

# サブグリッド法を適用した FDTD 法による音響解析

朝倉 巧  
(技術研究所)

## Numerical analysis for acoustics by subgridding-FDTD method

by Takumi Asakura

### Abstract

FDTD (Finite-difference time-domain) method has been widely used for numerical analysis of sound wave propagation. In order to model the sound field having complex-shaped boundaries accurately by FDTD, usage of meshes with smaller size is necessary and it increases required memory and computational time. In order to decrease these computational costs, a subgridding scheme was applied. Sound field near the boundaries with detailed shape was discretized by subgrids with finer meshes, and the other fields were discretized by coarser meshes. In this study, numerical method of the subgridding scheme was described and the applicability of the method was discussed through numerical case studies for architectural acoustics. As a result, it has been indicated that necessary computational time and memory can be reduced keeping the computational accuracy almost the same as the situation without using subgridding scheme.

### 概 要

FDTD法(時間領域差分法)は、1966年にK. S. Yeeによって提案された電磁波解析手法であるが、近年、音響分野にも用いられてきている。FDTD法では、複雑な境界形状が存在する音場を精度よくモデル化するには、より小さな寸法のグリッドが必要となり、記憶容量および計算時間が増大する。そこで、複雑な形状を有する境界の近傍については、局所的に小さな寸法のグリッド(サブグリッド)による離散化を行い、その他の音場については、より大きな寸法のグリッドによって離散化することにより、必要なグリッド数を減らし、計算負荷の低減を図ることができる。本手法はサブグリッド法と呼ばれ、電磁解析分野ではいくつかの検討事例があるものの、音響分野への適用事例はいままでみられない。本解析を適用できれば、いままで取り扱えなかったような複雑な境界形状の音場解析を精度よく行うことが可能となる。本検討では、音波の波動方程式を対象としたサブグリッド法の詳細について述べるとともに、建築音響分野を想定したケーススタディを通して、解析手法の適用可能性について検討した。その結果、サブグリッド法を適用すれば、解析精度を保ったまま計算コスト(解析時間および必要記憶容量)を低減できることがわかった。

### § 1. はじめに

FDTD法(時間領域差分法)は、1966年にK. S. Yeeによって提案された解析手法<sup>1)</sup>であり、当初は電磁波解析分野で用いられはじめた波動解析手法であるが、近年では音響解析にも用いられてきている<sup>2)</sup>。この手法は、基礎式である音波の波動方程式を空間および時間領域において差分化し、音波の挙動を時間ステップ毎に計算していく手法であり、音響現象のメカニズムを視覚的に把握できる等メリットがある<sup>3)</sup>。しかし、音場を直交グリッドでモデル化するため、複雑な形状を表現する場合には、その寸法に見合った小さい寸法のグリッドで空間を分割する必要が生じる。グリッドの

寸法が小さくなると、必要な計算機メモリおよび計算時間が増大する。

この課題を解決するために、局所的に存在する複雑な形状の部位近傍のみを小さい寸法のグリッド(以下、サブグリッドと呼ぶ)によって分割し、それ以外の部位については、相対的に大きな寸法のグリッドで分割するサブグリッド法の適用が考えられる。サブグリッド法は電磁波解析分野では、特にアンテナの複雑形状をモデル化するために利用されており<sup>4)</sup>、必要記憶容量と解析時間の計算機負荷を低減できることがわかっている。本手法は音響分野においても適用可能と考えられるが、その適用事例はいままで見られない。

建築音響分野では、例えば室内における、壁面形状

の音場に対する影響など、局所的に複雑な境界形状を有する拡散体等が存在する音場を解析するため、サブグリッドを利用できれば有益である。サブグリッド法が適用できれば、いままで取り扱えなかったような複雑な境界形状の音場解析を精度よく行うことが可能となる。また、実際の建築設計段階におけるケーススタディや音の伝搬に関する可視化等のための計算も、より短時間に行えるようになる。

本稿では、はじめにサブグリッド法を用いた FDTD 解析の音響分野への適用可能性を検討するための解析精度の検証結果について述べる。次に、サブグリッド法による FDTD 解析を適用した検討事例を報告し、その有効性を示す。

## § 2. 解析手法

### 2.1 FDTD 解析の概要

音響現象を記述する波動方程式は空気の粒子に関する運動方程式(Euler の式)と質量保存則を表す連続の式により導かれ、それぞれ以下のように表現される。

$$\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial x} + \rho \frac{\partial u_x(x, y, z, t)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial y} + \rho \frac{\partial u_y(x, y, z, t)}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial z} + \rho \frac{\partial u_z(x, y, z, t)}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial t} + \rho c^2 \left( \frac{\partial u_x(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_y(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial u_z(x, y, z, t)}{\partial z} \right) = 0 \quad (4)$$

ただし、 $p$  は音圧、 $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$  はそれぞれ  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の粒子速度ベクトル、 $\rho$  は空気の密度、そして  $c$  は音速である。式(1)、(2)、(3)について空間微分を施し、式(4)については時間微分を施し、連立して解けば以下に示す一般的な波動方程式が導かれる。

$$\left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

音響解析に FDTD 法を援用するにあたり、上記の Euler の式 (式(1)、(2)、(3)) および連続の式 (式(4)) に対してそれぞれ有限差分近似を施し、離散化方程式を連立させて解く方法、もしくは式(5)で表現される音圧のみに関する波動方程式に対して有限差分近似を施して解く方法の 2通りが考えられる。本検討では、サブグリッド領域(以降 FG-area と呼ぶ)と大きな寸法を有するグリッド領域(以降 CG-area と呼ぶ)の境界において粒子速度の連続性を考慮した解析を行うため、各時間ステップごとの粒子速度と音圧とを直接求めることのできる前者の解法に基づいて解析を行う。

音場解析における差分法の応用事例としては波動方程

式を周波数領域において展開して得られる Helmholtz 方程式に対して陰解法を用いた事例<sup>5)</sup>もあるが、大規模な連立一次方程式を解く必要が生じ、計算機コストの面で現実的ではないため、本検討では波動方程式に対して中心差分近似もしくは高次の差分近似を適用し、時間領域において陽的な解析を行う方法を用いる<sup>2)</sup>。差分法を用いた解析では、音場における音波伝搬の際に、時間ステップの進行に伴って蓄積する位相誤差の影響を無視できない。計算精度を保つためには、対象とする波長に対して十分に細かい空間離散化幅を設定する必要があり、計算機負荷の大きな要因となる。しかし、既出<sup>2)</sup>の高次の差分近似を用いれば、波長に対して比較的大きな空間離散化幅で計算精度を保つことが可能となり、計算機負荷も低減できる。ここでは中心差分近似を用いた離散化方法について示す。関数  $f(x, y)$  に関する偏導関数の中心差分近似は以下のように表される。

$$\frac{\partial f(i+1/2, j, k)}{\partial x} = \frac{f(i+1, j, k) - f(i, j, k)}{\Delta x} \quad (6)$$

この近似式を、前出のオイラーの式および連続の式に適用すると、以下に示す 3 次元の離散化方程式が導かれる。

$$u_x^{n+1} \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right) = u_x^n \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} \left\{ p^{n+1/2}(i+1, j, k) - p^{n+1/2}(i, j, k) \right\} \quad (7)$$

$$u_y^{n+1} \left( i, j + \frac{1}{2}, k \right) = u_y^n \left( i, j + \frac{1}{2}, k \right) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} \left\{ p^{n+1/2}(i, j+1, k) - p^{n+1/2}(i, j, k) \right\} \quad (8)$$

$$u_z^{n+1} \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right) = u_z^n \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta z} \left\{ p^{n+1/2}(i, j, k+1) - p^{n+1/2}(i, j, k) \right\} \quad (9)$$

$$p^{n+1/2}(i, j, k) = p^{n-1/2}(i, j, k) - \rho c^2 \Delta t \left\{ \frac{u_x^n(i+1/2, j, k) - u_x^n(i-1/2, j, k)}{\Delta x} + \frac{u_y^n(i, j+1/2, k) - u_y^n(i, j-1/2, k)}{\Delta y} + \frac{u_z^n(i, j, k+1/2) - u_z^n(i, j, k-1/2)}{\Delta z} \right\} \quad (10)$$

ここで、音圧および粒子速度の右肩字は時間ステップを表す。音圧および粒子速度の定義点の関係を図-1に示す。ここで、音圧  $p$  は、座標  $(i, j, k)$  のグリッド中心点において定義されているのに対して、粒子速度は、 $x$  方向については  $u_x(i+1/2, j, k)$  のように各グリッドの辺上において定義される( $y$ 、 $z$  方向についても同様)。このことから、音圧と粒子速度は常に半グリッドずれた座標において定義されることとなる(スタガード格子)。また、時間領域においても音圧および粒子速度は互い違いの時刻に定義される(リーブフロッグアルゴリズム<sup>6)</sup>)。任意の初期条件と境界条件のもとに、これらの離散化方程式を連立して解くことにより、音場中の各グリッドにおける音圧および粒子速度を求める。

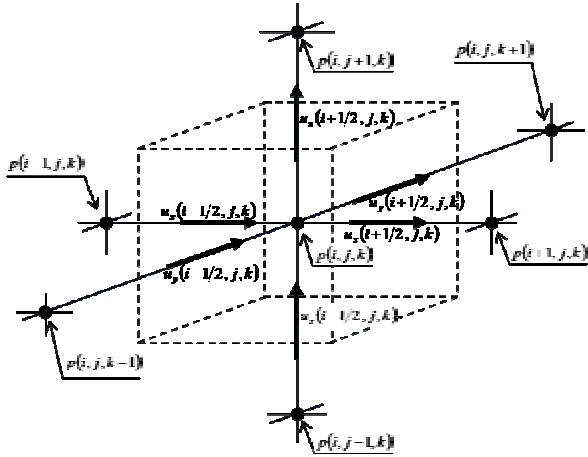


図-1 音圧および粒子速度の定義点の関係

## 2.2 サブグリッド法の詳細

図-2(a)に示すように、音場の一部分のみを微小なサブグリッドによって離散化し、それ以外の領域については比較的大きな寸法のグリッドによって離散化する。これらの境界領域における粒子速度の算出方法に工夫を施すことにより、FG-area と CG-area の間を伝搬する音波を解析することが可能となる。以下にその詳細を述べる。図-2(a)に示すように対象とする散乱体の近傍のみをサブグリッドによって離散化し、3次元音場を対象とした FDTD 解析を行う場合を想定し、その計算方法を示す。サブグリッド境界部位の拡大図を図-2(b)に示すが、この図の中で実線および破線で囲んで示した粒子速度の計算のみ工夫すればよい。はじめに、図-2(b)において、 $u_1$ 、 $u_2$ を下式により求める。右肩字は時間ステップを表す。

$$u_1^{n+1} = u_1^n - (p_2 - p_1)\Delta t / \rho\Delta x_{\text{coarse}} \quad (11)$$

$$u_2^{n+1} = u_2^n - (p_4 - p_3)\Delta t / \rho\Delta x_{\text{coarse}} \quad (12)$$

ここで $\rho$ は空気の密度、 $\Delta t$ は時間離散化幅、 $\Delta x_{\text{coarse}}$ はCG-areaにおける空間離散化幅を表す。なお、本式では、FG-area内の音圧参照点として、図-2(b)中の $p_2$ および $p_4$ を用いている。これは、CG-areaおよびFG-area内部領域では中心差分を用いており、境界上の粒子速度の算出についても同様に中心差分を用いる(差分スキームの一貫性を保つ)ことにより、境界部位における数値的な反射誤差を低減するためである。サブグリッド境界面上の粒子速度の配置を図-2(c)に示す。 $u_{1,1}$ 、 $u_{4,1}$ 、 $u_{1,4}$ 、 $u_{4,4}$ は式(11)、(12)から算出できる。これ以外の粒子速度 $u_{m,n}$ は下式から求める。

$$u_{m,n} = \left(1 - \frac{m-1}{L}\right)\left(1 - \frac{n-1}{L}\right)u_{1,1} + \left(\frac{m-1}{L}\right)\left(1 - \frac{n-1}{L}\right)u_{4,1} \\ + \left(1 - \frac{m-1}{L}\right)\left(\frac{n-1}{L}\right)u_{1,4} + \left(\frac{m-1}{L}\right)\left(\frac{n-1}{L}\right)u_{4,4} \quad (13)$$

ここで $L$ は $\Delta x_{\text{fine}}$ と $\Delta x_{\text{coarse}}$ の比(図-2(c)の場合 $L=3$ )を表す。

上式において各粒子速度に乗ずる係数は、グリッド比に応じて変化させればよい。

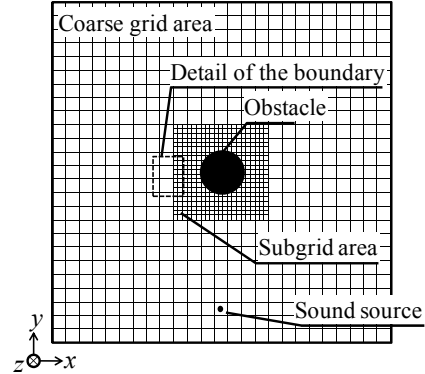
なお、2次元解析の場合には、図-3において破線の楕円で囲んだ2つの粒子速度 $u_3$ 、 $u_4$ のみが未知となる。これらの粒子速度については、既に求めてある $u_3$ 、 $u_4$ の線形補間により下式から求める。

$$u_3 = (1 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2) / 3 \quad (14)$$

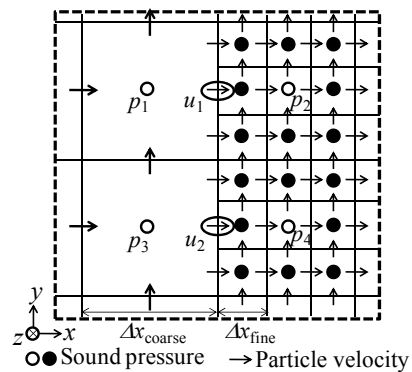
$$u_4 = (2 \cdot u_1 + 1 \cdot u_2) / 3 \quad (15)$$

以上の計算をサブグリッド境界上におけるすべての粒子速度に対して行う。CG-area領域における音圧と粒子速度については2.1に述べた方法で行う。解析全体の流れを図-4のフローチャートに示す順序で逐次時間ステップ毎に行う。

(a) サブグリッド法による散乱体の離散化



(b) 境界部位の拡大図(3次元解析時)



(c) サブグリッド境界における粒子速度定義点の配置

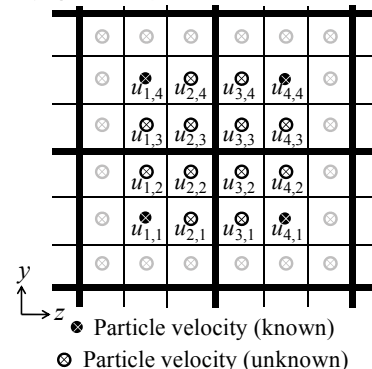


図-2 サブグリッド境界における粒子速度の算出

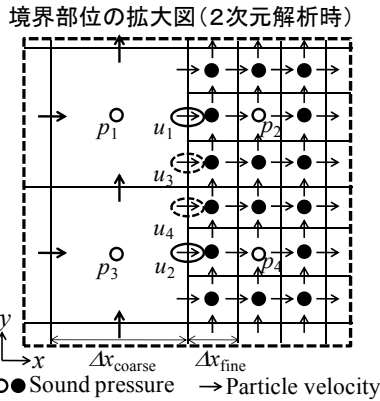


図-3 2次元解析におけるサブグリッド境界

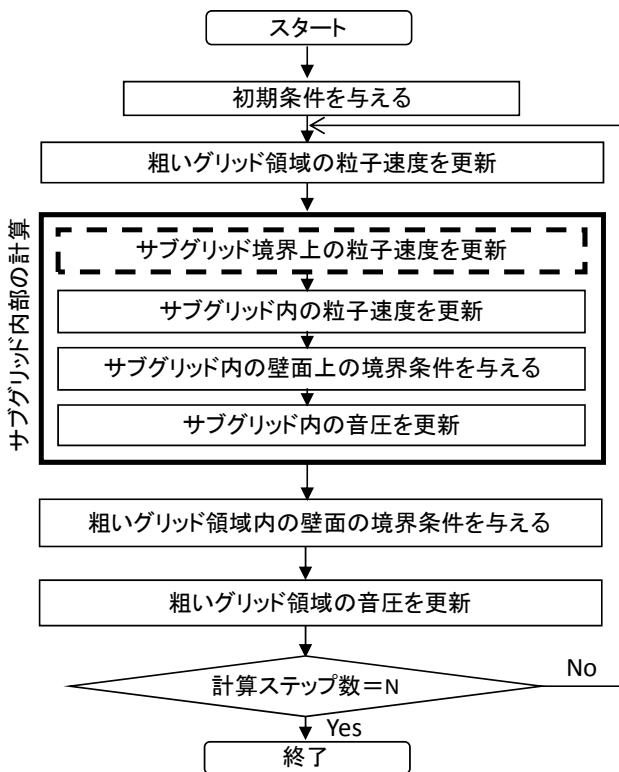


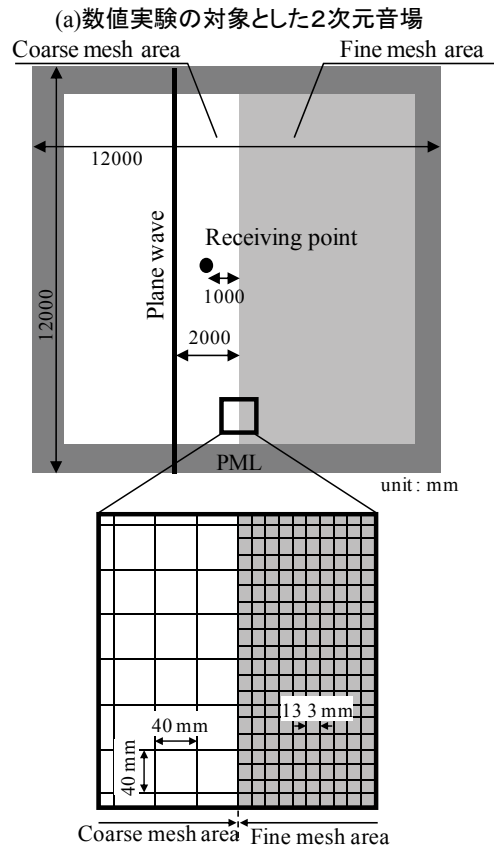
図-4 解析のフローチャート

### § 3. 解析の妥当性に関する検討

本手法を用いた計算では、グリッドの不連続性によって生じる反射波が数値誤差となる可能性がある。この反射波について定量的に把握するため、図-5に示す2次元音場を対象とした数値実験を行った。

音場の右側をサブグリッド領域と設定し(同図に、メッシュ比 3:1 と設定した場合の詳細図を示す)、この領域に平面波を入射させた。図中に示す受音点における過渡応答を求め、入射波および反射波を時間的に分離し、両者のエネルギー比(Reflection error)を算出した。なお、開領域を想定するために、PML(Perfect Matched Layer)<sup>7)</sup>を領域周辺に設けた。

メッシュ比を3:1および9:1として解析した結果を図-6に示す。メッシュ比 3:1 の条件では、100 Hz において-100 dB 程度、1 kHz において-50 dB 程度の反射音が生じている。メッシュ比を 9:1 とした場合も反射特性に大きな変化は見られない結果となった。以上の結果から、2.で述べた計算方法を用いれば、サブグリッド境界において生じる反射誤差は、解析を行う上でほぼ問題のない程度に低減できることがわかった。



(b)サブグリッド境界の詳細図(メッシュ比 3:1)

図-5 解析対象とした2次元音場

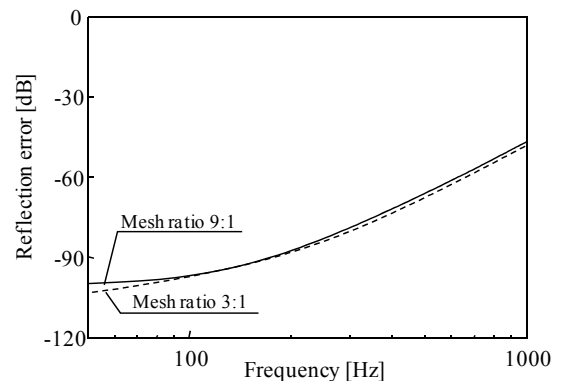


図-6 サブグリッド境界からの反射エネルギー

## § 4. 建築音響への適用事例

建築音響における解析事例として、以下の事項にサブグリッド法を適用した。

- ① 壁面の隙間による音の漏洩の解析
  - ② 室内音場に配置されたリブ列による音響散乱効果の解析
  - ③ 人間の頭部周辺の音の伝わり方の解析
- なお、上記①、②については2次元解析を、③については3次元解析を用いた。

### 4.1 壁面の隙間による音の漏洩の解析

窓サッシにおけるサッシと框の取り合い部や可動式パーティションの周辺壁面との取り合い部に生じる隙間は遮音劣化の大きな要因となる。本節では、壁面に生じた微小な隙間を介した音響透過について調べるため、2次元音場を対象としたFDTD解析を行った。解析対象とした壁面隙間のモデルを図-7に示す。音場中央に幅

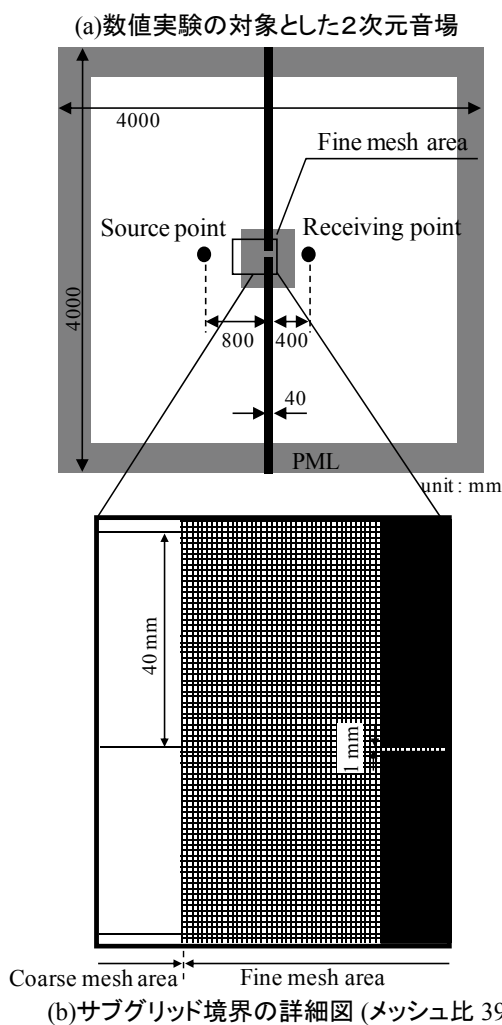


図-7 解析対象とした2次元音場とリブ配置の詳細

40 mmの剛壁を設置し、この中央に幅1 mmの隙間を設けた状況を想定した。隙間近傍の音場のみに対してサブグリッドを適用し、これ以外の領域は大きな寸法のグリッドを用いた。メッシュ比を39:1とし、大きなグリッドの寸法は $\Delta x_{\text{coarse}} : 40 \text{ mm}$ 、 $\Delta y_{\text{coarse}} : 40 \text{ mm}$ 、サブグリッドの寸法は $\Delta x_{\text{fine}} : \text{約} 1 \text{ mm}$ 、 $\Delta y_{\text{fine}} : \text{約} 1 \text{ mm}$ とした。比較のために、図-7と同じ音場について、すべての領域を上記のサブグリッドと同じ寸法の等間隔グリッドによって離散化した場合についても解析を行った。サブグリッドを用いた場合をType 1、等間隔グリッドを用いた場合をType 2とする。図中に示す音源点にはType 1、Type 2ともに1 kHzまでの周波数成分を含むガウシアンパルスを与えた。

解析結果を図-8に示す。概ね両者は同様の傾向を示した。また7000ステップ(7 ms)の計算時間は、Type 1の場合には4724 sec、Type 2は41 secであり、解析精度を保ったまま、解析時間を大幅に短縮できることがわかった。

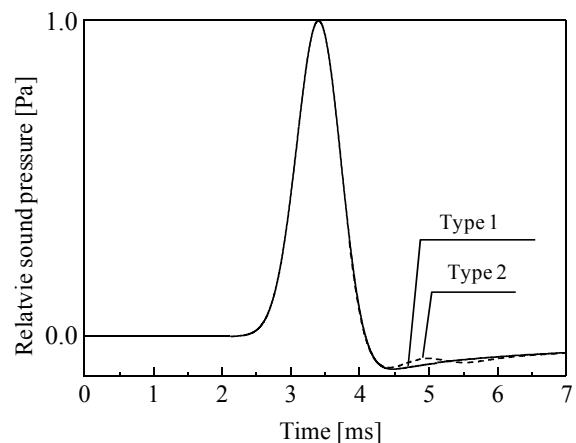


図-8 解析結果の比較

### 4.2 室内音場に配置されたリブ列による音響散乱効果の解析

コンサートホール等において、音場拡散を目的として、壁面にリブ列が配置されることがある。本節では、室の境界部位にリブ列が配置された音場を対象としたFDTD解析を行った。解析対象とした2次元音場を図-9に示す。室境界近傍に13.3 mm×13.3 mmの矩形断面を有するリブを列状に設けた。リブ近傍の音場のみに対してサブグリッドを適用し、これ以外の領域は大きな寸法のグリッドを用いた。またリブを配置しない条件も解析対象とした(図-8(b))。グリッド比は3:1とし、大きなグリッドの寸法は $\Delta x_{\text{coarse}} : 40 \text{ mm}$ 、 $\Delta y_{\text{coarse}} : 40 \text{ mm}$ 、サブグリッドの寸法は $\Delta x_{\text{fine}} : \text{約} 13.3 \text{ mm}$ 、 $\Delta y_{\text{fine}} : \text{約} 13.3 \text{ mm}$ とした。時間離散化幅については、両条件ともに $\Delta t : 1.0 \times 10^{-5} \text{ sec}$ とした。比較のために、図-9の音場につい

て、すべての領域を上記のサブグリッドと同じ寸法の等間隔グリッドによって離散化した場合についても解析を行った。サブグリッドを用いた場合を Type-sub、等間隔グリッドを用いた場合を Type-reg とする。図-9 に示す音源点には Type-sub、Type-reg とともに 1 kHz までの周波数成分を含む Gaussian パルスを与えた。なお、室およびリブ境界面はすべて剛とした。

受音点において得られた時系列応答について、0 ms ~ 100 ms および 500 ms ~ 600 ms の時刻における波形を図-

10 に示す。リブのあり、なしの両条件において、Type-sub、Type-reg の波形がほぼ一致した。なお、リブありの条件において、50000 ステップ (500 ms) 分の計算について Type-sub では 375 sec、Type-reg では 1459 sec を要した。本事例においても、解析精度を保ったまま、解析時間を短縮できることがわかった。

#### 4.3 人間の頭部周辺の音の伝わり方の解析

人間の受聴特性(頭部伝達関数と呼ばれる)および発話

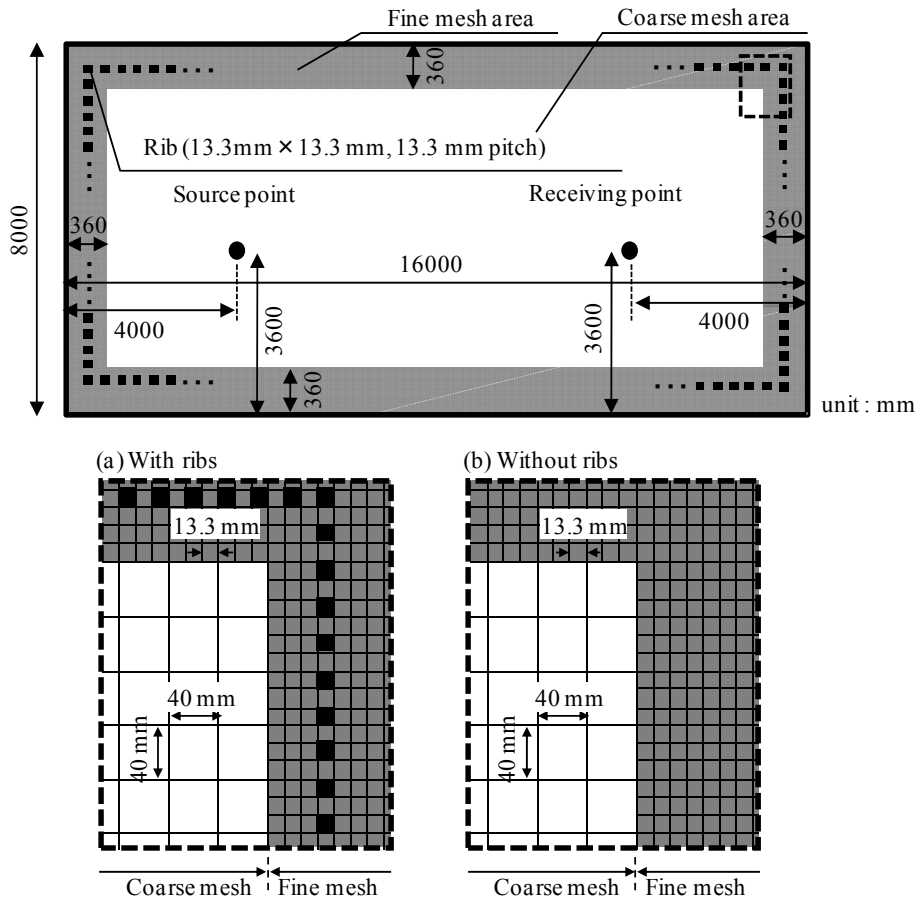


図-9 解析対象とした2次元音場とリブ配置の詳細

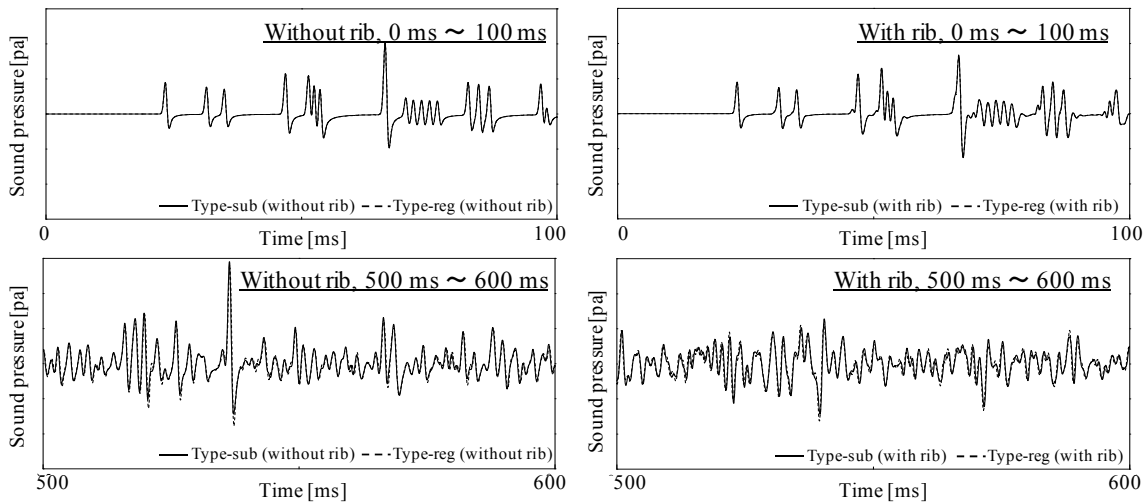


図-10 解析結果の比較

指向特性を把握することは建築音響の分野において重要であるが、人体は複雑な形状を有しており、これをモデル化するためには小さな寸法のグリッドによる離散化が必要となる。本節では頭部および胴体周辺の詳細な形状をサブグリッドによって離散モデル化し、上記の特性を計算する。また、解析の妥当性検証のために、測定結果<sup>7)</sup>との比較も行う。

解析対象とした3次元音場を図-11に示す。この図に示す人体(上半身)は Bruel & Kjaer 社の HATS(Head and Torso Simulator)をモデル化したものである<sup>8)</sup>。HATSは、人間の頭部および上半身の形状が受聴特性に与える影響を加味したバイノーラル収録を行うための人体モデルであり、耳内部にマイクロホンを有している。比較するための頭部伝達関数の測定も、このHATSを用いている。

検討に用いたHATSの離散化モデルを図-12に示す。

開領域を模擬するため、音場周辺にPMLを配置してある。空間離散化幅は、 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 2.5 \text{ mm}$ (SG-area 内部)、 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 7.5 \text{ mm}$ (CG-area 内部)とした。時間離散化幅はサブグリッド内部・外部ともに  $2.5 \times 10^{-6} \text{ sec}$  とした。ダミーヘッド表面については、垂直入射吸音率 0.05 に相当する音響インピーダンス ( $28,000 \text{ Ns/m}^3$ ) を与えた。

頭部伝達関数は、音源は耳奥の面を振動面(図-12中に示す振動境界(1))として与え、受音点を図-11に示すように頭部から1m離れた4点へ配置し、受音点で得られた過渡応答から高速フーリエ変換(FFT)により周波数応答関数を求めることにより、最終的に伝達関数を得た。なお、通常、頭部伝達関数を測定する場合には頭部から離れた点に音源点を設置し、耳奥に受音点を設定するが、本計算では、計算回数を減らすために、受音点と音源点の位置関係を逆とした(相反定理の利用)。

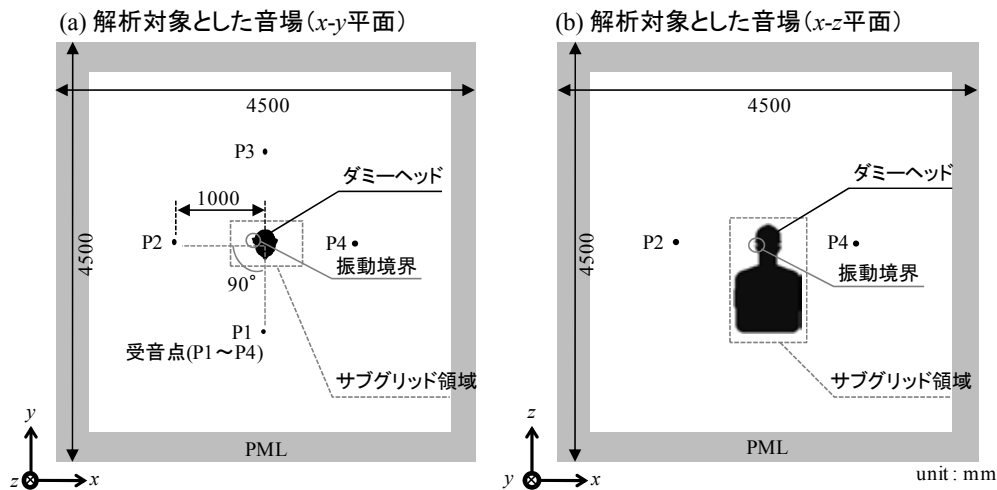


図-11 解析対象とした3次元音場の断面図

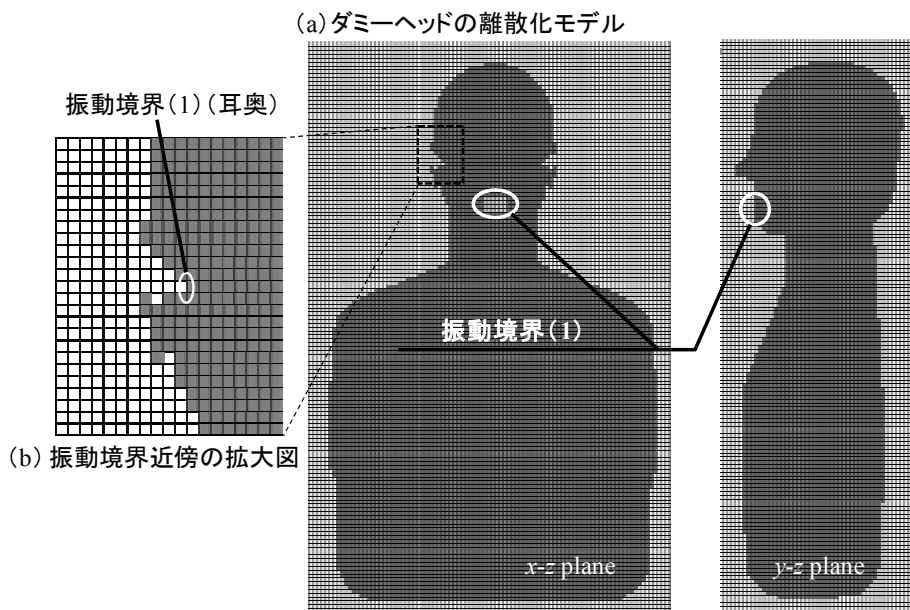


図-12 ダミーヘッドの離散モデル

また、発話指向特性については、図-12の離散化モデル図に示す振動境界(2)の面を振動面として与え、頭部中心から1m離れた円弧上に5°おきに計75個の受信点設定し、得られた過渡応答から計算した。

別途実測された、実物のダミーヘッドの頭部伝達関数および発話指向特性との比較結果を図-13 および図-14に示す。図-13では、計算・実測結果ともに、3 kHz付近にピークが存在しており、両者のピーク周波数には若干のずれが生じている。このピークは、耳内部に空洞

が存在することによって生成される<sup>9)</sup>ことがわかっており、両者のずれは、数値計算による耳内部の空洞のモデル化の精度に起因していると考えられる。しかし、図示した周波数範囲におけるピークおよびディップの周波数特性に関して、計算結果は実測結果を概ね捉えているといえる。また、図-14では、125 Hz、1 kHz、4 kHzにおいて、実測・計算間の乖離が見られるものの、解析結果は実測結果を概ね捉えている。

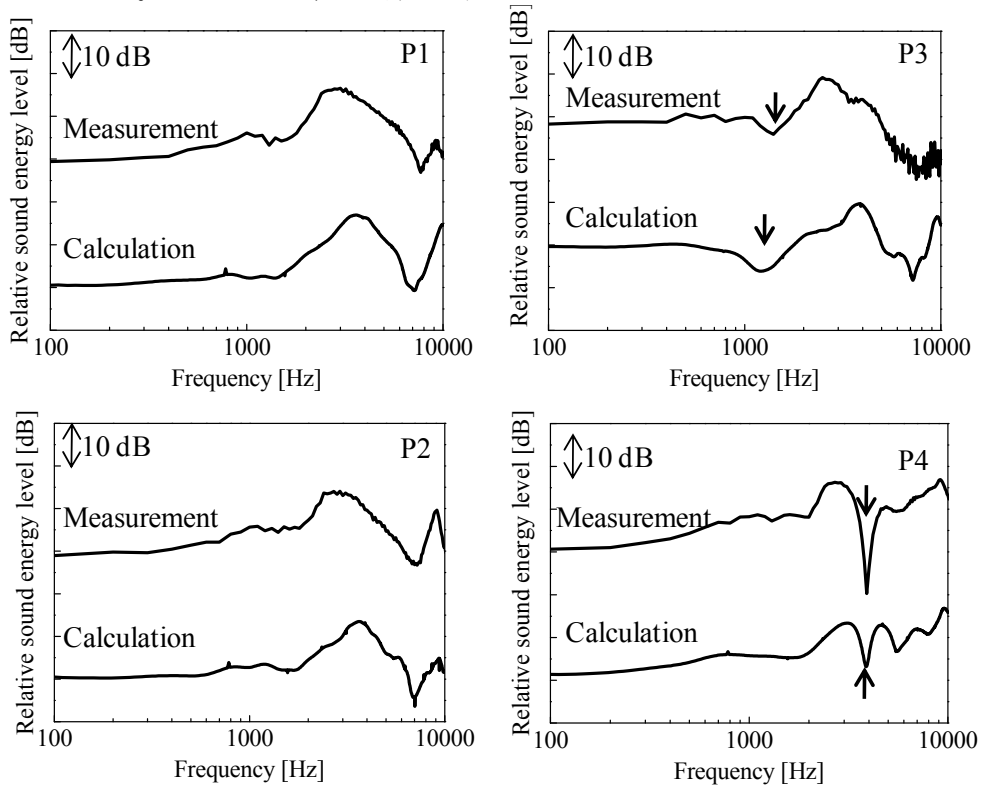


図-13 頭部伝達関数の解析・測定結果

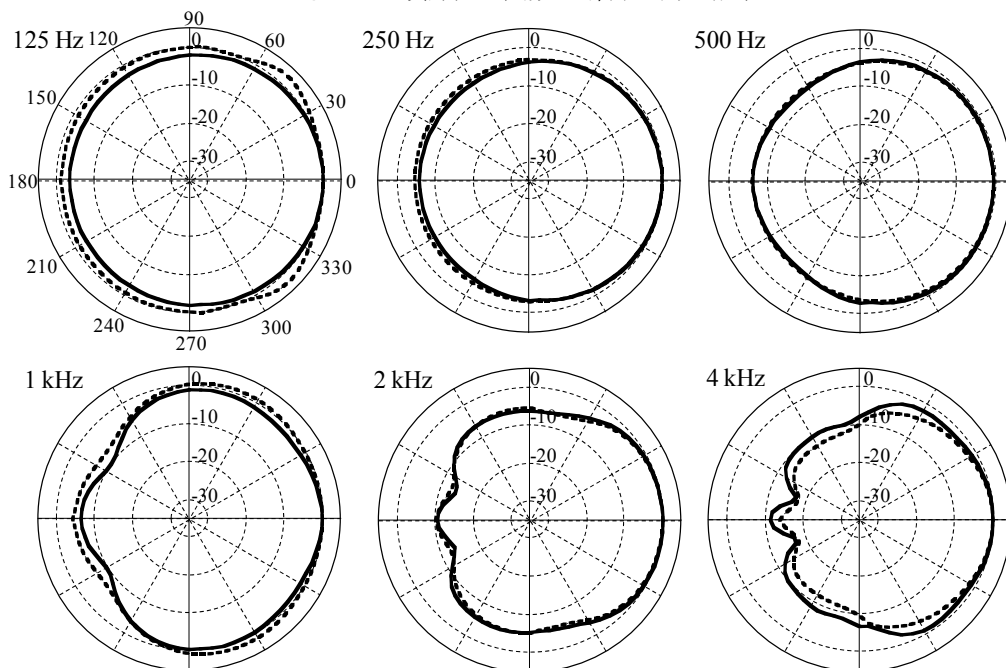


図-14 発話指向特性の解析・測定結果



## § 5. おわりに

FDTD 解析にサブグリッド法を適用し、その解析精度および適用可能性について検討した。

サブグリッド法を適用するにあたり最も懸念される、サブグリッド境界における数値的な反射誤差について基礎的な検討を行った結果、その反射誤差は入射音と比較して無視できる程度の大きさであることがわかった。

上記の基礎的な検討を踏まえ、実際の建築分野における適用事例として、壁面の隙間による音の漏洩、室内音場に配置されたリブ列による音響散乱効果、人間の頭部周辺の音の伝わり方の 3 項目を対象とした解析を実施した。その結果、サブグリッドを適用した場合には、

適用しない場合と比較して、解析精度を保ったまま、解析時間を大幅に短縮できることを示した。

本検討では、比較的中規模の計算規模を対象とした検討事例を示したが、コンサートホール等の大規模な音場を解析する場合には、計算機負荷の低減が、より重要であり、サブグリッド法による拡散体等の複雑形状のモデル化が有益であると考えられるため、今後検討を行う。

## 謝辞

本報内容につきまして、東京大学生産技術研究所 坂本慎一 准教授から多大なご指導を頂きました。末筆ながら感謝申し上げます。

## <参考文献>

- 1) K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", IEEE Trans., Antennas Propag., Vol. 14, No. 4, pp. 302-307, April, 1966.
- 2) S. Sakamoto, "Phase-error analysis of high-order finite difference time domain scheme and its influence on calculation results of impulse response in closed sound field", J. Acoust. Soc. Jpn (E) Vol. 28, pp. 295-309, 2007.
- 3) T. Yokota, S. Sakamoto and H. Tachibana, "Visualization of sound propagation and scattering in rooms", J. Acoust. Soc. Jpn (E) Vol. 23, pp. 40-46, 2002.
- 4) 千葉雄樹, "FDTD 解析における subgrid 技術について", 電子情報通信学会北海道支部インターネットシンポジウム 2000.
- 5) 珠玖達良, "差分法による不規則形状の音場解析", 日本音響学会誌, 28 巻, 1 号, pp. 5-12, 1972.
- 6) 千葉修, 柏達也, 霜田英麿, 鏡慎, 深井一郎, "リープフロッグアルゴリズムに基づく時間依存差分法による 3 次元音場解析", 日本音響学会誌, Vol. 49, No. 8, pp. 551-562, 1993.
- 7) J. P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", Journal of Computational Physics, Vol. 114, pp. 185-200, 1994.
- 8) 高橋莉沙, 坂本慎一, "人間の発話・受聴指向性に関する FDTD 解析", 日本建築学会大会, pp. 311-312, 2011.
- 9) 飯田一博, 森本政之, "空間音響学", コロナ社, 2010.

