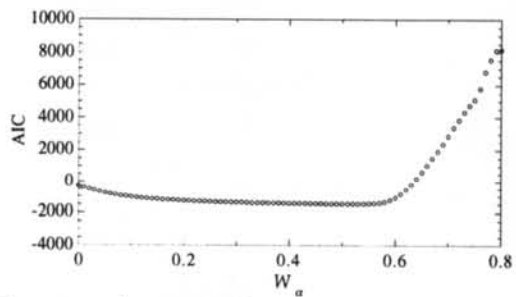


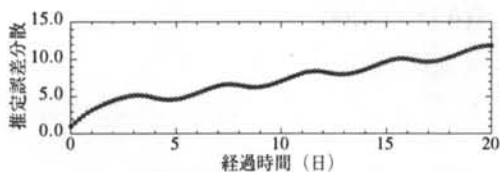
図-10  $W_\alpha$  と AIC の関係

点温度に関する対角項成分は  $1.0 \times 10^{-4}$ 、システムノイズ分散行列の節点温度に関する対角項成分は  $1.0 \times 10^{-6}$  とし、共分散はともにゼロに設定した。積分時間間隔は0.2日とした。

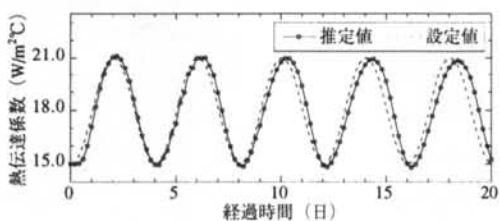
CASE-1A(図-7)では、 $\alpha$  の推定値は初期の段階で設定値の変動をよく推定できているが、解析が進むのに従って徐々に設定値の変動に追従できなくなっている。これは、イノベーションが徐々に小さくなっていく一方で  $P_{ia}$  の値はほぼ一定になっており、このためカルマンゲインによる観測更新が機能しにくくなっているためと考えられる。

そこでCASE-1B(図-8)では、 $W_\alpha$  をCASE-1Aの10倍に設定した。 $W_\alpha$  を大きく設定することで  $P_{ia}$  が徐々に増加するため、解析の後半においても比較的良好な推定結果が得られている。システムノイズの分散を大きく設定することは、相対的に時間更新よりも観測更新を大きく働かせて、過去のデータより



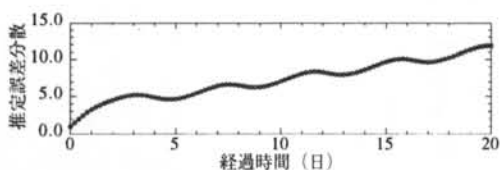


(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散

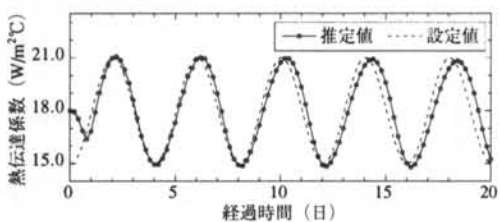


(b) 熱伝達係数

図-11 解析結果(CASE-1D)



(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散



(b) 熱伝達係数

図-12 解析結果(CASE-1E)

も観測値の重みを大きくすることを意味する。

CASE-1C(図-9)では、 $W_\alpha$ をさらに大きくCASE-1Aの100倍に設定した。結果は、観測更新が過剰に働き $\alpha_t$ は大きく振動している。

このように、 $W_\alpha$ の設定が推定結果に大きな影響を与えることが確認できた。精度の良い推定を行うためには、適切にこれらの事前情報を設定する必要がある。ここでは、その良し悪しを評価する規準としてAICを導入し、尤度が最大となる推定結果が得られる最も優れたパラメータを求める検討を行った。 $W_\alpha$ を0.0から0.8の範囲で変化させた際の $W_\alpha$ とAICの

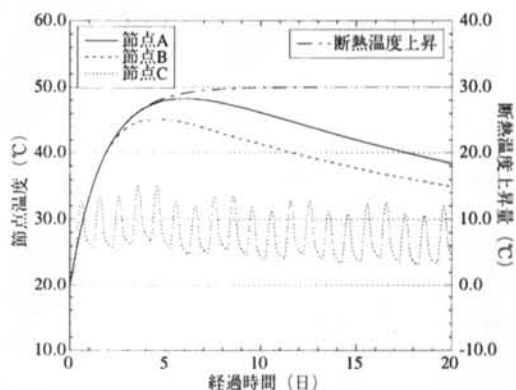


図-13 CASE-2 順解析結果 (日射による発熱あり)

CASE	熱伝達係数		日射吸収率	
	$P_{\alpha_0}$	$W_\alpha$	$P_{\gamma_r}$	$W_\gamma$
2A	$1.0 \times 10^0$	$1.0 \times 10^4$	$1.0 \times 10^4$	$1.0 \times 10^4$
2B	$1.0 \times 10^0$	$1.0 \times 10^2$	$1.0 \times 10^4$	$1.0 \times 10^4$
2C	$1.0 \times 10^1$	$1.0 \times 10^3$	$1.0 \times 10^2$	$1.0 \times 10^3$

表-3 解析ケース (CASE-2)

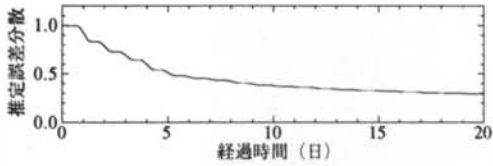
関係を図-10に示す。図より、 $W_\alpha$ が0.5付近でAICが最小となっていることが分かる。そこで、CASE-1D(図-11)では、 $W_\alpha$ を0.5に設定した。推定結果は、他の解析ケースよりも優れており、AICをモデル評価規準として用いることの有効性が確認できた。

次にCASE-1E(図-12)では、推定する熱伝達係数の初期値 $\alpha_0$ を設定値の初期値からずらしてその影響を調べた。推定結果は、初めの4ステップで設定値に収束し、その後はCASE-1Dの結果と同様に良好な推定結果が得られている。

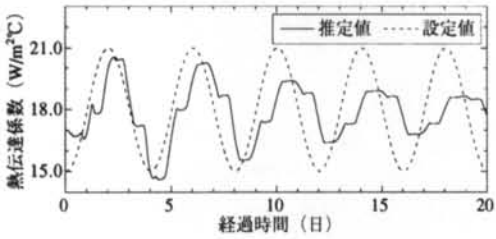
以上の検討より、熱伝達係数の推定精度には初期条件よりもシステムノイズ分散の設定が大きく影響を与えること、AICを用いて最適な推定結果を得られるパラメータを選択できることを示した。

### 3.3 非常な熱伝達係数と定常な日射吸収率の同時推定

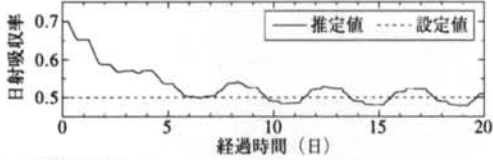
次に、境界で日射による表面発熱も考慮した問題に対して、非常な熱伝達係数 $\alpha$ と定常な日射吸収率 $\gamma$ の同時推定を試みた。日射による表面発熱を考慮した問題の順解析結果のうち、節点A,B,Cにおける節点温度の経時変化を図-13に示す。解析ケースは、



(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散

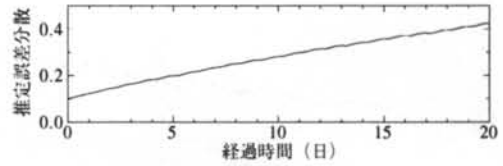


(b) 熱伝達係数

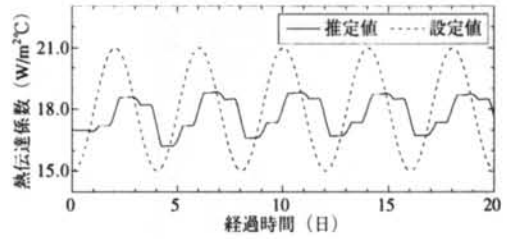


(c) 日射吸収率

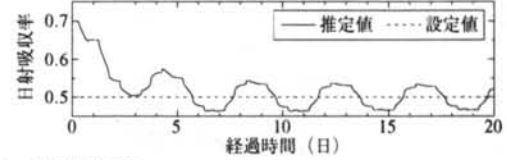
図-14 推定結果 (CASE-2A)



(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散

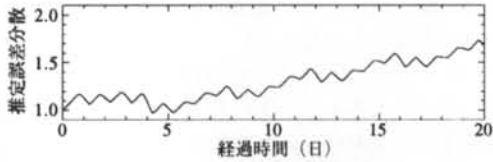


(b) 熱伝達係数

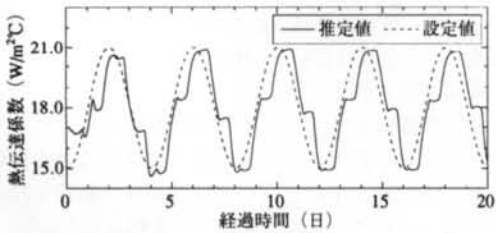


(c) 日射吸収率

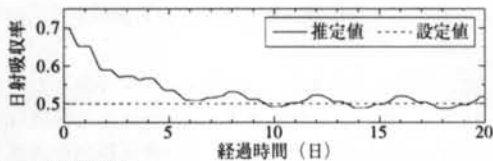
図-16 推定結果 (CASE-2C)



(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散



(b) 熱伝達係数



(c) 日射吸収率

図-15 推定結果 (CASE-2B)

事前情報として与える推定誤差分散行列の初期値の $\alpha$ と $\gamma$ に関する対角項成分 $P_{\alpha\alpha}, P_{\gamma\gamma}$ と、システムノイズの分散行列の $\alpha$ と $\gamma$ に関する対角項成分 $W_{\alpha}, W_{\gamma}$ の異なる3種類を設定した(表-3)。各ケースの解析結果のうち、次の値の経時変化を図に示す。

- (a) 推定誤差分散行列の $\alpha$ に関する対角項成分 $P_{\alpha\alpha}$
- (b) 熱伝達係数の推定値 $\alpha_i$
- (c) 日射吸収率の推定値 $\gamma_i$

CASE-2Aでは、図-14(b)に示すとおり、 $\alpha$ の推定値は初期の段階では設定値の変動に追従できているが、徐々に設定値から外れている。これは、CASE-1Aの場合と同様に、解析が進むに従って $P_{\alpha\alpha}$ が徐々に減少していくために、観測更新が徐々に機能しなくなるためと考えられる。また、 $\gamma$ の推定値は日射のある時間帯に観測更新の駆動がかかり、 $\alpha$ の推定値には日射のない時間帯に駆動がかかっている。 $\gamma$ の推定値は、次第に設定値近傍に落ち着いて行くが、 $\alpha$ の変動の影響を受けていることがわかる。

CASE-2BではCASE-2Aに対して $W_{\alpha}$ を10倍に設定した。このため、 $P_{\alpha\alpha}$ が徐々に増加し $\alpha$ に関して駆



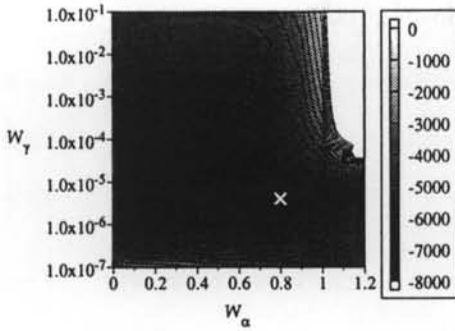


図-17  $W_\alpha, W_\gamma$  と AIC の関係

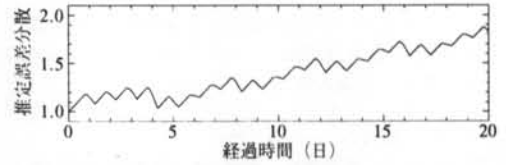
動が大きくかかり、特に後半ではCASE-2Aと比較して設定値に近い推定結果が得られている。 $\alpha$ の影響を受けて変動する $\gamma$ も、その量はCASE-2Aに比べて小さくなっている。すなわち、熱伝達係数のように時間変動するパラメータを推定するときには、システムノイズの設定が重要になることがわかる。

CASE-2CではCASE-2Aに対して、熱伝達係数に関する $P_{\alpha\alpha}$ と $W_\alpha$ を小さく、日射吸収率に関する $P_{\gamma\gamma}$ と $W_\gamma$ を大きく設定した。 $\alpha$ の推定結果は、 $P_{\alpha\alpha}$ と $W_\alpha$ を小さくしたために観測更新があまり働かず、CASE-Aよりも劣っている。また $\gamma$ の推定値についても、 $\alpha$ の変動の影響が大きく現れている。

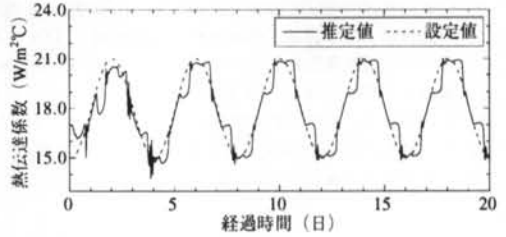
以上まとめると、推定量が時刻歴で変動する場合には、 $W$ を大きくして観測更新がある程度大きく機能するようにすることが必要である。このことは、過去のデータの重みを小さくすることに対応しており、逐次推定の精度を向上させることができる。言い換えれば、時刻歴で変動する推定量のシステム状態方程式のシステムノイズ $w$ の設定が重要となる。また、熱伝達係数と日射吸収率というような複数のパラメータを同時に推定する場合には、それぞれに関する $P_0$ と $W$ の設定にあたり、両者のバランスを考慮して検討をする必要がある。

CASE-1の場合と同様に、 $W$ の設定の良し悪しを評価する規準としてAICを導入し、最適なパラメータの設定について検討する。熱伝達係数と日射吸収率に関わるシステムノイズ分散 $W_\alpha$ と $W_\gamma$ をパラメータとしてAICを算出した。図-17にAICの値をコンター図で示す。なお図中のグラフは、横軸に $W_\alpha$ を線形軸で、縦軸に $W_\gamma$ を対数軸で取っている。図より、 $W_\alpha=0.6 \sim 0.9$ 、 $W_\gamma=3.0 \sim 4.0 \times 10^{-6}$ 辺りでAICが最も小さくなっていることがわかる。

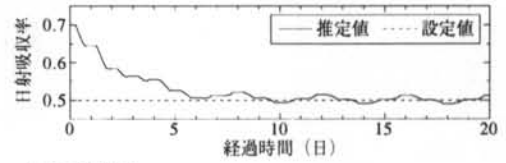
パラメータを、AICが最小値に近い値を取る



(a) 熱伝達係数に関する推定誤差分散



(b) 熱伝達係数



(c) 日射吸収率

図-18 推定結果 (CASE-2D)

$W_\alpha=0.8$ 、 $W_\gamma=4.0 \times 10^{-6}$  (図中×印) に設定した場合の逆解析結果を、図-18に示す。他のケースよりも優れた推定結果が得られており、パラメータが複数の場合でもAICを用いることによりパラメータの設定を定量的に評価できることが確認できた。

#### § 4. おわりに

マスコンクリートの非正常熱伝導問題を対象に、拡張カルマンフィルタを用いて、養生面における非正常な熱伝達係数と定常な日射吸収率を同時に推定する手法を提案した。また、カルマンフィルタの事前情報が推定結果に与える影響についても検討し、AICを用いて推定結果を定量的に評価して最適な推定結果が得られる事前情報を求める方法を示した。なお、本解析手法は、マスコンクリートに限らず、一般に内部の温度分布を観測することができる物体に対して適用可能であると考えられる。今後は、本解析手法を実測データに適用して、気象条件や養生条件を考慮した熱伝達係数と日射吸収率の設計値の検討に役立てていく予定である。

<参考文献>

- 1) “マスコンクリートの温度応力研究委員会報告書”, 日本コンクリート工学協会, 1985
- 2) 山川秀次, 田辺忠顕, 笠原清: “熱伝達率の試験ならびに実測例”, マスコンクリートの温度応力発生メカニズムに関するコロキウム 論文集, pp19-26, 1982.8.
- 3) 近久博志, 津崎淳一, 荒井幸夫, 桜井春輔: “逆解析手法によるマスコンクリートの熱伝達係数の評価”, 土木学会論文集, No.451/V-17, pp39-47, 1992.
- 4) 松井邦人, 西田德行, 土橋吉輝, 潮田和司: “逆解析手法によるマスコンクリートの熱特性値の推定”, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.16, No.1, pp1347-1352, 1994.
- 5) 日本建築学会編: “建築設計資料集成1 環境”, 丸善, 1978.
- 6) 中原博隆, 近久博志, 筒井雅行, 桜井春輔: “コンクリート構造物の養生面における日射の吸収率の評価”, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.15, No.1, pp1111-1114, 1993.
- 7) 鷺津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦: “有限要素法ハンドブックⅡ応用編”, 培風館, 1983.
- 8) 片山徹: “応用カルマンフィルタ”, 朝倉書店, 1983.
- 9) 坂元慶行, 石黒真木夫, 北原源四郎: “情報量統計学”, 共立出版, 1983.
- 10) 国立天文台編: “理科年表”, 丸善, 1992.