

グリーン関数の逆解析による表層地盤の動的物性の推定

早川 崇

(技術研究所)

§1. はじめに

耐震設計や環境振動では少なからず地盤振動の予測を必要とする場合がある。敷地地下数十mより浅い軟弱な表層は地震動を大きく増幅し、環境振動で扱う微振動では表面波の伝播媒体となるため、そのモデル化の精度、すなわち地盤の動的物性の推定精度が地盤振動の予測精度に決定的な影響を及ぼす。

地盤の動的物性は密度、S波速度、S波Q値、P波速度、P波Q値からなる。なかでもS波速度、S波Q値の鉛直分布(以後、S波速度構造、 Q_s 構造)は地盤の固有振動数、増幅率、距離減衰に大きく影響するため工学的に重要である。

地盤の動的物性を推定する弾性波探査には、地表面探査とボーリング孔を用いた探査方法がある¹⁾。前者には反射法²⁾、³⁾、屈折法³⁾、表面波探査⁴⁾、⁵⁾があり、後者は地震観測⁶⁾、弾性波ジオトモグラフィ⁷⁾、PS検層が挙げられる。本報では、地表面加振による強制振動試験から加振力に対する変位の周波数応答関数(以下:グリーン関数)を求め、その逆解析により水平成層地盤の動的物性の鉛直分布を推定した。本手法は $p-r$ 領域の一次元の非線形フルウェーブインバージョン⁸⁾、⁹⁾、¹⁰⁾と等価で、次の利点を有する。

- ・実体波と表面波の混在下でも推定精度の低下が無い
- ・繰り返し観測による観測ノイズの除去
- ・地中の加振点、観測点が不要

また、S波速度構造はグリーン関数に大きく影響すること、位相に加え振幅情報も評価すること、加振点と測定点間の距離、加振振動数を調整することにより、

- ・増幅率に大きく影響するS波速度構造
- ・距離減衰に大きく影響する Q_s 構造

の精度の高い推定が期待される。本法では既往の非線形フルウェーブインバージョンと比較して次の新規性を有する。

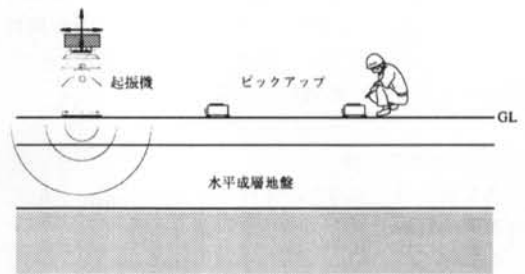


図-1 振動試験イメージ

- ・地下数十mの表層地盤を対象
- ・グリーン関数微分はBorn近似せず、数値的に算定
- ・正弦波加振とし、加振力を正確に求めるとともに、低騒音、低振動の試験を実現

§2. 手法概要

2.1 試験および逆解析概要

図-1に示すように起振機により地盤の地表面を振動数を変えつつ正弦波加振し、地表の応答を1点ないし数点で測定しグリーン関数を算定する。平均的な物性の推定には多くの測点配置が、内部減衰の推定には起振機から遠方までの直線アレーが有効と考えられる。観測されたグリーン関数にフィットするような最適地盤モデルを準ニュートン法¹¹⁾の一種であるBFGS法¹¹⁾を用いて検索する。準ニュートン法は適当な初期モデルから出発して最適解を反復しながら検索する最適化手法の一つである。この手法では初期モデルを作成する必要があるが、比較的入手が容易なN値等からおおまかな値を推定し、初期モデルとすればよい。

本報では加振方向を上下とし、準ニュートン法の評価関数Eを式(1)とした。

$$E = \sum_i^{no} \sum_j^{nd} \sum_k^{no} \left[g_{c_{ij}}(\omega_k) - g_{o_{ij}}(\omega_k) \right]^2 \quad (1)$$

gc: 振動数 ω_k の i 地点 j 方向のグリーン関数計算値
 go: 振動数 ω_k の i 地点 j 方向のグリーン関数観測値
 no: 測点数
 nd: 変位方向
 n ω : 測定した振動数の個数

同式では複素数で残差和を計算するため、増幅率に加え位相情報も評価している。グリーン関数は水平成層地盤におけるもので、久田¹²⁾による波数積分法により求めた。計算は全て倍精度で行い、評価関数のパラメータに関する微分は、パラメータを±0.1%変動させ差分から数値的に計算した。

2.2 収束判定条件

各反復において以下の条件の一方が成立した場合、最適解へ収束したとみなして計算を打ち切った。

条件1. $\Delta E < \varepsilon_1$ かつ $\|\nabla E\| < \varepsilon_2$

条件2. $\|\Delta x\| < \varepsilon_3$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ は収束判定値である。また、

ΔE : 評価関数の変動量

$\Delta E = E^{(k)} - E^{(k-1)}$: 右上添字 k は反復回数

$\|\Delta x\| = \|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|$: 修正ベクトルの L2 ノルム

$x^{(k)} = [x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}]$: パラメータが要素の配列

$\|\nabla E\| = \left\| \frac{\partial E}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial E}{\partial x_n} \right\|$: 勾配ベクトルのノルム

上記条件はパラメータが評価関数の極小点となる必要条件であるが、必要十分条件ではない。なぜなら、修正ベクトル方向の推定が不適切である場合にも成立するからである。これは評価関数の非線形性が強いほど起きやすいと考えられ、BFGS法の限界といえる。本論では、実試験データに対しても有意な最適解が得られることから、式(1)の評価関数の非線形性に対してBFGS法が有効であることを確認した。

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ は計算効率上非常に重要である。必要以上に小さいと、有意な解が推定されているにもかかわらず無駄な計算を続けることになる。また大きすぎると収束する前に計算が打ち切られてしまう。本論では $\varepsilon_1 = 10^{-22}$, $\varepsilon_2 = 10^{-24}$, $\varepsilon_3 = 10^{-13}$, と非常に小さくとり、有意な解が得られる反復以前の最小の $\Delta E, \|\nabla E\|, \|\Delta x\|$ を調べることにし、これらの収束判定値の設定方法を検討した。

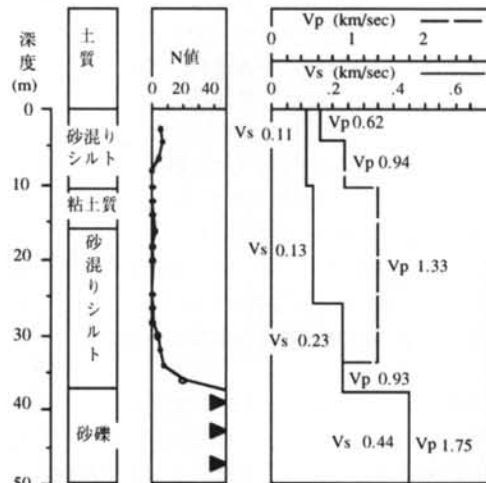
§3. 数値実験

3.1 実験概要

数値実験では、パラメータの選択方法についての検討を行うと同時に、本手法の可能性を確認した。具体的には、数値実験モデルから観測グリーン関数を計算で求め、ランダムに作成した初期モデルから同地盤モデルを推定した。従って数値実験では真値が明らかであり、最適解が真値に収束したことを確認できる。本報では工学的に最も重要なS波速度構造のみを推定した。従って、パラメータはS波速度および層厚のみで、密度とP波Q値、S波Q値は最初から真値を与えて固定、P波速度は真値とおなじポアソン比(0.48)に固定してS波速度と連動させた。

密度 (ton/m ³)	P波、S波 Q値 (m)	方法1		方法2	
		S波速度 (m/s)	層厚 (m)	S波速度 (m/s)	層厚 (m)
1.7	20	110	10	110	5
1.7				110	5
1.7		130	16	130	4
1.7				130	4
1.7				130	4
1.7				130	4
1.7		230	12	230	4
1.7				230	4
1.7				230	4
1.85		440	∞	440	∞

表一 初期モデル (■は固定した定数)



図一2 越中島地盤柱状図

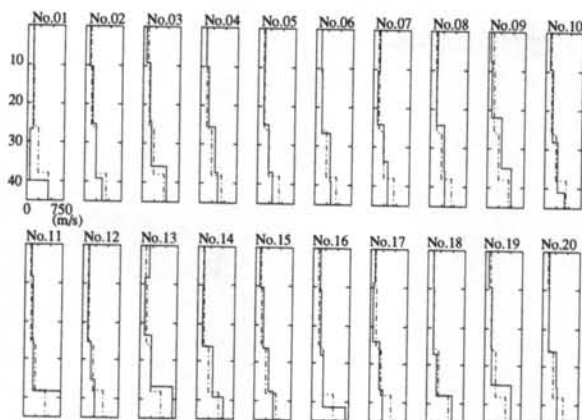


図-3 方法1での初期モデル

(S波速度と層厚をパラメータ. 一点鎖線は真値)

本手法で用いたBFGS法は評価関数の極小点が複数存在する場合、初期値によって最適解が左右される。しかし手法の実用性の面から、初期値に依存せず真のS波速度構造が求められる必要がある。そのため複数の初期モデルを作成し、高い確立で真のモデルが推定できることを確認した。初期モデルは正規分布した乱数を数値実験モデルの各層のS波速度あるいは層厚に与えて作成した。その際S波速度に与えた乱数の標準偏差 σ は、N値からS波速度を推定した場合の誤差とほぼ同程度になるように、物理探査で求められたS波速度に対するN値のばらつき¹³⁾から目視で読み取って $\sigma = V_s \times 0.3$ とした。また層厚Hに与えた乱数の標準偏差は $\sigma = H \times 0.1$ とした。

表-1に示す数値実験モデルは図-2の当研究所の敷地をモデル化したものである。この地盤は支持層がGL-40mにあり、それ以浅はS波速度230m/s以下の軟弱層である。後述する振動試験と合わせるため、観測点を加振点から30m、40m離れた地表とし、上下加振でグリーン関数の上下方向(UD)と半径方向(RADIAL)成分をフィッティングした。

S波速度構造の推定には二通りのパラメータ選択がある。一つは、各層のS波速度と層厚を同時にパラメータにする方法(方法1)、もう一つは多くの薄い層に分割して層厚を固定し、S波速度のみパラメータとする方法(方法2)である。そのため表-1に示すように、分割数を変えた2種類のS波速度構造の初期モデルセットを作成した。方法1では4層分割で全層のS波速度、層厚をパラメータにして初期モデルを20作成した(図-3)。方法2では細かく10層分割して全層のS波速度をパラメータとし、初期モデルを同じく20作成した(図-4)。

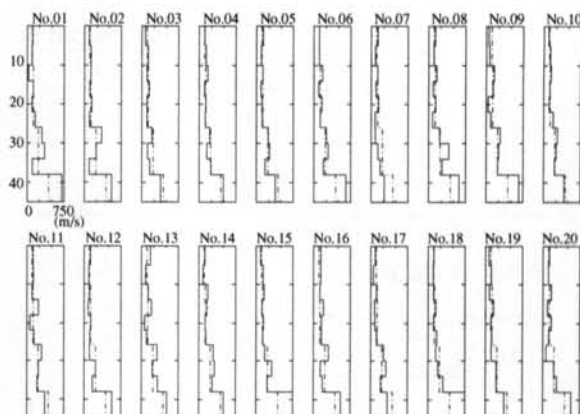


図-4 方法2での初期モデル

(S波速度のみパラメータ. 一点鎖線は真値)

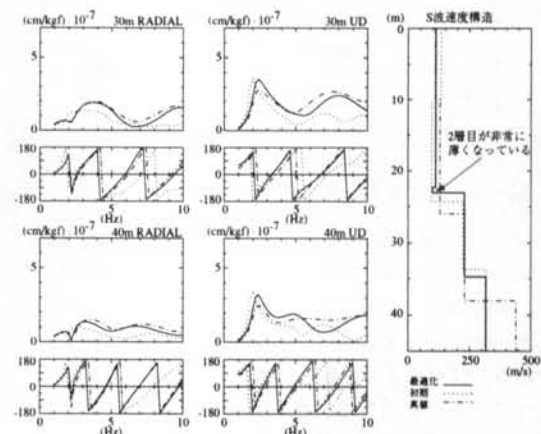


図-5 方法1によるNo.7モデルの失敗例

3.2 結果

全パラメータの誤差が真値の $\pm 3\%$ に収まった時点をもっと最適解に到達したとみなした。表-2は方法1と方法2で最適解に到達したモデルで、それぞれ4モデルと16モデルとなり、方法1に比べ方法2の方が高い収束率となった。方法1では110、130m/sの層が極端に薄くなって消滅し、最終的には4層構造から3層構造になる例が見られた。図-5はそのような例で、上層2層目の層厚が非常に薄くなっている。S波速度変化が小さい区間を複数の層に分割した場合、層厚に対する拘束がゆるいため、数値計算上不安定となる。速度にあまり差がない110、130m/sの層厚はこのような理由で薄くなったと考えられる。以上から、方法2に則ったパラメータ選択、つまり層を薄く多く分割してS波速度のみを最適化した方が有利と

方法	パラメータ	層数	正解した初期モデル
1	S波速度、層厚 (7)	4	No.4,6,14,18 (4)
2	S波速度 (10)	10	No.2,3,4,5,6,7,8,10,11,12,13,14,15,18,19,20 (16)

() 内はパラメータ数および正解した初期モデル数

表-2 推定結果

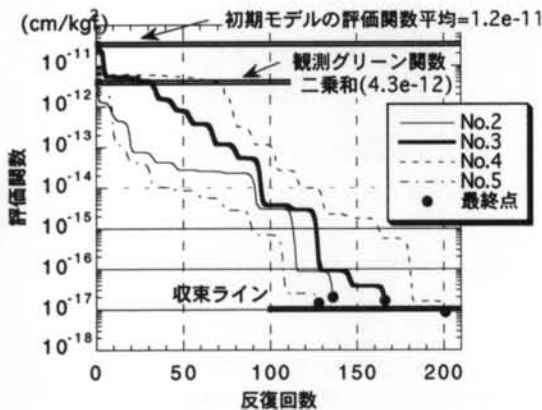


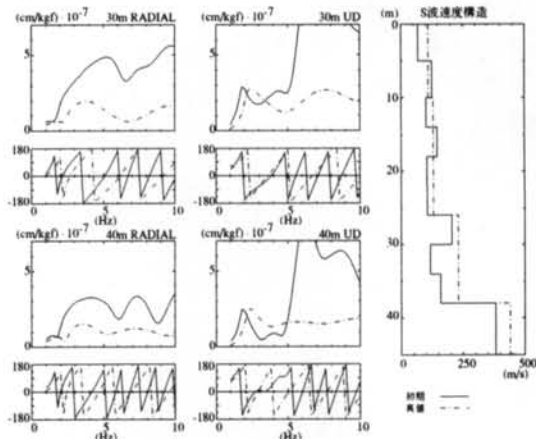
図-6 反復回数と評価関数

いえる。図-6に代表として方法2によるNo.2, No.3, No.4, No.5の評価関数を反復回数との関係で示す。同図には真値のグリーン関数振幅の二乗和と方法2による初期モデルの評価関数の平均が示してある。収束ラインは評価関数 10^{-17} と見積もられ、これはグリーン関数振幅和の0.4%程度である。図-7にNo.3モデルとその反復回数40, 100回目のグリーン関数とS波速度構造を示す。収束は感度の高いパラメータほど先に正解に近づくため、はじめに最上層が、続いて順次深い層が真値へ収束している。

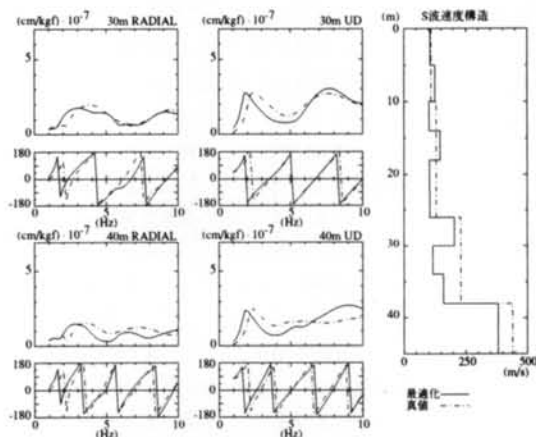
3.3 考察

実地盤へ適用した場合、初期モデルと真値との誤差(誤差1)、常時微動等による観測ノイズによる誤差(誤差2)の2つの誤差に対してロバスト性を有する必要がある。そのため実地盤への適用には、誤差2も含めた検討を実施する必要がある。しかし方法2に限れば、初期モデルの多くが正解に収束したことから、N値からモデル化した際の誤差1に関しては実用上問題ないと考えられる。従って、N値から初期モデルを決定してもS波速度構造が正しく求められる可能性が高いと考えられる。

初期



40回反復時



100回反復時

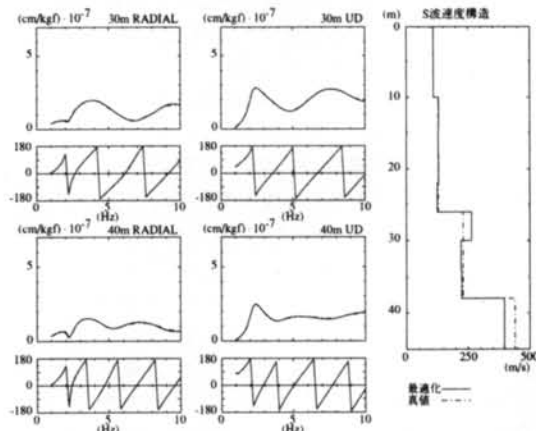


図-7 No.3モデル(方法2)およびその反復回数40, 100回目のグリーン関数, S波速度構造

§ 4. 越中島地盤への適用

4.1 試験概要

当技術研究所において地盤の起振機試験を実施し、GL-40m程度のS波速度構造を推定した。加振点、測定点を図-8に示す。加振方向は上下とし、加振点から30m、40m離れた地点で上下成分と水平成分(加振点方向)を速度で測定した。加振力は1~10Hz区間を繰り返しをログスイープし、2成分のグリーン関数をリアルタイムに求めた。加振はグリーン関数の平均値が十分安定するまで行った。図-9に加振および計測システムを示す。

図-10に振動試験により得られたグリーン関数を示す。全体的に距離減衰のため40mに比して30m地点の方が振幅が大きい。また30m地点の上下成分では3Hzにピークが認められるが、これは表層地盤のレイリー波基本モードのエアリー相である。

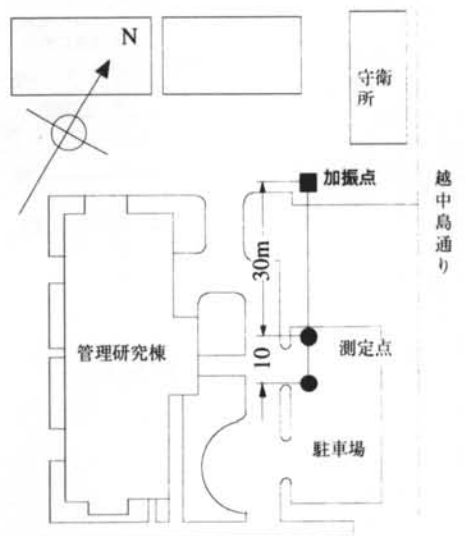


図-8 加振点および測定点

層区分	密度 (ton/m ³)	N値	S波速度 (m/s)	層厚 (m)
1	1.70	5	133	5
	1.70	5	133	5
	1.70	5	133	5
	1.70	5	133	5
	1.70	5	133	5
2	1.70	10	200	4
	1.70	10	200	4
3	1.85	65	344	

表-3 初期モデル

点の方が振幅が大きい。また30m地点の上下成分では3Hzにピークが認められるが、これは表層地盤のレイリー波基本モードのエアリー相である。

4.2 解析概要

S波速度構造の初期モデルは、図-2のN値から平均モデルを作成し、平均モデルに乱数を加えて複数の初期モデルを作成した。

試験直下の地盤の真値は不明であり、前述した誤差2のため評価関数が複雑になることから、得られ



図-9 計測システム

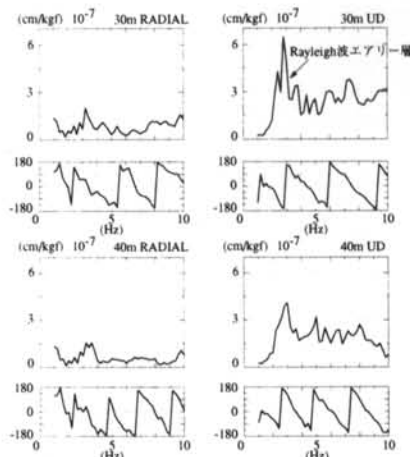


図-10 グリーン関数観測値

た最適モデルの精度を示すことが非常に難しい。推定精度を示す一つの方法は、複数の初期モデルを作成し、初期モデルにかかわらず一つの最適モデルに収束することを示すことである。これは逆解析における推定パラメータの拘束力を示すことであり、最適化モデルが真値である可能性が最も高いと考えられる。このような意味から本逆解析では初期モデルを複数作成し、最適解の推定精度を示した。

N値は図-2の地盤柱状図で大きく3区間に分け、おおよその区間平均N値を決めた後、式(2)を用いてS波速度を推定した。

$$V_s = 102N^{0.292} \quad (2)$$

表-3に区間平均N値とS波速度構造を示す。次に§3で述べた方法2に則って、層分割は3層を9に細

かく分割し、標準偏差 $\sigma = V_s \times 0.3$ の正規分布した乱数を各層のS波速度に与え20作成した。図-11にS波速度構造の全初期モデルを示す。

P波とS波のQ値構造は20(一定)と固定し、P波速度は $V_p = V_s \times 1.11 + 129^{(4)}$ としてS波速度と連動させた。

4.3 解析結果

図-12に全初期モデルについて評価関数と反復回数(一定)の関係を示す。評価関数の最終値は初期モデルにより異なるが、評価関数が $E_c = 1.5 \times 10^{-12}$ を下回っ

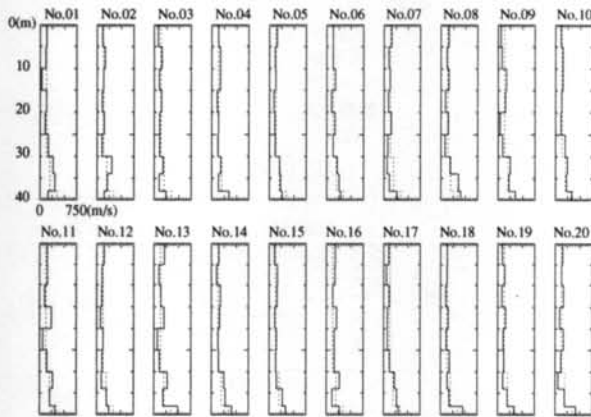


図-11 初期モデル

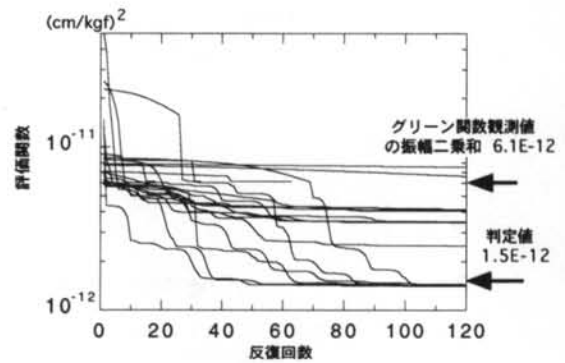


図-12 評価関数

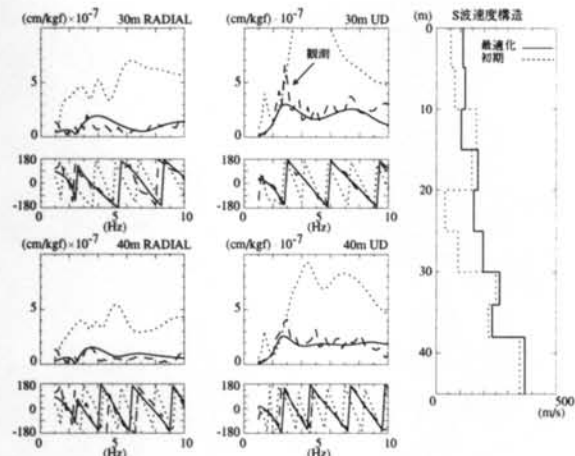


図-13 No.9モデルの最適化例

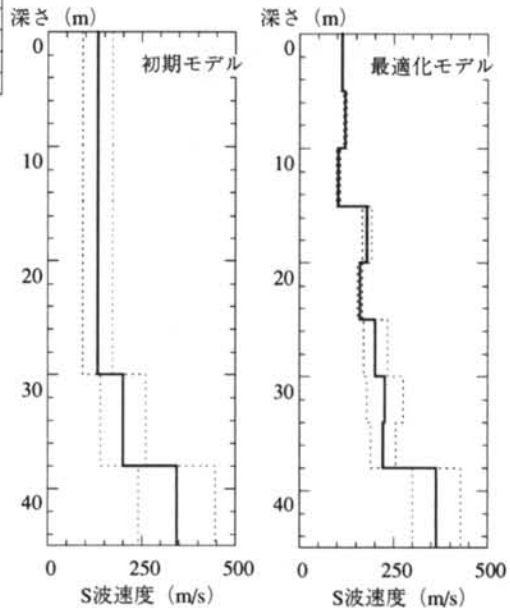


図-14 初期モデルと最適化モデルのS波速度構造の平均と標準偏差

たモデル (No.3, 9, 10, 14, 18, 19) とそれ以外に明確に分けられる。図-13にNo.9モデルとその最適化モデルのS波速度構造、また同両モデルから計算したグリーン関数を実測値と比較して示す。最適化モデルによるグリーン関数は初期モデルに比べ大きく実測値に近づき、ほぼ実測値の平均的な振幅となっている。Ecを下回った時点での最適化モデルの平均と標準偏差を図-14に示す。同図中で注目すべきは、最適化モデルの標準偏差が初期モデルに比べて小さくなっていることである。これは拘束の効いた大域的な最適解であると考えられ、最適化モデルの平均値は試験直下のS波速度構造である可能性が高い。図-15は最適化モデルとPS検層によるS波速度構造を比較している。PS検層は起振機から約100m離れている地点のものであるため、試験直下の地盤とやや異なっている可能性があるが、最適化モデルの平均は

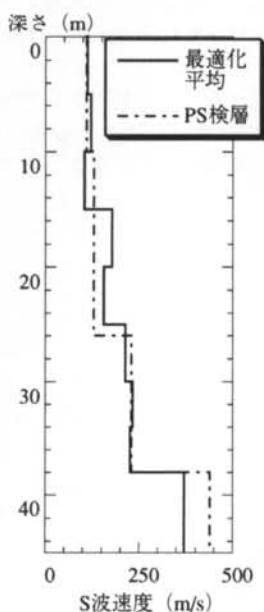


図-15 最適化モデルの平均とPS検層によるS波速度構造

	ΔE	$\ \nabla E\ $	$\ \Delta x\ $
	1.4E-17	3.0E-15	9.1E-02
規準化	2.3E-06	4.9E-04	

表-4 越中島地盤から求めた収束判定値

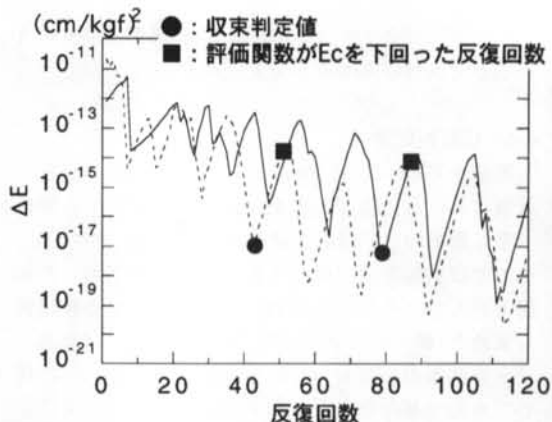


図-16 反復回数と ΔE

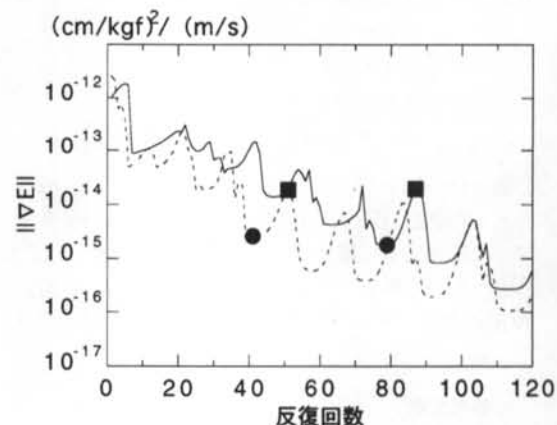


図-17 反復回数と $\|\nabla E\|$
(●, ■は図-16と同じ)

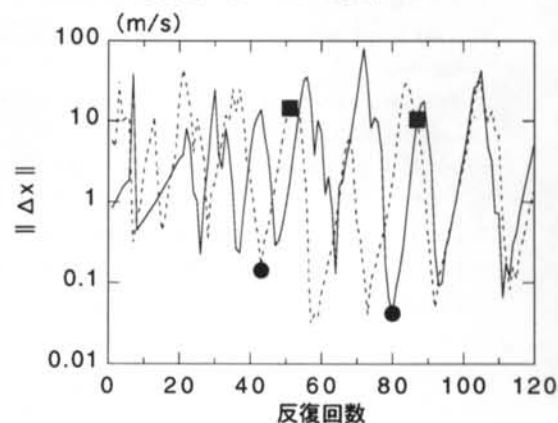


図-18 反復回数と $\|\Delta x\|$
(●, ■は図-16と同じ)

これと調和的で、やはり試験直下のS波速度構造に近いことを裏付けるものと考えられる。

4.4 収束判定値

前節からEcは正解ラインと考えられ、これ以前の反復における ΔE , $\|\nabla E\|$, $\|\Delta x\|$ の最小値は、この解析で最も効率の良い収束判定値 ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 を与える。そこで収束判定値を検討するため、Ecを下回った初期モデル毎にそれらを求め、さらにその中で最小値を求めた(表-4)。また ΔE , $\|\nabla E\|$ に関しては観測グリーン関数の振幅レベルの影響を除くため、同振幅の二乗和で基準化した。地下構造や観測ノイズにより実験毎に収束判定値は変化するが、本データではおおよそ以下の関係となった。

$$\epsilon_1 = S \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_2 = S \times 10^{-4}$$

$$\epsilon_3 = 10^{-2}$$

S: 観測グリーン関数の二乗和 $S = \sum_i \sum_j \sum_k |g_{ij}(\omega_k)|^2$

図-16, 図-17, 図-18に代表としてNo.3, No.9モデルの ΔE , $\|\nabla E\|$, $\|\Delta x\|$ を示す。同図にはEcを下回った反復回数(■点)と、それ以前での最小 ΔE , $\|\nabla E\|$, $\|\Delta x\|$ (●点)を同時にプロットした。 ΔE , $\|\nabla E\|$ は変動幅が大きいものの、反復回数に従って減

少している。しかし $\|\Delta x\|$ は減少傾向が認められない。これは最下層のS波速度の拘束がゆるく、最後まで大きく変動したからである。 $\|\Delta x\|$ の収束判定はこのようにパラメータの拘束力や、修正ベクトル方向の推定の精度に大きく影響されるため、設定が困難である。

§5. 結論

数値実験により、パラメータの選択方法についての検討を行うと同時に、本手法の可能性を確認した。その結果、S波速度構造を推定する場合、多くの薄い層に分割して層厚を固定し、S波速度のみパラメータすれば、N値から初期モデルを決定してもS波速度構造が正しく求められると考えられる。

次に実際の振動試験から、越中島地盤のS波速度構造を推定した。その結果、拘束の効いた逆解析が行われ、真のS波構造が推定できたと考えられる。したがって本手法は越中島地盤では適用可能であった。

謝辞 本研究でグリーン関数のプログラムの提供は工学院大学久田嘉章助教授より頂きました。また同久田氏、清水建設川瀬博氏から貴重なご意見を頂きました。

<参考文献>

- 1) 藤村健司, 深沢晋次治, 榎永幸介: "各種物理探査法の変遷と現状", 土と基礎, 1997年9月, pp.7~10.
- 2) 井川猛: "地下構造の探査とVSP (VERTICAL SEISMIC PROFILING)", 地震第2輯 総合報告, 1994年10月, pp.81~90.
- 3) 小野吉彦: "浅層反射法の現状と課題", 物理探査, Vol.38 No.5, 1985年, pp.80~86.
- 4) Yuan, D. and Nazarian, S.: "Automated surface wave method: inversion technique", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.119, No.7, 1992, pp.1112~1126.
- 5) Tokimatsu, Shinzawa & Kuwayama: "Use of short-period microtremors for Vs profiling", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.118, No.10, 1992, pp.1544~1558.
- 6) 石田寛, 太田外気晴: "軟弱地盤におけるS波重複反射理論の適用性", 鹿島建設技術研究所年報, 1988年6月, pp.179~184.
- 7) 六川修一: "弾性波トモグラフィとその応用", 物理探査, Vol.42 No.6, 1989年, pp.428~441.
- 8) Mora, P.: "Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data", Geophysics, Vol.52, No.9, 1987, pp.1211-1228.
- 9) Pan, G.S., Phinney, R.A., and Odum, R.I.: "Full-waveform inversion of plane-wave seismogram in stratified acoustic media: Applicability and limitations", Geophysics, Vol.54, No.3, 1988, pp.368-380.
- 10) Kormendi, F. and Dietrich, M.: "Nonlinear waveform inversion of plane-wave seismograms in stratified elastic media", Geophysics, Vol.56, No.5, 1991, pp.664-674.
- 11) 佐藤忠信: "地盤工学における逆解析 4. 最適化手法", 土と基礎, Vol.43 No.6, 1995年6月, pp.75~79.
- 12) Hisada: "An Efficient Method for Computing Green's Functions for a Layered Half-Space with Sources and Receivers at Close Depths (Part 2)", Bull. Seism. Soc. Am. 85, 1995, pp.1456~1472.
- 13) 土木学会: "地震動・動的物性", 1995年
- 14) 狐崎長狼, 後藤典敏, 小林芳正, 井川猛, 堀家正則, 斎藤徳美, 黒田徹, 山根一修, 奥住宏一: "地震動予測のための深層地盤P・S波速度の推定", 自然科学災害, 9-3, 1990年, pp.1-17.