

境界積分方程式法による広域 3次元音場波動解析法の開発とその応用

谷川 将規 清川 哲志

(技術研究所)

(技術研究所)

Three Dimensional Acoustic Wave Motion Analysis of Wide Area by Boundary Integral Equation Method (BIEM) and its Application

by Masaki Tanigawa and Tetsushi Kiyokawa

Abstract

This paper presents 3-D analysis of wave propagation over the wide area, such as a urban block by use of boundary integral equation method(BIEM). By introducing the Green's function using the mirror image about the ground surface, the element division of the ground surface becomes unnecessary, and the calculation load is mitigated. Therefore, this analysis method is more useful than others such as FEM and FDM which need a lot of elements, and enable to analyse problems of a large area to relatively high-frequency. In addition, it is able to deal with a sound field complicated with diffraction, multiplex reflection, etc., which the conventional geometric analysis method cannot give good accuracy.

概 要

本稿は、境界積分方程式法 (BIEM) を用いた広域の 3次元音場の波動解析について述べる。鏡像を用いた Green 関数を導入して地盤面の要素分割を不要にする事によって計算負荷が低減できる。それゆえ、膨大な要素が必要とされる FEM や FDM より、広域、高周波数の解析が可能となる。また、従来の幾何解析法では十分な計算精度が確保できなかった回折や多重反射等を厳密に再現する事ができ、複雑な音場も取り扱う事ができる。

§ 1. はじめに

街区等の広域な音場を的確に予測・評価する事は、建物の配置計画、建物形状の選定、および外壁の遮音設計等を行う上で、最も重要な課題のひとつである。

しかしながら、従来から用いられてきた幾何解析法は、解析対象物が音の波長に比べて十分大きい場合は有用だが、音波の波動性を考慮しないため、壁面間での多重反射や障害物後方の遮蔽領域への回り込み (回折) の影響は近似的に取り扱わざるを得ない^{1)~3)}。そのため、多様な音源と伝播障害物が複数存在する街区のような複雑な音場に対しては解析精度に限界がある。

波動解析法は、波動方程式あるいは Helmholtz 方程式を与えられた境界条件の元で解く解析法である。ただし、境界条件は複雑な場合が多く、解析解を得るのは稀

であるため、一般には数値解析を行う。

数値解析法の多くは解析領域を分割し、離散的に計算する。音波の波動現象を的確に捉えるには、要素の分割長は波長の 1/5 以下にする必要がある。そのため、解析空間全体を分割する有限要素法や差分法等の数値解析では計算量が膨大となり、広域・高周波数域の解析への応用は難しい。

別の試みとして、音場が複雑に変化する境界近傍では波動解析法を適用し、その他の領域では幾何音響解析法を用いる所謂ハイブリッド的な解析法も提案されているが、実用的な段階ではない⁴⁾。

一方、境界積分方程式法 (境界要素法) は、Helmholtz 方程式を等価な積分方程式に帰着させて解く方法である。音源と観測点が一致する特異点では解析的处理が必要だが、境界面のみ要素分割すればよく、差分法や有限要素法に比べて計算量が少ないという利点がある。

これまでも境界積分方程式法を音場解析に用いた例はあるが、それらの多くは室内を対象としたもの⁵⁾や、2次元解析^{6,7)}であり、広域を対象とした3次元解析例はほとんど無い。

これに対し、筆者らは鏡像法を用いて任意の音響アドミタンスを有する地盤面を考慮した3次元音場を定式化し、広域の3次元波動解析例を示した⁸⁾。

本稿では、既報⁸⁾で示した境界積分方程式法による3次元音場の定式化の概要を述べるとともに、建物周りの音波伝播性状およびバルコニーが外壁面近傍の音場に及ぼす影響を考察するため、いくつかの解析例を示す。

§ 2. 積分方程式法による定式化

図-1に示すように、平面 $z=0$ を水平な地盤面とし、鉛直上向きを z 軸とする直交座標系 xyz を設定する。解析領域 Ω ($z \geq 0$) 内に N 個の音源 $q_n(\xi_n, \eta_n, \zeta_n)$, $n = 1, 2, \dots, N$ 、観測点 $p(x, y, z)$ 、および境界面を Γ の建物がある場合を考える。 n は境界面に対して領域外向きの単位法線ベクトルを表す。また、地盤面と建物表面の音響アドミタンスはそれぞれ A_g 、 A とする。

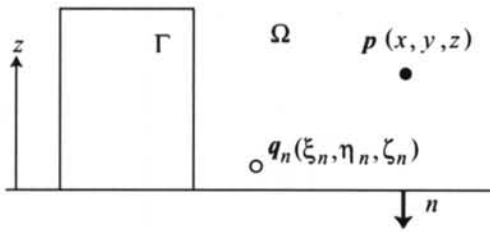


図-1 座標系と記号定義

定常問題として時間項 $\exp(i\omega t)$ は省略すると、点 p における速度ポテンシャル $\phi(p)$ は次の Helmholtz 方程式の解として表わされる。

$$\nabla^2 \phi(p) + k^2 \phi(p) = - \sum_{n=1}^N s_n \delta(p - q_n) \quad (p \in \Omega) \quad (1)$$

ここで s_n は音源 q_n の強さ、 δ はディラックのデルタ関数を表す。

一方、境界条件は次式で与えられる。

$$\lim_{|p| \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial \phi(p)}{\partial r} - ik\phi(p) \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi(p)}{\partial n} = ikA_g \phi(p) \quad (z=0) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi(p)}{\partial n} = ikA \phi(p) \quad (p \in \Gamma) \quad (4)$$

式(2)は Sommerfeld の放射条件、式(3)、(4)はそれぞれ地盤面と建物表面 Γ における境界条件を表す。

式(1)は Green の定理と Green 関数 G を用いて次の積分方程式に帰着できる⁹⁾。

$$\mathcal{A} \cdot \phi(p) = \sum_{n=1}^N s_n G(q_n, p) - \iint_{\partial\Omega} \left\{ \phi(p') \frac{\partial G(p', p)}{\partial n} - G(p', p) \frac{\partial \phi(p')}{\partial n} \right\} dS$$

$$\text{ただし} \quad \begin{cases} \mathcal{A} = 1 & (p \in \Omega) \\ \mathcal{A} = 1/2 & (p \in \Gamma) \\ \mathcal{A} = 0 & (p \notin \Omega) \end{cases} \quad (5)$$

ここで $\partial\Omega$ は境界面の総和、 p' は $\partial\Omega$ 上の任意の点を表す。

2.1 Green 関数の導出

地盤面に関して Green 関数が Helmholtz 方程式と同じ境界条件を満足するならば、式(5)の第2項における地盤面に関する積分は恒等的に0となる。

この時、音源を $q(\xi, \eta, \zeta)$ 、観測点を $p(x, y, z)$ として、Green 関数が満足すべき方程式と境界条件は次式で表される。

$$\nabla^2 G(q, p) + k^2 G(q, p) = -\delta(p - q) \quad (6)$$

$$\lim_{|p| \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial G(q, p)}{\partial r} - ikG(q, p) \right) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial G(q, p)}{\partial n} = ikA_g G(q, p) \quad (z=0) \quad (8)$$

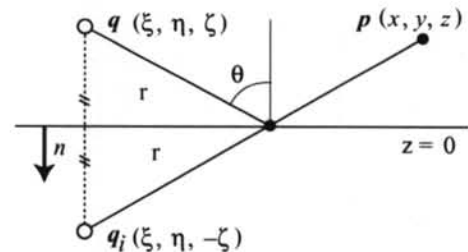


図-2 鏡像の位置

この時、式(6)~(8)を満足する Green 関数は、図-2に示す $(\xi, \eta, -\zeta)$ に設定した鏡像を用い、3次元基本解 $\exp(ikr)/4\pi r$ の1次結合として次式で表される。

$$G(\xi, \eta, \zeta, \mathbf{p}) = \frac{e^{ikr_1}}{4\pi r_1} + \varepsilon \cdot \frac{e^{ikr_2}}{4\pi r_2}$$

$$\text{ただし} \begin{cases} r_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2} \\ r_2 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2} \end{cases} \quad (9)$$

式(9)第2項の係数 ε は一般に複素数であり、観測点の位置に依存しない。次に $z \rightarrow 0$ とすると $r_1 = r_2 \equiv r$ となり、式(8)より次式となる。

$$\left. \frac{\partial G(\mathbf{q}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{n}} \right|_{z=0} = -\frac{e^{ikr}}{4\pi r^3} (ikr_1 - 1)(-1 + \varepsilon) \cdot \zeta$$

$$= -ikA_g \cdot \left(\frac{e^{ikr}}{4\pi r} + \varepsilon \cdot \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \right) \quad (10)$$

上式を ε について解いて次式を得る。

$$\varepsilon = \frac{\zeta/r - A_g/(1+i/kr)}{\zeta/r + A_g/(1+i/kr)} \quad (11)$$

音源が境界面から十分離れた場合、式(11)において $i/(kr) \rightarrow 0$ となり、更に $\zeta/r = \cos\theta$ とおけば、式(11)は次のように書き換えられる。

$$\varepsilon \rightarrow \frac{\cos\theta - A_g}{\cos\theta + A_g} \quad (12)$$

これは、Morse and Ingard が求めた平行波入射条件における Green 関数に一致する¹⁰⁾。すなわち、式(9)と式(11)で表される Green 関数は Morse and Ingard の Green 関数を包含しており、より一般的なものであると言える。

2.2 境界積分方程式の離散化

前節で求めた Green 関数を導入すると、式(5)における残る積分は建物の境界面 Γ に関するものだけとなる。したがって、式(5)は境界条件(4)より次式となる。

$$\mathcal{A} \cdot \phi(\mathbf{p}) = \sum_{n=1}^N s_n G(\mathbf{q}_n, \mathbf{p}) - \iint_{\Gamma} \phi(\mathbf{p}') \cdot \left\{ \frac{\partial G(\mathbf{p}', \mathbf{p})}{\partial \mathbf{n}} - ikAG(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \right\} dS \quad (13)$$

次に、観測点 \mathbf{p} が境界面 Γ 上にある時 ($\mathcal{A} = 1/2$) を考える。式(13)の右辺の積分は、積分区間を M 個の小要素に分割し、要素上の積分を中心座標における速度ポテンシャルと要素面積の積で近似して計算する。この時、式(13)は次式となる。

$$\frac{1}{2} \phi(\mathbf{P}_l) + \phi(\mathbf{P}_m)$$

$$\times \sum_{m=1}^M \iint_{\Delta s_m} \left\{ \frac{\partial G(\mathbf{p}', \mathbf{P}_m)}{\partial \mathbf{n}} - ikA_m G(\mathbf{p}', \mathbf{P}_m) \right\} dS$$

$$= \sum_{n=1}^N s_n G(\mathbf{q}_n, \mathbf{P}_l) \quad (l = 1, 2, \dots, M) \quad (14)$$

ここで \mathbf{P}_l 、 \mathbf{P}_m はそれぞれ l 番目と m 番目の要素の中心座標、 A_m は m 番目の要素の音響アドミタンス、 Δs_m は m 番目の要素の面積を表す。

式(14)は M 個の境界面上の速度ポテンシャル $\phi(\mathbf{P}_l)$ を未知数とする連立1次方程式である。式(14)の右辺を $\psi_0(\mathbf{P}_l)$ とおいて、行列形式に書き改めると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1M} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \cdots & a_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi(\mathbf{P}_1) \\ \phi(\mathbf{P}_2) \\ \vdots \\ \phi(\mathbf{P}_M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_0(\mathbf{P}_1) \\ \psi_0(\mathbf{P}_2) \\ \vdots \\ \psi_0(\mathbf{P}_M) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$l = m$ の場合は観測点が音源と一致する特異点となり、Green 関数が発散するため、2.3節で述べる解析的な処理が必要となる。したがって、式(15)左辺の行列要素 a_{lm} は次式となる。

$$a_{lm} = \begin{cases} \frac{1}{2} + \iint_{\Delta s_m} \left\{ \frac{\partial G(\mathbf{p}', \mathbf{P}_m)}{\partial \mathbf{n}} - ikA_m G(\mathbf{p}', \mathbf{P}_m) \right\} dS & (l = m) \\ \left\{ \frac{\partial G(\mathbf{P}_l, \mathbf{P}_m)}{\partial \mathbf{n}} - ikA_m G(\mathbf{P}_l, \mathbf{P}_m) \right\} \cdot \Delta s_m & (l \neq m) \end{cases} \quad (16)$$

観測点の速度ポテンシャル $\phi(\mathbf{p})$ は、式(15)より求めた境界面上の速度ポテンシャルを式(13)に代入して求める。

2.3 特異点処理

式(15)の行列要素 a_{lm} ($l = m$) を求める場合、図-3に示すように、微小要素の中心を原点として法線ベクトル \mathbf{n} を z 軸負方向とする局所座標系 $x'y'z'$ を考える。

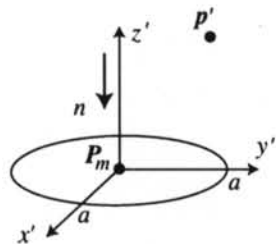


図-3 特異点処理のための局所座標系

この時 $\mathbf{p}' \approx \mathbf{P}_m$ が成り立ち、Green 関数 (9) の鏡像の寄与は無視できる。ここで $R = |\mathbf{p}' - \mathbf{P}_m|$ とし、微小面積 Δs_m を同じ面積の半径 a の円に置き換えて式 (15) は次式となる。

$$\begin{aligned} \iint_{\Delta s_m} G(\mathbf{p}', \mathbf{P}_m) dS &\approx \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \cdot R d\theta dR \\ &= \frac{i}{2k} (1 - e^{ika}) \end{aligned} \quad (17)$$

同様に、Green 関数の法線方向微分 $\partial G(\mathbf{p}', \mathbf{P}_m)/\partial n$ も鏡像による寄与は無視でき、 $\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{P}_m$ の極限を考えると次式となる。

$$\iint_{\Delta s_m} \frac{\partial G(\mathbf{p}', \mathbf{P}_m)}{\partial n} dS \rightarrow 0 \quad (18)$$

式 (17)、(18) を式 (16) に代入して次式を得る。

$$a_{lm} = \frac{1}{2} \{1 + A_m (1 - e^{ika})\} \quad (l = m) \quad (19)$$

§ 3. 解析例

3.1 建物周りの音場

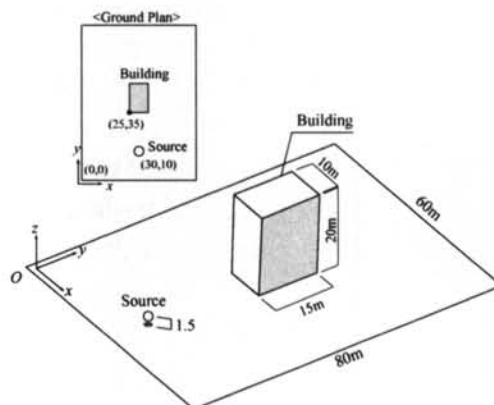
図-4 に示すように、解析領域 (60 m × 80 m × 30 m) について次に示す 4 条件に対して解析した。

- ・ 解析条件 A: 周波数: 50 Hz 建物数 1
- ・ 解析条件 B: 周波数: 100 Hz 建物数 1
- ・ 解析条件 C: 周波数: 200 Hz 建物数 1
- ・ 解析条件 D: 周波数: 100 Hz 建物数 2

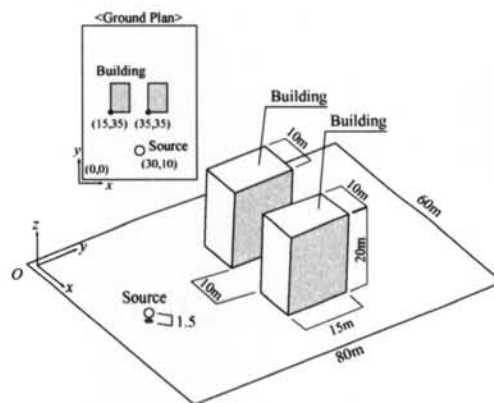
その他の解析条件の一覧を表-1 に示す。要素の分割長は、周波数 50、100、200 Hz に対して、それぞれ 1/10、1/10、1/5 とした。

音源の強さ	1.0
音源高さ	地上 1.5 m
建物寸法	10 m × 15 m × 20 m
建物表面の音響アドミタンス	0.003 ($\alpha = 0.01$ 相当)
地表面の音響アドミタンス	0.026 ($\alpha = 0.1$ 相当)
媒質密度	1.205 kg/m ³
音速	343.5 m/s

表-1 解析条件一覧 (解析条件 A~D)



解析条件 A~C



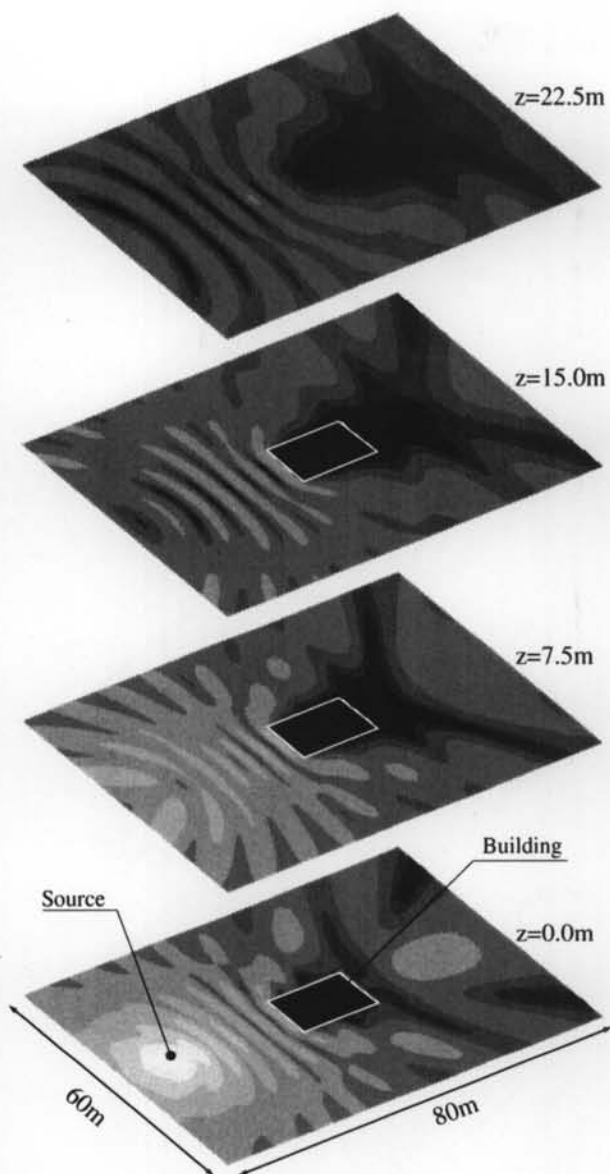
解析条件 D

図-4 音源と建物の配置 (解析条件 A~D)

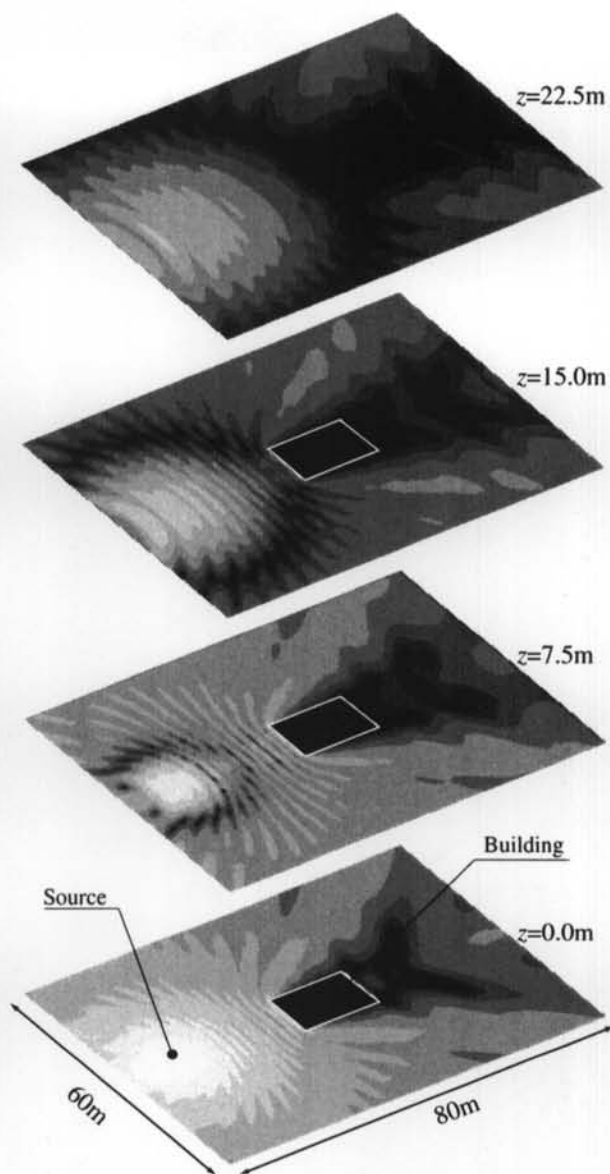
音響アドミタンスは一般に複素数であるが、ここでは実数として簡便的に取り扱う。吸音率 α と音響アドミタンス A は次の関係式を満足するものとする¹¹⁾。

$$A = \frac{1 - \sqrt{1 - \alpha}}{1 + \sqrt{1 - \alpha}} \quad (20)$$

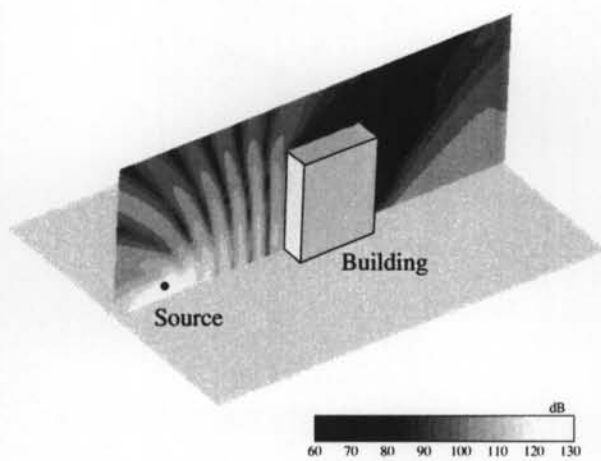
解析結果を図-5~図-8 に示す。各図において、上段は 4 つの水平断面 ($z = 0.0 \sim 22.5$) の音圧レベル分布、下段は鉛直断面 ($x = 30.0$) の音圧レベル分布である。



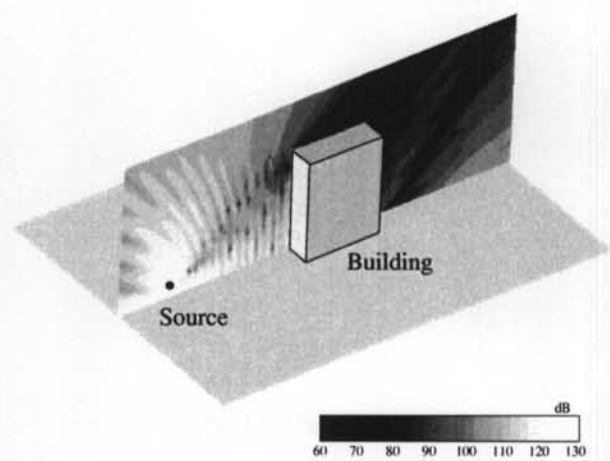
水平断面における音圧レベル分布



水平断面における音圧レベル分布



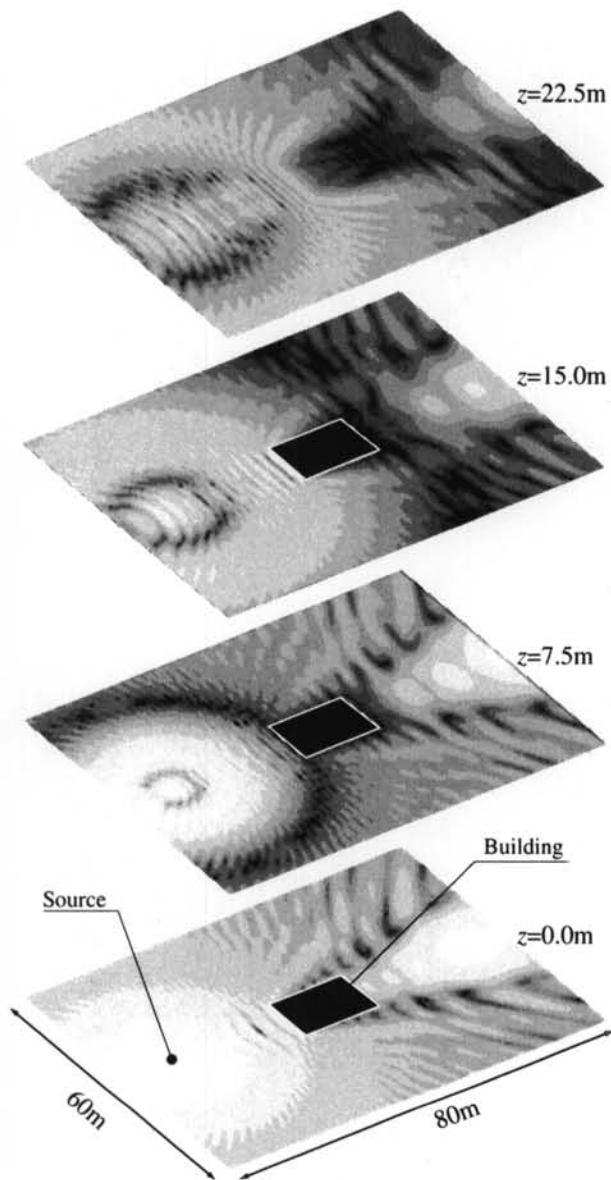
鉛直断面における音圧レベル分布



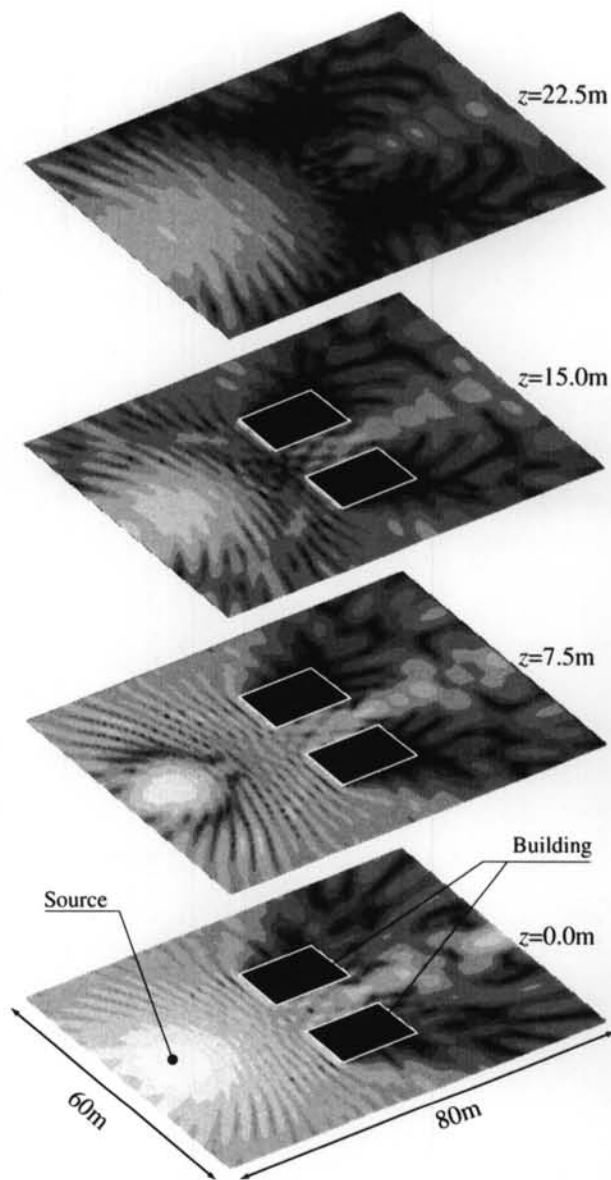
鉛直断面における音圧レベル分布

図-5 解析例1 (解析条件A)

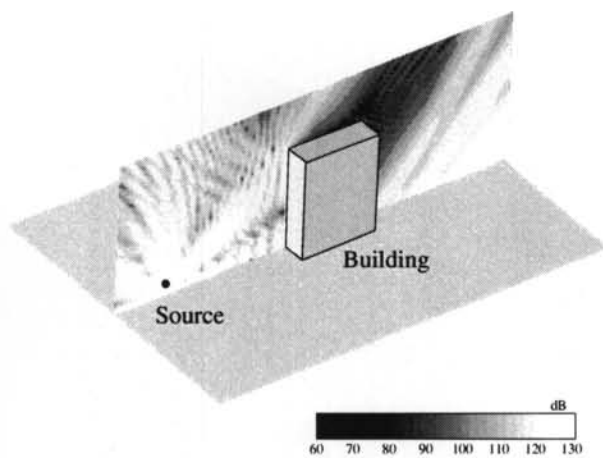
図-6 解析例2 (解析条件B)



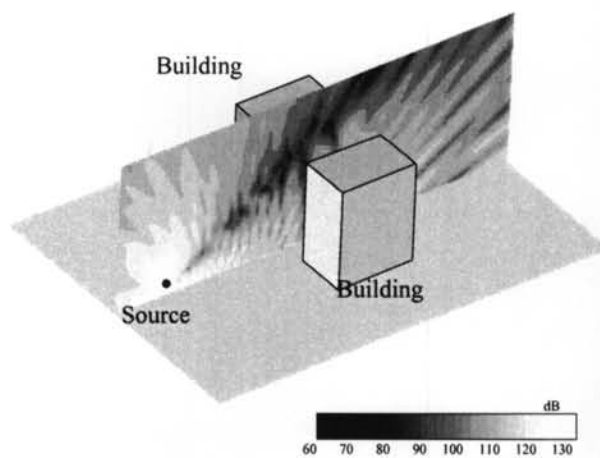
水平断面における音圧レベル分布



水平断面における音圧レベル分布



鉛直断面における音圧レベル分布



鉛直断面における音圧レベル分布

図-7 解析例 3 (解析条件 C)

図-8 解析例 4 (解析条件 D)

図-5～図-8から、建物前方の領域では直接波と建物壁面からの反射波が干渉し複雑な音場となる事が観察される。建物後方の領域では、建物背後の壁面近傍の音圧は小さいが、壁面から離れるにしたがって側方や上方からの音の回り込みの影響が大きくなり、音圧が上昇する。

図-8からは、2つの建物間で音波が多重反射し、建物の後方領域の音場にまで影響を及ぼす様子が確認できる。

§ 4. バルコニーの影響

外部の音源から建物外壁面へ到来した音波がバルコニーやベランダ間で多重反射を繰り返して増幅し、しばしば深刻な騒音問題となる。しかし、バルコニー等を対象とした解析は2次元のものがほとんどであり¹²⁾、3次元の波動解析例は見当たらない。

そこで、図-9に示すような片側壁面にバルコニーを有する5階建ての建物（高さ27.0m、階高5.4m）を想定し、バルコニー側の壁面から15m離れた位置に音源を配置した場合について3次元解析を行った。解析条件は、バルコニーの有無およびバルコニー床・天井面の吸音性の違いによる次の3条件とした。周波数は200Hzとし、その他の解析条件は表-1と同じとした。

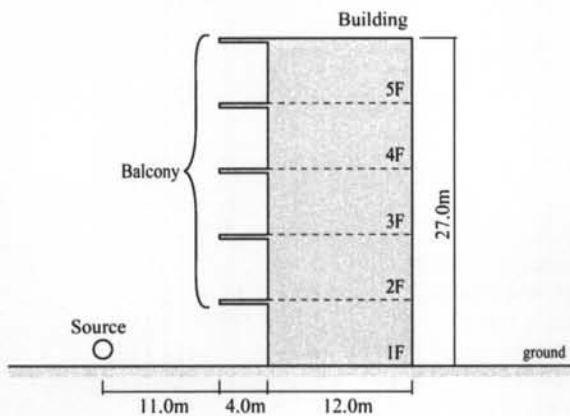


図-9 音源と建物の配置（解析条件E～G）

- ・解析条件E: バルコニー無し
- ・解析条件F: バルコニー有り
床 : 吸音率 $\alpha = 0.0$
天井 : 吸音率 $\alpha = 0.0$
- ・解析条件G: バルコニー有り
床 : 吸音率 $\alpha = 0.1$
天井 : 吸音率 $\alpha = 0.8$

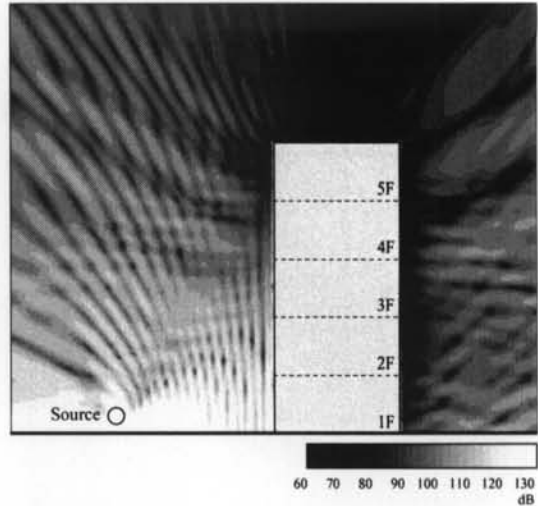


図-10 解析例5（解析条件E）
バルコニー無しの場合

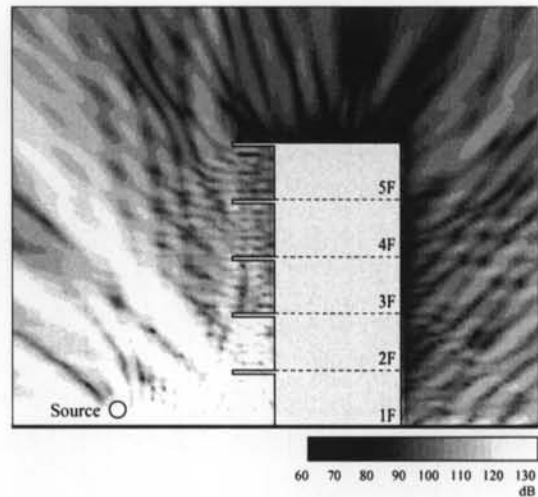


図-11 解析例6（解析条件F）
バルコニー床・天井：完全反射面の場合

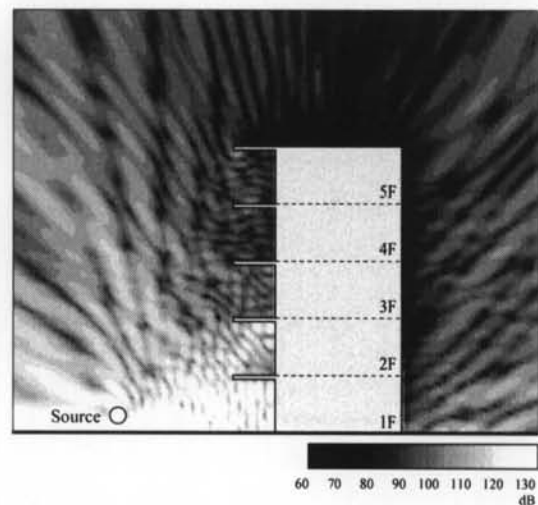


図-12 解析例7（解析条件G）
バルコニー床・天井：吸音面の場合

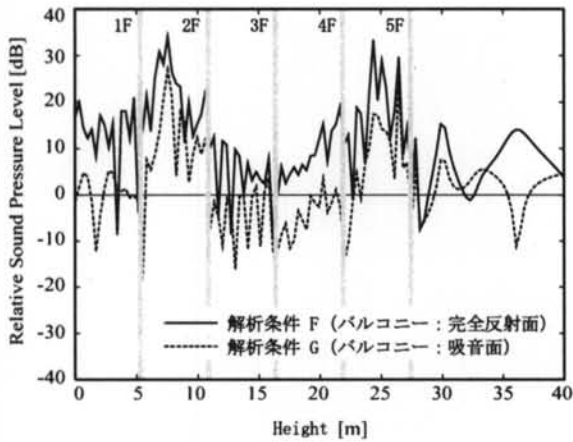


図-13 高さ方向の相対音圧レベル分布
(バルコニー側外壁面から 1.0 m)

解析結果を図-10～図-12に示す。また、図-13は、解析条件FおよびGにおいて、バルコニー外壁面から1.0 m離れた位置における高さ方向(z方向)の音圧分布を示す。図中の2つの曲線はいずれも解析条件E(バルコニー無し)の解析結果に対する相対音圧レベルを表す。

図-10および図-11の比較から、バルコニーがある場合、多重反射の影響は1～2階で大きく現われる一方、3階以上では小さい。また、図-11～図-12、および図-13から、バルコニーの床・天井面を吸音性にする、特に1階と4階で音圧の上昇は抑えられ、反射性(吸音率0)の場合に比べて10 dB以上の差を生じる観

測点もある。一方、2、3、5階では吸音による効果は比較的小さい。

§ 5. おわりに

境界積分方程式法による本音場解析法は、数値計算量を極力低減した実用的な解析法であり、街区等の広域の3次元音場の解析への適用が可能である。従来の幾何解析法では精度が得られなかった多重反射や回折の影響を高精度で予測・評価できるため、建物の配置や建物の形状の選定、遮音構造設計等にも適用可能である。

例えば、前出の解析例にあるように、バルコニーによって外壁近傍の音場は大きく変化するが、その変化は一様ではなく、多重反射の影響が大きく現れる箇所とそうではない箇所が存在する。すなわち、全階のバルコニーの床・天井面を一律に吸音しても、各階において同じ減音効果は必ずしも期待できない。

したがって、最適・経済設計が実現するには、遮音(騒音)対策が必要/不要な部位を判断し、騒音対策のグレードの選定した上で遮音構造を決定する必要がある。そのためにも本解析法が有効に活用できると考えられる。

今後は、実測例との比較により解析精度検証を行い、さらなる精度向上と複雑な条件に対応した解析法を構築する予定である。

<参考文献>

- 1) 日本建築学会(編):“実務的騒音対策指針 応用編”,技報堂出版,1987.
- 2) 日本建築学会(編):“実務的騒音対策指針(第二版)”,技報堂出版,2000.
- 3) 日本音響材料協会(編):“騒音・振動対策ハンドブック”,技報堂出版,1982.
- 4) 文屋信太郎,吉村忍:“非定常音場のハイブリッドシミュレーション”,第50回理論応用力学講演会論文集,2001.
- 5) 堀之内吉成,寺井俊夫,古江嘉弘:“積分方程式による低音域定常音場の解析”,建築音響研究会資料AA92-30,日本音響学会,1992.
- 6) 田村正行:“境界要素法による屋外騒音伝搬の予測”,日本音響学会誌,Vol. 48, No. 6, 1992.
- 7) 河井康人:“境界積分方程式による掘割道路からの騒音伝搬予測”,日本音響学会誌,Vol. 56, No. 3, 2000.
- 8) 清川哲志,谷川将規:“境界積分方程式法による広域の3次元音場波動解析に関する研究”,(投稿中 日本建築学会計画系論文集),2002.
- 9) 寺井俊夫:“積分方程式による建築の音場解析に関する研究”,博士論文,京都大学,1979.
- 10) Philip M. Morse and K. Uno Ingard:“Theoretical Acoustics”, McGraw-Hill Book Company, 1968.
- 11) “JIS A1405 音響インピーダンス管による吸音率及びインピーダンスの測定定在波比法”,1998.
- 12) 千千,廉成坤,坂本真一,橋秀樹,矢野博夫,大脇雅直:“建物ファサードの遮音性に関する検討—バルコニー空間の吸音による効果—”,日本音響学会研究発表会講演論文集1-8-4,2001.