

FK 解析における平均化手法が表面波の位相速度の推定に与える影響

早川 崇
(技術研究所)

Effects of Averaging Methods in F-K Spectral Analysis on Estimating Surface Wave Phase Velocity by Takashi Hayakawa

Abstract

Surface method is inexpensive and efficient exploration method in constructing underground structures for predictions of strong ground motions. The F-K spectrum method (MLM method) is often used in surface method. In the method, regional waves such as waves by traffics cause estimation errors of F-K power spectrum and consequentially cause estimation errors of surface wave phase velocity. There are two averaging methods to remedy errors by such regional waves, 1) averaging cross-power spectrum of short time sections, 2) smoothing cross-power spectrum by Parzen windows. In this study, relative efficiency of the two averaging methods is investigated through estimating surface wave phase velocities from theoretical array measurements.

概 要

強震動予測のための地下構造モデルの作成において、地下構造の探査手法の一つである表面波探査は安価で有効な手法である。表面波探査でよく用いられる FK 法 (MLM 法) では交通振動等の局所的な振動 (ノイズ) により表面波の FK パワースペクトルの推定精度が低下し、ひいては表面波の位相速度の推定精度が低下する。そのためノイズ除去を目的とした平均化手法が FK 法で用いられる。平均化手法には、1) アレー記録中の小時間区間のクロススペクトルを平均化、2) アレー記録のクロススペクトルを Parzen ウィンドで平均 (平滑) 化がある。これらの平均化手法は地下構造の推定精度に大きく影響する重要な手法であるが、これまで手法間の優劣は明らかでなかった。そこで本論文では表面波にランダムノイズを加えて理論的に作成したアレー記録から表面波の位相速度を推定し、平均化手法の比較検討を行った。

§ 1. はじめに

地震動は地下構造の影響を強く受けるため、強震動予測において地下構造のモデル化は重要である。特に堆積層は地震動を大きく増幅するため、そのモデル化が重要である。大都市が存在する平野において堆積層厚は数キロにも達し、ボーリング調査には莫大な費用を要する。そのため調査費用が安価で S 波速度構造の推定に有効な表面波探査¹⁾が多く用いられている。

表面波探査は、1) 地表の多点で常時微動の上下成分を同時計測 (以後、アレー微動)、2) Rayleigh 波の基本モード (以後、表面波) の伝播速度 (以後、位相速度) を振動数毎に推定、3) 位相速度から観測点直下の鉛直一次元地下構造を逆推定、のステップを踏む。2) のステップで用いられる手法の一つに FK 法がある。FK 解析では、アレー微動のパワースペクトルが位相速度と到来方向に分解され、FK パワースペクトルが推定される。常時微動においては表面波が優勢と考えられるため、振動数ごとにパワーが最大となる位

相速度を読み取り、表面波の位相速度を推定する。

FK 解析には Capon による高解像度法 (MLM 法)²⁾ が用いられることが多い。高解像度法では交通振動等の局所的な振動 (以後、ノイズ) により FK パワースペクトルの推定精度が大きく悪化する短所がある。そのためノイズ除去を目的としてノイズのランダムな性質を利用した平均化手法が用いられる。平均化手法には、1) 全記録を小時間区間に分割し、小時間区間のクロススペクトルを平均化²⁾ (DS 法)、2) 全記録のクロススペクトルを Parzen ウィンドで平滑化³⁾ (Parzen 法) がある。これらの平均化手法は表面波探査において精度を左右する重要な要素であるにもかかわらず、平均化手法の比較検討は実施されておらず、手法間の優劣は明らかではなかった。本研究ではこれらの平均化手法の比較検討を行った。

平均化手法の有効性の考察には、ノイズが含まれるアレー微動において如何に表面波の FK パワースペクトルが正しく推定されるかを調査する必要がある。そのため表面波の FK スペクトルが明らかである必要が

あるが、実アレー微動記録では表面波以外の波が存在するため、正確な把握はほぼ不可能である。そこで表面波の FK パワースペクトルが明らかな理論的なアレー微動を合成し、これにホワイトノイズを付与して理論アレー微動を作成した。さらに理論アレー微動に FK 解析を行い、表面波の FK パワースペクトル及び平均位相速度の推定精度を手法間で比較検討した。

§ 2. 理論アレー微動

2.1 表面波の位相速度と観測点の設定

理論アレー微動の作成にあたってはまず表面波の位相速度 V_R を設定した。S波速度が500m/s程度の堆積層が数百m程度存在する場合を想定して図-1に示す位相速度を設定した。0.36Hzで2500m/s、2.5Hzで500m/sとし、分散性を模擬するため直線的に低下する位相速度とした。アレー観測点の配置を図-2に示す。

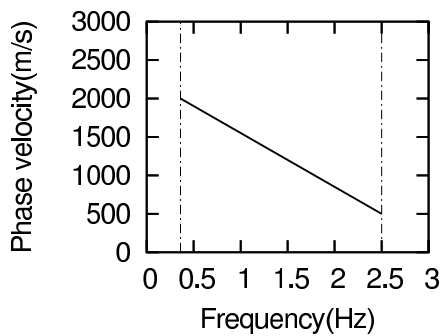


図-1 表面波の位相速度

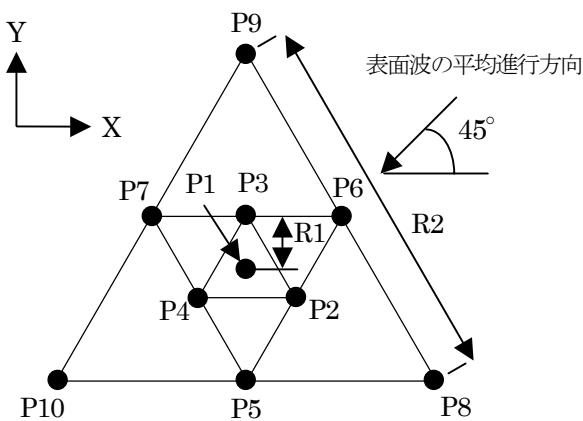


図-2 アレー観測点の配置 (観測点●)

配置は実際の探査で多くの実績がある正三角形と重心を組み合わせた配置とした。検知可能な最短波長は空間的なエイリアジングの関係から最小観測点間隔の2倍となる。設定した位相速度が検知可能となるよう

に、最小波長の半分の長さ(100m)を最小観測点間の距離 $R1$ とした。この結果、最大観測点間の距離 $R2$ は692mとなる。

2.2 表面波の FK パワースペクトルのモデル化

実測された常時微動の FK パワースペクトルは大きくみると単峰型で、半径方向と円周方向に振幅が減衰する形状である。そこで FK パワースペクトルを(1)式でモデル化した。

$$P(kx, ky, f) = e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{a-a_0}{\sigma_a} \right)^2 + \left(\frac{r-r_0}{\sigma_r} \right)^2 \right]} \quad (1)$$

$$r = \sqrt{kx^2 + ky^2} \quad (2)$$

$$a = \tan^{-1} \left(\frac{ky}{kx} \right) \quad (3)$$

ここに、 k_x と k_y はそれぞれX方向とY方向の波数、 f は振動数である。(1)式で最大値を与える a_0 と r_0 はそれぞれ表面波の平均進行方向と平均波数である。平均波数は表面波の位相速度 V_R から下式で算定される。

$$r_0 = \frac{2\pi f}{V_R} \quad (4)$$

平均進行方向 a_0 は 225° (図-2)と固定した。半径方向の減衰量を与える σ_a は、既往の観測(例えば3)を参考にして表面波の波数 r_0 の10%とした。円周方向の減衰量を与える σ_r は 30° と 180° の2通り設定した。 30° はほぼ一方向から表面波が到来し、 180° は様々な方向から到来する状況に対応している。図-3に $\sigma_r = 30^\circ$ と $\sigma_r = 180^\circ$ における0.83Hz、1.44HzのFKパワースペクトルを示す。コンターは最大FKパワースペクトル P_{max} との比 $-10\log[P/P_{max}]$ を-1から-10まで1刻みで描いている。同図中の円は半径 r_0 の円であり、○は同円周上の a_0 方向の点である。以後、本論文ではコンターは同じ描き方を行う。FKパワースペクトルは σ_a が同じなら r_0 で基準化すると同じスペクトルとなるため、図-3においては振動数にかかわらず同じFKパワースペクトル形状となっている。

2.3 波形の合成

FKパワースペクトルからフーリエスペクトルを求め、ランダム位相を付与した後、三次元フーリエ逆変換から表面波のアレー微動波形を算定した。

$$s(x_i, y_j, t_k) = \sum_{l=0}^{N_k-1} \sum_{m=0}^{N_k-1} \sum_{n=0}^{N_f-1} \sqrt{P'(l, m, n)} \times e^{i\left(\frac{2\pi l}{N_k}l + \frac{2\pi j}{N_k}m + \frac{2\pi k}{N_f}n + \theta\right)} \quad (5)$$

x, y, t は出力点の座標と時刻、 D は X 方向と Y 方向のモデル長、 T は継続時間である。モデル長 D は表面波の最大波長 (0.36Hz 時) の 4 倍とした。 P' は FK パワースペクトルである。

$$P'(l, m, n) = P(dk_x \cdot l, dk_y \cdot m, df \cdot n) \quad (6)$$

$$(0 \leq l, m, n \leq N_k/2)$$

$$dk_x = \frac{2\pi}{D} \quad dk_y = \frac{2\pi}{D} \quad df = \frac{1}{T} \quad (7)$$

波数が負の場合はフーリエ変換の折返しのため、 P' と P の関係は以下の関係となる。

$$P'(N_k - l + 1, m, n) = P(-dk_x \cdot l, dk_y \cdot m, df \cdot n) \quad (8)$$

$$(0 < l, m, n < N_k/2)$$

この関係は X 方向におけるものであるが、Y 方向においても同じである。

フーリエ変換の最大波数は表面波の最大波数 (2Hz 時) の 8 倍とした。アレー微動の継続時間は、実際の観測時間を考えて 1638.4 秒とし、時間間隔は最大振動数 (2Hz) より十分高い 40Hz とした。なお 0.36~2.5Hz 以外の表面波の位相速度を設定していない振動数範囲では FK パワースペクトルを 0 とした。 θ は X 方向、Y 方向の波数および振動数毎に付与したランダム位相である。(1)式によるパワースペクトルは振動数で異なるパワーを有する。ここでは各振動数でパワーを一定とし、波形の RMS が 1.0 となる処理を行った。ランダム位相は平均化手法の有効性を統計的に検討するため 10 個作成し、10 の表面波のアレー微動を作成した。従って合計 20 のアレー微動を作成した。表-1 に表面波のパラメータを示す。

表-1 表面波の FK パワースペクトルのパラメータと波形数

パラメータ	数 (値)
円周方向の減衰量 σ_r	2 ($30^\circ, 180^\circ$)
ランダム位相	10
アレー微動の合計	20

2.4 ホワイトノイズの付与

ノイズ除去の効果を検討するため、ノイズを表面波のアレー微動に付与した。ノイズは一定のスペクトル振幅

を有し位相がランダムなホワイトノイズを 0.36~2.5Hz 間でバンドパスして作成した。実際の計測において微動に含まれるノイズ振幅は状況によって変化する。しかしながら既往の調査^{例えは4)}などから、ノイズが表面波のパワーを超える状況は少ないと考えられる。ここではバンドパスしたホワイトノイズの RMS を 0.5 とした。図-4、図-5 にそれぞれ σ_r が 30° と 180° の理論アレー微動の例を示す。

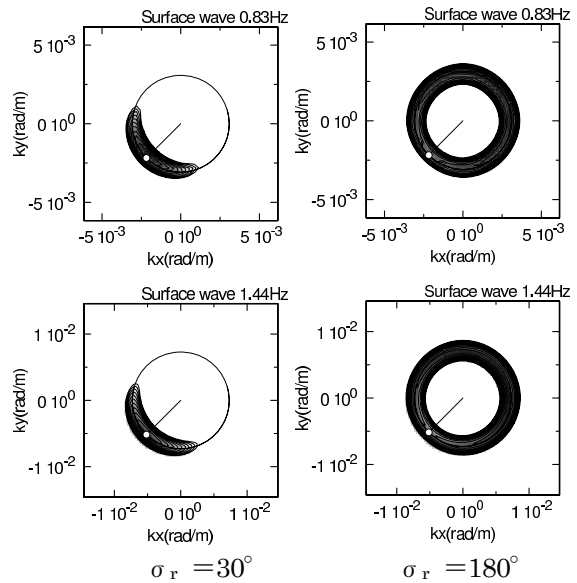


図-3 表面波の FK パワースペクトル

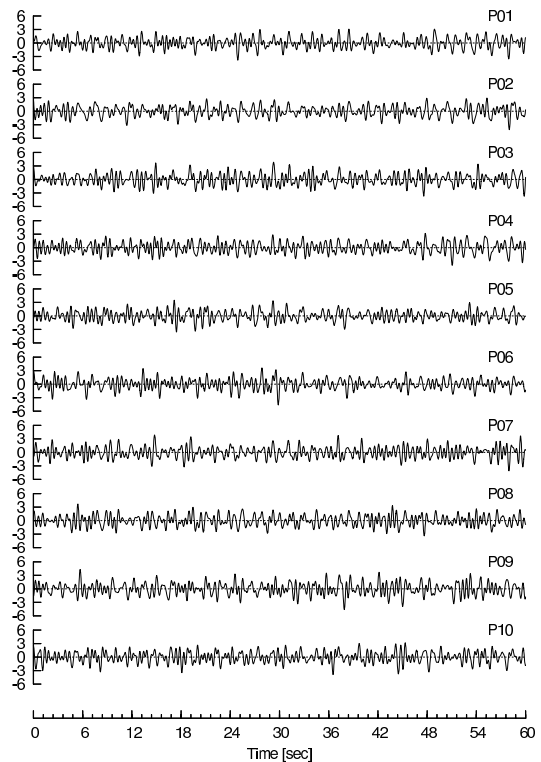


図-4 理論アレー微動波形 ($\sigma_r = 30^\circ$)

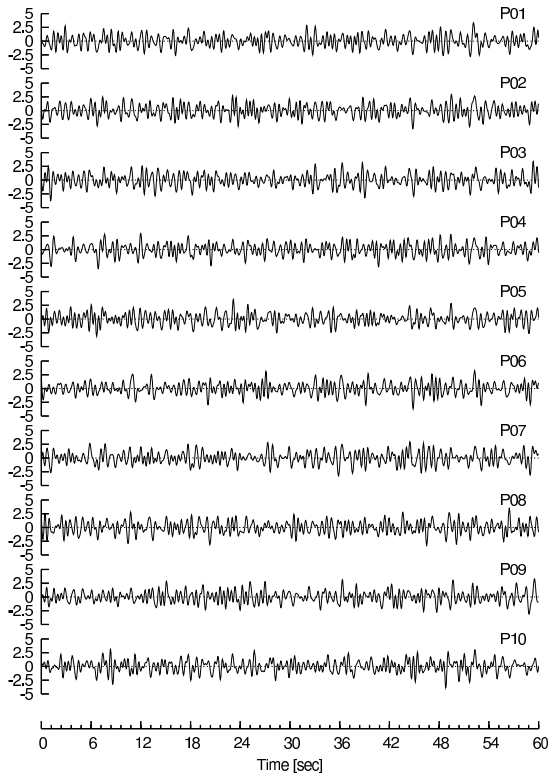


図-5 理論微動アレー波形 ($\sigma_r = 180^\circ$)

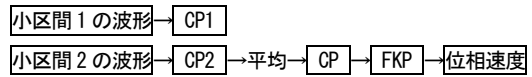
§ 3. 各平均化手法の比較

3.1 解析概要

表-2にFK法を実施した振動数を示す。DS法、Parzen法の処理の流れを図-6、図-7にそれぞれ示す。両手法においてクロススペクトルを求める波形にHanningウィンド処理を行った。Parzenウィンドは平均化したクロススペクトルの実部と虚部のそれぞれに適用した。FKパワースペクトルを算定した波数範囲はX方向、Y方向とも表面波の平均位相速度に対応した波数の-2倍~+2倍までである。この範囲でFKパワースペクトルが最大となる波数をピックアップし、同波数に対応した位相速度を表面波の推定位相速度とした。10セットの理論アレー微動波形に対して同様の解析を行い、位相速度の推定値の平均と標準偏差を求めた。

表-2 対象とした振動数と表面波の位相速度

振動数 (Hz)	位相速度 (m/s)	波長 (m)	波長/R2
0.83	1673	2022	2.9
1.44	1244	865	1.2



※CP=クロススペクトル、FKP=FKパワースペクトル

図-6 DS法

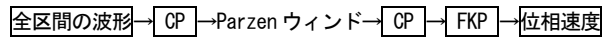


図-7 Parzen法

3.2 解析結果

- ・推定位相速度の平均化手法間での比較

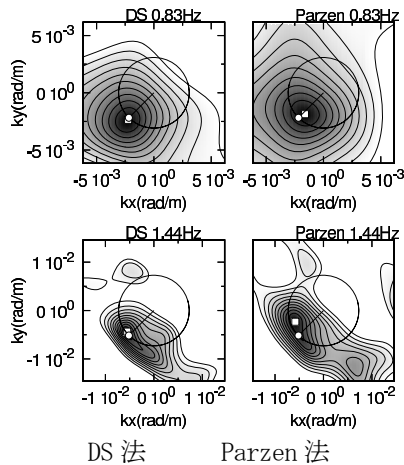
実際の表面波探査で用いられている小時間区間長さ⁵⁾とParzenウィンド幅³⁾で位相速度の推定を行い、推定値の平均と標準偏差を平均化手法間で比較した。表-3に平均化手法の設定を示す。同表でParzenウィンド幅は振動数間隔の倍数で示した。図-8、図-9にそれぞれ $\sigma_r=30^\circ$ および $\sigma_r=180^\circ$ の理論アレー微動から推定されたFKパワースペクトルの代表例を示す。同図中の□は位相速度を読み取ったFKパワースペクトルの最大点である。 $\sigma_r=180^\circ$ 時の0.83Hzを除き両手法とも平滑化され形状も歪んでいるものの、表面波のFKパワーが認められる。ただし $\sigma_r=180^\circ$ 時の0.83Hzでは、円周に沿った表面波のパワーが強く平滑化された結果、円の内側に最大値が位置している。

表-3 平均化手法の比較検討のためのケース

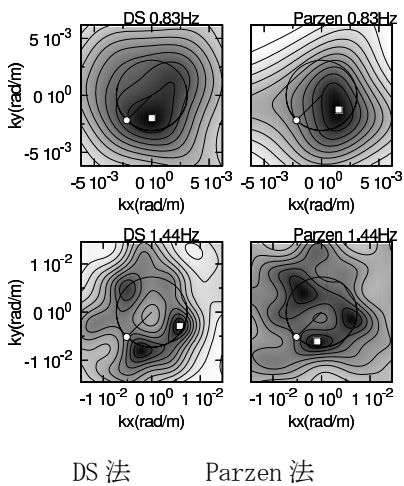
手法	区間長 (s)	区間数	Parzen ウィンド幅
DS法	102.4	16	適用せず
Parzen法	1638.4	1	$20\Delta f$

$$\Delta f = 1 / (\text{区間長})$$

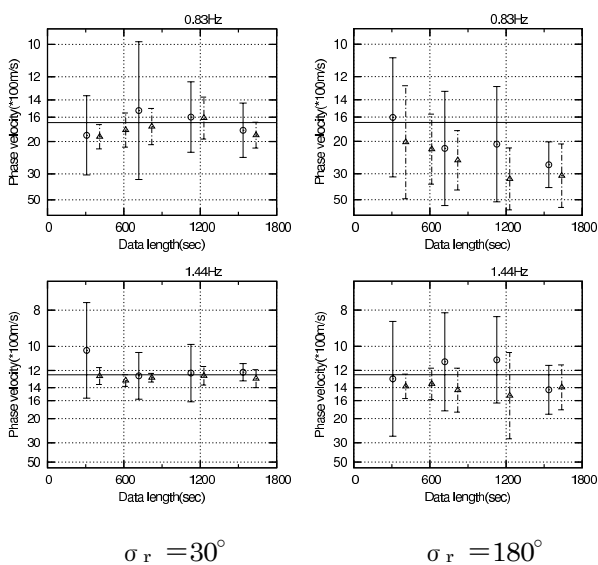
図-10に推定値の平均と標準偏差を手法間で比較して示す。用いる理論アレー微動の継続時間を変えて位相速度を推定したため、横軸を用いた継続時間として、様々な継続時間での推定結果を示している。また同図において表面波の平均位相速度が実践で示してある。継続時間が1500秒程度ではDS法とParzen法でほぼ同じ平均と標準偏差となっていて両方で明確な差異は認められない。しかし900秒以下の短い継続時間ではParzen法はDS法に比べて正しい値に収束し標準偏差も小さい。



図—8 $\sigma_r = 30^\circ$ の理論アレー微動から算定されたFKパワースペクトル例



図—9 $\sigma_r = 180^\circ$ の理論アレー微動から算定されたFKパワースペクトル例



図—10 アレー微動の継続時間と推定位相速度 (DS法○、Parzen法△)

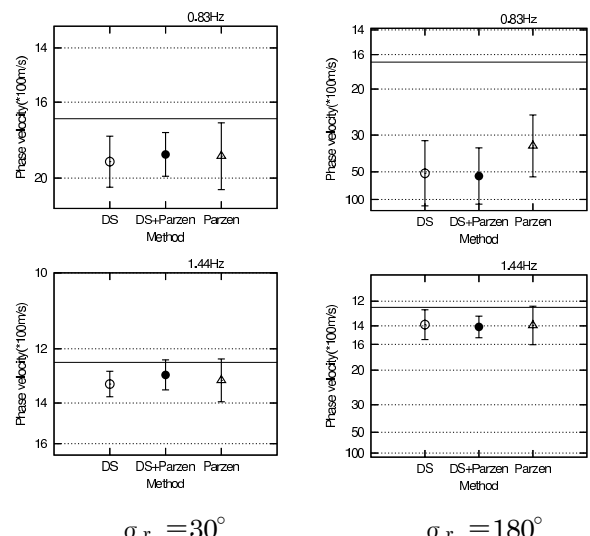
・平均化回数が推定速度に与える影響

DS法とParzen法の最大の相違は、DS法では振動数を固定して時間方向に平均化することに対して、Parzen法では時間を固定して振動数方向に平均化することが異なる。両者の差異の影響をみるため、平均化の回数を同じにしてDS法とParzen法の推定値を比較した。またDS法とParzen法を併用した方法でも、平均化の回数を同じにして推定した。表—4に各手法の設定を示す。Parzen法ではバンド幅／振動数間隔の比を平均化回数として数えた。図—11に推定値の平均と標準偏差を表面波の平均位相速度とともに示す。平均と標準偏差は手法間でほぼ同じであり、平均化回数が同じであればDS法とParzen法は同じノイズ除去能力を有することがわかる。また両手法を併用した場合も平均と標準偏差がほぼ等しいことから、組み合わせた効果は少ないと考えられる。

上記の考察から、前述した継続時間が短い場合Parzen法が有利であった理由は、DS法の平均化回数が少ないことが考えられる。継続時間が短い場合、DS法は多くの小時間区間が確保できないためParzen法が有利である。

表—4 平均化回数の検討用の設定

手法	区間長 (s)	区間数	Parzen ウィンド幅	平均回数
DS法	25.6	64	適用せず	64
Parzen法	1638.4	1	$64 \Delta f$	64
DS法+Parzen法	102.4	16	$4 \Delta f$	64



図—11 平均化回数を揃えた平均化手法間での比較 (DS法○、DS法+Parzen法●、Parzen法△)

・DS法における小時間区間の重複の検討

DS法では小時間区間を記録から重複しつつ切り出すことにより、平均化の回数を増やしてノイズ除去効果を増大させることが可能である。そこで重複しない場合と重複して平均化回数を増やしたケースでFKパワースペクトルを比較した。表一5に重複効果の検討のための設定を示す。図一12に $\sigma_r = 30^\circ$ のFKパワースペクトル例を示す。重複した場合のFKパワースペクトルは円周に沿ってパワーが卓越しており、表面波のパワースペクトルの再現性がよいことがわかる。重複して小時間区間を切り出すことの有効性が確認できる。小区間の重複による平均化回数の増大はスペクトル間隔を保ったまま平均化回数を増大させることが可能で、振動数で位相速度が急変するような状況においては特に有効だと考えられる。

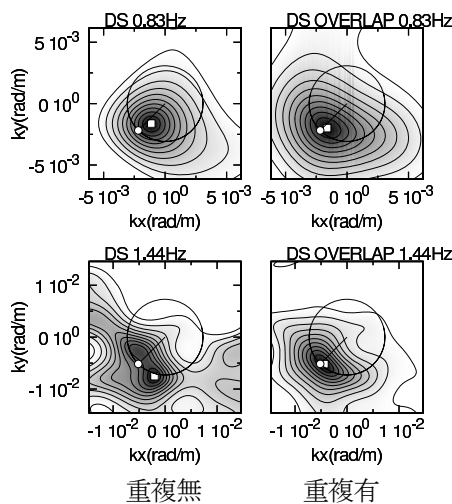
表一5 小時間区間の重複効果の検討ケース

	区間長 (s)	重複長 (s)	区間数
重複無	102.4	0	16
重複有	102.4	76.8	57

§4. おわりに

FK解析で用いられるノイズ除去を目的とした平均化手法には、1)記録を小時間区間に分割し、小区間時間のクロススペクトルを平均化(DS法)、2)記録のクロススペクトルをParzenウインドで平滑化(Parzen法)がある。本論文では理論アレー微動を対象に表面波の位相速度を推定し、推定値と仮定した表面波の位相速度との比較により平均化手法の優位性に関して検討を行った。その結果、以下の結論がえられた。

- ・DS法における小時間区間数と、Parzen法におけるバンド幅/振動数間隔の比が同じであれば、両平均化手法は同じノイズ低減能力を有する。
- ・観測時間が短く小時間区間が多く確保できない場合、Parzen法はDS法と比べて有利である。
- ・DS法において小時間区間の重複は振動数分解能を保ったまま高精度化できる有効な方法である。



図一12 DS法における重複区間の有無の比較

<参考文献>

- 1)Horike, M: "Inversion of phase velocity of long-period microtremors to the S-wave-velocity structure down to basement in urbanized areas", J. Phys. Earth, 33, pp.59-96, 985
- 2)Capon, J.: "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis for a Large Aperture Seismic Array", Methods in Computational Physics, 49, pp.1-59, 1973 pp.19-26,1982.8.
- 3)松島健, 岡田広: "長周期微動を用いた地下構造の推定—周波数-波数法による位相速度推定に必要な各種パラメータの検討—", 北海道大学地球物理学研究報告, 52, pp.1~10, 1989
- 4)時松孝次, 宮寺泰夫: "短周期微動に含まれるレイリー波の特性と地盤構造の関係", 日本建築学会構造系論文報告集, No.4539, pp.81-87, 1992.
- 5)凌甦群: "微動に含まれる表面波の位相速度の推定に関する研究", 北海道大学理学研究科博士論文, 1994