

Penzion型モデルによる杭と地盤の非線形性を考慮した杭支持建物の地震応答解析

護 雅 史
(技術研究所)
長谷川 正 幸
(技術研究所)

§ 1. はじめに

これまでの数々の地震被害をみると、杭支持建物の耐震設計において、杭と地盤の非線形性を適切に評価することが重要な課題となることは言うまでもない。このような耐震性評価のための地震応答解析法として、比較的古くから Penzion 型モデルの名称で知られる、質点一ばね系のスティックモデルによる解法がある。この解法は、FEM に比して、解析時間や簡便性の点で極めて実用的であり、また非線形性を考慮する場合にもかなり有効な方法と言える。最近では、自由地盤と杭間地盤の過剰隙間水圧が同程度と仮定することで、非線形液状化地盤における解析にも適用されている¹⁾。また、軟弱地盤に建つ杭基礎構造物に対する杭の合理的な設計の実現を目的として、Penzien 型モデルを用いた実用的な解析システムの開発も進められている²⁾。ただし、この解法を適用するにあたっては、群杭効果を考慮した地盤ばねの設定方法、ならびに地盤反力など各部における非線形性的モデル化に十分な注意を払って解析モデルを策定する必要がある。

本論では、質点一ばね系モデルにより非線形地震応答解析を行う際の、主要な解析パラメーターの合理的な設定方法を示し、その適用例として杭と地盤の非線形性をともに考慮した杭支持建物の地震応答解析結果を紹介する。

§ 2. 解析モデルと解析手法との概要

本解法はサブストラクチャー法に基づいて全体系を建物-杭系と地盤系に分離し、それぞれに適切な非線形性を考慮して地震応答を求める二段階解法の手続きをとる。まず、自由地盤の地震応答解析を行い、つぎにこの応答波形を建物と杭の一体モデルに入力して最終的な地震応答を求める。解析モデルの

概要を図-1 に示す。自由地盤は多質点系せん断型モデルとし、そのせん断応力 τ とせん断歪み γ の非線形性は良く知られている修正R-O モデルで表現する。

一方、建物と杭は多質点系曲げせん断型モデルに置換する。また、群杭は杭単体に集約する。杭と地盤の相互作用効果は地盤ばねとして水平方向の軸ばね K_a とせん断ばね K_b で表現する。このようにモデル化した建物-杭系の質量、減衰、剛性マトリックスを $[M]$, $[C]$, $[K]$, 基盤での入力地震動 u_g に対する相対応答変位ベクトルを $\{u\}$ とすれば、運動方程式は以下のように書ける。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + \{Q'\} = -[M]\{1\}\ddot{u}_g - \{F'\} \quad (1)$$

ここに、 $\{Q'\}$ は建物-杭系の復元力ベクトル、 $\{F'\}$ は杭と地盤の相対変位 Δu ($=u - u_g$) により生じる地反力ベクトルで、それぞれ時刻 t の関数として次式で与えられる。

$$\{Q'\} = [K']\{u\}, \quad \{F'\} = ([K'_a] + [K'_b])\{\Delta u\} + [C'_a]\{\Delta u\} \quad (2)$$

$\{Q'\}$, $\{F'\}$ に復元力特性を設定することで、建物、杭、および地盤ばねの非線形性を考慮できる。

§ 3. 解析パラメーターの設定方法

3.1 地盤ばねの設定

群杭を杭単体に集約する場合の地盤剛性は、単杭の地盤剛性を単純に杭本数倍するのではなく、杭相互間の影響を考慮した群杭効果を考慮する必要がある。本解析法では、群杭効果を合理的に評価するため、群杭の地盤剛性から杭単体のそれに集約する方法を考える。まず、地盤系に薄層法を適用し、群杭の地盤剛性マトリックスを $[K_a]$ を得る³⁾。つぎに、 $[K_a]$

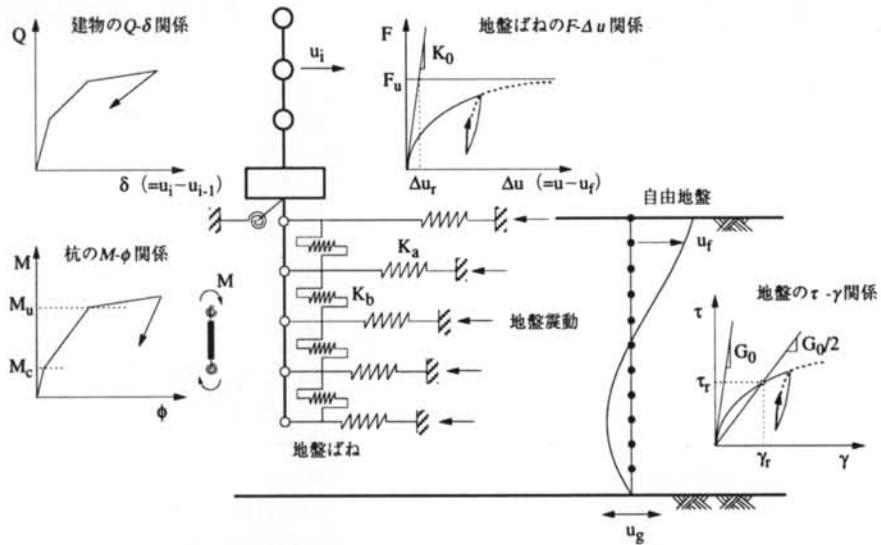


図-1 建物-杭-地盤連成系の解析モデルと解析手法の概要

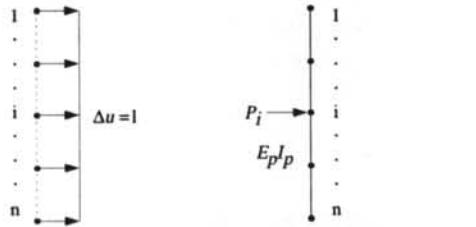


図-2 地盤剛性マトリックス $[K_s]$ を軸ばね k_a とせん断ばね k_b に分離する際に仮定する変位分布

を杭単体の地盤剛性マトリックスに集約するために、杭の変形が基礎によって拘束されることを考慮して、各杭の同一深さ変位が等しいと仮定する¹⁾。この強制変位条件として、変位拘束マトリックス $[S]$ を導入すると、杭単体に集約したときの地盤剛性マトリックス $[K_s]$ は次のように与えられる。

$$[K_s] = [S]^T [K_G] [S], \quad [K_G] = [A(i\omega)]^{-1} - [K_p^G] + \omega^2 [M_p^G] \quad (3)$$

ここに、 ω は加振円振動数、 $[A(i\omega)]$ は群杭の地盤柔軟性マトリックス、 $[K_p^G]$ 、 $[M_p^G]$ は杭と同容積の排土剛性、排土質量マトリックスである。

さて、式(3)の $[K_s]$ は複素マトリックスばねとなるが²⁾、以後の非線形解析のために地盤ばねの簡略化を

考え、ここでは地盤反力ベクトル $\{F\}$ が等価となるような軸ばね k_a とせん断ばね k_b への置換を試みる³⁾。すなわち、

$$\{F\} = [K_s]\{\Delta u\} = ([k_a] + [k_b])\{\Delta u\} \quad (4)$$

まず k_a を求めるには、剛体変位分布を仮定して $\{\Delta u\} = \{1\}$ と置く（図-2(a)参照）。つぎに k_b に対しては、無質量杭の変形を考慮し、 $i=1, 2, \dots$ の順に節点加振力 P_i が作用したときの変位分布を採用する（図-2(b)参照）。すなわち、

$$\{P_i\} = ([K_s] + [K_p])\{\Delta u_i\} \quad (5)$$

ここに、 $[K_p]$ は集約された杭の剛性マトリックスである。以上の手続きを式(4)において実行すると、 i 節点の k_a^i と k_b^i はそれぞれ次式で算定できる。

$$k_a^i = \sum_{j=1}^n K_s^{ij} \quad (6a)$$

$$k_b^i = \frac{\sum_{j=1}^n K_s^{ij} \Delta u^j - k_a^i \Delta u^i}{\Delta u^i - \Delta u^{i+1}} \quad (6b)$$

$$k_b^i = \frac{\sum_{j=1}^i K_s^{ij} \Delta u^j - k_a^i \Delta u^i + k_b^{i-1} (\Delta u^{i-1} - \Delta u^i)}{\Delta u^i - \Delta u^{i+1}} \quad [i = 2, n-1]$$

極限地盤反力分布 $p_y(z)$	極限地盤反力 $p_y(z)$ の算定諸式
<p>(a) Clay</p>	<p>Zone-I ($z \leq z_r$)</p> $p_y = \gamma c + 2 \left(1 + \sqrt{2} \frac{z}{B} \right) c_u$ <p>Zone-II ($z \geq z_r$)</p> $p_y = 9c_u; \quad \frac{z_r}{B} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(7 - \frac{\gamma}{c_u} \right)$
<p>(b) Sand</p>	<p>Zone-I ($z \leq z_r$)</p> $p_y = \left\{ \frac{K_0 \tan \phi \sin \beta}{\tan(\beta - \phi)} \cdot \frac{z}{B} + \frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \phi)} \left(1 + \frac{z}{B} \tan \beta \tan \alpha \right) + K_0 \tan \beta (\tan \phi \sin \beta - \tan \alpha) \frac{z}{B} - K_A \right\} \gamma$ $\alpha = \phi/2, \quad \beta = \pi/4 + \phi/2$ <p>Zone-II ($z \geq z_r$)</p> $p_y = \left[\exp \left\{ \left(\frac{3}{2} \pi - \phi \right) \tan \phi \right\} - K_A \right] \gamma \equiv 3N_\phi \gamma$

B : 杠径, γ : 単位体積重量, c_u : 非排水せん断強度, ϕ : 内部摩擦角, K_0 : 静止土圧係数, K_A : Rankinの主動土圧係数, N_ϕ : 流動値

図-3 単位深さあたりの極限地盤反力 p_y の算定諸式⁵⁾

3.2 地盤ばねの復元力特性の設定

3.2.1 軸ばね k_a

式(6a)の k_a を静的ばね係数 K_{a0} と粘性減衰係数 C_{a0} に置換し、つぎのように近似する。

$$k_a = K_{a0} + i\omega C_{a0} \quad (7)$$

そして軸ばねの非線形性には双曲線モデルを適用し、地震時の繰返しルールは Masing 則に従うものとする。この骨格曲線は良く知られているように、

$$F = K_{a0} \Delta u / (1 + \Delta u / \Delta u_r), \quad \Delta u_r = F_u / K_{a0} \quad (8)$$

ここに、 F_u は極限地盤反力である。本論ではこれを合理的に設定するため、岸田・中井⁵⁾の提案式を採用し、その単位深さあたりの極限地盤反力 $p_y(z)B$ を支配層厚について積分した、 $F_u = N_e \int p_y(z)B dz$ より求める。ここに N_e は有効杭本数、 B は杭径である。なお参考

のため、 p_y の算定式を粘土と砂について図-3に示す。つぎに、粘性減衰係数 C_{a0} は、地盤の軟化による逸散減衰の低下を考慮し、時刻 t における杭と地盤の相対変位 $\Delta u'$ が式(8)の骨格曲線上にあるとき、その割線剛性 K'_a に従って等価的に次式で与える。

$$C'_a = C_{a0} \times \left(K'_a / K_{a0} \right)^{1/2}, \quad K'_a = F' / \Delta u' \quad (9)$$

3.2.2 せん断ばね k_b

式(6b)のせん断ばね k_b は、波動逸散効果が小さく、ほぼ定数で与えられることを考慮して静的ばね係数 K_{b0} に置換する⁴⁾。すなわち、

$$k_b = K_{b0} + i\omega C_{b0}, \quad C_{b0} = 0 \quad (10)$$

せん断ばねの非線形性には、式(8)に示した軸ばねと同様に双曲線モデルを適用することができる⁶⁾。あるいは、修正 R-O モデルの適用も可能である。

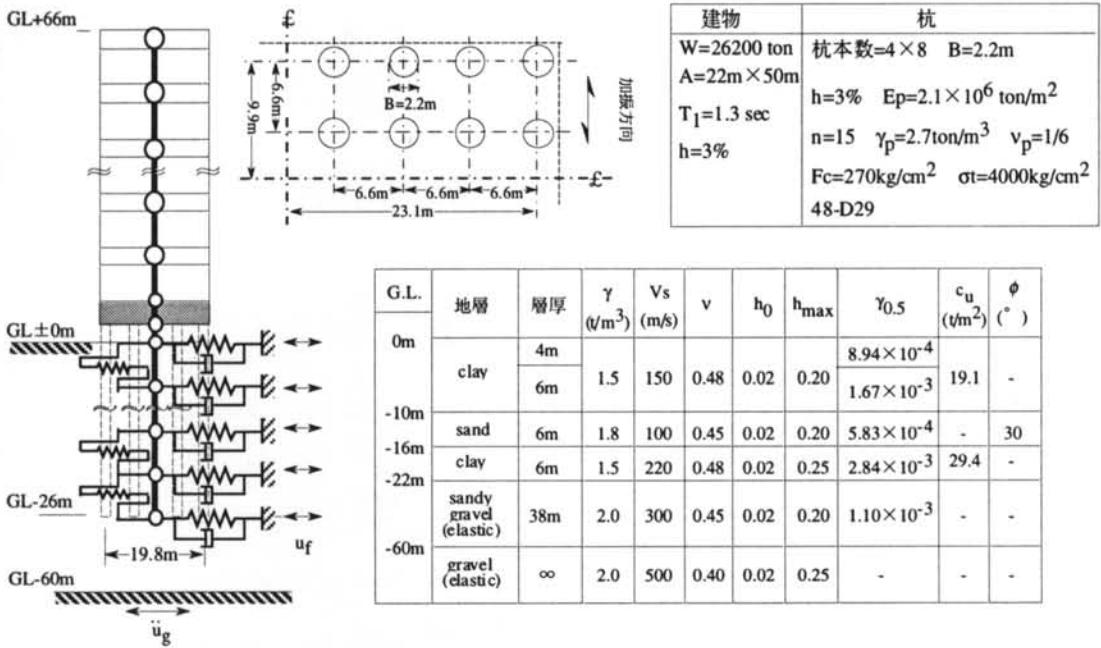


図-4 非線形地震応答解析に用いた解析モデルとその諸元

双曲線モデルを用いる場合の極限地盤反力 F_u は、地盤のせん断強度 τ_{\max} に K_{b0} から求められる等価せん断面積 A_s を乗じることによって求める。すなわち、

$$F_u = \tau_{\max} A_s, \quad A_s = K_{b0} / (G/H) \quad (11)$$

ここに、G はせん断剛性、H は杭質点間距離である。また、地盤のせん断強度 τ_{\max} は、粘土と砂に対して次式に示す値を用いる。

$$\tau_{\max} = c_u \text{ (粘土)}, \quad \gamma z \cdot \tan \phi \text{ (砂)} \quad (12)$$

一方、修正 R-O モデルを用いる場合、その骨格曲線は、地盤のせん断剛性 G の低下率と K_b のそれが等価として式(13)で与えられる。このとき、 F_r は式(13)に示すように、 $G/G_0=0.5$ となるときのせん断歪み $\gamma_{0.5}$ に対応させて、 $K_b/K_{b0}=0.5$ となるときの変位 Δu_r を用いて求めることができる。

$$\Delta u = F \left(1 + |F/F_r| \right)^{\beta} / K_{b0}, \quad (13)$$

$$F_r = K_{b0} \Delta u_r / 2, \quad \beta = 2\pi h_{\max} / (2 - \pi h_{\max})$$

ここに、 h_{\max} は地盤の減衰定数の最大値である。

3.3 杭の復元力特性の設定

ここでは RC 杭の場合に限定し、その実用的な復元力特性の設定方法を述べる。杭は材端に塑性ヒンジを表現した弾塑性回転ばねを有する材端ばね要素でモデル化し、その復元力特性には Degrading Trilinear 型モデルを用いる。Degrading Trilinear 型モデルの骨格曲線を規定するひび割れモーメント M_c 、終局モーメント M_u 、終局時の剛性低下率 α_u は、杭を正方柱に置換した上で、文献 7), 文献 8) 等に基づいて次式のように設定する。

$$M_c = 1.8 \sqrt{F_c Z_c} + \frac{ND}{6} \quad (14)$$

$$M_u = 0.8a_y \sigma_y D + 0.5ND \left(1 - \frac{N}{bDF_c} \right) \quad (N \leq 0.4bDF_c) \quad (15a)$$

$$M_u = 0.8a_y \sigma_y D + 1.2bD^2 F_c \quad (N > 0.4bDF_c) \quad (15b)$$

$$\alpha_u = \left(0.043 + 1.64np_t + 0.043 \frac{a}{D} + 0.33\eta_0 \right) \left(\frac{b}{D} \right)^2 \quad (16)$$

ここに、 F_c : コンクリートの圧縮強度(kg/cm²)、 Z_c : 鉄筋を考慮した断面係数(cm³)、 N : 軸力(kgf)、 D : 部材成(cm)、 a_y : 引張鉄筋断面積(cm²)、 σ_y : 鉄筋の降伏強度(kg/cm²)、 b : 部材幅(cm)、 n : ヤング係数比(Es/Ec)、 p_t : 引張鉄筋比、 a : シアスパン(cm)。

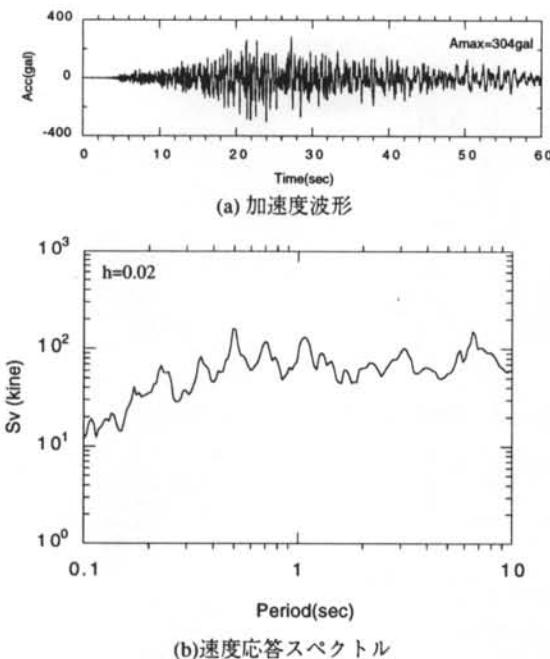


図-5 解析に用いた入力地震動

§ 4 . 杭支持建物の地震応答解析

沖積地盤に立地する杭支持建物を対象に、杭が弾性の場合と弾塑性の場合を想定した非線形地震応答解析を行い、杭の非線形性が建物と杭の地震応答に与える影響について検討する。

4 . 1 解析モデル・解析条件

解析建物は総計 32 (4×8) 本の場所打ち RC 杭で支持された地上 18 階建ての高層 RC 建物である。建物高さは 66m (一次固有周期 $T_1=1.3\text{sec}$)、杭は杭径 $B=2.2\text{m}$ で杭長 26m である。地盤は GL-10m に厚さ 6m の弛み層を有する 5 層構造の沖積地盤を想定する。杭先端は GL-22m 以深の砂礫層に杭径の約 1.5 倍の根入れとする。

自由地盤は工学的基盤を仮定した GL-60m までを多質点系せん断型モデルに置換し、GL-60m 以深はダッシュボットでモデル化する。地盤の非線形性には修正 R-O モデルを用いる。建物は多質点系曲げせん断型モデルに置換する。せん断変形特性に非線形性を考慮し、その復元力特性モデルには Degrading Trilinear 型を用いる。ただし、1~2 階は弾性、基礎は剛体とする。曲げ変形特性は弾性とする。減衰は一

次固有周期に対して 3% とする。なお、建物の慣性力は杭を介して地盤に伝達されるものとし、基礎底面と地盤との相互作用は考慮しない。杭には建物と同様、多質点系曲げせん断型モデルを用い、杭頭は回転拘束とする。杭は群杭を 1 本の杭に集約した上で、材端ばね要素でモデル化し、曲げ変形特性に非線形性を考慮する。せん断変形特性は弾性とする。なお、ここでは変動軸力は考慮しない。また、集約した杭の重量、せん断断面積、断面 2 次モーメント、ひび割れモーメント M_c 、および終局モーメント M_u については、杭 1 本当たりの値の総和として与える。減衰は 3% とする。

地盤ばねは、複素マトリックスの簡略化によって得られた軸ばねとせん断ばねを用い、それぞれに非線形性を考慮する。軸ばねの非線形性には式(8)に示した双曲線モデルを用いる。なお、杭周辺地盤の非線形化に従って群杭効果は小さくなるとの報告⁹⁾があるので、ここでは極限地盤反力を求める際の有効杭本数を総杭本数 ($N_e=32$) とする。一方、せん断ばねの非線形性には、式(13)に示した修正 R-O モデルを用いる。解析モデルとその諸元を図-4 に示す。

入力地震動には、関東地震を想定して作成された東京の工学基盤相当での模擬地震波 ($V_{\max}=38.8\text{kin}$, $A_{\max}=304\text{gal}$)¹⁰⁾ を採用し、入力最大加速度は 200Gal として与える。なお、入力地震動は工学的基盤 (GL-60m) で入射波の 2 倍として規定する。入力地震動の時刻歴加速度波形と速度応答スペクトル ($h=0.02$) を図-5 に示す。

解析方向は、建物の短辺方向とする。解析は、杭が弾性と弾塑性の 2 ケースについて行う。時刻歴応答解析には Newmark β 法 ($\beta=0.25$) を用い、解析時間を 60 秒とする。なお、地震応答解析には 3 次元質点系の時刻歴応答解析プログラム DAC3N¹¹⁾ を用いる。

4 . 2 解析結果

まず、建物の応答について考察する。図-6 は(a) 建物・杭の最大応答加速度分布、(b) 建物・杭の最大応答せん断力分布である。杭のせん断力は総本数 (32 本) の値で示してある。これから、建物応答 (加速度、層せん断力) は、杭の非線形性を考慮してもほとんど変わらないことが分かる。図-7 は、建物の復元力特性と最大応答値 (●印: 杭体弾性、○印: 杭体弾塑性) の関係を示している。どの層も第 1 折れ点をやや上回る程度である。また、図-6 の結果でも明らかなように、杭の非線形性による最大応答値の違いはほと

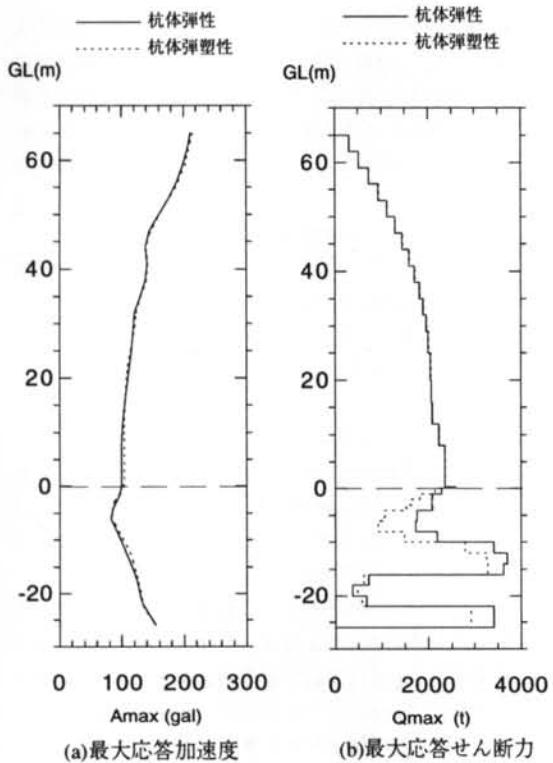


図-6 建物-杭系の最大応答分布図

んど見られない。図-8は、建物と基礎を無質量とした場合の杭頭での加速度応答スペクトル ($h=0.05$) である。図には自由地表での加速度応答スペクトル ($h=0.05$) も併せて示している。図で示した周期帯域においては、杭が弾性(実線)の場合と弾塑性(破線)の場合とで加速度応答スペクトルの違いは少ない。これは、建物への有効入力動が、杭の非線形性にあまり影響を受けていないことを意味している。これが、杭の非線形性の建物応答に与える影響が小さい要因となっている。また、両者と自由地表とを比較してみると、0.3秒より短周期側で自由地表の応答が大きくなっている。この差は、入力損失効果と考えられる。

つぎに杭の応答について考察する。杭の地震時応答(以後では全体応答と呼ぶこととする)は、建物の慣性力による応答と、地盤の地震時土圧が地中部の杭に作用する、いわゆる地盤震動による応答の和として評価できる。図-9は(a)杭の最大応答曲げモーメント分布、(b)杭の最大応答せん断力分布、(c)杭先端(GL-26m)に対する杭の最大相対変位分布である。(a),(b)には地盤震動のみによって生じる杭の最大応

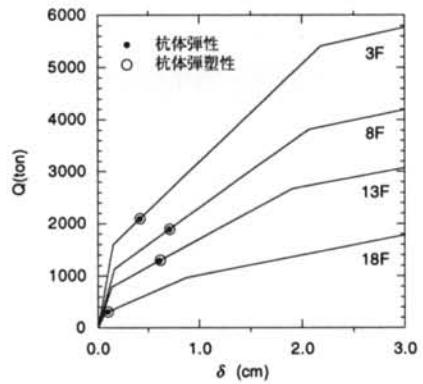


図-7 建物の復元力特性と最大応答値

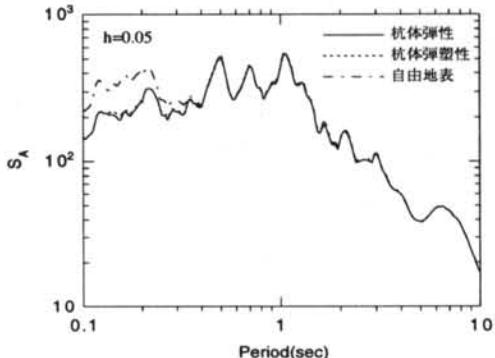


図-8 加速度応答スペクトル ($h=0.05$) の比較

答値を、(c)には自由地盤のGL-26mの変位に対する最大相対変位分布も併せて示している。なお、杭の曲げモーメントおよびせん断力は総本数(32本)の値で示してある。図-9(a)から、杭の非線形性を考慮することにより、杭頭部の曲げモーメント(破線)が、弾性時(実線)に比べて半分近くにまで低減されていることが分かる。

つぎに地盤震動や建物の慣性力と杭応答との関係について見てみる。図-9(a)において、地盤震動による杭の曲げモーメント分布(●印:弾性、○印:弾塑性)と全体応答の曲げモーメント分布とを比較してみると、杭の非線形性に関わらず、杭先端部では両者の差が小さいのに対して、杭頭部では地盤震動に建物の慣性力による応答が加わって、全体応答が地盤震動による応答よりも大きくなっている。この傾向は杭が弾性の場合に顕著である。また、図-9(b)に示した杭の最大応答せん断力分布では、この傾向がさらに顕著に現れている。図-10には杭頭部

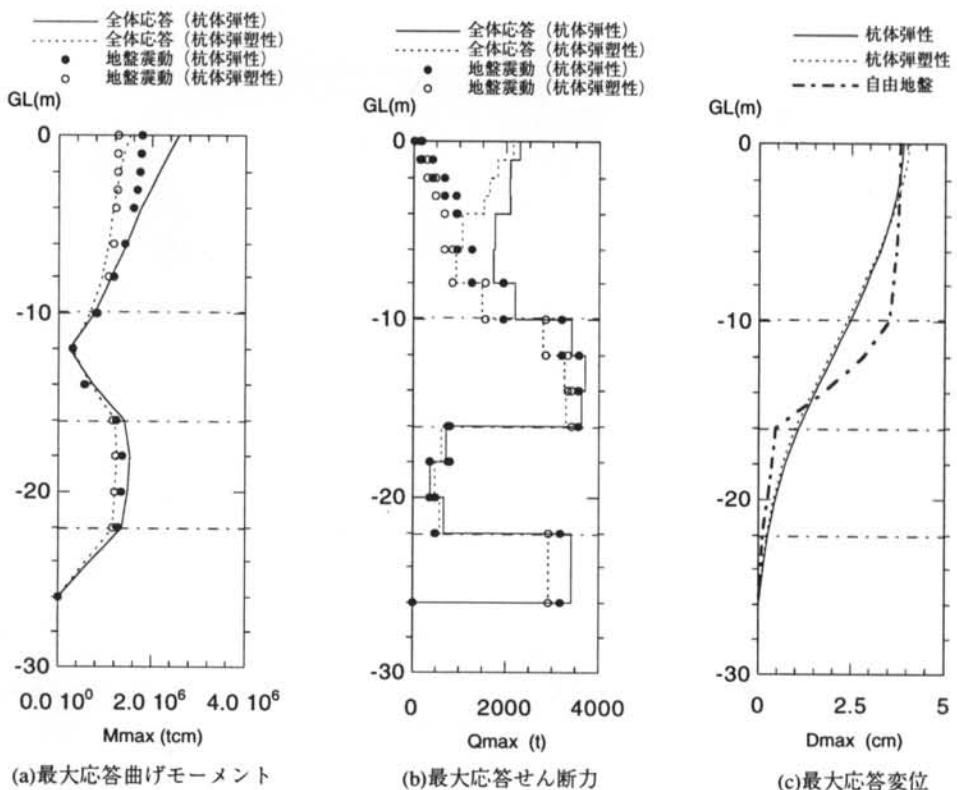


図-9 杭の最大応答分布図

(GL ± 0m) と杭先端部 (GL-18m) での杭の $M-\phi$ 関係を示す骨格曲線と最大応答値を示している。この結果から、杭先端部 (GL-18m) では、ほとんど地盤震動 (●印) のみにより杭の非線形化が進み、杭頭部 (GL ± 0m) では、地盤震動と建物の慣性力の両方によって杭の非線形化が進んでいることが分かる。

慣性力による杭頭変位を Δu_p 、杭頭のせん断力を Q_i とすれば、 $Q_i - \Delta u_p$ 関係は次式で与えられる。

$$Q_i = K_H \cdot \Delta u_i, \quad \Delta u_i = u - u^* \quad (18)$$

ここに、 u は全体応答の変位、 u^* は有効入力、 K_H は杭頭インピーダンスである。本解析では、地盤や杭の非線形性を考慮しているため、 $Q_i - \Delta u_i$ 関係は履歴曲線を描く。図-11 は杭が弾塑性の場合の $Q_i - \Delta u_i$ 関係を示している。また、図中には履歴曲線上の最大変形点での割線剛性から求められる等価杭頭インピーダンス K_{H_e} を杭が弾性と弾塑性の場合で比較して示してある。杭の非線形化による等価杭頭インピーダンスの

低下率は小さく、図-6 に示した建物応答(応答加速度、応答せん断力)が杭の非線形性にほとんど影響されないという結果と対応している。

§ 5. まとめ

本論では、質点一ばね系モデルによる、杭と地盤の非線形性を考慮した杭支持建物の非線形時刻歴地震応答解析について、その解析方法、及び解析に必要な諸パラメータの設定方法を示した。地盤ばねに関するパラメータは、群杭効果や非線形性を考慮した合理的な方法を提案し、杭の復元力に関するパラメータについては、実用的な設定方法を示した。

解析例として、杭が弾性の場合と弾塑性の場合を想定して、仮想杭支持建物の非線形時刻歴地震応答解析を行い、杭の非線形性が建物や杭自身の地震応答に与える影響について検討した。その結果、杭の非線形性が建物の応答に与える影響は小さいこと、杭の非線形性を考慮することによって杭の応答 (モード)

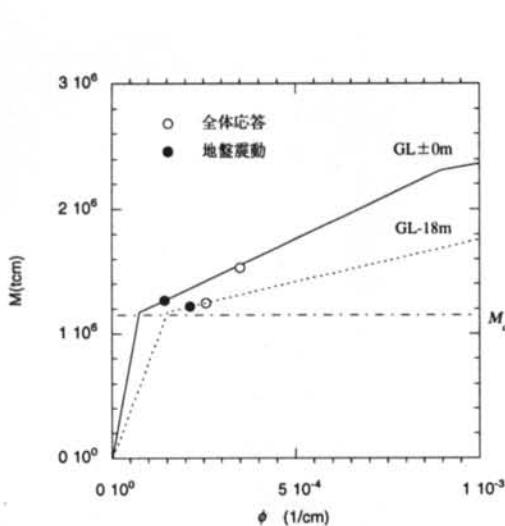


図-1-10 杭の復元力特性と最大応答値

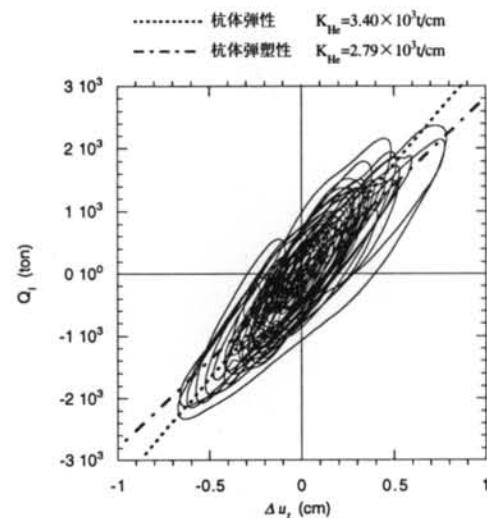


図-1-11 杭頭位置での Q_i - Δu_i 関係（杭体弾塑性）
と等価杭頭インピーダンス K_{He} の比較

メント、せん断力)が低減すること、杭の非線形化の要因は、杭先端部では地盤震動にあり、杭頭部では地盤震動と建物の慣性力の両者にあること、が明らかとなった。

<参考文献>

- 1) 宮本裕司、酒向裕司、喜多村英司、三浦賢治：“非線形、液状化地盤における杭基礎の地震応答性状に関する研究”，日本建築学会構造系論文集，No.471，1995年，pp.41～50。
- 2) 木村匠、松井和幸、川井喜大、中井正一、清水勝美、社本康広、長谷川正幸：“地盤の非線形性を考慮した地盤－杭－建物連成解析システムの開発（その2）”，第19回情報システム利用技術シンポジウム論文集，1996年，pp.49～54。
- 3) 長谷川正幸、中井正一：“杭基礎のインピーダンス関数に基づいた群杭効率の研究”，日本建築学会構造系論文集，No.417，1990年，pp.133～145。
- 4) 下村幸男、池田能夫、田治見宏：“薄層地盤ばねを用いた埋込み構造物の実用的な動的解析手法”，構造工学論文集，Vol.37B，1991年，pp.57～70。
- 5) 岸田英明、中井正一：“地盤の破壊を考慮した杭の水平抵抗”，日本建築学会論文報告集，No.281，1979年，pp.41～55。
- 6) 宮本裕司、安達直人、古山田耕司：“飽和二層地盤に建つ杭基礎構造物の遠心模型実験と解析的検討—（その4）杭頭加振実験による検討—”，日本建築学会大会学術講演梗概集，1997年，pp.319～320。
- 7) 日本建築学会編：“建物耐震設計における保有耐力と変形性能(1990)”，丸善，1990年
- 8) 日本建築学会編：“鉄筋コンクリート造建物の韧性保証型耐震設計指針（案）・同解説”，丸善，1997年
- 9) 富永見司、山本春行、染川常二：“鉛直力を受ける群杭の水平挙動に関する模型実験”，日本建築学会論文報告集，No.394，1988年，pp.130～140。
- 10) 石井透、佐藤俊明：“建設地において考慮する地震像に基づく設計用地震動策定法”，日本建築学会論文報告集，No.462，1994年，pp.31～42。
- 11) 渡辺宏一、福和伸夫、大沢一彦、林康裕、金子美香、田村和夫、小柳義雄：“三次元非線形振動解析システムDACP3Nの開発”，第11回情報システム利用技術シンポジウム，1989年，pp.181～186。

本論では地盤を全応力解析の範囲として検討したが、今後は過剰間隙水圧の発生による有効応力の変化を考慮して、非線形液状化地盤における解析へ拡張する予定である。