

# TRUSS ばかりの横座屈に関する研究（その1）

—せん断力を含む荷重による横座屈—

小 稲 唐 夫

## § 1. 序 論<sup>1)2)4)5)9)10)12)14)15)</sup>

骨組の横座屈を論ずるには、座屈変形した骨組の各部材ごとの釣合微分方程式並びに材端境界条件より座屈条件式を導けば良いのであるが、繁雑になるため、実際に種々の仮定を設けて実用に即した解析が行なわれてきた。たとえば、PONY-TRUSS 橋の横座屈は、上弦材など一部主要圧縮材が腹材によって弾性支持された状態での構面外座屈として論ぜられてきた。しかし、このように仮定された理論は、ある種の外力に対しては、それによる変形が、仮定された結果と異なるため、TRUSS 単材としての横座屈と考えるには不充分で、その適用範囲も自然と限られていった。

そこで、鈴木敏郎博士は、両弦材と腹材を含むTRUSS 単材としての横座屈理論を、腹材に軸力が生じない場合、すなわち、TRUSS 単材にせん断力が生じない場合について解析している。

さて著者は、本研究において、鈴木敏郎博士の理論をさらに進めて、TRUSS 単材にせん断力が働く場合について解析した。解析にあたって著者は、POTENTIAL-ENERGY U を求める外力のなす仕事式  $U_{P1}, U_{P2}, U_{Pa}, U_{Pe}, U_{Pcl}, U_{Pe0}, U_{Pe2}$  を新しく誘導した。

せん断力が働く場合著者は、その外力として、中央集中荷重と等分布荷重を想定し、それらが形式ならびに材形の異なった TRUSS ばかりに作用する時、横座屈に現われる性状がどのように変化するかを解析し、考察した。また著者は、TRUSS ばかりに材端 MOMENT が加わる場合を考え、それを、RAHMEN に組まれた TRUSS ばかりの横座屈にまで発展させた。

本来なら、実験をすることにより、本理論を裏付けるのであるが、今回は、都合により数種の実例を解析することによりそれに換えた。実際に実験が行なわれた TRUSS ばかりの横座屈試験体例として、建築学大系12巻「座屈論」297ページ試験体 No. C をあげ、本理論値と比較したが、結果はほぼ一致した。

なお、数値解析に当っては、東京大学生産技術研究所の OKITAC-5090 と、横浜国立大学の NEAC-2230 を用いた。

## § 2. 理論解析<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

平行弦 TRUSS ばかりがその構面内に外力を受けて、横座屈する場合を、ENERGY 法により、弾性域内で解析する。

結果は、両端単純支持の TRUSS ばかりに、中央集中荷重、等分布荷重、並びに、TRUSS ばかりが RAHMEN 中に組まれた場合として、それらの以上2種類の横力と両材端に MOMENT が加わった状態についてである。

TRUSS は、一般に上下弦非対称とし、以下添字1)2)…で区別する。腹材は、上下弦材と剛に接するものとし、斜材と垂直材には、添字 d, v を付ける。

座屈変形曲線は、上下弦材の横方向変位量を、式(1), (2)とし、上下弦材の捩りによる回転変位量を、式(3), (4)とする。図-1, 図-2 参照。

$$u_1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi z}{l} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$u_2 = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi z}{l} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\beta_1 = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \frac{n\pi z}{l} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\beta_2 = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin \frac{n\pi z}{l} \quad \dots \dots \dots (4)$$

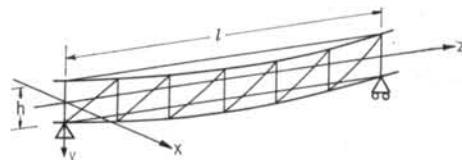


図-1 TRUSS の横座屈変形<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

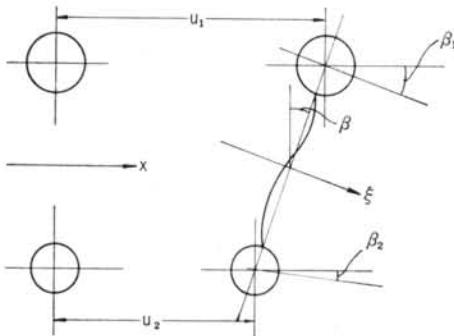


図-2 TRUSS 弦材の横座屈変形<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

角度 $\phi$ で弦材に剛接している斜材は、図-3 のように変形し、上下弦材の横並びに捩り変形 $u_1$ ,  $u_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ によって形が決まる。なお腹材の構成間隔 $s$ が材長 $l$ に比べて小さい時は、 $z$ の位置での変位と $(z+s)$ での変位を区別する必要はない仮定した。<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

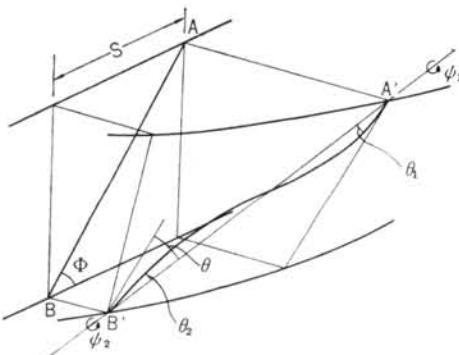


図-3 TRUSS 斜材の横座屈変形<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

TRUSS 構面外への斜材の材端曲げ回転量 $\theta_1$ ,  $\theta_2$ は、AB 各点の回転角から斜材の回転角 $\theta$ を引いた値で、各々式(5), (6)となる。<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

$$\theta_1 = \left( \beta_1 \sin \phi + \frac{du_1}{dz} \cos \phi \right) - \left\{ \beta \sin \phi + \frac{1}{2} \left( \frac{du_1}{dz} + \frac{du_2}{dz} \right) \cos \phi \right\} \quad (5)$$

xy 成分      xz 成分

$$\theta_2 = \left( \beta_2 \sin \phi + \frac{du_2}{dz} \cos \phi \right) - \left\{ \beta \sin \phi + \frac{1}{2} \left( \frac{du_1}{dz} + \frac{du_2}{dz} \right) \cos \phi \right\} \quad (6)$$

xy 成分      xz 成分

$$\beta = \frac{u_1 - u_2}{h} \quad (7)$$

また、捩り角 $\psi_1$ ,  $\psi_2$ は、式(8), (9)となる。<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

$$\psi_1 = \beta_1 \cos \phi - \frac{du_1}{dz} \sin \phi \quad (8)$$

$$\psi_2 = \beta_2 \cos \phi - \frac{du_2}{dz} \sin \phi \quad (9)$$

## 2.1 中央集中荷重による TRUSS ばりの横座屈

### 2.1.1 外力のなす仕事

中央集中荷重 $P$ が上下弦においてなす仕事を考える。上下弦材が弯曲することにより、各弦材の相対変位が生じ、これにより中央集中荷重 $P$ は、仕事をする。上弦材の軸力を式(10)とし、

$$\frac{pz}{2h} \quad 0 \leq z \leq \frac{l}{2}, \quad \frac{pl}{2h} - \frac{pz}{2h} \quad \frac{l}{2} \leq z \leq l \quad (10)$$

下弦材の軸力を式(11)とすれば、

$$-\frac{pz}{2h} \quad 0 \leq z \leq \frac{l}{2}, \quad -\left( \frac{pl}{2h} - \frac{pz}{2h} \right) \quad \frac{l}{2} \leq z \leq l \quad (11)$$

中央集中荷重 $P$ が上下弦材においてなす仕事 $U_{p1}$ ,  $U_{p2}$ は、各々式(12), (13)となる。

$$U_{p1} = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{2} \cdot \frac{pz}{2h} \cdot \left( \frac{du_1}{dz} \right)^2 dz + \int_{\frac{l}{2}}^l \frac{1}{2} \left( \frac{pl}{2h} - \frac{pz}{2h} \right) \cdot \left( \frac{du_1}{dz} \right)^2 dz \quad (12)$$

$$U_{p2} = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{2} \left( -\frac{pz}{2h} \right) \cdot \left( \frac{du_2}{dz} \right)^2 dz + \int_{\frac{l}{2}}^l \frac{1}{2} \left\{ -\left( \frac{pl}{2h} - \frac{pz}{2h} \right) \right\} \cdot \left( \frac{du_2}{dz} \right)^2 dz \quad (13)$$

次に中央集中荷重 $P$ が腹材においてなす仕事を考える。上下弦材の弯曲に伴う各腹材全体の横移動と、腹材自身の弯曲により、各腹材の相対変位が二重に生じる。これにより、中央集中荷重 $P$ は、仕事をする。腹材に働く軸力は、中央集中荷重 $P$ によるせん断力を各腹材角度の正弦で割った値、式(14)

$$\frac{P}{2 \sin \phi} \text{ 壓縮材}, \quad -\frac{P}{2 \sin \phi} \text{ 引張材} \quad (14)$$

を用いる。さて、いまある腹材 $A'B'A$ が弯曲変形しながら $AB$ に移動したと想定し、平面 $A'B'A$  ( $B$ )を考え、図-4 に示す。

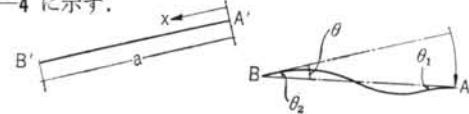


図-4 腹材の弯曲変形

中央集中荷重 $P$ が腹材 $AB$ においてなす仕事 $\Delta U_d$ は、腹材の各々の対応点の移動量を $u_d$ 、軸力を $p_d$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_d &= \int_0^a \frac{1}{2} p_d \left( \frac{du_d}{dx} \right)^2 dx \\ \left( \frac{du_d}{dx} \right)_{x=0} &= \theta + \theta_1 \\ \left( \frac{du_d}{dx} \right)_{x=a} &= \theta + \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(15)となる。

ところで、図-4において、直線ABに対する曲線ABの撓曲線式が、 $u_d(x)$ として表わせれば、 $\Delta u_d$ はさらに式(16)のように書くことができる。

$$\begin{aligned}\Delta U_d &= \int_0^a \frac{1}{2} \cdot P_d \left( \frac{du_d}{dx} \right)^2 dx \\ &= \int_0^a \frac{1}{2} \cdot P_d \left\{ \left( \frac{du_d(x)}{dx} \right) + \theta \right\}^2 dx \quad \dots \dots \dots (16)\end{aligned}$$

そこで、今度は  $U_d(x)$  を考える。

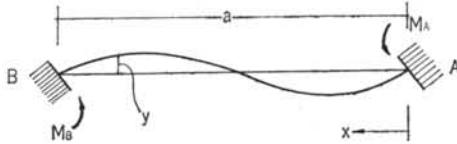


図-5 両材端に MOMENT のある材の撓み

一般に図-5のような荷重状態の撓みyは、材ABの曲剛性を  $EI$  とすれば、

$$\begin{aligned}y &= \frac{a^2}{6EI} \left[ M_A \left\{ \frac{(a-x)}{a} - \frac{(a-x)^3}{a^3} \right\} - \frac{1}{2} M_A \left( \frac{x}{a} - \frac{x^3}{a^3} \right) \right. \\ &\quad \left. - M_B \left( \frac{x}{a} - \frac{x^3}{a^3} \right) + \frac{1}{2} M_B \left\{ \frac{(a-x)}{a} - \frac{(a-x)^3}{a^3} \right\} \right] \quad \dots \dots \dots (17)\end{aligned}$$

式(17)となる。

故に、AB両端に  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  の撓み角を生じた時の  $M_A$ ,  $M_B$  は、式(18), (19)から求めると、式(20), (21)のようになる。

$$\theta_1 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = \frac{a}{6EI} \left( \frac{3}{2} M_A \right) \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$\theta_2 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=a} = \frac{a}{6EI} \left( \frac{3}{2} M_B \right) \quad \dots \dots \dots (19)$$

$$M_A = \frac{4EI}{a} \theta_1 \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$M_B = \frac{4EI}{a} \theta_2 \quad \dots \dots \dots (21)$$

さて、以上のことから  $\Delta U_d$  は式(22)となる。

$$\begin{aligned}\Delta U_d &= \int_0^a \frac{1}{2} P_d \left\{ \left( \frac{du_d(x)}{dx} \right) + \theta \right\}^2 dx \\ &= \frac{P_d}{2} \int_0^a \left\{ \left( \frac{dy}{dx} \right) + \theta \right\}^2 dx \\ &= \frac{P_d}{2} \left[ \int_0^a \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx + \int_0^a \theta^2 dx \right] \\ &= \frac{P_d}{3C} \cdot a (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) \quad \dots \dots \dots (22)\end{aligned}$$

故に中央集中荷重Pが腹材全体においてなす仕事  $U_d$  は、腹材の構成間隔Sが式(23)で示されるから、式(24)となる。

$$S = \frac{h}{\tan \phi} \quad \dots \dots \dots (23)$$

$$\begin{aligned}U_d &= \int_0^l \frac{\Delta U_d}{S} dz \\ &= \frac{P}{30 \sin 2\phi} \left[ \int_0^{\frac{l}{2}} (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) dz \right. \\ &\quad \left. - \int_{\frac{l}{2}}^l (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) dz \right] \quad \dots \dots \dots (24)\end{aligned}$$

ここで改めて、腹材を斜材と垂直材に分けると、中央集中荷重Pが斜材においてなした仕事  $U_{pd}$ 、と垂直材においてなした仕事  $U_{pv}$  は、各々式(25), (26)となる。

$$\begin{aligned}U_{pd} &= \frac{P}{60 \sin \phi \cos \phi} \left[ \int_0^{\frac{l}{2}} (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) dz \right. \\ &\quad \left. - \int_{\frac{l}{2}}^l (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) dz \right] \quad \dots \dots \dots (25)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_{pv} &= \frac{P \sin \phi}{60 \cos \phi} \left[ \int_0^{\frac{l}{2}} (2\theta'_1{}^2 - \theta'_1 \theta'_2 + 2\theta'_2{}^2 + 15\theta'^2) dz \right. \\ &\quad \left. - \int_{\frac{l}{2}}^l (2\theta'_1{}^2 - \theta'_1 \theta'_2 + 2\theta'_2{}^2 + 15\theta'^2) dz \right] \\ &\quad \left. \theta'_1 = \beta_1 - \beta, \theta'_2 = \beta_2 - \beta, \theta' = \beta \right] \quad \dots \dots \dots (26)\end{aligned}$$

外力のなす仕事として、最後に、中央集中荷重Pがはり材の振り変形においてなす仕事を考える。はりの横座屈変形に伴い、はりに振りが生じてくる時は、加重点である上弦材中点、または下弦材中点の上下方向変位による中央集中荷重Pの仕事を無視することはできない。その状態を図-6に示す。

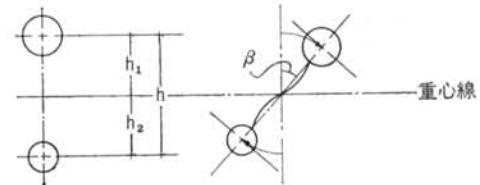


図-6 梁の振り変形

上弦材加重点、ならびに下弦材加重点の場合、中央集中荷重Pが、はり材の振り変形においてなす仕事  $U_{pcl}$ ,  $U_{pc2}$  は、各々式(27), (28)となる。

$$\begin{aligned}U_{pcl} &= \int_0^{\beta} (\theta P) \cdot (h_1 d\theta) \\ &= \frac{1}{2} \cdot Ph_1 \left( \frac{u_{1z=l/2} - u_{2z=l/2}}{h} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (27)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_{pc2} &= - \int_0^{\beta} (\theta P) (h_2 d\theta) \\ &= - \frac{1}{2} Ph_2 \left( \frac{u_{1z=l/2} - u_{2z=l/2}}{h} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (28)\end{aligned}$$

## 2.1.2 歪 ENERGY<sup>1)2)4)5)6)7)9)10)11)12)14)16)17)</sup>

上下弦材の歪 ENERGY を考える。上下弦材が彎曲することにより曲げによる歪 ENERGY が生じる。上下弦材の曲剛性を  $B_1, B_2$  とすれば、各々の曲歪 ENERGY  $U_{B1}, U_{B2}$  は、式29, 30となる。<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

$$U_{B1} = \int_0^l \frac{1}{2} B_1 \left( \frac{d^2 u_1}{dz^2} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{29}$$

$$U_{B2} = \int_0^l \frac{1}{2} B_2 \left( \frac{d^2 u_2}{dz^2} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{30}$$

また、同じく上下弦材が彎曲することにより、振りによる歪 ENERGY が生じる。上下弦材の振剛性を  $C_1, C_2$  とすれば、各々の振歪 ENERGY  $U_{c1}, U_{c2}$  は、式31, 32となる。<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

$$U_{c1} = \int_0^l \frac{1}{2} C_1 \left( \frac{dB_1}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{31}$$

$$U_{c2} = \int_0^l \frac{1}{2} C_2 \left( \frac{dB_2}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{32}$$

次に、腹材の歪 ENERGY を考える。上下弦材の彎曲に伴い、腹材も変形し、曲げによる曲歪 ENERGY が生じる。さて、今、曲剛性  $B_d$  の腹材 AB が、その両端に  $\theta_1, \theta_2$  の回転角を生じたと想定し、その状態を図-7に示す。



図-7 両材端に回転角のある材

AB 両材端の MOMENT,  $M_A, M_B$  は、各々式33, 34 から求めると、式35, 36となる。

$$\theta_1 = M_A \frac{l}{3B_d} - M_B \frac{l}{6B_d} \quad \dots \dots \dots \text{33}$$

$$\theta_2 = M_B \frac{l}{3B_d} - M_A \frac{l}{6B_d} \quad \dots \dots \dots \text{34}$$

$$M_A = 2B_d/l \cdot (2\theta_1 + \theta_2) \quad \dots \dots \dots \text{35}$$

$$M_B = 2B_d/l \cdot (\theta_1 + 2\theta_2) \quad \dots \dots \dots \text{36}$$

そこで、 $M_A, M_B$  による曲歪 ENERGY,  $E_{MA}, E_{MB}$  の総和  $E$  は、式37のようになる。

$$\begin{aligned} E &= E_{MA} + E_{MB} \\ &= 1/2 \cdot M_A \theta_1 + 1/2 \cdot M_B \theta_2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2B_d}{l} (2\theta_1 + \theta_2) \theta_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2B_d}{l} (\theta_1 + 2\theta_2) \theta_2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{4B_d}{l} (\theta_1^2 + \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \text{37}$$

したがって、上下弦材に対し角度  $\phi$  に組まれた腹材一

本の曲歪 ENERGY  $\Delta U_{Bd}$  は、式38となる。

$$\Delta U_{Bd} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4B_d}{h \sin \phi} (\theta_1^2 + \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2) \quad \dots \dots \dots \text{38}$$

さらに、腹材全体の曲歪 ENERGY  $U_{Bd}$  は、式39となる。

$$\begin{aligned} U_{Bd} &= \int_0^l \frac{\Delta U_{Bd}}{h \tan \phi} dz \\ &= \int_0^l \frac{2B_d \sin^2 \phi}{h^2 \cos \phi} (\theta_1^2 + \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2) dz \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \text{39}$$

ここで改めて、腹材を斜材と垂直材に分けると、曲剛性  $B_d$  の斜材の曲歪 ENERGY  $U_{Bd}$  と、曲剛性  $B_v$  の垂直材の曲歪 ENERGY  $U_{Bv}$  は、各々式40, 41となる。<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

$$U_{Bd} = \int_0^l \frac{2B_d \sin^2 \phi}{h^2 \cos \phi} (\theta_1^2 + \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2) dz \quad \dots \dots \dots \text{40}$$

$$U_{Bv} = \int_0^l \frac{2B_v \sin \phi}{h^2 \cos \phi} (\theta'_1^2 + (\theta'_1 \theta'_2 + \theta'_2)^2) dz \quad \dots \dots \dots \text{41}$$

ただし、式41中の  $\theta'_1$  と  $\theta'_2$  については、式26を参照のこと。

また、同じく上下弦材の彎曲に伴う腹材の変形により振りによる振歪 ENERGY が生じる。上下弦材に対し角度  $\phi$  に組まれた振剛性  $C_d$  の腹材一本の振歪 ENERGY  $\Delta U_{Cd}$  は、式42となる。

$$\Delta U_{Cd} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_d}{h \sin \phi} (\psi_1 - \psi_2)^2 \quad \dots \dots \dots \text{42}$$

さらに、腹材全体の振歪 ENERGY  $U_{Cd}$  は、式43となる。

$$\begin{aligned} U_{Cd} &= \int_0^l \frac{\Delta U_{Cd}}{h \tan \phi} dz \\ &= \int_0^l \frac{C_d \sin^2 \phi}{2h^2 \cos \phi} (\psi_1 - \psi_2)^2 dz \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \text{43}$$

ここで改めて、腹材を、斜材と垂直材に分けると、振剛性  $C_d$  の斜材の振歪 ENERGY,  $U_{Cd}$  と、振剛性  $C_v$  の垂直材の振歪 ENERGY,  $U_{Cv}$  は、各々式44, 45となる。<sup>4)5)9)10)14)16)</sup>

$$U_{Cd} = \int_0^l \frac{C_d \sin^2 \phi}{2h^2 \cos \phi} (\psi_1 - \psi_2)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{44}$$

$$U_{Cv} = \int_0^l \frac{C_v \sin \phi}{2h^2 \cos \phi} (\psi'_1 - \psi'_2)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{45}$$

$$\psi'_1 = -du_1/dz, \quad \psi'_2 = -du_2/dz$$

## 2.1.3 座屈荷重<sup>1)2)3)4)5)6)7)8)9)10)11)12)13)14)15)16)17)18)19)</sup>

今までに求めた式から、外力のなした仕事と、内部歪 ENERGY の差  $U$  は、式46となる。

$$\begin{aligned} U &= -(U_{P1} + U_{P2} + U_{Pd} + U_{Pe} + U_{Pc}) \\ &\quad + (U_{B1} + U_{B2} + U_{C1} + U_{C2} + U_{Bd} + U_{Bv} + U_{Cd} + U_{Cv}) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \text{46}$$

両端単純支持の場合は、仮定座屈曲線の変数を式47とおける。

$$u_1, u_2, \beta_1, \beta_2 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n c_n d_n \sin \frac{n\pi z}{l} \quad \dots \dots \dots \text{47}$$

座屈荷重を決定する座屈条件式は、Uを極小にするような座屈曲線を決める条件式、式48

$$\frac{\partial U}{\partial a_n} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial b_n} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial c_n} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial d_n} = 0 \quad \dots \dots \dots \text{48}$$

を用い、 $a_n, b_n, c_n, d_n$ に関する連立方程式を求め、この方程式がZEROでない、 $a_n, b_n, c_n, d_n$ に対して意味

を持つための条件より求まる。それは、 $a_n, b_n, c_n, d_n$ の各係数の作る行列式  $A$  が ZERO でなければならぬことである。すなわち求める座屈条件式は、式49となる。

$$A = 0 \quad \dots \dots \dots \text{49}$$

そして、本研究の場合、 $n=1$  の半波の座屈変形が決まり、4行4列の行列式としての解が決まる。次にUを求める数式一覧表と、その各々の式による計算結果一覧表を示す。さらに、中央集中荷重Pが上弦材に載荷された場合、TRUSS ばかりの重心点に載荷された場合、下弦材に載荷された場合の三例について座屈条件式を示す。

数式とその結果		Uを求める数式一覧表	左の数式による計算結果一覧表
POTENTIAL ENERGY			
外 力 の な す 仕 事	上弦	$U_{P1} = \int_0^l \frac{1}{2} \frac{Pz}{2h} \left( \frac{du_1}{dz} \right)^2 dz + \int_l^l \frac{1}{2} \left( \frac{Pl}{2h} - \frac{Pz}{2h} \right) \left( \frac{du_1}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{42}$	$U_{P1} = P \frac{\pi^2 - 4}{32} \frac{1}{h} a^2$
	下弦	$U_{P2} = \int_0^l \frac{1}{2} \left( -\frac{Pz}{2h} \right) \left( \frac{du_2}{dz} \right)^2 dz + \int_l^l \frac{1}{2} \left( -\left( \frac{Pl}{2h} - \frac{Pz}{2h} \right) \right) \left( \frac{du_2}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{43}$	$U_{P2} = -P \frac{\pi^2 - 4}{32} \frac{1}{h} b^2$
腹材 な す 仕 事	斜	$U_{P4} = \frac{P}{60} \sin \phi \cos \phi \left[ \int_0^l (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) dz - \int_l^l (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) dz \right] \quad \dots \dots \dots \text{49}$	$U_{P4} = P \left( \frac{1}{4} \frac{a^2}{h} - \frac{1}{4} \frac{b^2}{h} + \frac{1}{24} ac - \frac{1}{24} bc - \frac{1}{24} ad + \frac{1}{24} bd \right)$
	垂直	$U_{P5} = \frac{P \sin \phi}{60 \cos \phi} \left[ \int_0^l (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) dz - \int_l^l (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2) dz \right] \quad \dots \dots \dots \text{49}$	$U_{P5} = 0$
上弦	上弦	$U_{P61} = \frac{Ph_1}{2} \left( \frac{u_1(z=\frac{l}{2}) - u_2(z=\frac{l}{2})}{h} \right)^2 \quad \dots \dots \dots \text{57}$	$U_{P61} = P \frac{1}{4h} (a^2 - 2ab + b^2)$
	重心	$U_{P62} = 0$	$U_{P62} = 0$
	下弦	$U_{P63} = -\frac{Ph_2}{2} \left( \frac{u_1(z=\frac{l}{2}) - u_2(z=\frac{l}{2})}{h} \right)^2 \quad \dots \dots \dots \text{58}$	$U_{P63} = -P \frac{1}{4h} (a^2 - 2ab + b^2)$
曲 弦材	上弦	$U_{B1} = \int_0^l \frac{1}{2} B_1 \left( \frac{d^2 u_1}{dz^2} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{59}$	$U_{B1} = \frac{1}{4} \frac{\pi^4}{l^2} B_1 a^2$
	下弦	$U_{B2} = \int_0^l \frac{1}{2} B_2 \left( \frac{d^2 u_2}{dz^2} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{60}$	$U_{B2} = \frac{1}{4} \frac{\pi^4}{l^2} B_2 b^2$
	上弦	$U_{C1} = \int_0^l \frac{1}{2} C_1 \left( \frac{dB_1}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{61}$	$U_{C1} = \frac{1}{4} \frac{\pi^2}{l} C_1 c^2$
	下弦	$U_{C2} = \int_0^l \frac{1}{2} C_2 \left( \frac{dB_2}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{62}$	$U_{C2} = \frac{1}{4} \frac{\pi^2}{l} C_2 d^2$
曲 腹材	斜	$U_{Bd} = \frac{2B_d \sin^2 \phi}{h^3 \cos \phi} (\theta_1^2 + \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2) dz \quad \dots \dots \dots \text{63}$	$U_{Bd} = \frac{\sin^2 \phi}{h^3 \cos \phi} B_d \left\{ l \sin^2 \phi \left( 3 \frac{a^2}{h^2} + 3 \frac{b^2}{h^2} + c^2 + cd + d^2 - 6 \frac{ab}{h^2} - 3 \frac{ac}{h} - 3 \frac{ad}{h} + 3 \frac{bc}{h} + 3 \frac{bd}{h} \right) + \frac{1}{4} \frac{\pi^2}{l} \cos^2 \phi (a^2 - 2ab + b^2) \right\}$
	垂直	$U_{Be} = \frac{2B_e \sin \phi}{h^3 \cos \phi} (\theta_1'^2 + \theta_1' \theta_2' + \theta_2'^2) dz \quad \dots \dots \dots \text{64}$	$U_{Be} = \frac{\sin \phi}{h^3 \cos \phi} B_e \left\{ l \left( 3 \frac{a^2}{h^2} + 3 \frac{b^2}{h^2} + c^2 + cd + d^2 - 6 \frac{ab}{h^2} - 3 \frac{ac}{h} - 3 \frac{ad}{h} + 3 \frac{bc}{h} + 3 \frac{bd}{h} \right) \right\}$
	斜	$U_{Ce} = \frac{C_e \sin^2 \phi}{2h^3 \cos \phi} (\psi_1^2 - \psi_1 \psi_2 + \psi_2^2) dz \quad \dots \dots \dots \text{65}$	$U_{Ce} = \frac{\sin^2 \phi}{2h^3 \cos \phi} C_e \left\{ \frac{l}{2} \cos^2 \phi (c-d)^2 + \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{l} \sin^2 \phi (a-b)^2 \right\}$
	垂直	$U_{Cs} = \frac{C_s \sin \phi}{2h^3 \cos \phi} (\psi_1' - \psi_1 \psi_2' + \psi_2')^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{66}$	$U_{Cs} = \frac{\sin \phi}{2h^3 \cos \phi} C_s \left\{ \frac{l}{2} \frac{\pi^2}{l} (a-b)^2 \right\}$

表-1

中央集中荷重Pが上弦材に載荷された場合の座屈条件式

$-2\frac{lh}{\pi^2}\left(\frac{\pi^2-4}{16}+1\right)P$	$+\frac{lh}{\pi^2}P$	$-\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	$+\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	
$+ \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_1 + 12B'$	$-12B'$	$-6B'$	$-6B'$	
$+Bw+Cw$	$-Bw-Cw$			
$+\frac{lh}{\pi^2}P$	$+2\frac{lh}{\pi^2}\left(\frac{\pi^2-4}{16}\right)P$	$+\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	$-\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	
$-12B'$	$+ \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_2 + 12B'$	$+6B'$	$+6B'$	
$-Bw-Cw$	$+Bw+Cw$			
$-\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	$+\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$			$=0$
$-6B'$	$+6B'$	$+C_1+4B'$	$+2B'$	
		$+C'$	$-C'$	
$+\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	$-\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$			
$-6B'$	$+6B'$	$+2B'$	$+C_2+4B'$	
		$-C'$	$+C'$	

$$B' = \left(\frac{l}{\pi h}\right)^2 \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Bv + \sin^3 \phi B_d)$$

$$C' = \left(\frac{l}{\pi h}\right)^2 \sin^3 \phi \cos \phi C_d$$

$$Bw = \sin^2 \phi \cos \phi B_d$$

$$Cw = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Cv + \sin^3 \phi C_d) \quad \dots \dots \dots \text{50}$$

式50は、行列式をほどくと、Pについての2次方程式となる。それを、式51に示す。

$$-\left(\frac{lh}{\pi^2}\right)^2 \left[ \frac{1}{144} \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 (B_1+B_2)(C_1+C_2+12B') + 4 \left(\frac{\pi^2-4}{16} + \frac{1}{2}\right)^2 \right. \\ \left. \left\{ \left(\frac{C_1+C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1+C_2+12B') - \frac{(C_1-C_2)^2}{4} \right\} \right] P^2$$

$$+\frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 \left[ 2 \left\{ \left(\frac{C_1+C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1+C_2+12B') - \frac{(C_1-C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ \left. \left\{ \left(\frac{\pi^2-4}{16} + \frac{1}{2}\right)(B_1-B_2) - \frac{1}{2}(B_1+B_2) \right\} + (B_1+B_2)(C_1-C_2)B' \right] P$$

$$+\left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 \left[ \left\{ \left(\frac{C_1+C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1+C_2+12B') - \frac{(C_1-C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ \left. \left\{ (Bw+Cw+12B')(B_1+B_2) + \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_1 B_2 \right\} \right. \\ \left. - 144B'^2(B_1+B_2) \left(\frac{C_1+C_2}{4} + B' + C'\right) \right]$$

$$=0 \quad \dots \dots \dots \text{51}$$

中央集中荷重Pが重心点に載荷された場合の座屈条件式

$-2\frac{lh}{\pi^2}\left(\frac{\pi^2-4}{16} + \frac{1}{2}\right)P$			$-\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	$+\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$
$+ \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_1 + 12B'$		$-12B'$	$-6B'$	$-6B'$
$+Bw+Cw$	$-Bw-Cw$			
		$+2\frac{lh}{\pi^2}\left(\frac{\pi^2-4}{16} + \frac{1}{2}\right)P$	$+\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	$-\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$
$-12B'$	$+ \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_2 + 12B'$	$+6B'$	$+6B'$	
$-Bw-Cw$	$+Bw+Cw$			
$-\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	$+\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$			$=0$
$-6B'$		$+6B'$	$+C_1+4B'$	$+2B'$
	$+C'$		$-C'$	
$+\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$	$-\frac{1}{12}\frac{lh}{\pi^2}P$			
$-6B'$	$+6B'$	$+2B'$	$+C_2+4B'$	
	$-C'$		$+C'$	

$$B' = \left(\frac{l}{\pi h}\right)^2 \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Bv + \sin^3 \phi B_d)$$

$$C' = \left(\frac{l}{\pi h}\right)^2 \sin^3 \phi \cos \phi C_d$$

$$Bw = \sin^2 \phi \cos \phi B_d$$

$$Cw = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Cv + \sin^3 \phi C_d) \quad \dots \dots \dots \text{52}$$

式52は、行列式をほどくと、Pについての2次方程式となる。それを、式53に示す。

$$-\left(\frac{lh}{\pi^2}\right)^2 \left[ \frac{1}{144} \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 (B_1+B_2)(C_1+C_2+12B') + 4 \left(\frac{\pi^2-4}{16} + \frac{1}{2}\right)^2 \right. \\ \left. \left\{ \left(\frac{C_1+C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1+C_2+12B') - \frac{(C_1-C_2)^2}{4} \right\} \right] P^2$$

$$+\frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 \left[ 2 \left\{ \left(\frac{C_1+C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1+C_2+12B') - \frac{(C_1-C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ \left. \left\{ \left(\frac{\pi^2-4}{16} + \frac{1}{2}\right)(B_1-B_2) + (B_1+B_2)(C_1-C_2)B' \right\} P \right]$$

$$+\left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 \left[ \left\{ \left(\frac{C_1+C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1+C_2+12B') - \frac{(C_1-C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ \left. \left\{ (Bw+Cw+12B')(B_1+B_2) + \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_1 B_2 \right\} \right. \\ \left. - 144B'^2(B_1+B_2) \left(\frac{C_1+C_2}{4} + B' + C'\right) \right]$$

$$=0 \quad \dots \dots \dots \text{53}$$

中央集中荷重  $P$  が下弦材に載荷された場合の座屈条件式

$-2 \frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi^2 - 4}{16} \right) P$	$-\frac{lh}{\pi^2} P$	$-\frac{1}{12} \frac{lh}{\pi^2} P$	$+\frac{1}{12} \frac{lh}{\pi^2} P$
$+\left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_1 + 12B'$	$-12B'$	$-6B'$	$-6B'$
$+Bw + Cw$	$-Bw - Cw$		
$-\frac{lh}{\pi^2} P$	$+2 \frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi^2 - 4}{16} + 1 \right) P$	$+\frac{1}{12} \frac{lh}{\pi^2} P$	$-\frac{1}{12} \frac{lh}{\pi^2} P$
$-12B'$	$+\left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_2 + 12B'$	$+6B'$	$+6B'$
$-Bw - Cw$	$+Bw + Cw$		$=0$
$-\frac{1}{2} \frac{lh}{\pi^2} P$	$+\frac{1}{12} \frac{lh}{\pi^2} P$		
$-6B'$	$+6B' + C_1 + 4B'$	$+2B'$	
	$+C'$	$-C'$	
$+\frac{1}{12} \frac{lh}{\pi^2} P$	$-\frac{1}{12} \frac{lh}{\pi^2} P$		
$-6B'$	$+6B' + 2B' + C_2 + 4B'$		
	$-C'$	$+C'$	

$$B' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Bv + \sin^3 \phi B_d)$$

$$C' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \sin^2 \phi \cos \phi C_d$$

$$Bw = \sin^2 \phi \cos \phi C_a$$

$$Cw = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Cv + \sin^3 \phi C_d) \quad \dots \dots \dots \text{54}$$

式54は、行列式をほどくと、 $P$ についての2次方程式となる。それを式55に示す。

$$-\left(\frac{lh}{\pi^2}\right)^2 \left[ \frac{1}{144} \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 (B_1 + B_2)(C_1 + C_2 + 12B') + 4 \left(\frac{\pi^2 - 4}{16} + \frac{1}{2}\right)^2 \right. \\ \left. \left\{ \left(\frac{C_1 + C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} P^2 \right]$$

$$+\frac{lh}{\pi^2} \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 \left[ 2 \left\{ \left(\frac{C_1 + C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ \left. \left\{ \left(\frac{\pi^2 - 4}{16} + \frac{1}{2}\right)(B_1 - B_2) + \frac{1}{2}(B_1 + B_2) \right\} + (B_1 + B_2)(C_1 - C_2)B' \right] P$$

$$+\left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 \left\{ \left\{ \left(\frac{C_1 + C_2}{4} + B' + C'\right)(C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ \left. \left\{ (Bw + Cw + 12B')(B_1 + B_2) + \left(\frac{\pi h}{l}\right)^2 B_1 B_2 \right\} \right. \\ \left. - 144B'^2(B_1 + B_2) \left(\frac{C_1 + C_2}{4} + B' + C'\right) \right] \\ = 0 \quad \dots \dots \dots \text{55}$$

## 2.2 等分布荷重による TRUSS ばりの横座屈

外力が中央集中荷重  $P$  から等分布荷重  $wl$  に変わっても、座屈条件式を求めるこにおいて、基本的な考え方は、同じである。従って本節 2.2 では、前節 2.1 と同様な事項について説明をはぶいて析解する。

### 2.2.1 外力のなす仕事

等分布荷重  $wl$  が上下弦材においてなす仕事を考える。上下弦材が弯曲することにより、各弦材の相対変位が生じ、これにより等分布荷重  $wl$  は、仕事をする。上弦材の軸力を、式56

$$\frac{wz(l-z)}{2h} \quad 0 \leq z \leq l \quad \dots \dots \dots \text{56}$$

とし、下弦材の軸力を

$$-\frac{wz(l-z)}{2h} \quad 0 \leq z \leq l \quad \dots \dots \dots \text{57}$$

とすれば、等分布荷重  $wl$  が、上下弦材においてなす仕事  $U_{P1}$ ,  $U_{P2}$  は、各々式58, 59となる。

$$U_{P1} = \int_0^l \frac{1}{2} \frac{wz(l-z)}{2h} \left( \frac{du_1}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{58}$$

$$U_{P2} = \int_0^l \frac{1}{2} \left\{ -\frac{wz(l-z)}{2h} \right\} \left( \frac{du_2}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{59}$$

次に、等分布荷重  $wl$  が腹材においてなす仕事を考える。上下弦材の弯曲に伴う各腹材全体の横移動と、腹材自身の弯曲により、各腹材の相対変位が二重に生じる。これにより、等分布荷重  $wl$  は、仕事をする。腹材に働く軸力は、等分布荷重  $wl$  によるせん断力  $w(l-2z)/2$  を各腹材角度の正弦で割った値、式60,

$$\frac{w(l-2z)}{2 \sin \phi} \quad \dots \dots \dots \text{60}$$

を用いる。以下前節 2.1 と全く同様にして、式61,

$$P_b = \frac{w(l-2z)}{2 \sin \phi} \quad \dots \dots \dots \text{61}$$

とおけば、等分布荷重  $wl$  が斜材においてなす仕事  $U_{Pd}$  と、垂直材においてなす仕事  $U_{Pe}$  は、各々式62, 63となる。

$$U_{Pd} = \frac{w}{60 \sin \phi \cos \phi} \\ \cdot \left[ \int_0^l (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta^2)(l-2z) dz \right] \dots \dots \dots \text{62}$$

$$U_{Pe} = \frac{w \sin \phi}{60 \cos \phi} \\ \cdot \left[ \int_0^l (2\theta'_1 - \theta'_1 \theta'_2 + 2\theta'_2^2 + 15\theta'^2)(l-2z) dz \right] \dots \dots \dots \text{63}$$

ただし、式63の  $\theta'_1$ ,  $\theta'_2$ ,  $\theta'$  は式62と全く同様である。

外力のなす仕事として、最後に、等分布荷重  $wl$  がはり材の振りにおいてなす仕事を考える。はりの横座屈変形に伴いはりに振りが生じてくる時は、加重点である上弦材の各点、または、下弦材の各点の上下方向変位によ

る等分布荷重  $wl$  の仕事を無視することはできない。上弦材加重ならびに下弦材加重の場合、等分布荷重  $wl$  がはり材の捩りにおいてなす仕事  $U_{Pe1}$ ,  $U_{Pe2}$  は、等分布荷重の各々の加重点における仕事を集めたかたち、すなわち、積分したかたちで示され、式64, 65となる。

$$U_{Pe1} = \int_0^L \int_0^\beta (\theta w)(h_1 d\theta) dz \\ = \int_0^L \frac{h_1 w}{2} \left( \frac{u_1 - u_2}{h} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{64}$$

$$U_{Pe2} = - \int_0^L \int_0^\beta (\theta w)(h_2 d\theta) dz \\ = - \int_0^L \frac{h_2 w}{2} \left( \frac{u_1 - u_2}{h} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{65}$$

## 2.2.2 歪 ENERGY

歪 ENERGY については、前節2.1と全く同様に仮定したので、ここでは、Uを求める数式一覧表にのみ、それらを載せる。

## 2.2.3 座屈荷重

座屈荷重についても前節2.1と全く同様である。外力のなした仕事と、内部歪 ENERGY の差Uは、式40と全く同様になる。

次にUを求める数式一覧表と、その各々の数式による計算結果一覧表を示す。さらに等分布荷重  $wl$  が上弦材に載荷された場合、TRUSS ばかりの重心点に載荷された場合、下弦材に載荷された場合の三例について座屈条件式を示す。

数式とその結果		Uを求める数式一覧表	左の数式による計算結果一覧表
POTENTIAL ENERGY			
外力のなす仕事	弦材	上弦 $U_{Pe1} = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{wx(l-z)}{2h} \left( \frac{du_1}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{59}$	$U_{Pe1} = wl \frac{\frac{2}{3}\pi^2 - 2}{32} \frac{1}{h} a^2$
	下弦	下弦 $U_{Pe2} = \int_0^L \frac{1}{2} \left( -\frac{wx(l-z)}{2h} \right) \left( \frac{du_2}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{59}$	$U_{Pe2} = -wl \frac{\frac{2}{3}\pi^2 - 2}{32} \frac{1}{h} b^2$
	腹材	斜 $U_{Pe3} = \frac{w}{60 \sin \phi \cos \phi} \left[ \int_0^L (2\theta_1^2 - \theta_1 \theta_2 + 2\theta_2^2 + 15\theta_1^2)(l-2z) dz \right] \quad \dots \dots \dots \text{62}$	$U_{Pe3} = wl \left( \frac{1}{8} \frac{a^2}{h} - \frac{1}{8} \frac{b^2}{h} + \frac{1}{48} ac - \frac{1}{48} bc + \frac{1}{48} ad - \frac{1}{48} bd \right)$
仕事	腹材	垂直 $U_{Pe4} = \frac{w \sin \phi}{60 \cos \phi} \left[ \int_0^L (2\theta_1'^2 - \theta_1' \theta_2' + 2\theta_2'^2 + 15\theta_1'^2)(l-2z) dz \right] \quad \dots \dots \dots \text{63}$	$U_{Pe4} = 0$
	荷重点	上弦 $U_{Pe5} = \int_0^L \frac{h_1 w}{2} \left( \frac{u_1 - u_2}{h} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{64}$	$U_{Pe5} = wl \frac{1}{8h} (a^2 - 2ab + b^2)$
	重心	$U_{Pe6} = 0$	$U_{Pe6} = 0$
歪弦材	曲	下弦 $U_{Pe7} = - \int_0^L \frac{h_2 w}{2} \left( \frac{u_1 - u_2}{h} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{65}$	$U_{Pe7} = -wl \frac{1}{8h} (a^2 - 2ab + b^2)$
	上弦	$U_{B1} = \int_0^L \frac{1}{2} B_1 \left( \frac{d^2 u_1}{dz^2} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{29}$	$U_{B1} = \frac{1}{4} \frac{\pi^4}{l^3} B_1 a^2$
	下弦	$U_{B2} = \int_0^L \frac{1}{2} B_2 \left( \frac{d^2 u_2}{dz^2} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{30}$	$U_{B2} = \frac{1}{4} \frac{\pi^4}{l^3} B_2 b^2$
E振	上弦	$U_{C1} = \int_0^L \frac{1}{2} C_1 \left( \frac{dB_1}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{66}$	$U_{C1} = \frac{1}{4} \frac{\pi^2}{l} C_1 c^2$
	下弦	$U_{C2} = \int_0^L \frac{1}{2} C_2 \left( \frac{dB_2}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{67}$	$U_{C2} = \frac{1}{4} \frac{\pi^2}{l} C_2 d^2$
	曲	$U_{Bd} = \int_0^L \frac{2B_d \sin^2 \phi}{h^2 \cos \phi} (\theta_1'^2 + \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2) dz \quad \dots \dots \dots \text{40}$	$U_{Bd} = \frac{\sin^2 \phi}{h^2 \cos \phi} B_d \left[ l \sin^2 \phi \left( 3 \frac{a^2}{h^2} + 3 \frac{b^2}{h^2} + c^2 + cd + d^2 - 6 \frac{ab}{h^2} \right. \right. \\ \left. \left. - 3 \frac{ac}{h} - 3 \frac{ad}{h} + 3 \frac{bc}{h} + 3 \frac{bd}{h} \right) + \frac{1}{4} \frac{\pi^2}{l} \cos^2 \phi (a^2 - 2ab + b^2) \right]$
G腹材	曲	$U_{Bv} = \int_0^L \frac{2B_v \sin \phi}{h^2 \cos \phi} (\theta_1'^2 + \theta_1' \theta_2' + \theta_2'^2) dz \quad \dots \dots \dots \text{41}$	$U_{Bv} = \frac{\sin \phi}{h^2 \cos \phi} B_v \left( 3 \frac{a^2}{h^2} + 3 \frac{b^2}{h^2} + c^2 + cd + d^2 - 6 \frac{ab}{h^2} - 3 \frac{ac}{h} \right. \\ \left. - 3 \frac{ad}{h} + 3 \frac{bc}{h} + 3 \frac{bd}{h} \right)$
	斜	$U_{Cd} = \int_0^L \frac{C_d \sin^2 \phi}{2h^2 \cos \phi} (\psi_1 - \psi_2)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{44}$	$U_{Cd} = \frac{\sin^2 \phi}{2h^2 \cos \phi} C_d \left[ \frac{l}{2} \cos^2 \phi (c-d)^2 + \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{l} \sin^2 \phi (a-b)^2 \right]$
	垂直	$U_{Ce} = \int_0^L \frac{C_e \sin \phi}{2h^2 \cos \phi} (\psi'_1 - \psi'_2)^2 dz \quad \dots \dots \dots \text{45}$	$U_{Ce} = \frac{\sin \phi}{2h^2 \cos \phi} C_e \left[ \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{l} (a-b)^2 \right]$

表-2

等分布荷重  $wl$  が上弦材に載荷された場合の座屈条件式

$-2 \frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{2} \right) wl$	$+ \frac{1}{2} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$- \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$
$+ \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 B_1 + 12B'$	$-12B'$	$-6B'$	$-6B'$
$+Bw+Cw$	$-Bw-Cw$		
$+ \frac{1}{2} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$+2 \frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi^2-3}{24} \right) wl$	$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$
$-12B'$	$+ \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 B_2 + 12B'$	$+6B'$	$+6B'$
$-Bw-Cw$	$+Bw+Cw$		$= 0$
$- \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$		
$-6B'$	$+6B'$	$+C_1 + 4B'$	$+2B'$
		$+C'$	$-C'$
$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$- \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$		
$-6B'$	$+6B'$	$+2B'$	$+C_2 + 4B'$
		$-C'$	$+C'$

$$B' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Bv + \sin^3 \phi B_d)$$

$$C' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \sin^3 \phi \cos \phi C_d$$

$$Bw = \sin^2 \phi \cos \phi B_d$$

$$Cw = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Cv + \sin^3 \phi C_d) \quad \dots \dots \dots \text{66}$$

式66は、行列式をほどくと、 $wl$  についての 2 次方程式となる。それを、式67に示す。

$$\begin{aligned} & - \left( \frac{lh}{\pi^2} \right)^2 \left[ \frac{1}{576} \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 (B_1 + B_2)(C_1 + C_2 + 12B') + 4 \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4} \right)^2 \right. \\ & \left. \left\{ \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right] (wl)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 \left[ 2 \left\{ \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ & \left. \left\{ \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4} \right) (B_1 - B_2) - \frac{1}{4} (B_1 + B_2) \right\} + (B_1 + B_2) \frac{(C_1 - C_2)}{2} B' \right] wl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 \left[ \left\{ \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ & \left. \left\{ (Bw + Cw + 12B') (B_1 + B_2) + \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 B_1 B_2 \right\} \right. \\ & \left. - 144B'^2 (B_1 + B_2) \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) \right] \end{aligned}$$

$$= 0$$

$$\dots \dots \dots \text{67}$$

等分布荷重  $wl$  が重心点に載荷された場合の座屈条件式

$-2 \frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4} \right) wl$			$- \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$
$+ \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 B_1 + 12B'$			$-12B'$	$-6B'$
$+Bw+Cw$	$-Bw-Cw$			
		$+2 \frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4} \right) wl$	$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$- \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$
$-12B'$	$+ \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 B_2 + 12B'$	$+6B'$	$+6B'$	
$-Bw-Cw$	$+Bw+Cw$			$= 0$
$- \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$			
$-6B'$		$+6B'$	$+C_1 + 4B'$	$+2B'$
	$+C'$		$+C'$	$-C'$
$+ \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$	$- \frac{1}{24} \frac{lh}{\pi^2} wl$			
$-6B'$	$+6B'$	$+2B'$	$+C_2 + 4B'$	
	$-C'$	$+C'$		

$$B' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Bv + \sin^3 \phi B_d)$$

$$C' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \sin^3 \phi \cos \phi C_d$$

$$Bw = \sin^2 \phi \cos \phi B_d$$

$$Cw = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Cv + \sin^3 \phi C_d) \quad \dots \dots \dots \text{68}$$

式68は、行列式をほどくと、 $wl$  についての 2 次方程式となる。それを、式69に示す。

$$\begin{aligned} & - \left( \frac{lh}{\pi^2} \right)^2 \left[ \frac{1}{576} \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 (B_1 + B_2)(C_1 + C_2 + 12B') + 4 \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4} \right)^2 \right. \\ & \left. \left\{ \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right] (wl)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 \left[ 2 \left\{ \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ & \left. \left\{ \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4} \right) (B_1 - B_2) + (B_1 + B_2) \frac{(C_1 - C_2)}{2} B' \right\} wl \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 \left[ \left\{ \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ & \left. \left\{ (Bw + Cw + 12B') (B_1 + B_2) + \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 B_1 B_2 \right\} \right. \\ & \left. - 144B'^2 (B_1 + B_2) \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) \right] \end{aligned}$$

$$\dots \dots \dots \text{69}$$

等分布荷重  $wl$  が下弦材に載荷された場合の座屈条件式

$-2\frac{lh}{\pi^2}(\frac{\pi^2-3}{24})wl$	$-\frac{1}{2}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$
$+(\frac{\pi h}{l})^2B_1+12B'$		$-12B'$	$-6B'$
$+Bw+Cw$		$-Bw-Cw$	
$-\frac{1}{2}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$+2\frac{lh}{\pi^2}(\frac{\pi^2-3}{24}+\frac{1}{2})wl$	$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$
$-12B'$	$+(\frac{\pi h}{l})^2B_2+12B'$	$+6B'$	$+6B'$
$-Bw-Cw$	$+Bw+Cw$		
$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$		$= 0$
$-6B'$	$+6B'$	$+C_1+4B'$	$+2B'$
		$+C'$	$-C'$
$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$		
$-6B'$	$+6B'$	$+2B'+C_2+4B'$	
		$-C'$	$+C'$

$$B' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Bv + \sin^3 \phi B_d)$$

$$C' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \sin^3 \phi \cos \phi C_d$$

$$Bw = \sin^3 \phi \cos \phi B_d$$

$$Cw = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Cv + \sin^3 \phi C_d) \quad \dots \dots \dots (70)$$

式70は、行列式をほどくと、 $wl$  についての2次方程式となる。それを、式71に示す。

$$-\left( \frac{lh}{\pi^2} \right)^2 \left[ \frac{1}{576} \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 (B_1 + B_2)(C_1 + C_2 + 12B') + 4 \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4} \right)^2 \right] \\ \left\{ \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} (wl)^2$$

$$-\frac{lh}{\pi^2} \left( \frac{1}{l} \right) \left[ 2 \left\{ \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right) (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right\} \right. \\ \left. \left\{ \left( \frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4} \right) (B_1 - B_2) + \frac{1}{4} (B_1 + B_2) \right\} + (B_1 + B_2) \right. \\ \left. \cdot \frac{(C_1 - C_2)}{2} B' \right] wl$$

$$+(\frac{\pi h}{l})^2 \left[ \left\{ \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right\} (C_1 + C_2 + 12B') - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4} \right]$$

$$\left\{ (Bw + Cw + 12B') (B_1 + B_2) + \left( \frac{\pi h}{l} \right)^2 B_1 B_2 \right\}$$

$$-144B'^2(B_1 + B_2) \left( \frac{C_1+C_2}{4} + B' + C' \right)$$

$$= 0 \quad \dots \dots \dots (71)$$

## 2.3 RAHMEN に組まれた TRUSS ばかりの横座屈

本節では、図-8 に示した門型 RAHMEN として組まれたトラスばかりの横座屈を解析するのであるが、§2.理論解析の冒頭にもふれた通り、2.1 の中央集中荷重並びに2.2 の等分布荷重と、TRUSS ばかり両材端にMOMENT が加わった状態として論を進めようとするものである。したがって、門型 RAHMEN の柱、はりを含めた全体的な影響による TRUSS ばかりの横座屈は、考えない。すなわち、柱の座屈、柱の捩り、柱のせん断力などが TRUSS ばかりの横座屈におよぼす影響は、全て無視する。

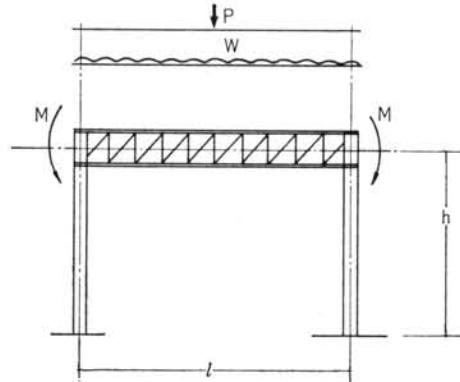


図-8 門型 RAHMEN

### 2.3.1 端部 MOMENT のなす仕事

一般的にあつかうため、対称門型 RAHMEN の梁端部 MOMENT をMと定めて解析する。そうすれば、本問題は、2.1 中央集中荷重、ならびに2.2 等分布荷重による TRUSS ばかりの横座屈の座屈条件式に、端部 MOMENT によって生じる上下弦材の一定軸力がなす仕事を加えた POTENTIAL-ENERGY 式を解析することによって解決できる。

すなわち外力のなす仕事として、式72、73を加えれば良い。

$$U_{MP1} = \int_0^l \frac{1}{2} \left( -\frac{M}{h} \right) \left( \frac{du_1}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots (72)$$

$$U_{MP2} = \int_0^l \frac{1}{2} \frac{M}{h} \left( \frac{du_2}{dz} \right)^2 dz \quad \dots \dots \dots (73)$$

式72、73の計算結果は、各々次のようになる。

$$U_{MP1} = -\frac{1}{2} \frac{M}{h} \frac{a^2 \pi^2}{2l^2}$$

$$U_{MP2} = \frac{1}{2} \frac{M}{h} \frac{b^2 \pi^2}{2l^2}$$

以下に各々の場合の座屈条件式を示す。



等分布荷重  $wl$  が重心点に載荷された場合の座屈条件式

$-2\frac{lh}{\pi^2}(\frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4})wl + Mh$		$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl + \frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$		
$+ (\frac{\pi h}{l})^2 B_1 + 12B'$	$-12B'$	$-6B'$	$-6B'$	
$+ Bw + Cw$	$-Bw - Cw$			
	$+ 2\frac{lh}{\pi^2}(\frac{\pi^2-3}{24} + \frac{1}{4})wl - Mh$	$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl - \frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$		
$-12B'$	$+ (\frac{\pi h}{l})^2 B_2 + 12B'$	$+6B'$	$+6B'$	
$-Bw - Cw$	$+ Bw + Cw$			
$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$			$= 0$
$-6B'$	$+6B'$	$+C_1 + 4B'$	$+2B'$	
		$+C'$	$-C'$	
$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$			
$-6B'$	$+6B'$	$+2B'$	$+C_2 + 4B'$	
		$-C'$	$+C'$	

$$B' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Bv + \sin^3 \phi B_d)$$

$$C' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \sin^3 \phi \cos \phi C_d$$

$$Bw = \sin^2 \phi \cos \phi B_d$$

$$Cw = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Cv + \sin^3 \phi C_d) \quad \dots \dots \dots \text{78}$$

等分布荷重  $wl$  が下弦材に載荷された場合の座屈条件式

$-2\frac{lh}{\pi^2}(\frac{\pi^2-3}{24})wl + Mh$	$-\frac{1}{2}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl + \frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$		
$+ (\frac{\pi h}{l})^2 B_1 + 12B'$	$-12B'$	$-6B'$	$-6B'$	
$+ Bw + Cw$	$-Bw - Cw$			
$-\frac{1}{2}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl - Mh$	$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl - \frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$		
$-12B'$	$+ (\frac{\pi h}{l})^2 B_2 + 12B'$	$+6B'$	$+6B'$	
$-Bw - Cw$	$-Bw - Cw$			
$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$			$= 0$
$-6B'$	$+6B'$	$+C_1 + 4B'$	$+2B'$	
		$+C'$	$-C'$	
$+\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$	$-\frac{1}{24}\frac{lh}{\pi^2}wl$			
$-6B'$	$+6B'$	$+2B'$	$+C_2 + 4B'$	
		$-C'$	$+C'$	

$$B' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Bv + \sin^3 \phi B_d)$$

$$C' = \left( \frac{l}{\pi h} \right)^2 \sin^3 \phi \cos \phi C_d$$

$$Bw = \sin^2 \phi \cos \phi B_d$$

$$Cw = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (Cv + \sin^3 \phi C_d) \quad \dots \dots \dots \text{79}$$

### § 3. 実例解析

前章 § 2. 理論解析を確かめ、かつ今までに誘導した式によりせん断力を含む外力による TRUSS ばかりの横座屈の性状を知るため本章では、数種類の試験体の弾性理論座屈値を解析することにした。

§ 1. 序論にもふれた通り、以下の実例として、実際に実験が行なわれた TRUSS ばかりの横座屈試験、すなわち建築学大系12巻「座屈論」297ページ試験体 No. C と、No. C の腹材が密に入ったと考えて No. A、TRUSS 理論からは外れるが、腹材の斜材がなくなったものとして No. B の三種を取上げた。

さらに、鈴木博士の論文「鉄骨 TRUSS の横座屈」<sup>4)5(9)10)14)</sup>で軸方向力を受ける実験に用いられた試験体 φ-1, φ-2, φ-3, L-1, L-2, L-3 に中央集中荷重を載荷した場合の横座屈値を示し、そのうち、φ-3, L-3 については、各々の試験体の腹材における斜材角度を、0度から90度近くまで変化させた場合、せん断力を含む外力による横座屈値が、どのように増減するかを解析して、それを GRAPH で示した。

#### 3. 1 建築学大系「座屈論」p. 297

##### No. A, No. B, No. C 試験体<sup>12)</sup>

No. A については、No. C の斜材角度が  $\sin^{-1} 0.992$  になったものと、ほぼ等しい状態であると仮定して、横座屈値を求めた。

No. B については、理論的には TRUSS として扱えるのであるが、斜材がなくなったものとして解析した。

No. C については、本論文の理論がそのまま適合する試験体である。

以下に上記三種の結果を表-3 に示す。

試験体の名 称	鈴木氏の実験値 (kg)	鈴木氏の理論値 (kg)	誤 差 (%)	本論文の理論値	誤 差 (%)
No. A	620	622	-0.3	648.8	-4.2
No. B	540	570	-5.3	516.5	+4.5
No. C	474	507	-6.0	521.2	-8.9

表-3

試験体 No. A

$L=160 \text{ cm } H=7.8 \text{ cm } \sin=0.992 \text{ } \cos=0.127$

$B_1=B_2=1.45 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \text{ } B_d=0.0112 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$C_1=C_2=0.118 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \text{ } C_d=0.0129 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

試験体 No.B

$$\begin{aligned} L &= 160 \text{ cm} \quad H = 7.8 \text{ cm} \quad SIN = 0.890 \quad COS = 0.456 \\ B_1 = B_2 &= 1.45 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad B_v = 0.0134 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ C_1 = C_2 &= 0.118 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad C_v = 0.0164 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

試験体 No.C

$$\begin{aligned} L &= 160 \text{ cm} \quad H = 7.8 \text{ cm} \quad SIN = 0.842 \quad COS = 0.540 \\ B_1 = B_2 &= 1.45 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad B_d = 0.0112 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ C_1 = C_2 &= 0.118 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad C_d = 0.0129 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

### 3.2 鈴木博士の論文「鉄骨 TRUSS の横座屈」

$\phi-1, \phi-2, \phi-3, L-1, L-2, L-3$  試験体<sup>459(10)14)</sup>

各々の試験体は、鈴木博士がせん断力を含まない外力すなわち、一定軸力による横座屈値を解析する時に用いたものである。

本論文では、それをそのまま引用して、その各々の試験体に中央集中荷重を載荷した場合の横座屈値を解析した。そうすればせん断力を含む外力による横座屈とせん断力を含まない外力による横座屈を比較するのに好都合である。

さらに、同試験体は、1.2.3と各々の成Hが24cm, 36cm, 48cmと変化しているので、それによる横座屈値の変化も見ることができる。

\*

試験体の 名 称	鈴木氏の 偏心圧縮 実験 値 (ton)	鈴木氏の 偏心圧縮 理 論 値 (ton)	誤 差 (%)	本論文の中 央集中荷重 理 論 値 (ton)
$\phi-1$	12.7	13.4	-5.2	(上弦)18.18 (重心)20.26 (下弦)22.56
$\phi-2$	12.0	12.8	-6.2	17.24 20.26 23.80
$\phi-3$	11.5	12.1	-5.0	16.74 20.66 25.48
$L-1$	10.5	10.5	0.0	3.981 6.203 9.665
$L-2$	10.2	9.7	+5.2	4.528 8.510 13.71
$L-3$	9.7	9.4	+3.2	6.509 10.75 17.74

\* 名古屋工業大学学報 昭和39年 p. 208 参照

表-2

また、 $\phi$ と $L$ は、各々鋼管と形鋼を示すものであり、それによる横座屈値の相違もわかる。円形断面の捩剛性は、L形断面のそれに比較して200倍にもなるが、それが横座屈値にどのように響いてくるか、見ようというわけである。以下に、本論文の結果と、鈴木博士の一定軸力の場合の結果を列べて表-4に示す。

試験体  $\phi-1$

$$\begin{aligned} L &= 250 \text{ cm} \quad H = 24.0 \text{ cm} \quad SIN = 0.447 \quad COS = 0.894 \\ B_1 = B_2 &= 44.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad B_v = B_d = 3.36 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ C_1 = C_2 &= 33.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad C_v = C_d = 2.58 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

試験体  $\phi-2$

$$\begin{aligned} L &= 250 \text{ cm} \quad H = 36.0 \text{ cm} \quad SIN = 0.600 \quad COS = 0.800 \\ B_1 = B_2 &= 44.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad B_v = B_d = 3.36 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ C_1 = C_2 &= 33.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad C_v = C_d = 2.58 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

試験体  $\phi-3$

$$\begin{aligned} L &= 250 \text{ cm} \quad H = 48.0 \text{ cm} \quad SIN = 0.707 \quad COS = 0.707 \\ B_1 = B_2 &= 56.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad B_v = B_d = 2.98 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ C_1 = C_2 &= 56.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad C_v = C_d = 0.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

試験体  $L-1$

$$\begin{aligned} L &= 250 \text{ cm} \quad H = 24.0 \text{ cm} \quad SIN = 0.447 \quad COS = 0.894 \\ B_1 = B_2 &= 56.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad B_v = B_d = 2.98 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ C_1 = C_2 &= 56.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad C_v = C_d = 0.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

試験体  $L-2$

$$\begin{aligned} L &= 250 \text{ cm} \quad H = 36.0 \text{ cm} \quad SIN = 0.600 \quad COS = 0.800 \\ B_1 = B_2 &= 56.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad B_v = B_d = 2.98 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ C_1 = C_2 &= 56.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad C_v = C_d = 0.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

試験体  $L-3$

$$\begin{aligned} L &= 250 \text{ cm} \quad H = 48.0 \text{ cm} \quad SIN = 0.707 \quad COS = 0.707 \\ B_1 = B_2 &= 56.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad B_v = B_d = 2.98 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ C_1 = C_2 &= 56.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad C_v = C_d = 0.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

### 3.3 鈴木博士の論文「鉄骨 TRUSS の横座屈」

$\phi-3, L-3$ 、試験体の腹材における斜材角度を、0度から90度近くまで変化させた時の中央集中荷重、並びに、等分布荷重による横座屈値の増減

TRUSS腹材の組方の粗密が横座屈値にどのように影響してくるか、そしてそれが鋼管材で組まれたTRUSSと形鋼材で組まれたTRUSSにおいて、どのような相違を見せるか、さらに進んで、横座屈に強いTRUSSの組方は、どのようなものかを、経済性をも考え合わせて考察する目的で、上記の横座屈値を解析した。

以下に、各々の試験体の主要な斜材角度における横座屈値を表-5で示し、さらにそれに基づいて、それらの各々の点を滑らかな曲線で結んだGRAPHを図-9、図-10に示す。

斜材 角 度	中央集中荷重載荷 (kg)		等分布荷重載荷 (kg)	
	$\phi-3$	L-3	$\phi-3$	L-3
$0^\circ$	上弦 4,390 重心 7,593 下弦 13,130	上弦 5,235 重心 8,439 下弦 13,600	上弦 7,830 重心 12,280 下弦 19,270	上弦 9,506 重心 14,310 下弦 21,530
$15^\circ$	10,920 14,650 19,660	6,117 10,210 17,030	18,660 23,700 30,100	10,890 16,610 25,330
$30^\circ$	14,210 18,070 22,970	6,338 10,520 17,480	24,050 29,230 35,510	11,230 17,060 25,890
$45^\circ$	16,740 20,660 25,480	6,509 10,750 17,740	28,180 33,400 39,600	11,530 17,400 26,250
$60^\circ$	18,920 22,900 27,720	6,542 10,800 17,820	31,730 37,030 43,230	11,580 17,470 26,350
$75^\circ$	21,420 25,420 30,160	6,424 10,670 17,730	35,770 41,090 47,210	11,380 17,260 26,170
$82.5^\circ$	24,340 28,380 33,090	6,623 10,950 18,110	40,520 45,890 51,960	11,730 17,710 26,740

表-5

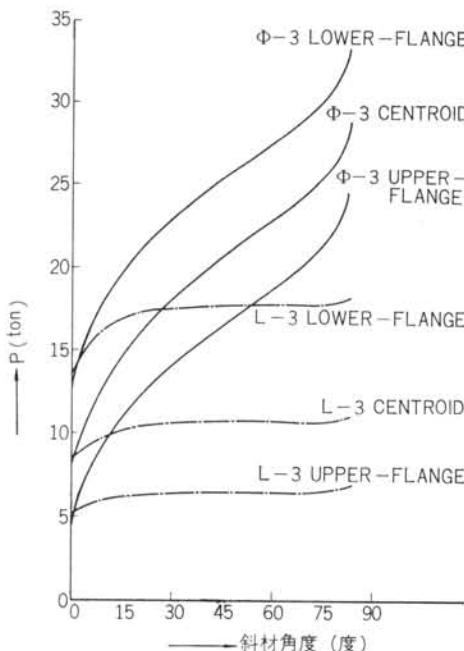


図-9 斜材角度変化による中央集中横座屈荷重値の変化

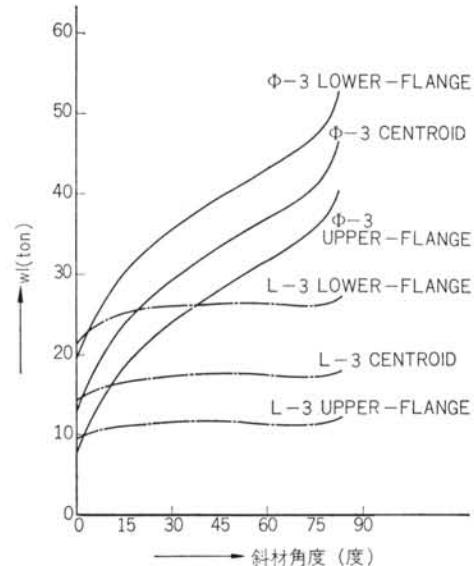


図-10 斜材角度変化による等分布横座屈荷重値の変化

#### § 4. 考 察

4.1 本章では、主に前章 § 3. 実例解析の各々の性状を考察し、それに基づいて、せん断力を含む外力による横座屈の一般的特徴を明らかにしようとするものである。

##### 4.1.1 外力のなす仕事式 その1

TIMOSHENKO の「座屈理論」仲威雄他 2 名訳 1940. 10.30 CORONA 社の p. 18 第 13 図と式(43)によれば、単材に加わった軸方向方が、その単材が垂直方向へ撓ることによってなす仕事を、軸方向力  $P$  がかかっている両材端が、単材の垂直撓みによって移動して生じるとして、次のような式をたてている。すなわち、撓み曲線  $y=f(x)$  の微小部分  $ds$  と、単材が撓んでいない元の状態での微小部分  $dx$  の差を全長  $l$  まで積分して両材端の移動距離  $\lambda$  を、式(80)で示している。

$$\begin{aligned} d\lambda &= ds - dx \\ &= dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} - dx \\ &\doteq \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right) dx \\ \lambda &= \int_0^l \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (80)$$

したがって軸方向力  $P$  のなす仕事が、 $\lambda P$  となることは言うまでもない。やはり、TIMOSHENKO の「座屈理論」の p. 170 には、板を梁として用いた場合の横座屈が

論じてあり、ここでは梁が板という単体でできているのでその曲剛性も簡単にわかり、外力の作用点の直接の垂直移動が求められている。しかし、一方、本研究の場合は、中央集中荷重Pの作用している点のTRUSSの横座屈変形にともなう垂直変位を算出することは、困難である。

そこで、本研究では、外力のなす仕事として外力の作用点が、TRUSSばかりが横座屈するのに伴い、移動した距離と外力との積で求める方法をとらずに、外力が加わることによって生じる応力が、その応力を生じている部材の変形と共に移動すると考えた時、その応力が移動するために生じた仕事の水平成分をあてるにしたのである。

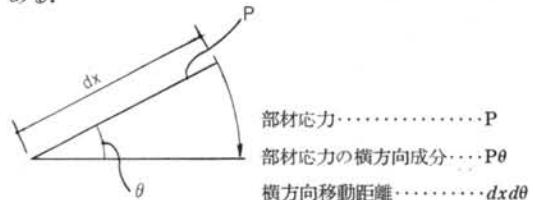


図-11 部材応力による外力仕事

たとえば、式80を用いた仕事式 $\lambda P$ は、本研究の考え方を適用すれば、次のように解釈できる。

$$\int_0^l \int_0^\theta (P\theta) \times (dx \cdot d\theta) = \int_0^l \frac{P}{2} \theta^2 dx \\ = \int_0^l \frac{P}{2} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad \text{..... 81}$$

部材応力Pが変化する場合は、 $P=f(x)$ として、xで積分する形をとれば良い。

#### 4.1.2 外力のなす仕事式 その2

図-6、式80、81は、建築学大系「座屈論」p.185の式(2.258)、すなわち、式80中の式83に相当するものである。

$$A(V+U) = \int_0^l \left\{ GJ_T (d\beta/dz)^2 + EC_{bd} (d^2\beta/dz^2)^2 + PS[\beta]_{al}^2 - \frac{M_x^2 \beta^2}{EI_Y} \right\} dz \\ = 0 \quad \text{..... 82}$$

$$\int_0^l PS[\beta]_{al}^2 dz \quad \text{..... 83}$$

式83は、二点荷重の場合であるから、本研究の式80、式81と同様に考えて導いた振り変形による仕事式、式84を2倍したものである。

$$\int_0^l \int_0^{(\beta)al} PS[\beta]_{al}^2 dz = \int_0^l \frac{1}{2} PS[\beta]_{al}^2 dz \quad \text{..... 84}$$

一方、Bleichの「Buckling Strength of Metal Structures」のp.160.49. Beams without Axial Forcesによれば、中央集中荷重と等分布荷重による横座屈値は、各々式80と式81によって示され、両式中におけるKは、外力としての荷重の作用点の相違における外力の振り仕事の相違を補うための係数である。<sup>6)</sup>

$$W_{cr} = K \sqrt{\frac{EI_y G K}{I^2}}$$

K is a function of the parameter  $G K I^2 / E I$

for symmetrical sections  $\Gamma = I_y d^2 / 4$

where d is the depth of the section ..... 85

$$W_{cr} = K \sqrt{\frac{EI_y G K}{I^3}} \quad \text{..... 86}$$

次に、表-6、表-7に各々中央集中荷重、等分布荷重のKを求める表を原書から引用して載せる。表-6より前章§3.実例解析の結果であるNo.C試験体の上弦材載荷における横座屈荷重と、重心点並びに下弦材載荷における横座屈荷重の各々の比を比較する。No.C試験体の性状から式81が求まり、

$$G K I^2 = \frac{2.48 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2}{4.41 \times 10^7 \text{ kg/cm}^2} (160 \text{ cm})^2 = 144 \quad \text{..... 87}$$

それにより、表-6を用いて各々の載荷状態のKを決め表-8を得ることができる。

結果は、BleichのKによる値と本研究の理論値による値が、ほぼ一致している。

$\frac{GK}{EI}$ $I^2$	The load acts at:		
	The centroid	The top flange	The bottom flange
0.4	86.4	51.3	145.6
4	31.9	20.2	50.0
8	25.6	17.0	38.2
16	21.8	15.4	30.4
24	20.3	15.0	27.2
32	19.6	14.8	26.3
48	19.0	14.8	23.5
64	18.3	14.9	22.4
80	18.1	14.9	21.7
96	17.9	15.1	21.1
160	17.5	15.3	20.0
240	17.4	15.6	19.3
320	17.2	15.7	18.9
400	17.2	15.8	18.7

表-6 Coefficient k in Eq. (318)

GK $E\Gamma$	The load acts at;		
	The centroid	The top flange	The bottom flange
0.4	143.0	92.9	222.0
4	53.0	36.3	77.3
8	42.6	30.4	59.4
16	36.3	27.4	48.0
24	33.8	26.6	43.4
32	32.6	26.1	40.4
48	31.5	25.8	37.6
64	30.5	25.7	36.2
80	30.1	25.7	35.1
128	29.0	26.0	33.3
200	29.0	26.4	32.1
280	28.8	26.5	31.4
360	28.7	26.6	31.0
400	28.6	26.6	30.7

表-7 Coefficient k in Eq. 9(919)

	Bleich の k による値	本研究の理論値による値
重心座屈値 上弦座屈値	$17.6 = 1.15$ $15.3$	$604.1 \text{ kg} = 1.175$ $512.2 \text{ kg}$
下弦座屈値 上弦座屈値	$20.3 = 1.33$ $15.3$	$699.7 \text{ kg} = 1.365$ $512.2 \text{ kg}$

表-8

#### 4.2 建築学大系「座屈論」 p.297

##### No. A, No. B, No. C 試験体

三試験体の解析結果は鈴木博士の理論、実験値とほぼ一致している。

#### 4.3 鈴木博士の論文「鉄骨 TRUSS の横座屈」

##### $\phi-1, \phi-2, \phi-3, L-1, L-2, L-3$ 試験体

まず、同試験体に対して、鈴木博士の偏心圧縮の横座屈と、本研究の中央集中荷重の横座屈を比較する。各々の場合の横座屈値を弦材の最大応力度で示すと表-9となる。

この表からも解かるように、鋼管試験体と型鋼試験体とでは、前者の方が圧倒的に有利である。偏心圧縮実験の場合、前者は後者の2倍の応力度になって初めて横座屈することになる。 $+2650 \text{ kg/cm}^2$  は SS-41 鋼材の場合なら、まだ弹性範囲内にあるものと思われるが、この理

試験体の名 称	偏心実験による応力度 ( $\text{kg/cm}^2$ )	偏心理論による応力度 ( $\text{kg/cm}^2$ )	本研究の中央集中荷重理論値による最大応力度 ( $\text{kg/cm}^2$ )
$\phi-1$	+2510	+2650	$\pm 9350$
$\phi-2$	+2370	+2530	$\pm 5920$
$\phi-3$	+2270	+2390	$\pm 4310$
$L-1$	+1400	+1400	$\pm 1385$
$L-2$	+1360	+1290	$\pm 1045$
$L-3$	+1290	+1250	$\pm 1130$

表-9

論式があてはまる。また中央集中荷重の場合には、鋼管材が型鋼材に比べて4~9倍の応力度となっているが、これは、 $\pm 9350 \text{ kg/cm}^2$  にもみる通り、明らかに弾性域を越えたものであって、本研究の理論式の範囲外にあるものであり、改めて、弾塑性解析をする必要がある。総じて、横座屈に関しては、鋼管材の方が有利であるが、せん断力が入ってくると余計にその傾向が顕著である。これは、円形断面が開断面に比べて非常に強い捩剛性をもつ結果であり、それが、せん断力が入った外力に対して特に目立つのは、このような場合には、単なる軸方向圧縮力や偶力による外力の場合に比較して、捩変形が起こりやすいためである。

次に、TRUSS の構面高さ、すなわち、成Hの相違による横座屈値の変化をみる。偏心圧縮の場合は、成Hの相違によって、その横座屈値とそれによる応力度にそれ程の変化は見られない。成Hが増大するに従って少しずつ減少する程度である。これは、成Hが高くなることによって弦材を中間支持している腹材の剛性が次第に低くなるものと考えられる。中央集中荷重の場合、鋼管TRUSSは、その横座屈値と横座屈応力度とも、成Hの増大に伴って減少しているが、型鋼材 TRUSS は、その横座屈値に関しては、成Hが増すに従って、上弦載荷で 3,981 ton, 4,528 ton, 6,509 ton と、かなりの割合で増大している。これに比較して、型鋼 TRUSS の横座屈最大応力度は、同じく上弦載荷で  $\pm 1385 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\pm 1045 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\pm 1130 \text{ kg/cm}^2$  とほぼ同様な値を示し、厳密に言うなら、成Hの増大に従って減少する傾向さえみせている。鋼管材 TRUSS の場合は、実際的には理論値で示された数値まで耐えられるはずがなく、塑性状態に入るとすみやかに横座屈するものと思われるから、 $\phi-1, \phi-2, \phi-3$  の横座屈値と横座屈最大応力度は、3試験体ともほとんど同じような値によるものと思われる。弾性解析に示された数値の相違から考えると、 $\phi-1, \phi-2,$

$\phi$ -3 試験体の重心載荷座屈値 20.26 ton, 20.26 ton, 20.66 ton, をみてもわかるように、成Hの増大とはほとんど関係がなく、上弦材載荷座屈値が成Hの増大に伴つて少しずつ減少しているのは、振変形が生じやすいか難いかによるものと思われる。型鋼 TRUSS は、今までの場合とは全く逆である現象、すなわち、成Hの増大と共にその横座屈値も増大している。

#### 4.4 鈴木博士の論文「鉄骨 TRUSS の横座屈」

##### $\phi$ -3, L-3 試験体の腹材における斜材角度を、0 度から 90 度近くまで変化させたときの中央集中荷重、ならびに等分布荷重による横座屈値の増減

前章 §3. 実例解析の「斜材角度変化による中央集中荷重横座屈値の変化」ならびに「斜材角度変化による等分布荷重横座屈値の変化」は、各々の横座屈値の大きさが異なるだけで、あとはほとんど同様な傾向の曲線を示す。钢管材 TRUSS については、斜材角度 0 度から 20 度位まで、急激に横座屈値 P が増大し、以後 75 度位までは、ほぼ直線的に、その傾配を前より幾分か落して上昇する。以後 90 度に近づくに従って再び急に上向きになり、無限大になるものと思われる。これは、斜材角度が 90 度になることが、腹材厚が無限大になることを示していることからも想像がつく。型鋼材 TRUSS については、斜材角度 0 度から 20 度位までゆるやかに上昇し、以後 75 度位まではほとんど一定で、90 度に近づくに従って上向き始める。以上の事柄から、次のようなことが言える。钢管材 TRUSS は、钢管が振りに強い故に、弦材の振変形を途中で阻止役目をする斜材が多く入ると、それによって横座屈値がかなり増大する。これに比較して、型鋼材 TRUSS は、型鋼が振りに弱いため、斜材が数多く入っても弦材の振変形にはそれ程影響がない、それによって横座屈値はほとんど変わらない。したがって横座屈に強くするために腹材を多く入れることは、钢管材の場合には有効であるが、型鋼材の場合には全く効めがない。荷重載荷点の相異による横座屈値のちがいは、钢管材については、上弦載荷、重心載荷、下弦載荷の順に高くなり、各々 4 ton 位の差を保ちながらほぼ平行な曲線を画く。型鋼材については、上弦載荷、重心載荷、下弦載荷の順に横座屈値が高くなるのは、前者の場合と同様であるが、各々の値の差は、上弦載荷と重心載荷の差が 4 ton、重心載荷と下弦載荷の差が 7 ton と前者に比べてかなり大きい。

次に、等分布荷重座屈値を中央集中荷重座屈値で割った値が、斜材角度の変化によりどのように変るかを示す表-10を作り、それを GRAPH で示した。

斜材角度	等分布荷重座屈値／中央集中荷重座屈値			
	$\phi$ -3		L-3	
0°	上弦	1.784	上弦	1.816
	重心	1.617	重心	1.670
	下弦	1.468	下弦	1.583
15°		1.709		1.780
		1.618		1.627
		1.531		1.487
30°		1.692		1.772
		1.618		1.622
		1.546		1.482
45°		1.683		1.771
		1.617		1.619
		1.554		1.480
60°		1.677		1.770
		1.617		1.618
		1.560		1.479
75°		1.670		1.771
		1.616		1.618
		1.565		1.476
82.5°		1.665		1.771
		1.617		1.617
		1.570		1.477

表-10

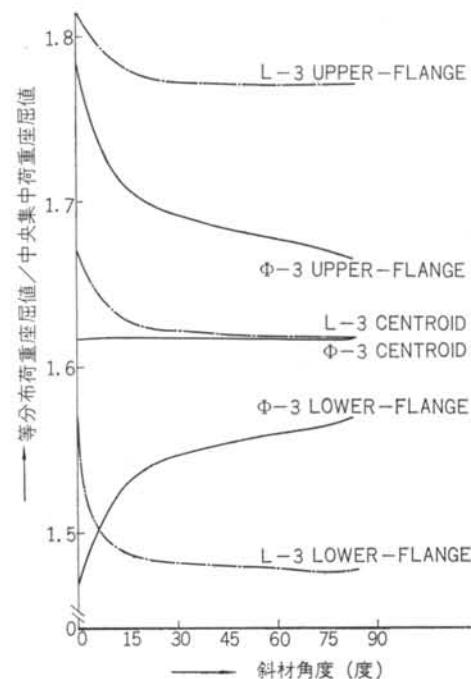


図-12 等分布荷重座屈値／中央集中荷重座屈値

それによると、各々の値は、1.5~1.8の中にはほぼおさまり、 $\phi$ -3 CENTROIDにおいては、ほぼ一定の値1.617を示す。鋼管材においては、90度近くになると次第に三本の曲線が寄ってくるのに対し、型鋼材においてはそのような傾向は全くなく、ほとんど平行状態を示す。

## § 5. 結 論

著者が、ENERGY法を用いて誘導した、せん断力が働く外力による横座屈条件式は、鈴木敏郎博士が実験した試験体に適用した場合、その実験値とほぼ一致することが確かめられた。さらに、著者は数種の実例解析により、本研究による式の特徴を解析した。以下に、その結果より判明した事柄を箇条書にする。

(1) 鋼管材 TRUSS が型鋼材 TRUSS に比較して横座屈に強いことは、せん断力を伴わない外力の場合、鈴木博士によって理論的に明らかにされたことであるが、<sup>4) 5) 9) 10) 14)</sup> 本研究によって、せん断力を伴う外力の場合には、さらにその傾向が強いことが確かめられた。これは、せん断力を伴う外力の場合は、せん断力を伴わない場合に比べて、より一層曲げ振が起こりやすい荷重状態を呈し、それに抵抗する振剛性において、鋼管材が型鋼材に比べ非常に高い値を示すことによるものである。

(2) 斜材角度の変化による横座屈値の増減について、鋼管材 TRUSSにおいては、斜材角度の増加につれて横座屈値も増大するが、型鋼材 TRUSSにおいては斜材角度の増加に関係なくほとんど同じ横座屈値を示す。これ

は、斜材角度が大きくなると腹材の数が増え、その腹材が弦材の振変形を防ぐからで、振剛性が大きい鋼管材においてこの影響が大きく表われ、振剛性が小さい型鋼材においては、腹材の数の多少は、弦材の振変形にそれ程影響しないからである。

(3) TRUSS ばかりの成Hが異なる横座屈値の変化について、偏心圧縮の場合は、成Hが高くなるに従って横座屈値が少しづつ低下するが中央集中荷重の場合は、鋼管 TRUSSにおいては、成Hが高くなるに従って横座屈値が少しづつ低下し、型鋼 TRUSSにおいては、成Hが高くなるに従って、前者とは反対に、横座屈値のかなり大幅な増大がみられるが、このことは、従来の一般的常識に反することであり今後さらに研究しなければならない。

(4) 上弦材載荷の横座屈値において、等分布荷重と中央集中荷重の場合の比は、一般的な TRUSS ばかりに関して、ほぼ 1.8~1.7 となる。なお、本研究をさらに発展させるため次の事項を研究したいと考える。

- a) 弹塑性域における解析
- b) 型鋼材 TRUSS の成Hと横座屈値との関係の解析
- c) 実用設計式の誘導
- d) 主材と腹材が不完全剛接の場合の解析

**謝辞** 本研究は修士論文の一部を載せたものである。鈴木敏郎博士の横座屈に関する一連の研究に敬意を表すると共に、常に御指導御鞭撻を戴いた横浜国立大学教授田口武一博士、同助教授末永保美博士に深謝申し上げます。また電子計算機使用にあたっては、東京大学生産技術研究所坪井研究室塩屋繁松氏に心から御礼申し上げます。

### <参考文献>

- 1) 長柱研究委員会：“弾性安定要覧” CORONA 社、東京 (1951)
- 2) S. Timoshenko: “Theory of Elastic Stability” McGraw-Hill (1936)
- 3) 仲威雄、加藤勉：“單一材の座屈” 東京大学出版会 (1959. 04. 30)
- 4) 鋼管構造便覧編集委員会：“鋼管構造便覧” 日本鋼管K.K. (1964. 08. 05)
- 5) 鈴木敏郎：“鋼管組立材の横座屈” 名古屋工業大学学報 16 (1964. 12. 25)
- 6) F. Bleich: “Buckling Strength of Metal Structures” McGraw-Hill (1952)
- 7) 鈴木敏郎：“OPEN-WEB 部材の横座屈” 日本建築学会論文報告集 No. 66. (1960. 10)
- 8) 鈴木敏郎：“WEB-PLATE の変形と座屈” 日本建築学会論文報告集 No. 69. (1961. 10)
- 9) 鈴木敏郎：“鉄骨 TRUSS の横座屈” 日本建築学会論文報告集 No. 70. (1962. 02)
- 10) 鈴木敏郎：“鋼管 TRUSS ばかりの横座屈” 日本建築学会論文報告集 No. 96. (1964. 03)
- 11) “建築弾塑性学” 建築学大系 9 卷 (1955. 12. 10)
- 12) “座屈論” 建築学大系 12 卷 (1960. 06. 10)
- 13) 小粥庸夫、小室紘和：“單一材の座屈耐力増強に関する実験的研究” 横浜国立大学卒業論文 (1963. 12)
- 14) 鈴木敏郎：“TRUSS の横座屈” 日本建築学会関東支部 No. 29. (1961. 10)
- 15) M.R. Horne: “The Elastic Lateral Stability of Trusses” The Structural Eng. (May. 1960)
- 16) 森宜制：“鋼管組立材の横方向の安定性” 日本土木学会論文集 No. 11. (昭 39. 11)
- 17) 鈴木敏郎：“拘束点を持つ部材の曲げ振れ座屈及び横座屈について” 日本建築学会論文報告集 No. 63. (昭 34. 10)
- 18) 藤本盛久他 3 名：“変断面組立圧縮柱の座屈に関する研究” 日本建築学会論文報告集 No. 63. (昭 34. 10)
- 19) 日本鉄塔工業K.K. 那須電機鉄工K.K. 桜田機械工業K.K. 巴組鉄工所K.K.: “送電用鉄塔における結構の座屈強度に関する実験” 鉄塔 No. 8. (昭 37. 04)