

地盤の三相系浸透－変形連成問題の数値解析手法への展開

荻迫 栄治
(技術研究所)

A Development to Numerical Analysis Method of Three-Phase Seepage- Deformation Coupled Problem in Ground

by Eiji Ogisako

Abstract

The governing equations for unsaturated ground have been formulated based on the theory of three-phase mixture in which a ground is assumed to be composed of soil, water and air. The equilibrium equation for whole phase has been obtained by summing up law of conservation of momentum in each phase and its equilibrium equation has been formulated as an incremental boundary value problem. Considering law of mass conservation in each phase the continuity equation of liquid phase has been obtained by using law of mass conservation in solid and liquid phases, and the continuity equation of gaseous phase has been obtained by using law of mass conservation in solid and gaseous phases. A seepage-deformation coupled problem has been developed to numerical analysis method by finite element method based on the formulated governing equations and it has been applied to an excavation problem of circle hole in the ground as an example.

概 要

土、水、空気の三相から成る混合体理論に基づき、不飽和地盤のモデル化を行った。各相における運動量保存則を足し合わせることで相全体のつりあい式を求め、そのつりあい式を増分型境界値問題として定式化した。また、各相における質量保存則を考慮し、固相と液相の質量保存則を用いて液相の連続式を、また、固相と気相の質量保存則を用いて気相の連続式を導いた。定式化した支配方程式に基づき、浸透－変形連成問題の有限要素法による数値解析手法への展開を図り、地盤の円孔掘削を例とした掘削問題への適用を行った。

§ 1. はじめに

トンネルや地下構造物の構築に際しては、掘削に伴う地下水位の低下が生じ、それが原因となって地盤沈下が発生し、地上の構造物に被害を及ぼすケースが希ではなく、その安全性照査や地盤変形量の定量的な評価への対応がより重要になってくると考えられる。このような事例は、いずれも地下水位の低下に伴う地盤の有効応力の変化が要因となって生じるものである。地下水位が変化する上記のような問題は不飽和問題であり、地盤は土、水、空気の三相から構成されることになる。しかしながら、不飽和問題に関しては未解明な部分が多く、解析手法としても現状は土、水の二相系の連成解析手法^{1), 2), 3)}が一般的であり、三相系の連成解析手法への展開が望まれるところである。

また、近年注目を集めているメタンハイドレート資源開発においては、メタンガス生産に伴い不飽和問題が生じるとともに、さらに、メタンハイドレートから

メタンガスへの相変移の問題⁴⁾が生じ、今後、これらの課題への取り組みが必要となってくる。

土粒子間が水で満たされた飽和土のモデルは、Biot⁵⁾の混合体理論に基づいて二相混合体として定式化されてきた。二相混合体理論に基づく定式化では Terzaghi の有効応力の原理が広く用いられているが、この原理は土粒子と間隙水が非圧縮性のときに厳密に成立し、土骨格に対する土粒子および間隙水の圧縮率が非常に小さい土に対して有効である⁶⁾。しかし、不飽和地盤を定式化する際には、間隙空気圧を考慮する必要があり、このとき Terzaghi の有効応力の原理は成り立たなくなる。不飽和地盤の有効応力について、Bishop⁷⁾は以下のように定義した。

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + \chi(u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (1)$$

ここで、 σ_{ij} は全応力テンソル、 u_a は間隙空気圧、 u_w は間隙水圧、 δ_{ij} はクロネッカのデルタを表す。 χ は Bishop

のパラメータであり、飽和度が1の時は $\chi=1$ 、飽和度が0の時は $\chi=0$ となり、飽和度が1の時は式(1)はTerzaghiの有効応力式に帰着する。式(1)の第一項 $(\sigma_{ij}-u_a\delta_{ij})$ は基底応力と呼ばれ、第二項 $\chi(u_a-u_w)\delta_{ij}$ は毛管力による応力(サクシオン)を表す項である。Bishopらは、種々の土に対して飽和度とパラメータ χ の関係を明らかにしている。また、軽部ら⁸⁾は、間隙水が、間隙を占める水であるバルク水と、土粒子の接触点の周りに形成されるメニスカスに保持される水であるメニスカス水から成るとし、それぞれの水におけるサクシオンによる応力を定義し、それらの応力と式(1)の χ の関係を明らかにしている。しかし、Bishopの定義した式(1)は、浸水時におけるコラプス現象が表現できないことが指摘されている。式(1)によると、浸透によるサクシオンの減少に伴って有効応力が減少し、体積が膨張するとされている。しかしコラプス性の土では浸水時のサクシオンの解放により体積圧縮を示すことがあるため、式(1)はこの現象を説明することができない。

このように、性質の異なる基底応力とサクシオンを式(1)のように一つの式とするのは適当ではないとして、有効応力を定義する代わりに、基底応力とサクシオンを独立の応力変数として取り扱う考えも提案されている⁹⁾。しかし、応力変数として基底応力を用いることは、間隙空気が基準圧力として一定である場合には意味を持つが、非排気状態においては間隙空気圧が変化するため基底応力は独立変数とならない。そのため、岡¹⁰⁾は、不飽和土に対しても、非排気条件など、間隙空気の圧縮性が無視できない場合には混合体理論に基づいて定式化を行うのが合理的であるとしている。

そこで、本研究では、混合体理論に基づき、間隙水、間隙空気をそれぞれ一つの流体とみなして、固相、液相、気相からなる不飽和地盤のモデル化を行った。各相のつり合い式、液相および気相の連続式に基づき、支配方程式の定式化を行い、さらに、有限要素法を用いた数値解析手法への展開を図り、浸透-変形連成問題への適用を行った。

なお、支配方程式の定式化に際して以下の仮定を用いるものとした。

1. 液相と気相の直接的な相互作用は考慮しない。
2. 変形は準静的であるものとし、加速度項は考慮しない。
3. 温度変化は考慮しない。

§ 2. 多相系地盤材料における体積含有率の概念

まず初めに、多相系地盤材料を扱う際のいくつかの

諸量について、混合体理論の考え方の一つである多孔質媒体理論に基づいて定義する。多孔質媒体理論においては、各相が空間的に混じり合わない混合体と仮定されており、全体の系 ψ は、互いに相互作用を及ぼしあう連続体 ψ^α の重ねあわせで表すことができる。

$$\psi = \sum_{\alpha} \psi^{\alpha} \quad (\alpha = S, W, G) \quad (2)$$

ここで、 S は固相、 W は液相、 G は気相を表す。同様に、系全体の体積 V および、間隙の体積 V^v は各相の体積 V^α を用いて以下のように表される。

$$\begin{aligned} V &= \sum_{\alpha} V^{\alpha}, & V^v &= \sum_{\beta} V^{\beta} \\ (\alpha &= S, W, G & \beta &= W, G) \end{aligned} \quad (3)$$

さらに、各相の体積含有率 n^α は系全体の体積 V と、各相の体積 V^α との比で定義され、各相の体積含有率の間には以下の関係式が存在する。

$$\begin{aligned} n^\alpha &= \frac{V^\alpha}{V}, & \sum_{\alpha} n^\alpha &= 1, & n &= \sum_{\beta} n^\beta \\ (\alpha &= S, W, G & \beta &= W, G) \end{aligned} \quad (4)$$

式中の n は物体中の間隙率(固相以外の部分)を表す。

次に間隙中の β 相の飽和度 s^β について考える。飽和度 s^β について、次のような関係が成り立つ。

$$s^\beta = \frac{V^\beta}{V^v}, \quad \sum_{\beta} s^\beta = 1 \quad (\beta = W, G) \quad (5)$$

また、液相の飽和度は $s^W=s$ で表せるものとし、以後、単に飽和度という場合は s^W のことを指すものとする。

さらに間隙中の β 相において、次のような関係が成り立つ。

$$n^\beta = \frac{V^\beta}{V} = ns^\beta \quad (\beta = W, G) \quad (6)$$

各相の物質の質量を M^α とすると、各相の物質の密度 ρ^α および混合体全体の密度 ρ は、以下のように表せる。

$$\rho^\alpha = \frac{M^\alpha}{V^\alpha}, \quad \rho = \sum_{\alpha} \rho^\alpha \quad (\alpha = S, W, G) \quad (7)$$

§ 3. 分応力と骨格応力

各相について線形運動量保存則を考慮するため、それぞれの相に働く応力テンソル σ_{ij}^α について考える。各相に働く応力テンソルを分応力テンソルと定義し、さらに全応力テンソル σ_{ij} は各分応力テンソルの総和で表

されると仮定し、以下のように定義する。

$$\sigma_{ij} = \sum_{\alpha} \sigma_{ij}^{\alpha} \quad (\alpha = S, W, G) \quad (8)$$

また、間隙流体に伝わるせん断応力は非常に小さく無視できると仮定し、各分応力テンソルを以下のように定義する。

$$\text{固相: } \sigma_{ij}^S = \sigma'_{ij} + n^S P^F \delta_{ij} \quad (9)$$

$$\text{液相: } \sigma_{ij}^W = n^W P^W \delta_{ij} \quad (10)$$

$$\text{気相: } \sigma_{ij}^G = n^G P^G \delta_{ij} \quad (11)$$

$$P^F = s^W P^W + s^G P^G \quad (12)$$

ここで、 P^F は間隙流体の平均圧力であり、平均間隙圧と呼ぶ。また、 σ'_{ij} は式(9)~式(12)を用いて次のように書くことができる。

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - P^F \delta_{ij} \quad (13)$$

すなわち、 σ'_{ij} は全応力から平均間隙圧を差し引いたもので、平均化骨格応力(以下、骨格応力)と呼ばれるものである。骨格応力はサクションによって変化し、飽和度が1.0の時は、式(12)から平均間隙圧が間隙水圧と等しくなり、Terzaghiの有効応力の原理と同等となる。本研究では、この骨格応力を応力変数として用いる。

§ 4. 支配方程式の定式化

4.1 つりあい式

各相における運動量保存則を足し合わせることで相全体のつりあい式を求め、そのつりあい式を増分型境界値問題として定式化する。まず初めに、各成分に対してモーメントのつり合いが成り立つと仮定すると、各相における運動量保存則は以下で表される。

$$n^{\alpha} \rho^{\alpha} \dot{v}_i^{\alpha} = \sigma_{ji,j}^{\alpha} + \rho^{\alpha} n^{\alpha} \bar{F}_i - \tilde{P}_i^{\alpha} \quad (\alpha = S, W, G) \quad (14)$$

ここで、 v_i^{α} は α 相の速度ベクトル、 \bar{F}_i は物体力を表す。また、 \tilde{P}_i^{α} は α 相と他の相に対する相対運動に伴うエネルギー消散を表す項で、次のように表される。

$$\tilde{P}_i^{\alpha} = \sum_{\gamma} D^{\alpha\gamma} \dot{w}_i^{\alpha\gamma} \quad (\gamma: \alpha \text{ 相以外の相}) \quad (15)$$

式中の $\dot{w}_i^{\alpha\gamma}$ は α の γ に対する平均的な相対速度ベクトル

を表し、 $D^{\alpha\gamma}$ は α の γ との相互作用を表すパラメータで $D^{\alpha\alpha} = D^{\alpha\alpha}$ が成り立つものとする。

次に、式(14)を式(9)~式(11)を用いて各相に対して書き下すと以下のようになる。

$$\text{固相: } n^S \rho^S \dot{v}_i^S = \sigma'_{ij,j} + (n^S P^F \delta_{ij})_{,j} + \rho^S n^S \bar{F}_i - D^{SW} \dot{w}_i^{SW} - D^{SG} \dot{w}_i^{SG} \quad (16)$$

$$\text{液相: } n^W \rho^W \dot{v}_i^W = (n^W P^W \delta_{ij})_{,j} + \rho^W n^W \bar{F}_i - D^{WS} \dot{w}_i^{WS} - D^{WG} \dot{w}_i^{WG} \quad (17)$$

$$\text{気相: } n^G \rho^G \dot{v}_i^G = (n^G P^G \delta_{ij})_{,j} + \rho^G n^G \bar{F}_i - D^{GS} \dot{w}_i^{GS} - D^{GW} \dot{w}_i^{GW} \quad (18)$$

式中の固相と液相、固相と気相の相互作用を表すパラメータ D^{WS} 、 D^{GS} は液相の透水係数 k^W 、気相の透気係数 k^G 、液相・気相の体積含有率 n^{β} ($\beta=W,G$)、および重力加速度 g を用いて次のように定義されるものとする。

$$D^{WS} = \frac{n^W \rho^W g}{k^W}, \quad D^{GS} = \frac{n^G \rho^G g}{k^G} \quad (19)$$

また、 \dot{w}_i^{WS} および \dot{w}_i^{GS} は次のように表される

$$\dot{w}_i^{WS} = n^W (v_i^W - v_i^S), \quad \dot{w}_i^{GS} = n^G (v_i^G - v_i^S) \quad (20)$$

液相と気相の直接的な相互作用は考慮しない(仮定1)ので、ここでは $D^{WG} = D^{GW} = 0$ とする。ただし、上式中の透水・透気係数を飽和度の関数とすることにより、液相と気相は固相を通して間接的に影響を及ぼすものとする。仮定1および変形は準静的($\dot{v}_i^{\alpha} = 0$)であるという仮定2より、各相の運動量保存則は以下のように書き直せる。

$$\text{固相: } 0 = \sigma'_{ji,j} + (n^S P^F \delta_{ji})_{,j} + \rho^S n^S \bar{F}_i - \frac{(n^W)^2 \rho^W g}{k^W} (v_i^S - v_i^W) - \frac{(n^G)^2 \rho^G g}{k^G} (v_i^S - v_i^G) \quad (21)$$

$$\text{液相: } 0 = (n^W P^W \delta_{ji})_{,j} + \rho^W n^W \bar{F}_i - \frac{(n^W)^2 \rho^W g}{k^W} (v_i^W - v_i^S) \quad (22)$$

$$\text{気相: } 0 = (n^G P^G \delta_{ji})_{,j} + \rho^G n^G \bar{F}_i - \frac{(n^G)^2 \rho^G g}{k^G} (v_i^G - v_i^S) \quad (23)$$

次に液相および気相の運動量保存則(式(22)、式(23))からダルシー則に相当する関係式を導く。式(22)と式(23)をまとめて書くと、次のように書ける。

$$0 = (n^\beta P^\beta \delta_{ji})_{,j} + \rho^\beta n^\beta \bar{F}_i - \frac{(n^\beta)^2 \rho^\beta g}{k^\beta} (v_i^\beta - v_i^S) \quad (24)$$

$$(\beta = W, G)$$

ここで、各相の体積含有率および密度の空間勾配は非常に小さいものとし、次のように近似する。

$$(n^\alpha)_{,i} \cong 0, \quad (\rho^\alpha)_{,i} \cong 0 \quad (\alpha = S, W, G) \quad (25)$$

本研究では増分型の支配方程式を解くため、ここで近似は、あるステップにおける体積含有率および密度の空間勾配が解を求める際に影響を与えないというものであって、得られる解において空間勾配がないというものではない。

式(24)右辺第一項に対して式(25)を用いて、式(24)を整理すると以下ようになる。

$$\dot{w}_i^{\beta S} = n^\beta (v_i^\beta - v_i^S) = \frac{k^\beta}{\rho^\beta g} \{ (P^\beta \delta_{ji})_{,j} + \rho^\beta \bar{F}_i \} \quad (26)$$

$$(\beta = W, G)$$

β 相の S 相に対する平均的な相対速度を V_i^β と置きなおすと、間隙流体の見かけの速度は次のように表せる。

$$V_i^\beta = \dot{w}_i^{\beta S} = \frac{k^\beta}{\rho^\beta g} \{ (P^\beta \delta_{ji})_{,j} + \rho^\beta \bar{F}_i \} \quad (27)$$

$$(\beta = W, G)$$

上式が液相および気相におけるダルシー則に相当する関係式である。ここで、気相のダルシー型の相互作用関係式において、気体は密度が小さく軽いことから物体力の影響は小さいと考えられる。したがって、液相および気相のダルシー則に相当する関係式は以下のように表される。

$$V_i^W = \frac{k^W}{\rho^W g} \{ (P^W \delta_{ji})_{,j} + \rho^W \bar{F}_i \} \quad (28)$$

$$V_i^G = \frac{k^G}{\rho^G g} (P^G \delta_{ji})_{,j} \quad (29)$$

各相の運動量保存則(式(21)～式(23))を足し合わせると、以下ようになる。

$$0 = \sigma'_{ji,i} + (n^S P^S \delta_{ji})_{,j} + \rho^S n^S \bar{F}_i + (n^W P^W \delta_{ji})_{,j} + \rho^W n^W \bar{F}_i + (n^G P^G \delta_{ji})_{,j} + \rho^G n^G \bar{F}_i$$

$$= \sigma'_{ji,i} + (P^S \delta_{ji})_{,j} + (\rho^S n^S + \rho^W n^W + \rho^G n^G) \bar{F}_i \quad (30)$$

上式の第一項および第二項に対して式(13)を用い、さらに上式右辺第三項を、新たに、

$$\rho^E = \sum_\alpha \rho^\alpha n^\alpha \quad (\alpha = S, W, G) \quad (31)$$

と置きなおすことで、以下のつりあい式が得られる。

$$\sigma_{ji,j} + \rho^E \bar{F}_i = 0 \quad (32)$$

今、領域 V 、境界 S を有する任意の物体に対して、上式を増分型境界値問題として定式化すると、次のようになる。

$$\frac{D}{Dt} \int_V (\sigma_{ji,j} + \rho^E \bar{F}_i) dV = 0 \quad (33)$$

さらに、Gaussの発散定理とCauchyの応力公式を用いると、以下ようになる。

$$\frac{D}{Dt} \int_S t_i dS + \frac{D}{Dt} \int_V \rho^E \bar{F}_i dV = 0 \quad (34)$$

ここで、 $t_i = t_i \sigma_{ji} n_j$ を満たす表面力ベクトル、 n_j は境界 dS に対する法線ベクトルである。なお、境界 S は時刻 $t = t + \Delta t$ における境界を表す。

Cauchyの応力公式から、表面力ベクトル t_i と応力テンソル T_{ij} の関係は次のように表される。

$$t_i = T_{ji} n_j \quad (35)$$

式(35)を式(34)に代入すると、

$$\frac{D}{Dt} \int_S T_{ji} n_j ds + \frac{D}{Dt} \int_V \rho^E \bar{F}_i dV = 0 \quad (36)$$

以上より、増分型境界値問題におけるつりあい式の局所形は次のように書ける。

$$\dot{T}_{ji,j} + \dot{\rho}^E \bar{F}_i = 0 \quad (37)$$

4.2 液相および気相の連続式

各相の質量保存則は以下のように表せる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (n^\alpha \rho^\alpha) + (n^\alpha \rho^\alpha v_i^\alpha)_{,i} = 0 \quad (\alpha = S, W, G) \quad (38)$$

上式を各相に対して書き下して整理すると、以下のようになる。

$$\text{固相: } \dot{n}^S \rho^S + n^S \dot{\rho}^S + (n^S)_{,i} \rho^S v_i^S + n^S (\rho^S)_{,i} v_i^S + n^S \rho^S v_{i,i}^S = 0 \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \text{液相: } \dot{n}^W \rho^W + n^W \dot{\rho}^W + (n^W)_{,i} \rho^W v_i^W \\ + n^W (\rho^W)_{,i} v_i^W + n^W \rho^W v_{i,i}^W = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \text{気相: } \dot{n}^G \rho^G + n^G \dot{\rho}^G + (n^G)_{,i} \rho^G v_i^G \\ + n^G (\rho^G)_{,i} v_i^G + n^G \rho^G v_{i,i}^G = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

次に、式(25)で示したように、各相の体積含有率および密度の空間勾配は小さいものとし、また、固相の土粒子および液相の水は非圧縮 ($\dot{\rho}^S = 0$, $\dot{\rho}^W = 0$) と仮定すると、各相の質量保存則は次のようになる。

$$\text{固相: } -\dot{n} \rho^S + (1-n) \rho^S v_{i,i}^S = 0 \quad (42)$$

$$\text{液相: } \dot{n} s \rho^W + n s \dot{\rho}^W + n s \rho^W v_{i,i}^W = 0 \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \text{気相: } \dot{n}(1-s) \rho^G - n s \dot{\rho}^G + n(1-s) \dot{\rho}^G \\ + n(1-s) \rho^G v_{i,i}^G = 0 \end{aligned} \quad (44)$$

上式で示した固相および液相の質量保存則(式(42), 式(43))を用いて、液相の連続式を導く。

式(42)の両辺に $s(\rho^W/\rho^S)$ を乗ずると、次式のようになる。

$$-\dot{n} s \rho^W + (1-n) s \rho^W v_{i,i}^S = 0 \quad (45)$$

上式と液相の質量保存則(式(43))の両辺を足し合わせ、両辺を ρ^W で除すと以下のように変形できる。

$$n s + s v_{i,i}^S + n s (v_i^W - v_i^S)_{,i} = 0 \quad (46)$$

また、各相のストレッチングテンソル D_{ij}^α は各相の速度ベクトル v_i^α を用いて以下のように定義する。

$$D_{ij}^\alpha = \frac{1}{2} (v_{i,j}^\alpha + v_{j,i}^\alpha) \quad (\alpha = S, W, G) \quad (47)$$

ただし、ひずみは引張りを正とする。この関係式を用いると、式(46)第二項の $v_{i,i}^S$ は次のように書き換えられる。

$$v_{i,i}^S = D_{ii}^S = D_{ii} \quad (48)$$

式(48)を式(46)に代入し、また、式(46)の左辺第三項に対しては、体積含有率の空間勾配の近似式(式(25))を考慮し、式(27)で表される液相の見かけの速度を用いて書き換えると、以下に示す液相の連続式が得られる。

$$s D_{ii} + \dot{s} n = -V_{i,i}^W \quad (49)$$

次に固相および気相の質量保存則(式(42), 式(44))を用いて気相の連続式を導く。

式(42)の両辺に $(1-s)(\rho^G/\rho^S)$ を乗ずると、次のようになる。

$$-\dot{n}(1-s) \rho^G + (1-n)(1-s) \rho^G v_{i,i}^S = 0 \quad (50)$$

上式と気相の質量保存則(式(44))の両辺を足し合わせ、両辺を ρ^G で除すと以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} -\dot{n} s + n(1-s) \frac{\dot{\rho}^G}{\rho^G} + (1-s) v_{i,i}^S \\ + n(1-s) (v_i^G - v_i^S)_{,i} = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

液相の連続式と同様に、式(48)を式(51)に代入し、また、式(51)の左辺第四項に対しては、式(27)で表される気相の見かけの速度を用いて書き換えると、以下に示す気相の連続式が得られる。

$$(1-s) D_{ii} - \dot{s} n + (1-s) n \frac{\dot{\rho}^G}{\rho^G} = -V_{i,i}^G \quad (52)$$

以上をまとめると、導かれた液相および気相の連続式は次のように書ける。

$$\text{液相: } s D_{ii} + \dot{s} n = -V_{i,i}^W \quad (53)$$

$$\text{気相: } (1-s) D_{ii} - \dot{s} n + (1-s) n \frac{\dot{\rho}^G}{\rho^G} = -V_{i,i}^G \quad (54)$$

4.3 擬似三相系手法による考え方

上述したように、三相混合体理論に基づく支配方程式は、式(37)、式(53)および式(54)で表される。しかし、通常地盤工学の問題では、間隙空気圧は常に大気圧に等しいと考えても差し支えない場合も多い。このような仮定が成り立つとした場合、気相の連続式は次のように考えることができる。

今、気体を弾性体と仮定し、気相の構成則を気体の体積弾性係数 K^G を用いて以下のように定義する。

$$P^G = K^G \varepsilon_v^G \quad (55)$$

温度変化を無視すれば、気体自体の質量 $\rho^G V^G$ の時間変化は 0 であるので、次式が成り立つ。

$$\frac{D(\rho^G V^G)}{Dt} = 0 \quad (56)$$

上式と式(55)から、次式が得られる。

$$\frac{\dot{\rho}^G}{\rho^G} = \frac{\dot{P}^G}{K^G} \quad (57)$$

上式を気相の連続式(54)に代入し整理すると以下のようになる。

$$K^G \{V_{i,i}^G + (1-s)D_{ii} - sn\} + (1-s)n\dot{P}^G = 0 \quad (58)$$

ここで、気体は高い圧縮性を有すると仮定し、 $K^G \cong 0$ とすると、式(58)から $\dot{P}^G = 0$ となる。また、大気圧を基準圧とし、初期状態において地盤内の空気は常に大気と接しているとする、空気圧は $P^G = 0$ となる。これらのことから、気体を高い圧縮性を有する流体であると仮定すると、気相の連続式は自動的に満たされているとすることができる。したがって、このようなモデル化(擬似三相系手法と呼ぶ)の場合、実質上、支配方程式として式(37)および式(53)を考慮すればよいことになる。

§ 5. 数値解析手法への適用

上記の考え方に基づいて、有限要素法による数値解析手法への展開を図り、浸透-変形連成問題への適用を行った。

5.1 解析条件

ここでは、図-1に示すような地盤の円孔掘削問題を取り上げる。天端からの土被り 13.2m、直径 6.2m の円形部分の地盤が掘削される場合を想定する。

図-2に解析に用いた有限要素メッシュ図を示す。解析モデルとしては、対称性を考慮して、円孔中心位置を対称面とする 1/2 モデルとした。また、解析に際しては平面ひずみ条件を仮定した。

荷重条件としては、円孔部分の地盤要素を 100 日間で掘削するものとし、掘削要素の掘削解放力を線形的に増加させた。ただし、簡単のため、円孔部分の掘削要素の剛性は最初の解析ステップですべて削除されるものとした。解析手順としては、まず、掘削前の地盤に対して定常浸透状態での自重解析を実施し、地盤の初期応力と初期間隙水圧を算定し、次に、これを初期条件として地盤の掘削解析を行った。

境界条件としては、底面を水平方向固定・鉛直方向固定、側面を水平方向固定・鉛直方向自由とし、排水条件としては、初期地下水位は地表面にあるとして、解析モデル右側側の節点の水圧を静水圧境界とした。

なお、本解析においては、間隙空気圧は常に大気圧に等しいとしても差し支えないと考えられることから、前述の擬似三相系手法により解析を行った。

解析に用いた地盤物性パラメータは表-1に示すとおりである。シルト質地盤を想定し、シルトの標準的

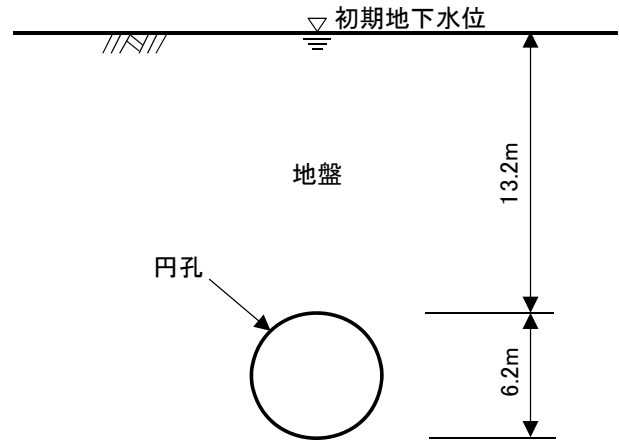
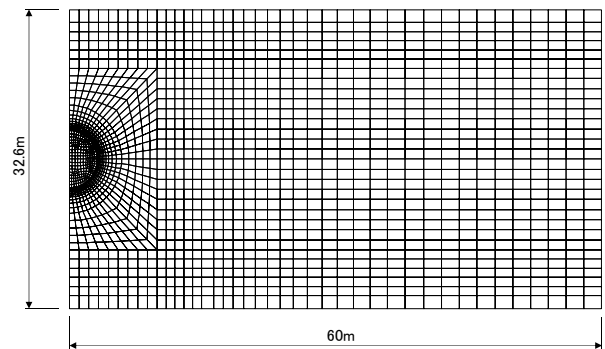
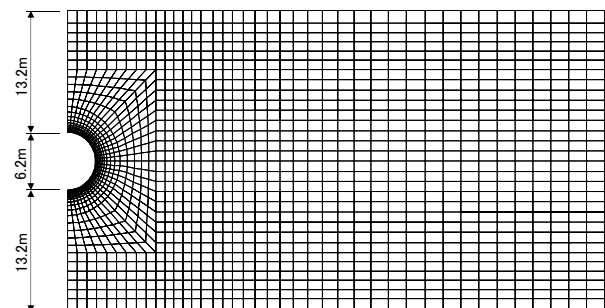


図-1 解析対象



(1) 初期状態(掘削前)



(2) 掘削後

図-2 解析に用いた有限要素メッシュ図

な値⁹⁾を設定した。土骨格は弾性体と仮定した。また、不飽和土中のサクシオンは、飽和度(含水量)に大きく依存していることがよく知られており、サクシオンと飽和度の関係は、水分特性曲線を用いて表現される。本解析においては、水分特性曲線のモデル化に際して比較的汎用性が高いとされている以下の van Genuchten 式を用いることとする。

$$S_{re} = \{1 + (\alpha P^c)^n\}^{-m} \quad (59)$$

$$m = 1 - \frac{1}{n}$$

表一 地盤物性パラメータ

弾性係数 E (kN/m ²)	5000
ポアソン比 ν	0.333
水中単位体積重量 γ' (kN/m ³)	9.0
透水係数 k (m/day)	6.0×10^{-2}
初期間隙率 n_0	0.5
初期飽和度 S_r	1.0
van Genuchten パラメータ α (1/m)	1.60
van Genuchten パラメータ m	0.27
van Genuchten パラメータ ξ	0.5
最小飽和度 S_{rmin}	0.2

ここで、 α 、 n 、 m は水分特性に関する材料パラメータ、 P^c はサクションを表す。また、 S_{re} は有効飽和度と呼ばれるもので、実際の飽和度 S_r を用いて以下のように表される。

$$S_{re} = \frac{S_r - S_{rmin}}{S_{rmax} - S_{rmin}} \quad (60)$$

ここで、 S_{rmin} は最小飽和度、 S_{rmax} は最大飽和度を表す。

また、土中の飽和度が変化すると地盤の透水係数も変化するが、その際の不飽和透水係数についても以下の van Genuchten 式を用いる。

$$k = k_{sat} S_{re}^{\xi} \left\{ 1 - \left(1 - S_{re}^{1/m} \right)^m \right\}^2 \quad (61)$$

ここで、 k は不飽和透水係数、 k_{sat} は飽和時の透水係数、 ξ は材料パラメータを表す。

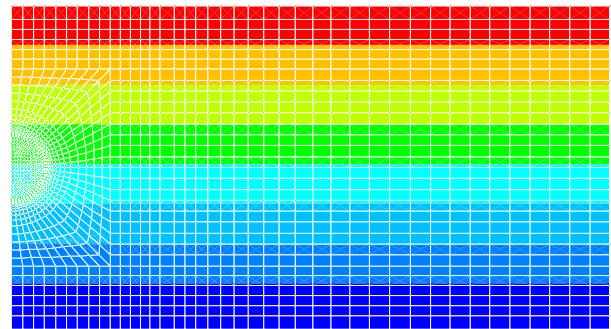
5.2 解析結果

図一 3 に地盤内の間隙水圧 (水頭表示) のコンター図を示す。図中黒色で示した部分が不飽和領域を表している。掘削前の初期状態においては、地盤内の間隙水圧は均一な静水圧分布を示しているが、掘削の進行に伴って、円孔直上の地表面付近を中心に次第に不飽和領域が拡大している。掘削完了時においては、円孔上部への不飽和領域の進展と円孔周辺地盤の間隙水圧の低下が確認できる。

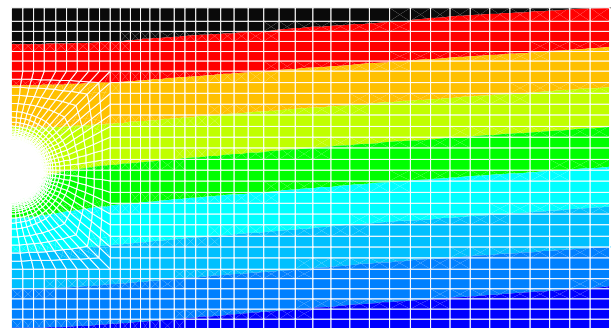
図一 4 に地盤内の変位のコンター図を示す。掘削の進行に伴って、円孔の頂部ならびに底部近傍の地盤の変位が次第に増加していく様子が確認できる。

図一 5 に地表面における沈下量の水平方向分布を示す。地表面沈下量は円孔中心位置で最も大きく、中心から離れるにつれて次第に小さくなっている。掘削の

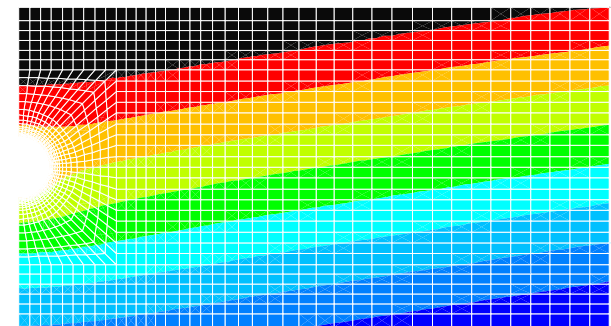
進行に伴って、地表面沈下量も次第に大きくなるが、沈下量の水平方向分布性状は同様と言える。



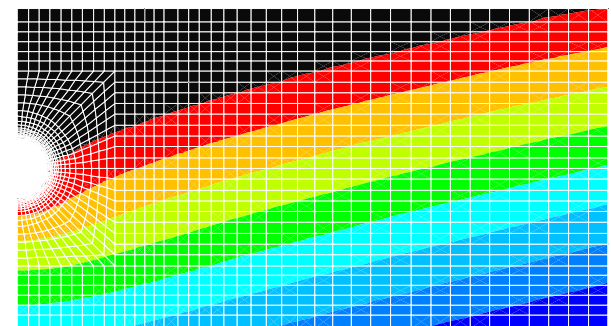
(1) 初期状態 (掘削前)



(2) 掘削開始 30 日後



(3) 掘削開始 60 日後

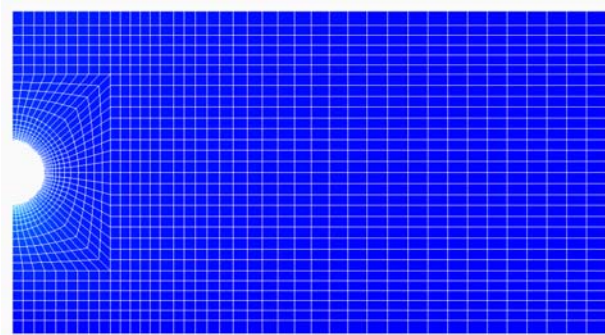


(4) 掘削開始 100 日後 (掘削完了時)

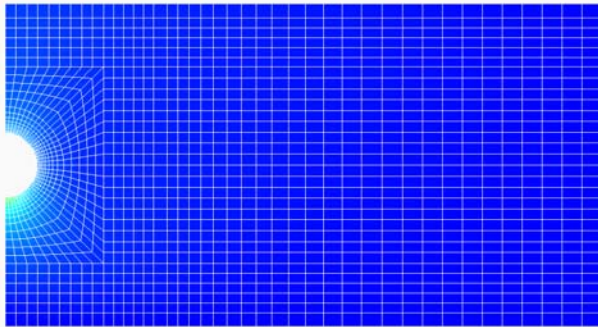
32 28 24 20 16 12 8 4 0 (m)

黒色部分が不飽和領域を表す。

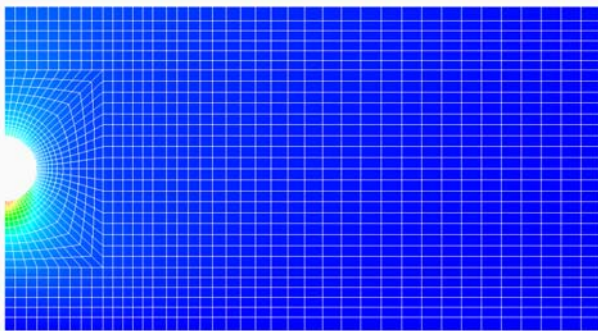
図一 3 地盤内の間隙水圧コンター図 (水頭表示)



(1) 掘削開始 30 日後



(2) 掘削開始 60 日後



(3) 掘削開始 100 日後(掘削完了時)



図-4 地盤内の変位コンター図

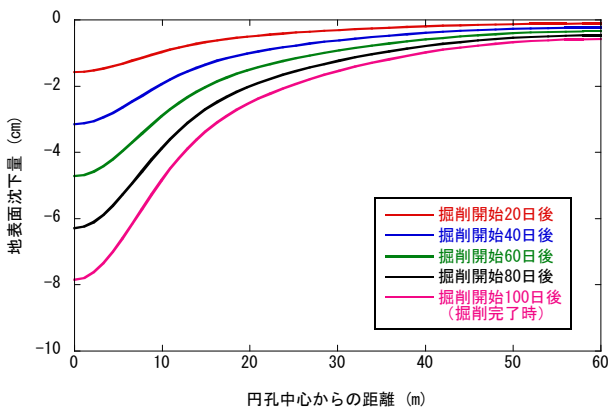


図-5 地表面沈下量の水平方向分布

§ 6. おわりに

土骨格、間隙水、間隙空気から成る三相混合体理論に基づき、不飽和地盤のモデル化を行った。また、地盤の円孔掘削を例とした掘削問題を取り上げ、提案した手法を用いて有限要素法による浸透-変形連成解析を実施した。その結果、掘削に伴う不飽和領域の拡大や地盤変形の進展状況を解析によって評価できることが確認された。このような三相混合体理論に基づく解析手法を用いた事例は極めて少なく、地盤変形のより精度の高い評価に有効であると考えられる。

今後は、本解析手法を実現場のデータに適用して、構造物の安全性照査や地盤変形量の定量的な評価等の検討に役立てていきたい。また、今後、本解析手法を相変移も考慮できるように発展させることによって、前述したメタンハイドレート生産に伴う地盤挙動を評価可能な解析手法へのさらなる展開を図っていきたいと考えている。

謝辞

本研究を行うに際しては、京都大学岡二三生教授ならびに木元小百合准教授にご指導・ご助言を頂いた。ここに記して謝意を表します。

<参考文献>

- 1) Ogisako, E. , Nishizaki, S. , Dewa, K. and Saito, I. : “CONSOLIDATION ANALYSIS BASED ON ELASTO-VISCOPLASTICITY BY FINITE ELEMENT METHOD” , Proc. 9th Southeast Asian Geot. Conf , Vol.1, pp.4-53-4-64, 1987.
- 2) 荻迫栄治, 奥野哲夫, 河辺衛: “地盤の3次元応力～浸透連成解析システムの開発”, 清水建設研究報告, 第67号, pp.29~36, 1998.
- 3) 奥野哲夫, 荻迫栄治, 河辺衛: “地盤の3次元応力～浸透連成解析による矩形盛土解析に関する一考察”, 土木学会第53回年次学術講演会講演概要集III-A, pp 506~507, 1998.
- 4) 浅野哲哉, 八久保晶弘, 荻迫栄治, 西尾伸也, 安部透, 庄子仁: “ガスハイドロートの解離に伴う土の圧密沈下”, 第41回地盤工学研究発表会発表講演集, 178, pp.355~356, 2006.
- 5) Biot, M. A. : “Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range” , J. Acoustic Society of America, 28, No.2, pp.168~178, 1956.
- 6) 岡二三生: “2相混合体理論からみた有効応力の定義について” , 土木学会論文集, No.299, pp.59~64, 1980.
- 7) Bishop, A. W. : “The measurement of pore pressure in the triaxial test” , Proc. Conf. Pore Pressure and Suction in Soils, Butterworths, London, pp.38~46, 1960.
- 8) 軽部大蔵, 加藤正司, 浜田耕一, 本田道識: “不飽和土の間隙水の状態と土塊の力学的挙動の関係について” , 土木学会論文集, No 535/III-34, pp.83~91, 1996.
- 9) 地盤工学会編: “不飽和地盤の挙動と評価”, 丸善, 2004.
- 10) 岡二三生: “土における有効応力の原理” , 土と基礎, 36, No.6, pp.11~17, 1988.

