

地盤の3次元応力～浸透連成解析システムの開発

荻 迫 栄 治

(技術研究所)

奥 野 哲 夫

(技術研究所)

河 辺 衛

(土木本部設計第1部)

§1. はじめに

地盤工学の分野で有限要素法(FEM)解析が用いられるようになって久しく、実際的な問題への適用は一般的になっている。

地盤工学におけるFEM解析の普及の背景には、土木構造物の大型化・複雑化あるいは新開発の構造物(LNG地下タンク・ロックオイルタンクなど)の出現により、従来の慣用的設計手法のみでは対応できない問題が増えてきたこと、ならびに都市部における近接施工の増加・現場動態観測の普及とともに、構造物と地盤の総合的な変形挙動の予測・評価が重要になってきたことなどが考えられる。これらの複雑多様な幾何形状・境界条件をもつ地盤問題に対して、FEM解析は有限要素モデルおよび土質パラメータを適切に決定できれば、解析は単純な手順で行なうことができるというメリットから、実務的分野でも普及したものと思われる。

しかし、これまでは2次元的思考が基本であり、問題を2次元として処理することが多かった。これは3次元問題として扱うと、2次元に比べてデータ量が飛躍的に増加し、膨大な計算容量が必要となり、計算時間も増大することが予想されるためであった。しかし、実際の地形・地質の複雑さや地盤の変形性状・破壊形状、基礎構造物の形状等を考えると、地盤の変形や破壊は本来3次元問題として取り扱うべきであり、従来の2次元解析では限界があることは論を待たないであろう。近年、問題が複雑化し多様化するにつれて、従来の2次元的な取り扱いでは精度の良い解を得ることが難しい場面も増えており、3次元的に処理することを要求されるケースも次第に増えてくるものと思われる。加えて、最近の急速なコンピュータの発達、ワークステーションの普及により、従来は困難であった大容量の計算も比較的短時間で処理できるようになり、3次元解析も身近なもの

なりつつある。

また、地盤は土粒子骨格と間隙流体から構成されており、解析手法も両者の連成作用を統一的に評価し得る理論に基づいていることが望ましいことは言うまでもない。

本来解析手法の選定に当たっては、要求される解析の精度・利用できるデータおよび問題の性格などを考慮した技術的判断によるべきことは、言うまでもないことである。さらに、解析内容は使用する解析システムにかなり依存することも事実である。したがって、現実の多様な問題に対応するためには、できるだけ種々の内容とレベルを有する解析システムが用意されていることが不可欠である。

このような見地から、本研究では地盤に関する圧密問題・掘削問題全般に対し適用可能で、土粒子骨格と間隙流体の連成作用を地盤の非線形性も考慮した上で3次元的に解析し得る解析システムの開発を行った。本論文では、まず、3次元圧密理論に基づく応力～浸透連成解析法について述べ、次いで、理論解との比較によりシステムの妥当性を検証した後、解析例により3次元解析と2次元解析の違いについて検討を行った結果について示す。

§2. 3次元圧密理論に基づく応力～浸透連成解析法

2.1 3次元圧密の基礎理論

地盤材料の一つの特徴である多相体についての連成問題は、従来より圧密理論として数多く提案されているが、それらはTerzaghi系列とBiot系列の2系列に大別される。Terzaghi系列の圧密理論は、1923年にTerzaghiが提案した一次元圧密理論に始まり、Rendulicによる三次元問題への拡張等様々な方向に

発展した。Terzaghiの基礎理論は、土塊の連続条件を基にした熱伝導型方程式を基本方程式としており、理論の単純さと取扱いの容易さとがあいまって現場の問題に広く適用されてきた。しかし三次元圧密問題においては、土の変形と間隙水圧との相互作用は無視しがたい。したがって、熱伝導型方程式を汎く三次元圧密問題に適用することに対する困難さは否めない。

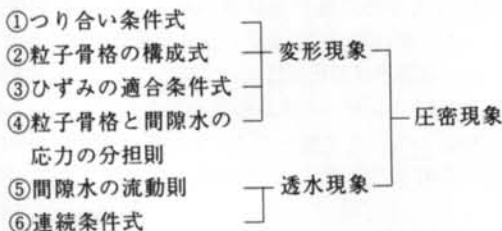
一方、圧密を間隙水圧の消散と土の変形とが相互に影響しあう現象と考え、Biotは三次元弾性論の立場から一組の圧密支配方程式を提案した^{1),2)}。Biotの理論は論理的一貫性と圧密現象の機構の明確さを保持しているが、非常に複雑であり、当初は限られた条件の下でしか解が得られなかった。

しかし、近年になって複雑な条件においても容易に数値解を求めうるという有限要素法の利点を生かし、有限要素法をBiotの圧密方程式に適用することが試みられ、種々な条件に対する解が求められるようになってきた^{3),4)}。

本章では、以下にBiotの3次元圧密の基礎方程式について概説し、有限要素法に適用する際の定式化について述べる。

2.2 3次元圧密の基礎方程式

圧密理論を構成するためには、次に示す条件が必要である。



圧密現象は、上に示したように、変形現象と透水現象の連成問題であり、条件式①～④は変形現象を、条件式⑤および⑥は透水現象を説明するために必要な条件である。

3次元飽和圧密理論を組み立てる場合、上の条件式に対して次のような具体的な仮定を置く。

- ①圧密現象は緩やかで、慣性力は無視できる。
- ②粒子骨格の変形は、線形の弾性法則に従う。
- ③変形は微小とする。
- ④有効応力の原理が成り立つ。
- ⑤間隙水の流れはDarcyの法則に従う。

これらの仮定を用いて、圧密の6つの条件式をテ

ンソル記号により表わせば次式のようにになる。ただし、応力等の符号は引張を正とする。

①つり合い条件式(準静的挙動)

$$\sigma_{ij,j} + \rho \cdot f_i = 0 \quad (1)$$

②粒子骨格の構成式(線形弾性)

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (2)$$

③ひずみの適合条件式(微小変形)

$$\epsilon_{ij} = 1/2 \cdot (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

④粒子骨格と間隙水の応力の分担則
(有効応力の原理)

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij} \cdot \pi \quad (4)$$

⑤間隙水の流動則(Darcyの法則)

$$w_i = k_{ij} (\pi_{,j} + \rho_f \cdot f_j) \quad (5)$$

⑥連続条件式

$$w_{i,i} = -\epsilon_{ii} + \pi \cdot (n/K_f) \quad (6)$$

ここに、

- σ_{ij} ; 全応力テンソル成分
- σ'_{ij} ; 有効応力テンソル成分
- ρ ; 土の湿潤密度
- ρ_f ; 間隙水の密度
- f_i ; 単位質量当たりの物体力ベクトル成分
- C_{ijkl} ; 弾性係数テンソル成分
- ϵ_{ij} ; ひずみテンソル成分
- u_i ; 粒子骨格の変位ベクトル成分
- π ; 間隙水圧
- w_i ; 間隙水の相対変位ベクトル成分
- k_{ij} ; 透水係数テンソル成分
- δ_{ij} ; クロネッカーのデルタ
- n ; 間隙率
- K_f ; 間隙流体の体積圧縮率

上記では、土の変形特性として線形弾性を仮定したが、土は必ずしも理想的な線形弾性体とは限らないと言うことは常識的事実である。すなわち、土は応力～ひずみ関係の応力依存性、時間依存性、ダイレイタンシーなど非線形、非弾性的な土特有の性質を持っている。このような土の非線形非弾性的な材料特性を圧密理論の中で考慮したものが非線形圧密理論であるが、土の力学的特性を記述する構成式は数多く提案されているため^{5),6)}、構成式の種類が多岐にわたる。したがって、ここでは、材料が非線形材料であるということにとどめておき、具体的な構成式は、有限要素定式化の過程で挿入しうるような一般的なかたちで基礎方程式を記述することにする。

非線形圧密理論と線形圧密理論との本質的な相異

点は、条件式②の粒子骨格の構成式にある。非弾性材料の場合、応力とひずみの関係は時間微分形を用いて次のように表わすことができる。

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \cdot \dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\sigma}_{ij}' \quad (7)$$

ここで、 D_{ijkl} は接線係数テンソルであり、用いる構成式の形により定義され、一般的に応力やひずみに依存する。また、 $\dot{\sigma}_{ij}'$ はクリープなどによる応力を表す。

したがって、非線形圧密問題に対する微分形で表わした基礎方程式は次式で示される。ただし、簡略化のため以後 σ_{ij}' を σ_{ij} と書く。

①平衡条件

$$\dot{\sigma}_{ij,j} + \delta_{ij} \dot{\pi}_{,j} + \rho \dot{f}_i = 0 \quad \text{in } R \times [0, \infty] \quad (8)$$

②応力～ひずみ関係

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\sigma}_{ij}' \quad \text{in } R \times [0, \infty] \quad (9)$$

③ひずみ～変位関係

$$\dot{\epsilon}_{ij} = 1/2 (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) = \dot{u}_{(i,j)} \quad \text{in } R \times [0, \infty] \quad (10)$$

④流体の平衡条件 (Darcyの法則)

$$\pi_{,i} + \rho_f \dot{f}_i = k_{ij} \dot{w}_j = k_{ij} \dot{q}_j \quad \text{in } R \times [0, \infty] \quad (11)$$

⑤流体の連続条件

$$\dot{\epsilon}_{ii} - n/K_f \dot{\pi} = -\dot{w}_{i,i} \quad \text{in } R \times [0, \infty] \quad (12)$$

次に、問題を特定化するためには境界条件が必要であり、次のような条件が考えられる。

$$\dot{u}_i = \dot{u}_i \quad \text{on } S_u \times [0, \infty] \quad (13)$$

$$(\dot{\sigma}_{ij} + \dot{\pi} \delta_{ij}) n_j = \dot{T}_i = \dot{T}_i \quad \text{on } S_T \times [0, \infty] \quad (14)$$

$$\pi = \bar{\pi} \quad \text{on } S_p \times [0, \infty] \quad (15)$$

$$q_i n_i = Q = \underline{Q} \quad \text{on } S_q \times [0, \infty] \quad (16)$$

ここで、 R, S はそれぞれ領域および境界を表わす。また、 $[0, \infty]$ は正の時間領域を示す。

ここに、

- n_i ; 境界面の外向き法線の方向余弦
- q_i ; 流束(flux)ベクトルの成分 (= \dot{w}_i)
- T_i ; S_T 上の規定表面力ベクトルの成分
- u_i ; 規定変位ベクトルの成分
- π ; 規定間隙水圧
- Q ; S_q 面を通る規定垂直流れ

2.3 圧密方程式の有限要素定式化

時間微分形で表した三次元圧密方程式は、式(8)～式(12)に示すように、固体相挙動を表わす式と流体相挙動を表わす式で表現されるが、圧密解析はこれらの式からなる連立微分方程式を、与えられた初期条件および境界条件で解くことに帰着する。

この圧密方程式を有限要素法で解く場合、大きく分けて二つの手法がある。その一つは、変位場の離散

化には節点値を、間隙水圧場の離散化には要素値を用いて有限要素定式化を行う非連成(Uncoupled)解析と呼ばれる圧密解析手法であり、もう一つは、変位および間隙水圧の両方を節点値で離散化し有限要素定式化を行う連成(Coupled)解析と呼ばれる圧密解析手法である。前者の場合、方程式の数(節点数)は未知数の数(節点数+要素数)を下回るため、これだけでは解を得ることができない。したがって、既知の体積ひずみをパラメータとして導入し、これを変形の制約条件として用いることにより解かざるを得ない。そこで、本研究においては後者の方法を用いて有限要素定式化を行った。なお、固体相の有限要素定式化には仮想仕事の原理を用い、流体相の有限要素定式化には重みつき残差法を用いている。このように定式化の過程で分離するメリットは定式化過程の物理的意味を理解し易いことである。

2.3.1 固体相挙動の有限要素定式化

塑性変形が非常に大きい場合を除けば、応力変化率とひずみ速度で表わした仮想仕事の原理は次のように記述される。

$$\int_R \dot{\epsilon}_{ij} (\dot{\sigma}_{ij} + \delta_{ij} \dot{\pi}) dR = \int_R \dot{u}_i \rho \dot{f}_i dR + \int_{S_T} \dot{u}_i \dot{T}_i dS_T \quad (17)$$

ここで、 \dot{u}_i は境界条件式(13)を満足する仮想変位速度である。式(17)が成立する時、式(8)および(14)は満足される。

式(8)～(10)および式(17)をマトリクス表示すれば次式のようになる。

$$[L]^T \{\dot{\sigma}\} + [L]^T \dot{\pi} + \rho \dot{f} = 0 \quad (18)$$

$$\{\dot{\sigma}\} = [D] \{\dot{\epsilon}\} - \{\dot{\sigma}'\} \quad (19)$$

$$\{\dot{\epsilon}\} = [L] \{\dot{u}\} \quad (20)$$

$$\int_R \{\dot{\epsilon}\}^T (\{\dot{\sigma}\} + \{m\} \dot{\pi}) dR = \int_R \{\dot{u}\}^T \rho \{\dot{f}\} dV + \int_{S_T} \{\dot{u}\}^T \{\dot{T}\} dS_T \quad (21)$$

有限要素定式化を行なうにあたって、要素内の任意の点の変位 $\{u\}$ および π を形状関数 $[N], [\underline{N}]$ と節点変位 $\{\delta\}$ および節点間隙水圧 $\{p\}$ で次のように近似する。

$$\{u\} = [N] \{\delta\} \quad (22)$$

$$\pi = [\underline{N}] \{p\} \quad (23)$$

式(18)～(20)および式(22), (23)を式(21)に代入すると、

$$\begin{aligned} & \int_R ([L][N] \{\dot{\delta}\})^T ([D][L][N] \{\dot{\delta}\} - \{\dot{\sigma}'\}) \\ & + \{m\} [\underline{N}] \{\dot{p}\}) dR \\ & = \int_R ([N] \{\dot{\delta}\})^T \rho \{\dot{f}\} dR + \int_{S_T} ([N] \{\dot{\delta}\})^T \{\dot{T}\} dS_T \\ & \therefore \{\delta\}^T \int_R ([L][N])^T [D] ([L][N]) \{\dot{\delta}\} dR \\ & - \{\delta\}^T \int_R ([L][N])^T \{\dot{\sigma}'\} dR \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \{\delta\}' \int_R ([L][N])' \{m\} \{\underline{N}\} \{\dot{p}\} dR \\
= & \{\delta\}' \int_R [N]' \rho \{\dot{f}\} dR + \{\delta\}' \int_{S_T} [N]' \{\dot{\underline{T}}\} dS_T
\end{aligned} \quad (24)$$

したがって、固体相の有限要素方程式は次式で表わされる。

$$[K] \{\delta\} + [C] \{\dot{p}\} = \{\dot{M}_1\} + \{\dot{M}_2\} + \{\dot{P}_1\} \quad (25)$$

ここで、

$$[K] = \int_R ([L][N])' [D] ([L][N]) dR = \int_R [B]' [D] [B] dR \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
[C] &= \int_R ([L][N])' \{m\} \{\underline{N}\} dR \\
&= \int_R [N]' ([L]' \{m\}) \{\underline{N}\} dR = \int_R \{Bv\}' \{\underline{N}\} dR
\end{aligned} \quad (27)$$

$$\{\dot{M}_1\} = \int_R ([L][N])' \{\dot{\sigma}'\} dR = \int_R [B]' \{\dot{\sigma}'\} dR \quad (28)$$

$$\{\dot{M}_2\} = \int_R [N]' \rho \{\dot{f}\} dR \quad (29)$$

$$\{\dot{P}_1\} = \int_{S_T} [N]' \{\dot{\underline{T}}\} dS_T \quad (30)$$

2.3.2 流体相挙動の有限要素定式化

流体相の挙動は式(11)(12)で表わされる。両式より w を消去すると次のようになる。

$$(kij \pi_j), i + \dot{u}_i, i + (kij \rho_f f_j), i - n/Kf \dot{\pi} = 0 \quad (31)$$

関数 p が式(15)を満足するように選べば、式(31)および式(15)(16)は任意の関数 v , \underline{v} を用いて積分記述した次式と等価である。

$$\begin{aligned}
& \int_R v [(kij \pi_j), i + \dot{u}_i, i + (kij \rho_f f_j), i - n/Kf \dot{\pi}] dR \\
& + \int_{S_q} \underline{v} [q_i n_i - Q] dS_q = 0
\end{aligned} \quad (32)$$

式(32)の weak-form は、 $v = -\underline{v}$ とし、

$$\begin{aligned}
& \int_R v (kij \pi_j), i dR \\
= & \int_{S_q} v (kij \pi_j), i n_i dS_q - \int_R v, i (kij \pi_j) dR
\end{aligned} \quad (33)$$

の関係式を利用することにより得られる。

$$\begin{aligned}
& \int_R v, i (kij \pi_j + kij \rho_f f_j) dR - \int_R v \dot{u}_i, i dR \\
& + \int_R v n/Kf \dot{\pi} dR - \int_{S_q} v Q dS_q \\
& - \int_{S_q} (kij \pi_j + kij \rho_f f_j) n_i dS_q = 0
\end{aligned} \quad (34)$$

上式で関数 v を S_p 上で 0 となるように選べば、最後の項は省略できる。

$$\begin{aligned}
& \int_R v, i (kij \pi_j + kij \rho_f f_j) dR - \int_R v \dot{u}_i, i dR \\
& + \int_R v n/Kf \dot{\pi} dR - \int_{S_q} v Q dS_q = 0
\end{aligned} \quad (35)$$

式(35)の u および π に式(22), (23)を代入し、 v としして形状関数 $\{\underline{N}\}$ を考える。マトリクス形で表わすと、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
& [\int_R ([L][N])' [H] [L] \{\underline{N}\} dR] \{p\} \\
& - [\int_R [N]' [L]' \{N\} dR] \{\delta\} + [\int_R [N] n/Kf \{N\} dR] \{\dot{p}\} \\
& + \int_R ([L][N])' [H] \rho_f \{f\} dR - \int_{S_q} [N]' Q dS_q = 0
\end{aligned} \quad (36)$$

したがって、流体相の有限要素方程式は次式で表わされる。

$$[C] \{\delta\} - [\bar{K}] \{p\} - [S] \{\dot{p}\} = \{M_3\} - \{P_2\} \quad (37)$$

ここで、

$$[\bar{K}] = \int_R ([L][N])' [H] [L] \{\underline{N}\} dR = \int_R [B]' [H] [B] dR \quad (38)$$

$$[C] = \int_R [N]' ([L]' \{N\}) dR = \int_R [N]' [Bv] dR = \int_R ([Bv]' [N]) dR \quad (39)$$

$$[S] = \int_R [N]' n/Kf \{N\} dR \quad (40)$$

$$\begin{aligned}
\{M_3\} &= \int_R ([L][N])' [H] \rho_f \{f\} dR \\
&= \int_R [B]' [H] \rho_f \{f\} dR
\end{aligned} \quad (41)$$

$$\{P_2\} = \int_{S_q} [N]' Q dS_q \quad (42)$$

2.3.3 時間領域における有限要素定式化

圧密問題の有限要素方程式は式(25)および式(37)より次式のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -[K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [C] \\ [C]' & -[S] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{M_1\} + \{M_2\} + \{P_1\} \\ \{M_3\} - \{P_2\} \end{Bmatrix} \quad (43)$$

上式を Galerkin 法を用いて有限要素定式化する。時刻 $t=0$ において初期値 $\{\delta\}_0, \{p\}_0$ が与えられているものとする。

任意の時刻における $\{\delta\}_n, \{p\}_n$ は、いくつかの時刻における $\{\delta\}_n, \{p\}_n$ により次のように内挿表示できるとする。

$$\begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^m N_{Ti}(t) \begin{Bmatrix} \{\delta\}_n \\ \{p\}_n \end{Bmatrix} \quad (44)$$

ここで、 N_{Ti} は時間区間内で連続的に定義された形状関数である。

ここでは線形内挿関数を考える。この時任意の時刻におけるパラメータの値は、その時刻を含む両側の 2 つの時刻の値で表わせる。

$$\begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = [N_{T1} \quad N_{T2}] \begin{Bmatrix} \{\delta\}_n \\ \{p\}_n \\ \{\delta\}_{n+1} \\ \{p\}_{n+1} \end{Bmatrix} \quad (45)$$

$$\text{ここで、} \quad N_{T1} = \frac{\Delta t - (t - t_n)}{\Delta t}, \quad N_{T2} = \frac{t - t_n}{\Delta t} \quad (46)$$

また時間微分項は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} dN_{T1} & dN_{T2} \\ dt & dt \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\}_n \\ \{p\}_n \\ \{\delta\}_{n+1} \\ \{p\}_{n+1} \end{Bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\}_n \\ \{p\}_n \\ \{\delta\}_{n+1} \\ \{p\}_{n+1} \end{Bmatrix} \quad (47)$$

$\{\delta\}_n, \{p\}_n$ は漸化式で順次求められた既知の値とすれば、 N_{T2} を式(43)に乗じた積分を重み付き残差方程式とすればよい。

$[K], [\bar{K}]$ が区間線形性を有し荷重項も線形補間できるものとして積分すると、

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} [K]_n & [C] \\ [C]^T & -[S] - \alpha \Delta t [\bar{K}]_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\}_{n+1} \\ \{p\}_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K]_n & [C] \\ [C]^T & -[S] + (1-\alpha)\Delta t [\bar{K}]_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\}_n \\ \{p\}_n \end{Bmatrix} \\
 & + (1-\alpha)\Delta t \begin{Bmatrix} \{0\}_n \\ \{M_3\}_n - \{P_2\}_n \end{Bmatrix} + \alpha \Delta t \begin{Bmatrix} \{0\}_{n+1} \\ \{M_3\}_{n+1} - \{P_2\}_{n+1} \end{Bmatrix} \\
 & - \begin{Bmatrix} \{M_1\}_n + \{M_2\}_n + \{P_1\}_n \\ \{0\}_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{M_1\}_{n+1} + \{M_2\}_{n+1} + \{P_1\}_{n+1} \\ \{0\}_{n+1} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \quad (48)$$

ここで、 $0 < \alpha < 1.0$

変位および間隙水圧をそれぞれ増分 $\{\Delta \delta\} = \{\delta\}_{n+1} - \{\delta\}_n, \{\Delta p\} = \{p\}_{n+1} - \{p\}_n$ で表せば、圧密問題の有限要素式は次のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} [K]_n & [C] \\ [C]^T & -[S] - \alpha \Delta t [\bar{K}]_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta \delta\} \\ \{\Delta p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{R_u\}_{n+1} \\ \{R_p\}_{n+1} \end{Bmatrix} \quad (49)$$

ここで、

$$\{R_u\}_{n+1} = -\{M_1\}_n - \{M_2\}_n - \{P_1\}_n + \{M_1\}_{n+1} + \{M_2\}_{n+1} + \{P_1\}_{n+1} \quad (50)$$

$$\{R_p\}_{n+1} = \Delta t [\bar{K}]_n \{p\}_n + (1-\alpha)\Delta t (\{M_3\}_n - \{P_2\}_n) + \alpha \Delta t (\{M_3\}_{n+1} - \{P_2\}_{n+1}) \quad (51)$$

$$[K] = \int_R [B]^T [D] [B] dR \quad (52)$$

$$[K] = \int_R [B]^T [H] [B] dR \quad (53)$$

$$[C] = \int_R [B_v]^T \{N\} dR \quad (54)$$

$$[S] = \int_R \{N\}^T n / K_f \{N\} dR \quad (55)$$

$$\{M_1\} = \int_R [B]^T \{\sigma'\} dR \quad (56)$$

$$\{M_2\} = \int_R [N]^T \rho \{f\} dR \quad (57)$$

$$\{M_3\} = \int_R [B]^T [H] \rho_f \{f\} dR \quad (58)$$

$$\{P_1\} = \int_{S_T} [N]^T \{T\} dS_T \quad (59)$$

$$\{P_2\} = \int_{S_q} [N]^T Q dS_q \quad (60)$$

2.4 理論解との比較による妥当性の検証

システムの妥当性を検証するために、図-1に示すような線形弾性体の1次元圧密問題の計算を行い、

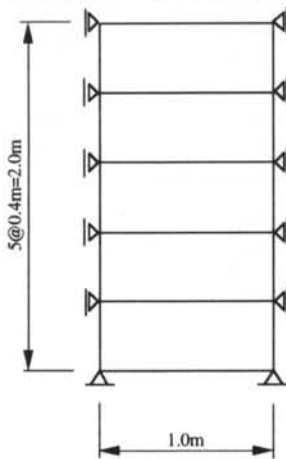


図-1 1次元圧密計算のモデル

Terzaghiの理論解との比較を行った。

土の物性値は次の通りとした。

・変形係数 : $E=166.7 \text{ tf/m}^2$

・ポアソン比 : $\nu=0.333$

・透水係数 : $k=3.2 \text{ m/hour}$

図-2に圧密度と時間係数の関係を、図-3に過剰間隙水圧の等時曲線を示す。図中、各線が理論解を、マーカーが本システムによる解析値を示している。両者とも解析値は理論値とよく一致しており、本システムの妥当性を示唆している。

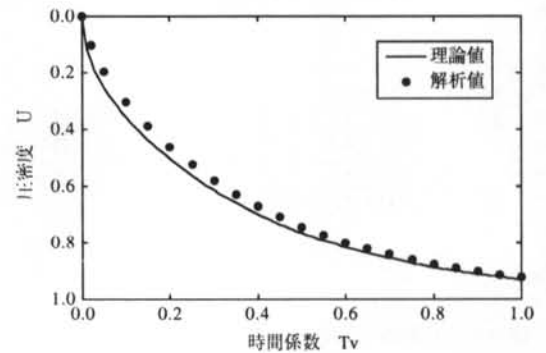


図-2 圧密度と時間係数の関係

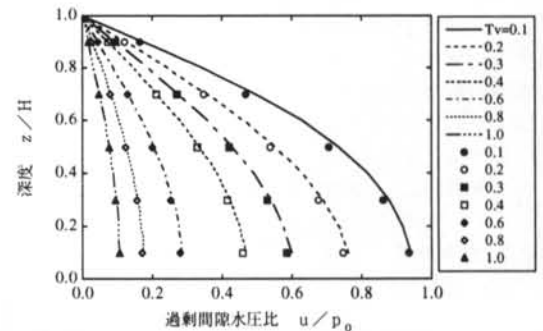


図-3 圧密等時曲線

§3. 解析例

3.1 解析モデル

解析例として図-4に示すような矩形盛土問題について3次元FEM解析を行った。なお、解析モデルは対称性を利用して、盛土中心で切った1/4モデルとしている。また、比較のために行った2次元解析のモデルは、図-5に示すように3次元解析モデルのXZ面と同じメッシュとした。

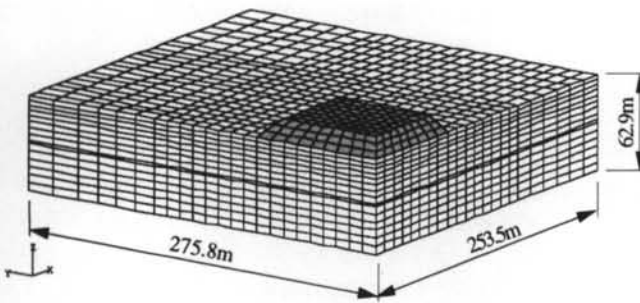


図-4 矩形盛土の3次元解析モデル

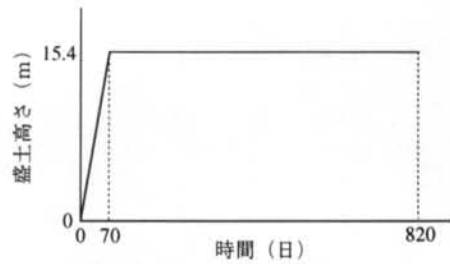


図-6 盛土の盛り立て工程

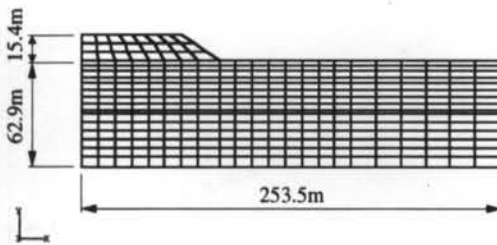


図-5 矩形盛土の2次元解析モデル

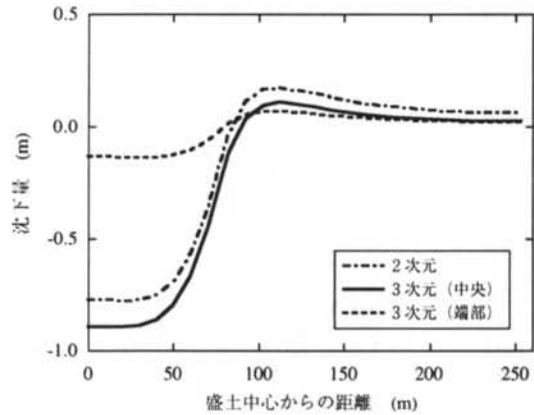


図-8 盛土部地表面沈下量の分布 (t=70日)

3.2 解析条件

解析に用いた地盤の土層構成と土質定数を表-1に示す。地盤は弾性と仮定した。また、排水面は地表面とし、境界条件としては、3次元、2次元とも側面を鉛直方向自由・水平方向固定、底面を両方向固定とした。

図-6に示すように、盛土高さは15.4mで、盛り立ては70日間とし、820日まで解析を行った。

3.3 解析結果

3.3.1 変形

図-7にt=820日の変形・コンター図を示す。盛土中心部で沈下が最も大きく発生し、中心から離れるにつれて徐々に小さくなり、盛土尻部付近から逆に隆起に転じている。また、盛土中心部の沈下に伴って、地盤は側方へも変形を生じている。

図-8はt=70日の盛土部地表面の沈下量について、2次元解析の結果(図中一点鎖線)と3次元解析の結果を比較したものである。3次元解析では盛土中心

土層	層厚 (m)	単位体積重量 (kN/m ³)	変形係数 (kPa)	ポアソン比	透水係数 (m/day)	間隙率 (%)
盛土	15.4	17.7	3,430	0.333	—	—
Bs1層	9.7	19.1	14,710	0.333	7.8	41
Bs2層	7.2	17.7	4,900	0.333	4.3×10 ⁻²	55
Ac1層	12.7	16.2	8,830	0.333	4.3×10 ⁻⁴	63
As1層	1.7	18.1	5,880	0.333	0.26	50
Ac2層	20.5	15.7	12,750	0.333	4.3×10 ⁻⁴	63
Ds1層	11.1	19.1	34,320	0.333	0.60	47

表-1 解析に用いた土質定数

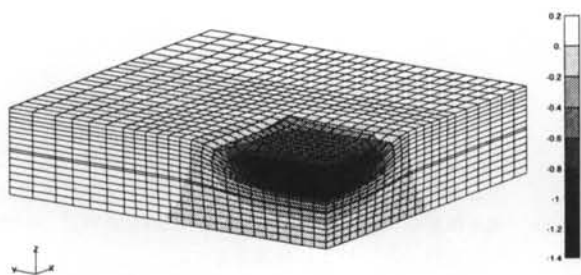


図-7 変形・コンター図 (t = 820日)

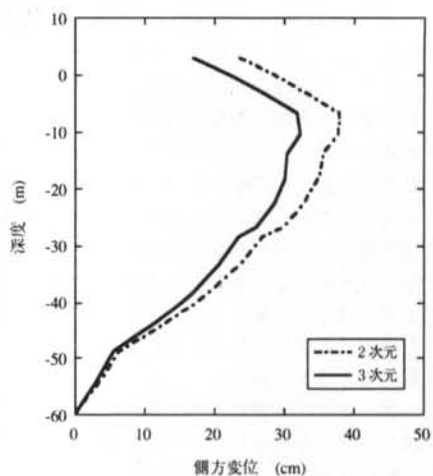


図-9 盛土法尻部の側方変位の深さ方向分布 (t = 70日)

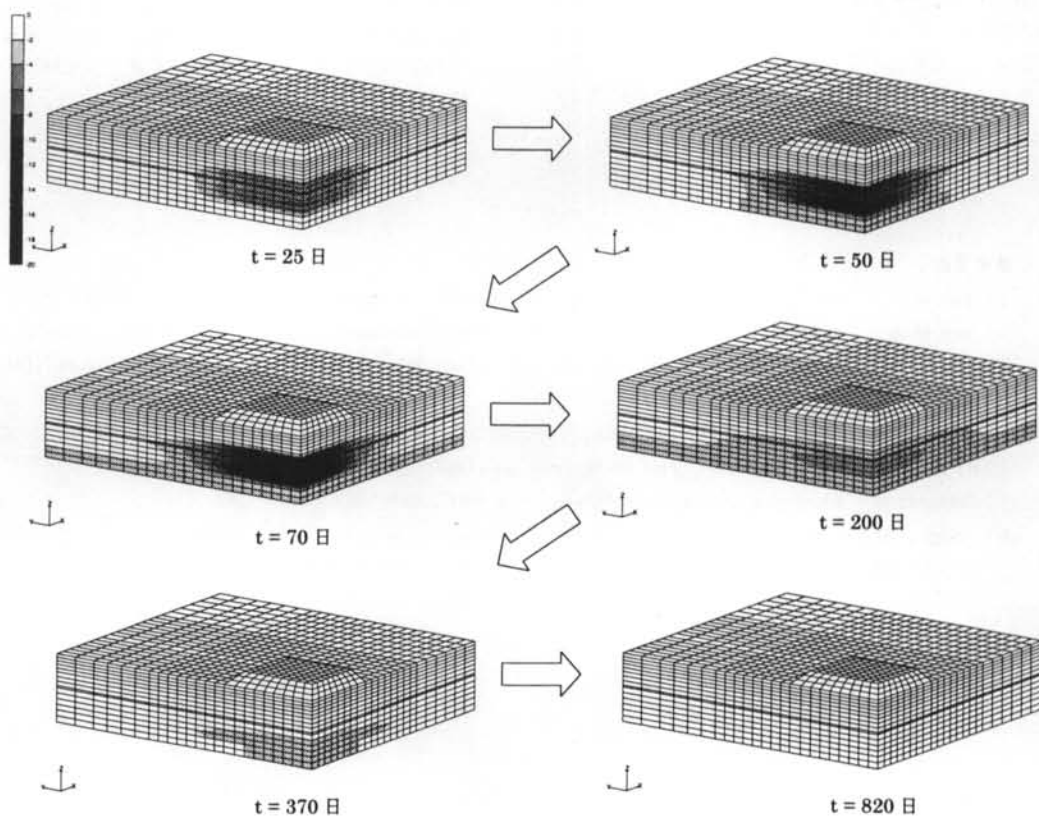


図-10 過剰間隙水圧の経時変化

部(実線)と盛土端部(破線)の結果を示している。盛土中心部の沈下は3次元解析の方が2次元解析よりも若干大きめになっている。これは、2次元解析では盛土荷重が奥行き方向に均等に載荷されるという条件で解かれるのに対し、3次元解析では盛土の矩形の形状に合わせて、盛土中心部に最も荷重がかかるためと考えられる。したがって、3次元解析の盛土端部の沈下は2次元解析に比べてかなり小さくなっている。すなわち、このような矩形盛土を2次元で解析した場合、盛土中心部の沈下量を過小に、また、盛土端部の沈下量を過大に評価してしまうことになり、3次元解析が重要であることがわかる。

図-9は $t=70$ 日の盛土法尻部における側方変位の深さ方向分布を示したものである。図中、実線が3次元解析結果を、一点鎖線が2次元解析結果を示している。2次元解析の側方変位は3次元解析のそれより全般に大きくなっており、最大値を比較すると、約2割程度2次元解析の方が過大に評価している。

3.3.2 間隙水圧

図-10は過剰間隙水圧の経時的な変化をカウンター図で示したものである。過剰間隙水圧は盛土の盛り立てに伴って次第に大きくなり、盛り立て完了時に最大となる。その後放置期間の経過に伴って次第に小さく

なっており、このような過剰間隙水圧の発生・消散の3次元的な変化が確認できる。

§4. おわりに

本研究では、地盤の土粒子骨格と間隙流体の連成作用を地盤の非線形性も考慮した上で3次元的に解析し得る解析システムの開発を行い、その有効性について検討を行った。以下に結論を示す。

- 1) Biotの3次元圧密方程式を基に、連成解析手法を用いて、有限要素法に適用するための基礎式を誘導した。
- 2) 線形弾性体の1次元圧密問題を取り上げ、本システムによる解析値とTerzaghiの理論解との比較を行った。その結果、解析値は理論値とよく一致しており、本システムの妥当性が確認できた。
- 3) 矩形盛土問題について、3次元圧密解析を行い、2次元解析との比較を行った。その結果、2次元解析では盛土中心部の沈下量を過小に、また、盛土端部の沈下量および法尻部の側方変位を過大に評価してしまい、このような問題に対する3次元解析の必要性が確認できた。

<参考文献>

- 1) Biot, M. A. : "General Theory of Three-Dimensional Consolidation", J. Appl. Phys., Vol.12, pp.154 ~ 164, 1941.
- 2) Biot, M. A. : "General Solutions of the Equations of Elasticity and Consolidation for a Porous Material", J. Appl. Mech., 1956.
- 3) 柴田徹, 関口秀雄: "盛土基礎地盤の弾・粘塑性挙動解析と破壊予測", 土木学会論文報告集, 第301号, pp.93 ~ 104, 1980.
- 4) Ogisako, E., Nishizaki, S., Dewa, K. and Saito, I. : "CONSOLIDATION ANALYSIS BASED ON ELASTO-VISCOPLASTICITY BY FINITE ELEMENT METHOD", Proc. 9th Southeast Asian Geot. Conf., Vol.1, pp.4-53 ~ 4-64, 1987.
- 5) Sekiguchi, H. : "Rheological Characteristics of Clays", Proc. 9th ICSMFE, Vol.1, pp.289 ~ 292, 1977.
- 6) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : "Induced Anisotropy and Time Dependency in Clays", Proc. Speciality Session 9, 9th ICSMFE, pp.229 ~ 238, 1977.