

せん断に伴うダイレイタンスーを考慮した砂地盤の等価線形構成則モデル

浅香 美治 社本 康広
(技術研究所) (技術研究所)

An Equivalent Linear Constitutive Model of Sand with Dilatancy

by Yoshiharu Asaka and Yasuhiro Shamoto

Abstract

Triaxial strain-path controlled tests are conducted on Toyoura sand specimens, in which the principal strain increment ratio, defined as a ratio between axial and lateral strain increments, is kept constant. Based on the stress-path behavior of the test specimens, a simple equivalent linear constitutive model that enables one to simulate contractive and dilative behavior of sand is proposed. To examine the effectiveness of the proposed constitutive model, several series of triaxial compression tests are performed, and their results are compared with those simulated by the model. The computed results show excellent agreement with the test results, indicating that the constitutive model is effective for estimating stress-strain characteristics including dilatancy behavior of sand.

概要

主ひずみ増分比を任意に制御する三軸試験機を作製し、飽和豊浦砂三軸供試体に対して軸方向単調荷重中に主ひずみ増分比が一定となる三軸定ひずみ径路試験を行い、その結果に基づいて、主応力比と主ひずみ増分比の関係は一義的に決定できないが、主応力比と全ひずみ比の関係はひずみ径路に依存せず一義的に決定できることを明らかにし、この関係を定式化している。次に、弾性論にもとづいて、三軸定ひずみ径路試験から得られた主応力比と全ひずみ比の関係を満足する等価ヤング係数と等価ポアソン比の決定法を示し、これらのパラメータを用いることによってせん断に伴う砂のダイレイタンスー挙動を表現することが可能な三軸要素の等価線形構成則モデルを提案している。さらに、飽和豊浦砂三軸供試体に対して、様々な初期応力状態からひずみ径路または応力径路を制御した排水圧縮試験を行うとともに、提案した構成則に基づき試験結果のシミュレーションを行い、応力状態またはひずみ状態の変化にしたがって等価ヤング係数と等価ポアソン比を変化させる提案モデルが微小から大ひずみ領域に至る強度・変形特性をダイレイタンスー挙動を含めて表現できることを示し、提案する三軸要素の等価線形構成則モデルの有効性を示している。

§ 1. はじめに

現在、構造物設計では、支持地盤の支持力問題と変形問題を、それぞれ異なる体系の理論に基づいて独立に評価している。例えば、支持力問題は、塑性平衡理論に基づく Terzaghi の支持力公式¹⁾を用いて評価している。また、構造物荷重による地盤の即時沈下や圧密沈下などの変形問題は、地盤のひずみ依存性を考慮した地盤定数を設定し、弾性論に基づき評価²⁾している。

実際の地盤では、初期の微小変形域から破壊域に至るまで、連続的に変化する。このため、地盤の変形問題と支持力問題を統一的に評価する手法の確立は、重要な研究課題である。これらの問題を統一的に評価する手法として、土の構成則を取り入れた有限要素法(FEM)に基づく解析を行う方法が研究されている。

しかしながら、現実の地盤に即したパラメータを評価することが困難であるため、実務でこの方法が使われるケースはまれである。

本研究では、ひずみ径路を一定に制御した三軸圧縮試験に基づいて、せん断に伴うダイレイタンスー挙動を含む変形・強度特性を表現できる簡易な構成則を提案し、その有効性を様々な条件の三軸圧縮試験シミュレーションによって確認した。

§ 2. 三軸定ひずみ径路試験

2.1 試験装置

図-1は、三軸定ひずみ径路試験を行うために作成した試験装置の概要³⁾である。この試験装置では、三

軸供試体に対して軸応力を単調に増加させながら、供試体の軸ひずみ増分 $d\varepsilon_a$ と体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ を常に計測するとともに、側方ひずみ増分 $d\varepsilon_r$ と主ひずみ増分比 R_ε を次式で算定する。

$$d\varepsilon_r = \frac{(d\varepsilon_v - d\varepsilon_a)}{2} \quad (1)$$

$$R_\varepsilon = \frac{d\varepsilon_r}{d\varepsilon_a} \quad (2)$$

そして、主ひずみ増分比 R_ε が所定の値で一定となるように側方応力を制御することで、定ひずみ径路試験を行う。

2.2 試験の概要

全ての三軸定ひずみ径路試験に用いた試料は、豊浦砂 ($U_{50}=0.17\text{mm}$ 、 $U_c=1.5$ 、 $\rho_{dmin}=1.33\text{g/cm}^3$ 、 $\rho_{dmax}=1.65\text{g/cm}^3$) である。供試体は、空中落下法により、高さ 150mm、直径 75mm の円柱形で、相対密度 D_r が 80% となるように作成した。飽和は、供試体内の空気を CO_2 で置換した後、脱気水を通水し、バックプレッシャーを 80kPa 掛けることで行った。全ての供試体で、B 値は 0.9 以上であることを確認した。

表-1 に、三軸定ひずみ径路試験の条件を示す (以下、シリーズ A)。いずれの供試体も、初期拘束圧 50kPa

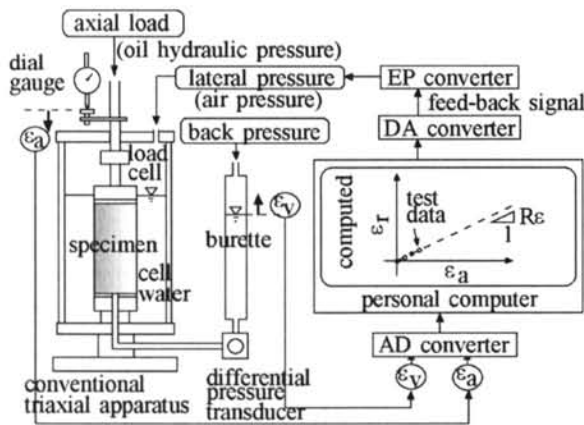


図-1 定ひずみ径路試験装置³⁾

表-1 シリーズ A の試験条件⁴⁾

Specimen ID	Initial stress (kPa)		R_ε -value
	axial	lateral	
A1	50	50	-0.5
A2	50	50	-0.3
A3	50	50	0.0
A4	50	50	0.35
A5	50	50	0.7
A6	50	50	1.0

の等方応力で 1 時間以上圧密した後、表-1 に示す所定の主ひずみ増分比 R_ε で軸方向に単調荷重を行った。

2.3 三軸定ひずみ径路試験における応力径路

図-2 は、シリーズ A の三軸定ひずみ径路試験で得られた軸応力 σ'_a と側方応力 σ'_r の関係を示したものである。 $\sigma'_a \sim \sigma'_r$ 平面における応力径路は、主ひずみ増分比 R_ε が -0.3 以下の荷重初期を除き、ほぼ直線関係を示している。主ひずみ増分比 R_ε が小さいほど、同一の軸応力 σ'_a における側方応力 σ'_r は小さい。

図-3 は、軸応力 σ'_a を各試験の最大軸応力で除した無次元化軸応力と主応力比 $K = \sigma'_r / \sigma'_a$ の関係を示したものである。主応力比 K は、無次元化軸応力がわずかに増加するだけで、主ひずみ増分比 R_ε ごとに一定の値 K_c へ収束する傾向が認められる。 K_c は、主ひずみ増分比 R_ε が小さいほど、小さくなっている。

2.4 主応力比とひずみ比の関係

図-4 に、シリーズ A の三軸定ひずみ径路試験における主ひずみ増分比 R_ε と主応力比 K の関係を示す。主応力比 K は、荷重開始時点では 1 であり、軸応力の荷重とともに小さくなって K_c に収束している。前述したように主ひずみ増分比 R_ε が小さいほど K_c が小さいという明確な相関関係が認められるものの、主ひずみ増分比 R_ε と主応力比 K の関係は試験ごとに異なっている。これは、主応力比 K が割線形で定義されているのに対し、主ひずみ増分比 R_ε が増分形で定義されているためと考えられる。そこで、割線形の全主ひずみ比 $R_{\varepsilon t}$ を次式で定義する。

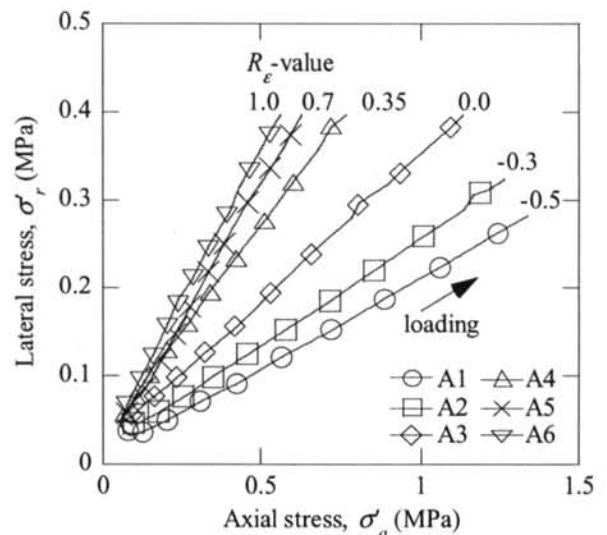


図-2 軸応力と側方応力の関係 (シリーズ A)⁴⁾

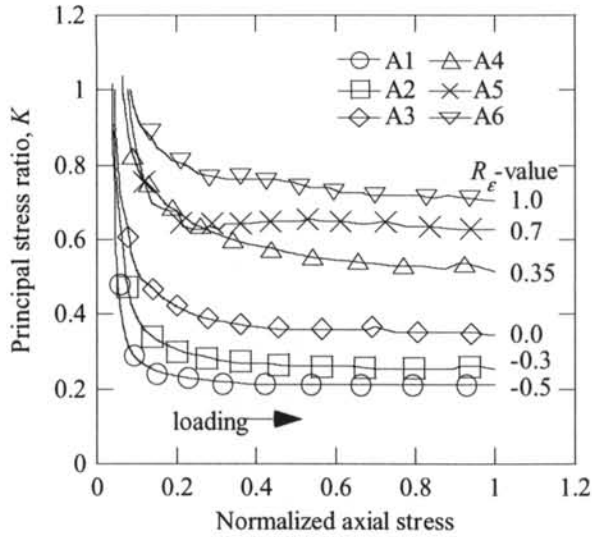


図-3 無次元化した軸応力と主応力比の関係 (シリーズ A) ³⁾

$$R_{\epsilon,t} = \frac{\epsilon_{r,t}}{\epsilon_{a,t}} \quad (3)$$

ここで、 ϵ_{ri} は全側方ひずみ、 ϵ_{ai} は全軸ひずみであり、それぞれ次式で定義する。

$$\epsilon_{r,t} = \epsilon_{r,i} + \epsilon_r \quad (4)$$

$$\epsilon_{a,t} = \epsilon_{a,i} + \epsilon_a \quad (5)$$

ここで、 ϵ_{ri} と ϵ_{ai} は初期応力によって生じた側方ひずみと軸ひずみであり、 ϵ_r と ϵ_a は軸応力の载荷開始後に生じたひずみである。

図-5 に、シリーズ A の三軸定ひずみ径路試験にお

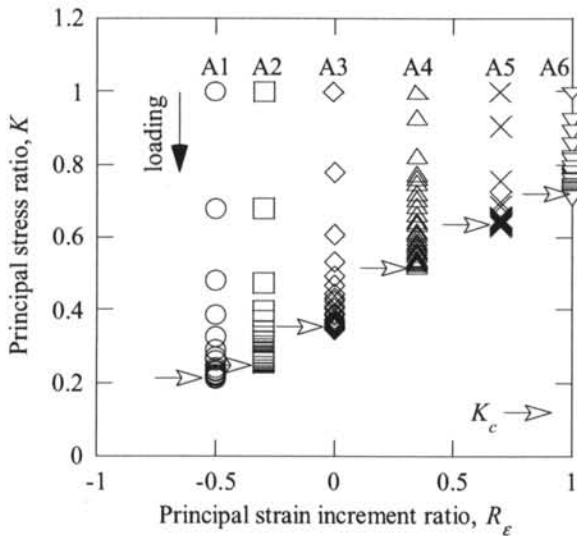


図-4 主ひずみ増分比と主応力比の関係 (シリーズ A) ⁴⁾

ける全主ひずみ比 $R_{\epsilon,t}$ と主応力比 K の関係を示す。ここで、 ϵ_{ri} と ϵ_{ai} は、圧密時に生じたひずみを参考にして、いずれも 0.05% と仮定した。図-4 に示した主ひずみ増分比 R_{ϵ} と主応力比 K の関係とは異なり、すべての試験データが一つの曲線上に分布して、全主ひずみ比 $R_{\epsilon,t}$ が小さくなるほど主応力比 K が小さくなっている。このことから、全主ひずみ比 $R_{\epsilon,t}$ と主応力比 K の関係は、ひずみ径路に依存しないことが分かる。また、図-4 に示す主ひずみ増分比 R_{ϵ} と K_c の関係は、全主ひずみ比 $R_{\epsilon,t}$ と主応力比 K の関係とほぼ同一の傾向を示している。これは、軸応力の载荷とともに側方ひずみ ϵ_r と軸ひずみ ϵ_a が大きくなるため、初期ひずみ ϵ_{ri} と ϵ_{ai} の影響が相対的に微小となるためである。図-5 の全主ひずみ比 $R_{\epsilon,t}$ と主応力比 K の関係は、次式で表現することができる ³⁾。

$$R_{\epsilon,t} = -a + (a+1) \times$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{\phi_d} \arcsin\left(\frac{1-K}{1+K}\right) \left\{1 - \left(\frac{R_{\epsilon,\min} + a}{1+a}\right)^2\right\}} \quad (6)$$

ここで、 a はパラメータ、 ϕ_d は内部摩擦角、 $R_{\epsilon,\min}$ は通常の三軸圧縮試験における試料破壊時の主ひずみ増分比 R_{ϵ} である。

表-2 に示すパラメータを用いて、式(6)により計算した全主ひずみ比 $R_{\epsilon,t}$ と主応力比 K の関係を、図-5 中に実線で示す。計算結果は、実験結果をおおむね表現している。このことは、三軸要素の全主ひずみ比 $R_{\epsilon,t}$ はひずみ径路によらず主応力比 K に依存していること、式(6)による全主ひずみ比 $R_{\epsilon,t}$ ~ 主応力比 K 関係のモデル化が妥当であることを示している。

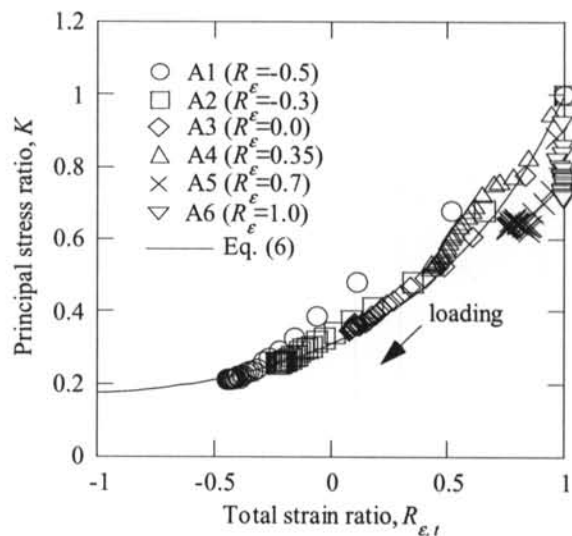


図-5 全ひずみ比と主応力比の関係 (シリーズ A) ³⁾

表-2 シミュレーションに用いたパラメータ⁴⁾

a	ϕ_d (degree)	$R_{e,min}$	$G_{0,r}$ (MPa) ($\sigma_{m,r}=100\text{kPa}$)
1.49	44.7	-1.0	91.6

§ 3. 三軸要素の等価線形構成則モデル

3.1 土の応力～ひずみ関係に対する構成則

著者らは、等方で等価線形体からなる三軸要素の構成則モデルを、弾性論に基づいて以下のように提案している³⁾。

$$\varepsilon_{a,t} = \frac{1}{E_{eq}} \{ \sigma'_a - 2\nu_{eq}\sigma'_r \} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{r,t} = \frac{1}{E_{eq}} \{ -\nu_{eq}\sigma'_a + (1-\nu_{eq})\sigma'_r \} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{v,t} = \varepsilon_{a,t} + 2\varepsilon_{r,t} \quad (9)$$

$$E_{eq} = 2(1+\nu_{eq})G_{eq} \quad (10)$$

ここで、 $\varepsilon_{a,t}$ は全体積ひずみ、 E_{eq} は等価ヤング係数、 ν_{eq} は等価ポアソン比であり次式で定義する。

$$\nu_{eq} = \frac{K - R_{\varepsilon,t}}{1 + K - 2KR_{\varepsilon,t}} \quad (11)$$

そして、 G_{eq} は等価せん断剛性であり、次式で定義する。

$$G_{eq} = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{(\sigma'_a - \sigma'_r)}{2\gamma} \quad (12)$$

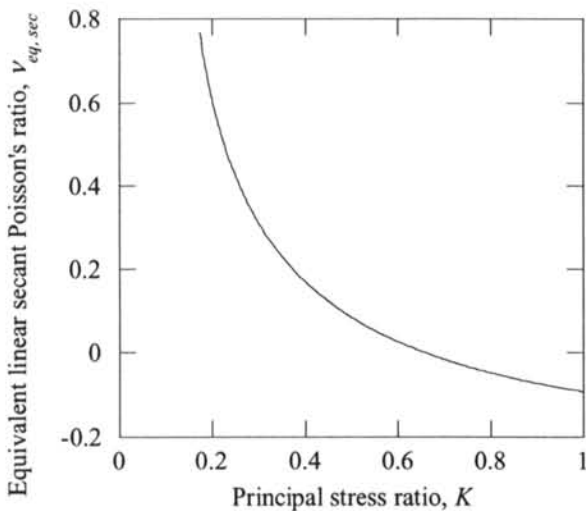


図-6 主応力比と等価ポアソン比の関係⁴⁾

ここで、 σ はせん断応力、 γ はせん断ひずみであり次式で定義する。

$$\gamma = \frac{1}{G_0} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_f} \right)^{-1} \quad (13)$$

ここで、 τ_f はせん断強度、 G_0 は弾性せん断剛性であり、それぞれ次式で定義する。

$$\tau_f = \frac{(\sigma'_a + \sigma'_r)}{2} \sin \phi_d \quad (14)$$

$$G_0 = G_{0,r} \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m,r}} \right)^{0.5} \quad (15)$$

ここで、 $G_{0,r}$ は基準となる平均主応力 $\sigma'_{m,r}$ のもとでの弾性せん断剛性である。平均主応力 σ'_m は、次式で定義する。

$$\sigma'_m = \frac{(\sigma'_a + 2\sigma'_r)}{3} \quad (16)$$

式(6)と式(11)を比較すると、式(11)で表現される等価ポアソン比 ν_{eq} は、主応力比 K または全主ひずみ比 $R_{\varepsilon,t}$ の関数となっていることが分かる。

3.2 応力またはひずみ状態による等価ポアソン比の変化

式(6)と式(11)に基づき、表-2に示したパラメータを用いて、主応力比 K と全主ひずみ比 $R_{\varepsilon,t}$ が等価ポアソン比 ν_{eq} に与える影響を検討した。図-6に主応力比 K と等価ポアソン比 ν_{eq} の関係を、図-7に、全主ひずみ比 $R_{\varepsilon,t}$ の等価ポアソン比 ν_{eq} 関係を示す。等価ポアソン比 ν_{eq} は、応力またはひずみの状態によって、-0.1から

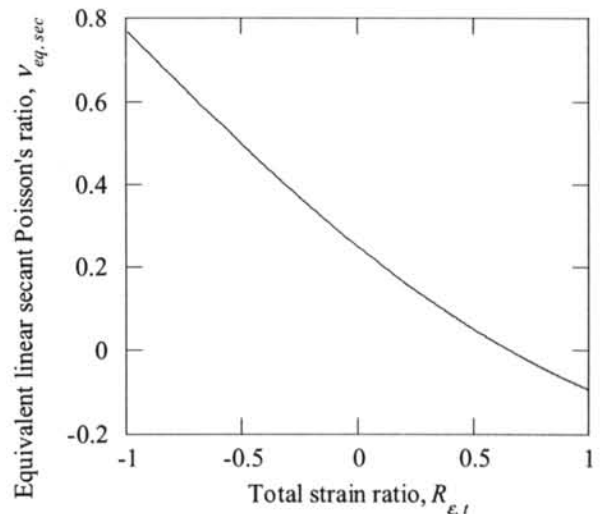


図-7 全ひずみ比と等価ポアソン比の関係⁴⁾

0.75 までの値をとっている。主応力比 $K=0.2$ または全主ひずみ比 $R_{\epsilon_r}=-0.5$ のとき、等価ポアソン比 $\nu_{eq}=0.5$ となる。等価ポアソン比 $\nu_{eq}=0.5$ は等体積条件であることを考慮すると、 $K>0.2$ または $R_{\epsilon_r}>-0.5$ のとき体積圧縮、 $K<0.2$ または $R_{\epsilon_r}<-0.5$ のとき体積膨張を示すことが分かる。このように、応力またはひずみ状態によって変化する等価ポアソン比 ν_{eq} を用いることで、提案する構成則は、等価線形手法でありながら、せん断に伴うダイレイタンス挙動を表現することが可能である。

3.3 三軸圧縮試験のシミュレーション手順

3.1 節で示した等価線形構成則モデルを用いれば、通常の三軸圧縮試験で得られる強度・変形特性を、ダイレイタンス挙動を含めてシミュレーションすることが可能である。以下に、その手順を示す。

- 1) 初期応力または更新した応力状態における σ_a と σ_r から、 K を計算する。
- 2) 式(6)を用いて、 K から、 R_{ϵ_r} を計算する。
- 3) 式(11)を用いて、 K と R_{ϵ_r} から、 ν_{eq} を計算する。
- 4) 式(12)～式(16)を用いて、 σ_a と σ_r から、 G_{eq} を計算する。
- 5) 式(10)を用いて、 ν_{eq} と G_{eq} から、 E_{eq} を計算する。
- 6) 式(7)～式(9)を用いて、 σ_a と σ_r 、 E_{eq} 、 ν_{eq} から、 ϵ_{ur} と ϵ_{vr} を計算する。
- 7) 式(4)と式(5)を用いて、 ϵ_u と ϵ_r 、 $\epsilon_r = \epsilon_u + 2\epsilon_v$ を計算する。
- 8) 次荷重ステップに即した σ_a と σ_r を設定して、手順 1) に戻る。
同様に、手順 8) を以下の手順 9)～10) に置き換えることによって、ひずみ径路を制御した三軸圧縮試験で得られる強度・変形特性を、ダイレイタンス挙動を含めてシミュレーションすることも可能である。
- 9) 手順 7) で計算された ϵ_u と ϵ_r が所定のひずみ径路に適合していれば、手順 10) に移行する。もし適合していなければ、 σ_a と σ_r を更新して手順 1) に戻る。
- 10) 次荷重ステップのための σ_a と σ_r を仮定して、手順 1) に戻る。

§ 4. 三軸圧縮試験のシミュレーション

4.1 様々な初期応力状態からの定ひずみ径路試験

提案した構成則の有効性を検証するため、 $D_r=80\%$ の飽和豊浦砂の三軸供試体に対して、様々な初期応力状態から定ひずみ径路試験を実施した。試験条件を表-3 に示す。初期応力状態を以下のように分類し、それぞれシリーズ B, C, D と呼ぶ。

- (1) シリーズ B: シリーズ A の初期状態から、200kPa まで等方圧密された状態

表-3 シリーズ B, C, D の試験条件⁴⁾

Specimen ID	Initial stress (kPa)		R_{ϵ_r} -value
	axial	lateral	
B1	200	200	-0.5
C1	200	100	-0.5
C2	200	100	0.35
D1	200	50	-0.5
D2	150	50	0.0
D3	100	50	0.35

- (2) シリーズ C: シリーズ A の初期状態から、軸応力が 200kPa となるまで、側方ひずみが生じないように K_0 圧密された状態
- (3) シリーズ D: シリーズ A の初期状態から、側方応力を 50kPa に保ったまま、軸応力が 200kPa, 150kPa, 100kPa となるまで圧密した状態

いずれの供試体も、1 時間以上圧密した後、表-3 に示した主ひずみ増分比 R_{ϵ_r} にしたがって、軸方向の単調荷荷を行った。

シリーズ B, C, D において観察された応力径路を、表-2 に示したパラメータを用いて、提案した構成則によりシミュレーションした。図-8～図-10 に、実験結果をシンボルで、計算結果を実線で、それぞれ比較して示す。図-8 に示した B1 の実験結果では、側方応力 σ_r は、荷重初期において、軸応力 σ_a の増加とともに減少するが、その後 σ_r は増加して、 σ_a と σ_r は直線関係を示している。すなわち、B1 の応力径路は、 $\sigma_a \sim \sigma_r$ 平面において、下に凸の曲線を示している。この傾向は、C1 の実験結果でも若干認められる。一方、C2 と D1, D2, D3 の実験から得られた応力径路は、

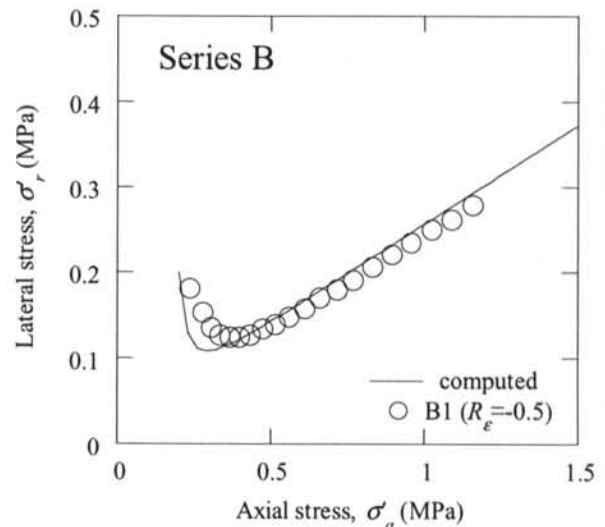


図-8 軸応力と側方応力の関係 (シリーズ B)⁴⁾

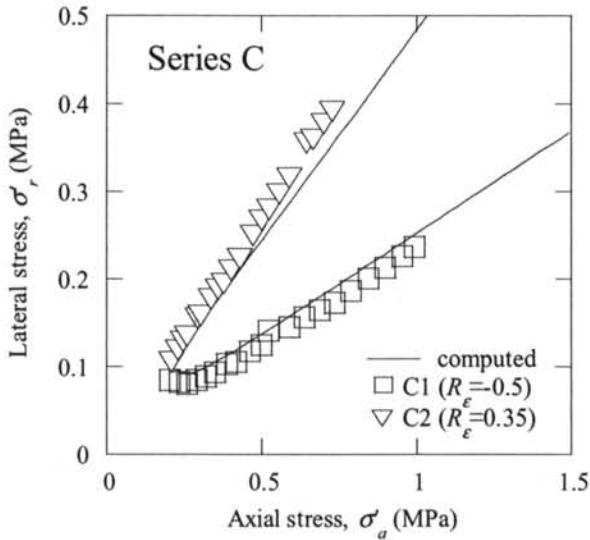


図-9 軸応力と側方応力の関係 (シリーズ C) ⁴⁾

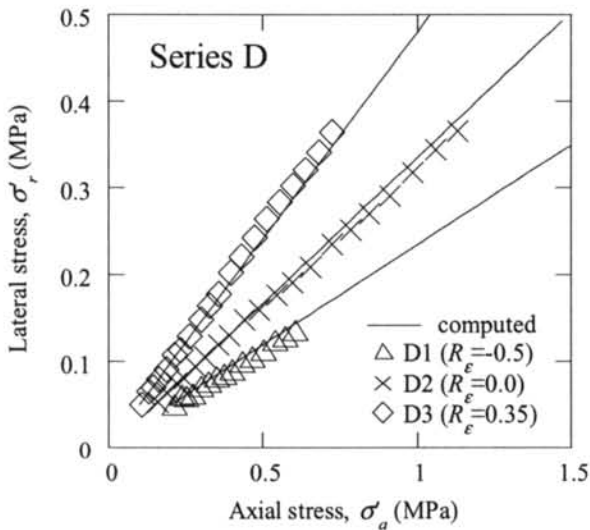


図-10 軸応力と側方応力の関係 (シリーズ D) ⁴⁾

$\sigma_a \sim \sigma_r$ 平面において、载荷初期から直線関係を示している。全ての計算結果は、実験結果をおおむねシミュレートしており、提案する構成則の有効性が確認できる。

4.2 通常の排水三軸圧縮試験

提案した構成則の有効性をさらに検証するため、 $D_r=80\%$ の飽和豊浦砂の三軸供試体に対して、通常の三軸圧縮試験を行った。初期拘束応力は 50kPa, 100kPa, 200kPa の等方応力で、1 時間以上圧密した後、側方応力 σ_r 一定で軸方向に単調载荷した (以下、E1, E2, E3 と呼ぶ)。

図-11~図-12 に、実験結果をシンボルで、計算結果を実線で、それぞれ比較して示す。全ての計算結果は、実験で得られた応力~ひずみ関係とダイレイタン

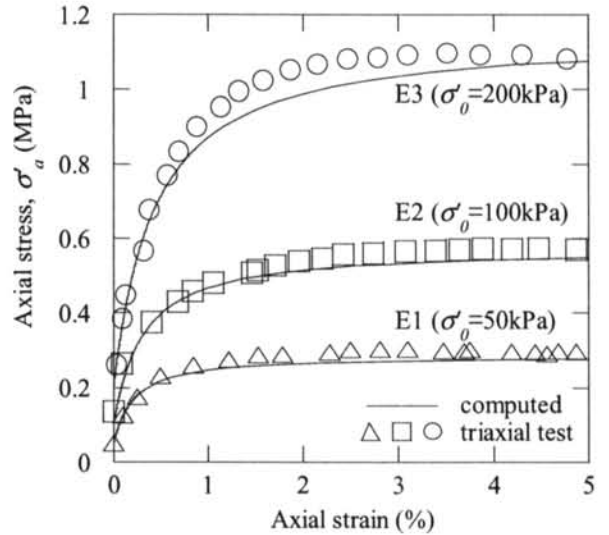


図-11 軸応力と軸ひずみの関係 ³⁾

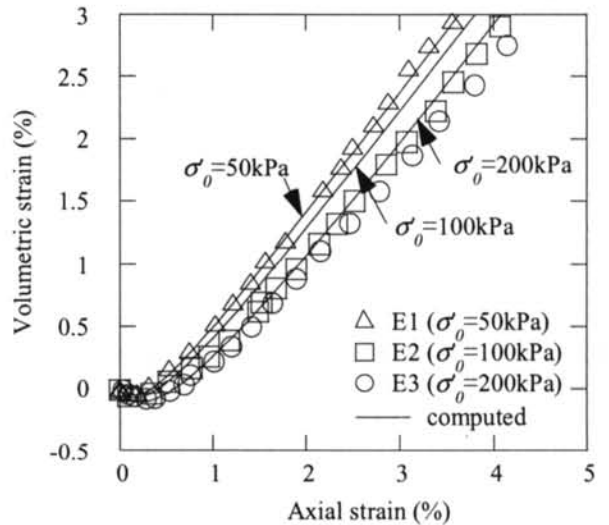


図-12 軸ひずみと体積ひずみの関係 ³⁾

シー挙動を、微小から大ひずみ領域に至るまで、おおむねシミュレートしている。特に、せん断に伴う体積変化の傾向を、良く再現している。実験結果では、軸ひずみ ϵ_a が 0.5% 程度以下では体積収縮を示し、初期拘束応力が大きいほど、同一の軸ひずみレベルにおける体積収縮量が多い。一方、軸ひずみ ϵ_a が 0.5% 程度以上では体積膨張の傾向を示している。初期拘束応力が大きいほど、体積膨張を示す時の軸ひずみレベルは大きい。また、軸ひずみ ϵ_a が 1% 程度以上のとき、 ϵ_a と ϵ_v は直線関係を示している。全ての計算結果は、実験結果を良く再現している。以上から、提案した構成則は、初期の微小変形域から破壊域に至る強度・変形特性をダイレイタンシー挙動を含めて表現できる。

図-13 は、計算から得られた等価ポアソン比 ν_{eq} の変化である。等価ポアソン比 ν_{eq} は、およそ -0.1 から 0.7

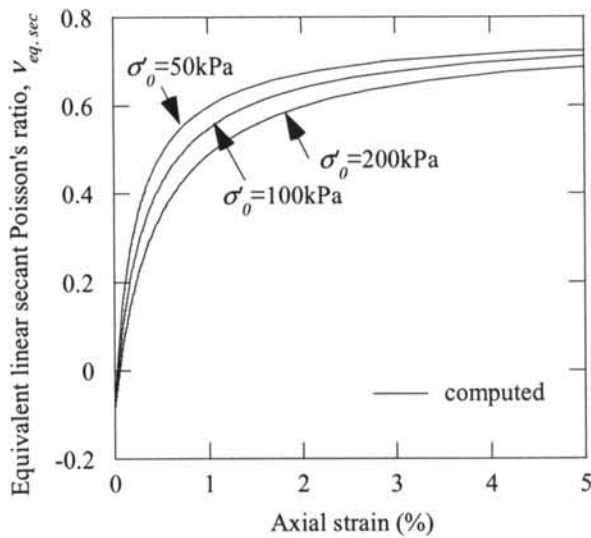


図-13 軸ひずみと等価ポアソン比の関係⁴⁾

の値をとる。初期拘束応力が大きいほど、 $v_{eq}=0.5$ となる軸ひずみが大きい。これは、図-12に示すように、初期拘束応力が大きいほど、体積膨張を示す時の軸ひずみが大きいことと対応している。このように、提案する等価線形構成則モデルは、単に、応力またはひずみ状態によって変化する等価ポアソン比 v_{eq} を用いることによって、せん断に伴うダイレイタンス挙動を表現することができる。

<参考文献>

- 1) Terzaghi, K.: "Theoretical soil mechanics", New York, John Wiley & Sons, Inc., 1963.
- 2) 玉置克之, 桂豊, 岸田了: "掘削および構築時の支持地盤のヤング係数の変化", 日本建築学会構造系論文報告集, Vol.446, pp.73-80, 1993.
- 3) Asaka, Y., Tokimatsu, K., Iwasaki, K., and Shamoto, Y.: "A simple stress-strain relation based on stress-path behavior in strain-path controlled triaxial tests", Soils and Foundations, No.43, Vol.2, pp.55-68, 2003.
- 4) Asaka, Y., Tokimatsu, K., Iwasaki, K., Shamoto, Y.: "A simple constitutive model of sand based on strain-path controlled tests", Proc. of the International Conference on the Deformation Characteristics of Geomaterials, Lyon, France, pp.1103-1109, 2003.

§ 5. 結論

ひずみ径路を一定に制御した三軸圧縮試験に基づいて、せん断に伴うダイレイタンス挙動を含む変形・強度特性を表現できる簡易な構成則を提案し、その有効性を様々な条件の三軸圧縮試験シミュレーションによって検討し、以下の結論を得た。

- (1) ひずみ径路を一定に制御した三軸圧縮試験の応力径路は、 $\sigma'_a \sim \sigma'_r$ 平面において、載荷初期を除き、ほぼ直線関係を示す。
- (2) ひずみ径路を一定に制御した三軸圧縮試験における主応力比 K は、軸応力 σ'_a の増加とともに一定の値に収束する。収束したときの K 値は、主ひずみ増分比 R_e が小さいほど、小さくなる。
- (3) 三軸要素における全主ひずみ比 R_{e1} と主応力比 K の関係は、ひずみ径路に依存しない。
- (4) 提案した構成則は、等価線形手法でありながら、微小から大ひずみ領域に至る強度・変形特性をダイレイタンス挙動を含めて表現できる。

§ 6. おわりに

本報告は、東京工業大学大学院 時松孝次教授との共同研究で得られた成果をまとめたものであり、文献3)および4)において既発表している。

