

非線形均質化法に基づく複合地盤の全体剛性解析プログラムの開発

石川 明
(技術研究所)

A New Numerical Method for Evaluating the Overall Stiffness of a Pile of Soil Using the Non-Linear Homogenization Method

by Akira Ishikawa

Abstract

This paper proposes new method for evaluating the mechanical behavior of a pile of soil. This method is based on a non-linear homogenization algorithm proposed by Dr.Terada and calculates the ground displacement from the stress- and strain-dependent homogenized tangent stiffness. Several example calculations simulating SCP improved soil clearly show that the mechanical behavior simulated by the proposed method reflects not only the periodic pile structure of the soil but the stress and strain states of the soil.

概要

沈下制御を目的として原地盤に剛性の高い杭、改良体を周期的に打設した複合地盤の変形挙動を検討する場合、等価な剛性を算出する均質化法は1つの有力な方法とみなされている。しかし、地盤-杭系で従来提案されていた方法は水平方向に同じ剛性を与える1次元的方法であり、構造物の接地圧分布から生じる地盤の剛性分布などは考慮できなかった。このことから本研究では、①寺田らの開発した非線形均質化法アルゴリズムに基づき、応力状態に応じた等価な剛性を用いて構造物の静的沈下量を算出する解析プログラムを新たに開発した。② これを用いた事例計算を行い、算出した沈下量がマイクロ周期構造のみならず地盤の応力状態に応じた等価な剛性に基づいていることを示した。

§ 1. はじめに

パイルドラフト、摩擦杭基礎、セメント系地盤改良基礎、サンドコンパクションパイルなど、多くの地盤・基礎工法では剛性の高い杭、改良体を所定のピッチで打設し、複合（剛性）地盤として構造物の変形量を設計範囲内に制御している。こうした基礎工法的设计法として有力な方法の1つとして、地盤と杭、改良体を等価な力学特性に置き換える均質化法（あるいは均質化法的な考え方）が提案されている。

例えば、液状化防止のためにサンドコンパクションパイルが打設された地盤の動的特性を調べるために、今村¹⁾らは、3次元有効応力解析により同等に近い地震応答を示す等価なN値について提案した。また、より数学的に厳密な等価性を保証するため、佐藤、前田^{2),3)}らは砂杭の剛性や砂杭打設による応力再配分を評価し、Eshelbyによる解析解を用いた均質化法により巨視的な非線形地震応答特性を評価した。どちらの研究も、

すべての砂杭を厳密にモデル化することは合理的でないと判断し、等価な物性について評価しようとする姿勢は共通している。

これら従来提案されてきた均質化法は、地盤水平方向に同じ剛性を設定する1次元的な考え方をしていた。しかし、構造物からの接地圧を考慮すれば、水平方向の地中応力は必ずしも一定でない。そのため、例えば構造物の相対沈下量を精度よく検討したい場合は、水平面ごとに平均化する従来の手法では無理があり、地中応力に応じた等価物性の評価手法を確立する必要があった。本研究ではこうした点を考慮して、寺田ら^{4),5)}により開発された一般化非線形均質化アルゴリズムに地盤の非線形弾性構成則を組み込んだ静的解析プログラムを開発した。このプログラムは、地盤内応力、ひずみ状態に対応した剛性を用いることに特徴がある。

開発したプログラムを用いてサンドコンパクションパイルにより改良率 $a_s=5\sim 15\%$ で改良された地盤上に建物を構築した場合の沈下量を模したシミュレーショ

ンを行った。その結果、地中応力に応じた剛性を求めて計算する本手法が、従来手法と比べてより合理的な等価剛性に基づき静的沈下量を算出できる可能性があることを示した。

§ 2. 定式化

2. 1 支配方程式と非線形弾性構成則

周期構造を有する非線形弾性体の静的なつり合い状態は変位、有効応力、全ひずみをそれぞれ u^ε , σ'^ε , ε^ε とすると、平衡方程式、変位とひずみの適合条件、構成式に対応する変分方程式は以下の式(1)～(3)で表される。ミクロ構造への依存性を明記するため、各変数には添え字 ε をつけてある。

$$\int_{\Omega^\varepsilon} \nabla \eta^\varepsilon : \sigma'^\varepsilon dv = \int_{\Omega^\varepsilon} \rho^\varepsilon b \cdot \eta^\varepsilon dv + \int_{\Gamma^\varepsilon} T \cdot \eta^\varepsilon ds \quad (1)$$

$$\forall \eta^\varepsilon \in V^\varepsilon$$

$$\int_{\Omega^\varepsilon} \tau^\varepsilon : (\nabla^{(s)} u^\varepsilon - \varepsilon^\varepsilon) dv = 0 \quad \forall \tau^\varepsilon \in S^\varepsilon \quad (2)$$

$$\int_{\Omega^\varepsilon} \gamma^\varepsilon : (a^\varepsilon : \varepsilon^\varepsilon - \sigma'^\varepsilon) dv = 0 \quad \forall \gamma^\varepsilon \in S^\varepsilon \quad (3)$$

ここに、 $\nabla^{(s)}$ は 2 階のテンソルの対称成分を作る演算子である。また、 $\rho^\varepsilon b$ は ρ^ε を密度とした単位面積あたりの物体力、 T は境界 Γ_σ 上に与えられる表面力である。(3)式の a^ε はラメの定数 λ とせん断剛性 G を用いて(4)式のように表されるが、せん断剛性 G は式(5)で示すように有効応力 σ'^ε に依存した関数となっている(浅香⁶⁾)。

$$a^\varepsilon(\sigma'_m{}^\varepsilon) = \lambda l \otimes l + 2G(\sigma'_m{}^\varepsilon) I \quad (4)$$

$$G = \frac{\sigma'_{1\max}{}^\varepsilon - \sigma'_{3\min}{}^\varepsilon}{2\gamma_{13,t}} \quad (5)$$

(4)式において、 l 、 I はそれぞれ $l = \delta_{ij} e_i \otimes e_j$ 、 $I = 1/2 [\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}] e_i \otimes e_j \otimes e_k \otimes e_l$ と定義される 2 階、4 階のテンソルである。また、(5)式において、 $\sigma'_{1\max}{}^\varepsilon$ 、 $\sigma'_{3\min}{}^\varepsilon$ は各ミクロ要素の最大・最小主応力である。ここに、 $\gamma_{13,t}$ は式(6)で定義する。

$$\gamma_{13,t} = \frac{1}{G_0^*} \left(\frac{2}{\sigma'_{1\max}{}^\varepsilon - \sigma'_{3\min}{}^\varepsilon} - \frac{1}{\sigma'_{f,13}{}^\varepsilon} \right)^{-1} \quad (6)$$

式(6)において、 $\sigma'_{f,13}{}^\varepsilon$ はせん断強度、 G_0^* は弾性せん断剛性で、それぞれ式(7)、(8)で表わされる。

$$\sigma'_{f,13}{}^\varepsilon = \frac{\sigma'_{1\max}{}^\varepsilon + \sigma'_{3\min}{}^\varepsilon}{2} \sin \phi_d \quad (7)$$

$$G_0^* = G_{0,r}^* \left(\frac{\sigma'_m{}^\varepsilon}{\sigma'_{m,r}{}^\varepsilon} \right)^{0.5} \quad (8)$$

$$\sigma'_m{}^\varepsilon = \frac{\sigma'_1{}^\varepsilon + \sigma'_2{}^\varepsilon + \sigma'_3{}^\varepsilon}{3} \quad (9)$$

式(7)、(8)において、 $\sigma'_m{}^\varepsilon$ は式(9)で表される平均主応力であり、 $\sigma'_{m,r}{}^\varepsilon$ は基準となるせん断剛性 $G_{0,r}^*$ での平均主応力である。本解析では、 $G_{0,r}^*$ は Hardin-Richart^{7),8)} に整合するように、間隙比 e の定数として式(10)と設定した。

$$G_{0,r}^* = \frac{330}{9.81} \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \text{ (MPa)}, \quad (10)$$

$$\sigma'_{m,r}{}^\varepsilon = p_a (= 1 \text{ atm} \equiv 0.1 \text{ MPa})$$

2. 2 非線形弾性均質化法

均質化理論に基づき、地盤全体の挙動を記述する通常の座標系 (マクロスケール $x \in \Omega$) に加えて、微視的な周期構造を記述する座標系 (ミクロスケール $y \in R^{n \text{ dim}}$) を導入する。これらのスケールは、周期構造の大きさを表すパラメータ ε を介して、 $y = x/\varepsilon$ のように関連づけられている。ここで、 $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限を取ることにより、変位、有効応力、ひずみの各変数の極限が式(11)～(13)のように与えられる。

$$u^\varepsilon(x) \rightarrow u^0(x) \quad (11)$$

$$\sigma'^\varepsilon(x) \rightarrow \sigma^0(x, y) \quad (12)$$

$$\varepsilon^\varepsilon(x) \rightarrow \nabla_x^{(s)} u^0(x) + \nabla_y^{(s)} u^1(x, y) \quad (13)$$

式(11)～(13)を式(1)～(3)の変分方程式に代入すると、最終的に以下の2つのミクロ、マクロ方程式群が導かれる(寺田⁴⁾)。

ミクロ方程式群

$$\int_Y \nabla_y \eta^1 : \sigma^0(x, y) dy = 0 \quad (14)$$

$$\forall \eta^1 \in W_{per}$$

$$\int_Y \tau^0 : (\nabla_x^{(s)} u^0 + \nabla_y^{(s)} u^1 - \varepsilon^0) dy = 0 \quad (15)$$

$$\forall \tau^0 \in S^0$$

$$\int_Y \gamma^0 : (a^\varepsilon(x, y) : \varepsilon^\varepsilon(x, y) - \sigma^0) dy = 0 \quad (16)$$

$$\forall \gamma^0 \in S^0$$

マクロ方程式群

$$\int_{\Omega} \nabla_x^{(s)} \eta^0 \cdot \Sigma(x) dx = \int_{\Omega} \rho^H b \cdot \eta^0 dx + \int_{\Gamma_\sigma} T \cdot \eta^0 ds \quad (17)$$

$$\forall \eta^0 \in V$$

$$\int_{\Omega} T : \left(\left[\frac{1}{|Y|} \int_Y (\nabla_x^{(s)} u^0(x)) dy - E(x) \right] \right) dx = 0 \quad (18)$$

$$\forall T \in S$$

$$\int_{\Omega} \Gamma : \left(\left[\frac{1}{|Y|} \int_Y a^\varepsilon : \varepsilon^\varepsilon dy \right] - \Sigma(x) \right) dx = 0 \quad (19)$$

$$\forall \Gamma \in S$$

ここに、 ρ^H は平均密度、 $\Sigma(x)$ 、 $E(x)$ はマクロ応力、マクロひずみとして、

$$\rho^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \rho dy \quad (20)$$

$$\Sigma(x) = \frac{1}{|Y|} \int_Y \sigma^0(x, y) dy \quad (21)$$

$$E(x) = \frac{1}{|Y|} \int_Y \varepsilon^0(x, y) dy \quad (22)$$

とした。本論文では、式 (14)～(19) で表されるミクロ、マクロの変分方程式を寺田らの提案するマルチスケール数値解析アルゴリズムを用いて解いている。本アルゴリズムではマクロスケール、ミクロスケールの2つのスケールを連成させ、どちらのスケールもNewton-Raphson法を用いた反復計算により各ステップのつり合いを保ちながら解析する。

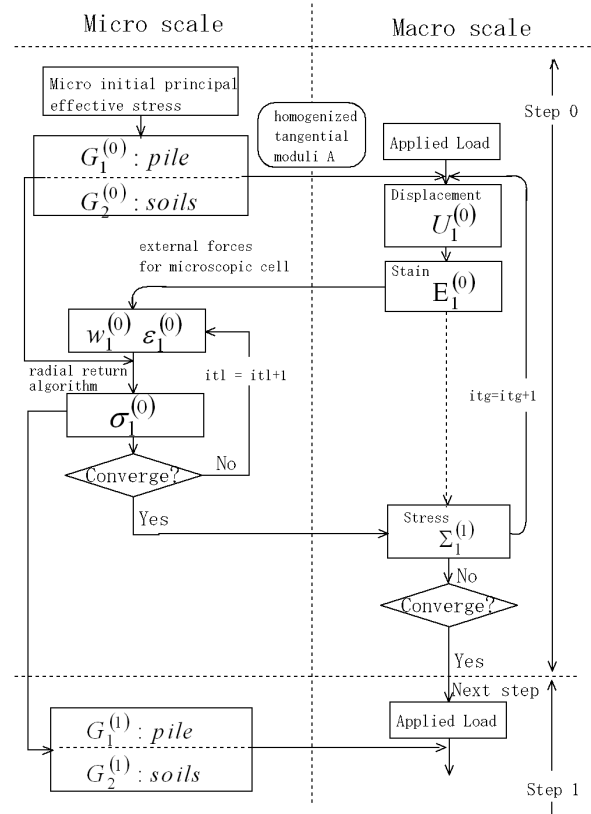
本解析においては、計算の単純化のため、ミクロ応力増分とミクロひずみ増分の関係を(23)式で近似し、さらにマクロスケールのNewton-Raphsonループ内では、地盤剛性を一定にさせるなどミクロ計算の線形化近似を行った。

$$\dot{\sigma} = \left(a \left(\sigma_m^{\varepsilon} \right) : \varepsilon \right) = a : \dot{\varepsilon} + \dot{a} : \varepsilon \cong a : \dot{\varepsilon} \quad (23)$$

図—1 に本解析で用いたフローを示す。

§ 3. 事例解析

本章では、2章で示した定式化および数値解析アルゴリズムに基づき、サンドコンパクションパイルを打設した地盤上に構造物を建設した場合を想定した解析結果を示す。



図—1 解析に用いたフロー

3. 1 SCP 複合地盤の物性と解析モデル

社本⁹⁾らは複数の現場のSCP打設前後の地盤調査結果から、2つのパラメーター α 、 β により打設後の原地盤の修正N値を予測できることを示している。パラメーター α はSCP打設時の地表面の膨らみによる間隙比 e の増加とSCP打設による間隙比 e の減少量の比を示したものであり、地盤の細粒分含有率 F_c に応じて値が変化する((24)式)。一方、パラメーター β は(25)、(26)式で表され、SCP打設による間隙比 e の空間分布を示している。本論文ではこの2つのパラメーターを用いた(27)式に基づき、SCP打設前後の地盤間隙比の変化量 Δe を算出した。

$$\alpha = 0.00158 \times F_c^{1.389} \quad (24)$$

$$\beta = \frac{e_0 - e_0'}{(e_0 - e_0')_{average}} \quad (25)$$

$$\beta_{average} = 2.93 \times a_s^{0.695} \quad (26)$$

$$\Delta e = \beta \times a_s \times (1 - \alpha)(1 + e_0) \quad (27)$$

算出したSCP打設前後の物性を表—1、表—2に示す。置換率 a_s に対応してSCP打設後の原地盤の間隙比は $e=0.74 \sim 0.58$ となり、式(8)に基づき計算した $G_{0,r}$ は $G_{0,r} = 96 \sim 121$ となる。これより、建物荷重を載荷する

前の地盤剛性分布は図—2に示すような分布となる。

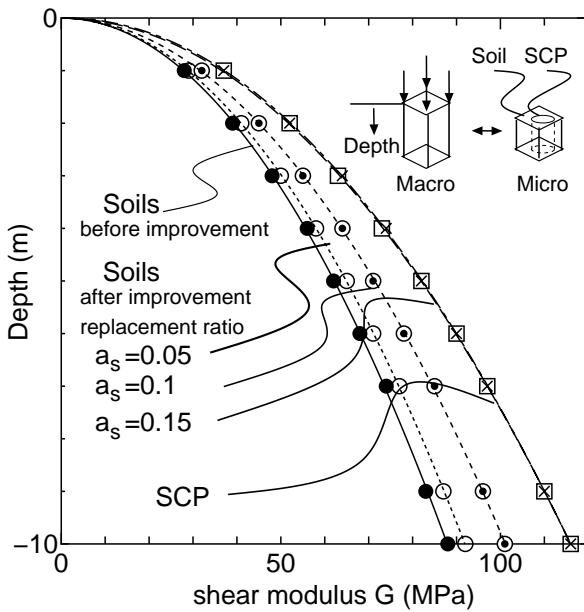
表—1 置換率 a_s 、細粒分含有率 F_c と α 、 $\beta_{average}$ の関係

a_s (%)	F_c (%)	α	$\beta_{average}$
5	20	0.1	0.37
10	20	0.1	0.59
15	20	0.1	0.78

表—2 SCP 打設前後の物性

(網かけ部は打設前の値)

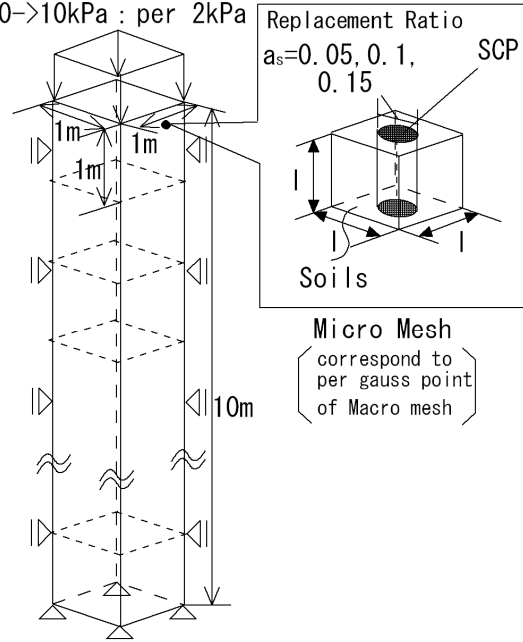
	a_s (%)	$G_{0,r}$ (%)	e	ρ_i (t/m ³)	ϕ°	ν
原地盤	-	92	0.77	1.68	38	0.3
SCP	-	122	0.58	1.80	44	0.2~ 0.4
原地盤	5	96	0.74	1.70	40	0.3
原地盤	10	106	0.68	1.75	42	0.3
原地盤	15	121	0.58	1.80	44	0.3



図—2 建物荷重載荷前の初期地盤剛性

図—3に解析に用いたマクロ、ミクロメッシュの簡略図を示す。マクロメッシュは1×1×1mの立方体要素を10個並べた深さ10mの1次元カラム状のメッシュとした。カラム側面の節点はx,y変位は拘束し、z方向のみスライドするように設定した。また、底面は固定境界として、上面から建物荷重として10kPaの分布荷重を5ステップに分割して載荷した。一方、ミクロメッシュは、砂杭の置換率 a_s (=体積分率)を $a_s=5, 10, 15\%$ となるように、原地盤を表す立方体メッシュ内に砂杭を表す円柱状のメッシュを設定した。

Load per unit area
0→10kPa : per 2kPa

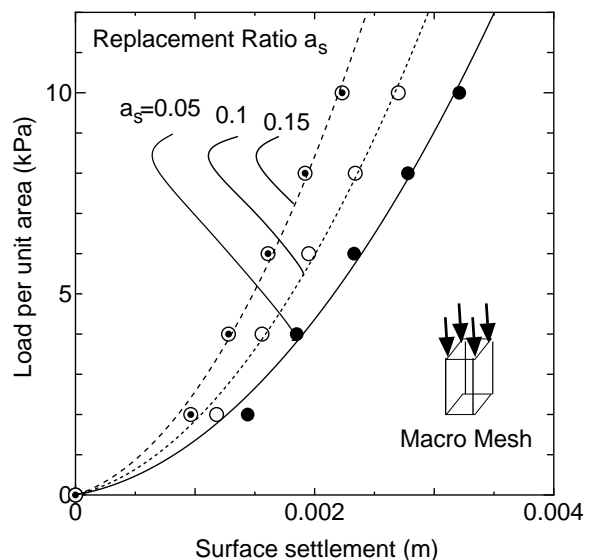


Macro Mesh

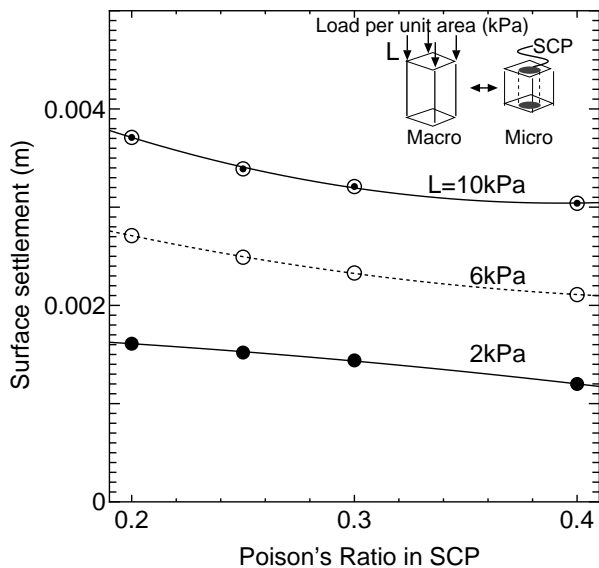
図—3 解析モデル簡略図

3. 2 解析結果

図—4～6に解析結果を示す。図から明らかなように、荷重載荷ステップに応じて変位が増加するが、置換率 a_s が増えるにつれて地盤全体の剛性が向上したために変位量が小さくなった。建物荷重10kPa載荷時で見ると、 $a_s=5\%$ と $a_s=15\%$ の変位量はそれぞれ2.2、3.2mmで約30%の違いが生じた。また、水平方向の変位を固定しているため、荷重ステップの増加につれて原地盤が拘束されて等価剛性が高くなり、地表面変位の増分率が小さくなった。



図—4 荷重ステップと地表面沈下量関係



図—5 砂杭のポアソン比と地表面沈下量関係

図—5に砂杭のポアソン比を変化させた場合の各荷重ステップにおける変位分布を示す。砂杭部分のポアソン比が0.2~0.4に増加するにつれて、最大で0.6mm程度、地表面変位量が小さくなった。砂杭のポアソン比が大きくなると荷重過程において原地盤からの拘束が大きくなるため、砂杭に応力集中が起きるためである。

図—6, 7に砂杭中心部から同心円状に σ_z 分布を描いた図を示す。図から砂杭の剛性が等しくても、ポアソン比が高くなるほど砂杭部に応力が集中し、原地盤よりポアソン比が小さい $\nu=0.2$ の解析ケースは、剛性が高い砂杭に応力がほとんど集中しなかった。

以上の解析結果から、提案するモデルは、

1. 置換率 a_s や砂杭のポアソン比など周期構造の違いが地盤の全体剛性に与える影響を定量的に表現している。
2. 地盤の応力状態が地盤の全体剛性に与える影響を定量的に表現している。

と言える。

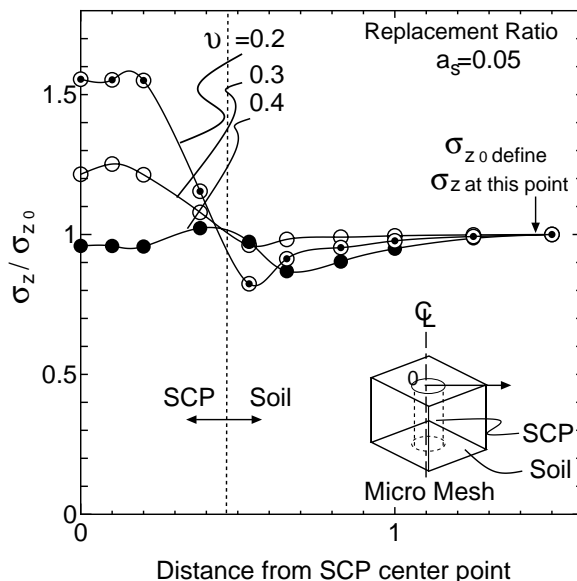
§ 4. 結論

論文の結論を以下に示す。

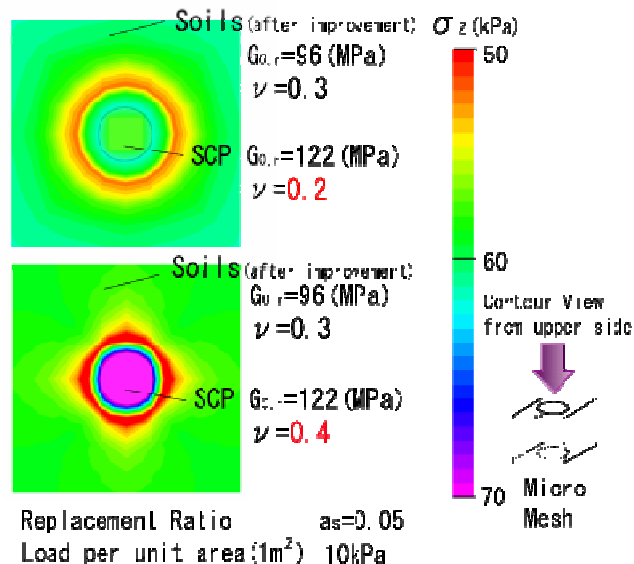
1. 剛性の高い杭や改良体を周期的に打設した地盤上に構造物を構築した場合の静的沈下量の計算を目的とした均質化法の定式化を、式(4)~(10)の非線形弾性構成則と式(14)~(19)の変分方程式を用いて行った。

<参考文献>

- 1) 今村, 舩田, 近藤, 井原, 福武: "SCP 締固め地盤の強震時の3次元挙動と等価均質化地盤の提案", レベル2地震動による液状化に関するシンポジウム, 土木学会・地震工学委員会, pp.419-426, 2003.06



図—6 ミクロメッシュの σ_z 分布



図—7 ミクロメッシュの σ_z 分布(コンター)

2. 上記の定式化に基づき、サンドコンパクションパイル打設地盤上に建物を構築した場合の静的沈下量を計算した。図4~7から、構造物の沈下量は周期構造や応力状態の違いを反映した等価な剛性に基づき算出された。

謝辞

本検討にあたり、東北大学大学院工学研究科土木工学専攻の寺田助教授、京谷助教授からご指導いただきました。末筆ながら感謝申し上げます。

- 2) 桑原直範,前田健一,佐藤友美(2001) : "締固め杭打設に伴う土圧変化を考慮した液状化対策地盤の巨視的地震応答特性",第 13 回地震工学シンポジウム, 1-6, 2001
- 3) 佐藤友美,前田健一,伊藤久輝,高木敦士(2004) : "均質化法による液状化対策地盤の非線形特性と応力ひずみ分担特性",第 39 回地盤工学研究発表会, 1931-1932, 2004
- 4) 寺田賢二郎,菊池昇(1999) : "非均質弾塑性体のマルチスケール解析のための一般化アルゴリズム",土木学会論文集, No.633/I-49,217-229
- 5) 寺田賢二郎,松井和己,真野篤志(2000) : "均質化理論に基づく非線形力学挙動のミクロ-マクロ連成モデリング",土と基礎, Vol.37,85-91
- 6) Asaka, Y., Tokimatsu, K., Iwasaki, K and Shamoto, Y(2003):
"A simple Stress-strain relation based on stress-path behavior in strain-path controlled triaxial tests",Soils and Foundations, Vol.43,No.2,55-68
- 7) Hardin, B.O. and Richart, F.E(1963): "Elastic Wave Velocities in Granular Soils",ASCE,89,SM1,pp.33-65
- 8) 佐々木康,岩崎敏夫(1985) : "地震応答解析のための土の動的性質 2.土の動的性質",土と基礎, Vol.37,85-91
- 9) Shamoto, Y., Katsura, Y., Tamaoki, K and Jian-Min Zhang. (1997):
"A simplified Method for evaluating the effectiveness of compaction piles in sands containing fines",Soils and Foundations, Vol.37,No.1,89-96
- 10) 山本実,原田健二,野津光夫(2000) : "締固め砂杭工法を用いた緩い砂質地盤の液状化対策の新しい設計法",土と基礎, Vol.48,17-20