橋梁制震に適用する回転慣性質量ダンパーの最適化

林	大輔	磯田	和彦	滝本	和志	若原	敏裕
(技術	術研究所)	(技行	将研究 所)	(技行	術研究所)	(技	術研究所)

Optimization of rotating inertia mass damper for seismic response of viaduct

Daisuke Hayashi, Kazuhiko Isoda, Kazushi, Takimoto and Toshihiro Wakahara

建築制震の分野で実積のある回転慣性質量ダンパーを高架形式の道路橋の制震に適用する。効果的な制震装置諸元を 定点理論およびパラメータ解析によって設定し、地震応答解析にて応答低減効果を確認した。慣性質量効果により従来 の TMD(Tuned Mass Damper)では困難であった大きな質量比が容易に得られることで、地震時の応答を効果的に低減 できることを示した。また、対象構造に対し制震装置の諸元を適切に設定することで、支承変位や橋脚負担力といった 「応答結果がトレードオフ関係にあるもの」でも同時に低減できることを示した。

RIMD (Rotating Inertia Mass Damper) has been developed and applied to seismic control of building structures. In this study, optimization of RIMD installed in viaduct was carried out by using fixed points theory and numerical simulations. To investigate the effect of seismic control with optimum design parameter, non-linear seismic analysis carried out. The simulations show that proposed system is effective in reducing the dynamic response of excited structure because RIMD is obtained a large mass ratio. Furthermore, the analysis result shows proposed system with optimized parameter is able to reduce both the acceleration and displacement responses.

1. はじめに

我が国の初期に作られた高架形式の道路橋の多 くは、設計が容易で経済的にも優れている単純桁 やゲルバー桁の構造形式を採用している。しかし ながら、走行時に隣接桁間のジョイント部で生じ る騒音や衝撃が使用性・維持管理性の観点から問 題となり、既設橋梁の上部工連続化が近年多く実 施・検討されている¹⁾。通常、上部工の連続化工 事では、隣接桁間の結合と支承の交換が行われる が(図-1)、この際に問題となるのが耐震性能の 確保である。支承の境界条件が設計と異なるため、 想定以上の上部工慣性力を負担する橋脚が生じる 恐れがある。現行の道路橋示方書²⁾では、レベル2



地震が生じた場合でも、その構造物の重要性に応 じて、橋梁に生じる損傷を限定的なものに留める よう規定している。したがって、増大する上部工 慣性力に対応するために下部工を補強する必要が あるが、地盤の掘削を伴う基礎部分の補強に多大 な時間とコストを要することが問題となっている。

下部工の補強とは別の方法として、免震化により 上部工慣性力を低減させる方法がある。しかし免震 化の結果、地震時には大きな応答変位が生じるため、 既設橋のように遊間量を十分に設けられない場合に は隣接桁間の衝突を引き起こす恐れがある。また、 大きな遊間量は使用性の観点から好ましくない。

地震時の応答変位を低減しつつ、上部工慣性力を 低減できる方法として、TMD(動吸振器)の適用が 考えられる。但し、過去の土木構造物へのTMDの 適用は、長大橋などの風対策³⁾がほとんどであり、 地震に対する制震を目的に使用された事例はない。 その理由として、一般的にTMDは地震動のような 非定常型・衝撃型の振動に対して、最大応答値を低 減させる効果が小さいこと、また大地震に対して制 震効果を得る為には質量比を大きくとる必要がある ことが挙げられる。そこで本研究では、近年建築分 野で開発・適用 4されている「錘の回転慣性を利用 し、錘の質量より桁違いに大きな慣性質量効果を発 揮するダンパー」(以下、慣性質量ダンパーと呼称) を高架橋に適用することを検討する。モデル橋梁の 構造・振動特性に応じて、制震装置の最適な諸元を 定点理論および数値解析による探索で設定し、応答 低減効果を解析で確認する。

2. 制震装置の機構

本研究で対象とする慣性質量ダンパーとは、既 往の研究 ⁵と同様に、ボールねじ機構を使用する ことで、ダンパーの軸方向変位を回転運動に変換 し、ダンパーに作用する相対加速度に比例した反 力を生じさせる機構である(図-2)。

ボールねじの軸方向変位をx、ボールナットと 一体になったフライホイールの回転慣性モーメン トを I_{θ} 、フライホイールを θ 回転させたときの反 力をFとすると、次式が成立する。

$$F = \frac{I_{\theta}\ddot{\theta}}{L_d/(2\pi)} = \left(\frac{2\pi}{L_d}\right)^2 I_{\theta}\ddot{x} = \frac{\pi^2 D^2}{2L_d^2} m\ddot{x} = \psi \ddot{x} \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここで、 L_d : ボールねじのリード(ねじ山ピッ チ)、D: フライホイールを円形としたときの径、 m: フライホイールの質量である。上式の ψ が、 慣性質量として定義される物理量であり、フライ ホイールの形状、ボールねじのリードに応じて、 質量mの数百~数千倍の大きさを得ることができ







る。式(1)より、反力はボールねじとボールナット の相対加速度に比例するものとなる。例えば慣性 質量 ψ のダンパーを空間上の絶対静止点に接続 (スカイフック)した場合、相対加速度=絶対加速度 に比例した慣性力(反力)が得られ、質量 ψ がある ことと等価になる。

3. 2 質点系モデルによる検討

3.1 2 質点系による応答特性

高架橋の特徴として、橋桁を支える橋脚の有効 質量に対して、上部構造の質量が大きいことがあ げられる。また、本研究で対象とする高架橋は、 水平力分散支承(弾性支承)により支持される構 造であるため、図-3に示す2質点系のモデルに 近似した際、下層のバネ剛性に比べ、上層のバネ 剛性が小さくなる。ここでは慣性質量ダンパーと 減衰を並列に、線形バネを直列に接続した制震機 構を上部工と橋脚柱頭部間に設置することを想定 する。この時、橋脚下端の入力加速度を \ddot{x}_0 とする と、以下の振動方程式が成立する。

MX +	+ CŻ -	+ <i>KX</i> =	$= F \cdots$		• • • • • •	•••••	• • • • • • • •		(2)
	$m_{2} +$	ψ_d -	$-\psi_d$	0]		$\int c_d$	$-c_d$	0	
M =	$-\psi$	d	Ψ_{d}	0 ,	<i>C</i> =	$= \left -c_d \right $	C_d	0	
	0		0	m_1		0	0	0	
[k_2	0		$-k_2$	7	[:	\mathfrak{r}_2	Γ	0]
K =	0	k_d		$-k_d$,	X = z	\mathbf{x}_d ,	F =	0
	$-k_2$	$-k_d$	k ₂ +	$-k_d + k_d$	k1		x_1		$k_1 x_0$

ここで、 m_2 :上部工質量、 m_l :橋脚の有効質量、 x_i :各質点の絶対変位、 k_i :各層の剛性、 x_d :慣性 質量と直列バネ接続部の変位、 ψ_d :慣性質量、 c_d : 付加減衰、 k_d :直列バネの剛性である。慣性質量 ダンパーの特性より、 $\mathbf{20-3}$ のように構造物に設 置した場合、通常のTMDを設置した振動系と等 価となる。この入力に対する上部工の加速度応答 倍率は、**式**(3)の絶対値として求められる。

$$\frac{\ddot{X}_{2}}{\ddot{X}_{0}} = \frac{X_{2}}{X_{0}} = \frac{\bar{k}(-\xi^{2}\mu - \xi^{2}\mu\bar{k}_{d} + \bar{k}_{d} + i\zeta\bar{c}_{d} + i\xi\bar{c}_{d}\bar{k}_{d})}{A\xi^{2}\mu - \xi^{2}\bar{k}_{d}(\bar{k}+1) + \bar{k}_{d}\bar{k} - iA\xi\bar{c}_{d}} \cdots \cdots (3)$$

$$A = -(\bar{k}_{d}+1)\bar{k} + \xi^{2}(\bar{k}+\bar{k}_{d}+1)$$

$$\overline{m} = \frac{m_{1}}{m_{2}} = 0, \ \overline{k} = \frac{k_{1}}{k_{2}}, \ \overline{k}_{d} = \frac{k_{d}}{k_{2}}, \ \mu = \frac{\psi_{d}}{m_{2}}, \ \omega_{02}^{2} = \frac{k_{2}}{m_{2}}$$

$$\omega_{d}^{2} = \frac{k_{d}}{\psi_{d}}, \ \xi = \frac{\omega}{\omega_{02}}, \ h_{d} = \frac{c_{d}}{2\sqrt{\psi_{d}k_{d}}}, \ c_{d} = \frac{c_{d}}{\sqrt{m_{2}k_{2}}}$$

制震装置の慣性質量比 μ 、制震装置の固有角振動 数 ω_d 、減衰比 h_d を適切に設定して構造物と同調さ せると、応答倍率のピークがほぼ高さの等しい2 峰性を有するように変化し、構造物の固有振動数 付近の応答倍率を大きく低減することができる (図-4)。また図-4より、慣性質量比µを大き くするほど、応答倍率のピークを低減できるだけ でなく、応答を低減することができる振動域(共 振域)を広くとることができる。つまり質量比が 大きくなるほど、地震動の周波数特性のばらつき に広い範囲で対応できるため、外乱に対してロバ スト性の高い装置となる。本研究で対象とする制 震装置は、慣性質量効果によって装置の寸法を巨 大化することなく、TMDでは困難であった大きな 質量比を得ることができるため、従来の粘性ダン パーなどと同様に容易に取付けが可能である。

3.2 2 質点系による最適化

同調条件を満足するためには制震装置の慣性質 量、ばね定数、減衰係数を構造物に対して適切に 設定する必要がある。例えば、建築構造物の低層 部に慣性質量ダンパーを適用する場合の最適諸元 は、2 質点系振動モデルについて磯田らのにより 提示されている。

ここでは、Den Hartog の定点理論 ⁷による最適 化を行い、2 質点系モデルにおける理論的な最適 パラメータの組み合わせを設定する。

図-3より、橋脚下端に加速度が調和振動とし て入力される場合の、上部工加速度を最小化する。 応答倍率(式(3))に定点理論を適用すると式(4) が得られる。

$$\begin{vmatrix} \ddot{X}_{2} \\ \ddot{X}_{0} \end{vmatrix} = \frac{|X_{2}|}{|X_{0}|} = \left| \frac{\bar{k} \left(-\xi^{2} \mu - \xi^{2} \mu \bar{k}_{d} + \bar{k}_{d} \right)}{\left\{ -(\bar{k}_{d} + 1)k + \xi^{2} (\bar{k} + \bar{k}_{d} + 1) \right\} \xi^{2} \mu - \xi^{2} \bar{k}_{d} (\bar{k} + 1) + \bar{k}_{d} \bar{k}} \end{vmatrix}$$
$$= \left| \frac{\bar{k} \left(1 + \bar{k}_{d} \right)}{-(\bar{k}_{d} + 1)\bar{k} + \xi^{2} (\bar{k} + \bar{k}_{d} + 1)} \right| \qquad (4)$$

ここで *v*=ξ² と置き、**式**(4)の正の符号に関して、 *v*に関する 2 次方程式を解くと 2 つの根 *v_P*, *v_Q*の 関係が得られる(**式(5)、式(6)**)。

$$v_{P} + v_{Q} = \frac{2\mu \bar{k} (\bar{k}_{d} + 1)^{2} + \langle (\bar{k} + 1) (\bar{k}_{d} + 1) + (\bar{k} + \bar{k}_{d} + 1) \rangle \bar{k}_{d}}{2\mu (\bar{k}_{d} + 1) (\bar{k} + \bar{k}_{d} + 1)} \qquad \dots \dots (5)$$

$$v_{P} v_{Q} = \frac{\bar{k} \bar{k}_{d}}{\mu (\bar{k} + \bar{k}_{d} + 1)} \qquad \dots \dots (6)$$

この2点は減衰の大きさに関わらず、応答倍率の 曲線中に必ず生じる定点であるため、この2点の 応答倍率が等しくなるよう定めると最適慣性質量 比 μ_{out} と \overline{k}_d の関係は式(7)、図-5となる。

図-5より、慣性質量比を大きくするほど、制震装置のバネ定数と支承剛性の比 \bar{k}_d を大きくする必要があることがわかる。また、橋脚の剛性と支承の剛性の比 \bar{k} が大きいほど、同じ慣性質量比に



対して \bar{k}_{d} の値が大きくなることがわかる。さらに 2 つの定点 v_{P} , v_{Q} で、応答倍率が最大値となる条 件より、最適慣性質量比 μ_{opt} と最適減衰比 h_{opt} の関 係は図-6 となる。図-5 と同様に慣性質量比を大 きくするほど最適減衰比も大きくなることがわか る。

制震装置諸元が、上記の最適値の関係を満足す る場合、式(3)の応答倍率の最大値は式(8)となり、



最適慣性質量比 μ_{opt} との関係は $\mathbf{2}-7$ となる。 **2**-7より、慣性質量比を大きくするほど応答倍率の最大値を小さくできるものの、その低減割合は慣性質量比を大きくするにしたがって低下していくことがわかる。

最適条件での制震装置の固有角振動数と構造物 の固有角振動数の比は、式(7)より次式のように求 められる。

$$\frac{f_d}{f_s} = \sqrt{\left(\overline{k_d} + 1\right)} \sqrt{1 + \frac{\overline{kk_d}}{\left(\overline{k} + 1\right)\left(\overline{k_d} + 1\right) + \left(\overline{k} + \overline{k_d} + 1\right)}} \dots (9)$$

$$f_d = \frac{\omega_{02}}{2\pi} \left(\overline{k_d} + 1\right) \sqrt{\frac{2\overline{k}}{\left(\overline{k} + 1\right)\left(\overline{k_d} + 1\right) + \left(\overline{k} + \overline{k_d} + 1\right)}}$$

$$f_s = \frac{\omega_{02}}{2\pi} \sqrt{\frac{\overline{k}}{\left(\overline{k} + 1\right)}}$$

式(9)より、最適値での制震装置の固有振動数は、 構造物の固有振動数よりも大きくなることがわか る。すなわち、制震装置を構造物の固有振動数よ りも、高振動数側に同調させる必要性を意味して いる。

以上のように、定点理論を用いて制震装置の諸 元の最適化を行い、最適諸元と応答値の関係を整 理した。これらの最適値は、構造物と設計する制 震装置の振動特性の関係を理解する上では非常に 有用であるが、実際の設計では装置寸法などの制 約条件により最適値を用いることは難しい。従っ て本研究では、次節のようにこの最適値をベース に諸元を変化させた数値解析で検討を行った。

4. 既設高架橋を想定したダンパーの最適化

4.1 概要

ここでは、既設橋梁をモデルに慣性質量ダンパ ーを適用する場合の装置諸元の検討を行う。本研 究では、上部工応答を低減させることで、橋脚の 負担力および支承の変形を同時に低減させること を目的としているが、一般に制御したい応答毎に 最適値は異なるため、複数の要求性能に対して一 意に最適値を定めることはできない。本研究では 制震装置の諸元を変化させた応答解析を複数ケー ス実施し、全てのケースにわたり支承変位と橋脚 応力を効果的に低減する諸元の組み合わせを求め る。

4.2 2 質点系による応答特性

対象構造

対象橋梁は、上部工が5主I桁の単純桁橋を3 径間毎に連結した、3径間連続高架橋である(図-8)。下部工は、直径3.0mの円形断面のRC橋 脚、支承は水平力分散支承である。対象モデルの 構造概要を表-1に示す。上部工・橋脚は線形梁 要素、支承は線形バネ要素でモデル化を行った。 但し、応答低減効果を確認する際は、橋脚を非線 形梁要素でモデル化した。装置諸元設定にあたり 設定した制約条件を表-2に示す。

4.3 入力地震波

解析に用いた入力地震波は、道路橋示方書²⁾に 示される振幅調整された強震記録である。タイプ

表-1 構造概要 表-2 装置の制約条件

上部工概要		設置箇所	2台/1支承線
形式	3径間連続鋼I桁橋	最大反力	450kN
幅員	16.5m	最大慣性質量変位	400mm
橋長	37.0m	最大ばね変位	300mm
主桁本数	5本		
支承	可動,反力分散支承		
下部工概要			
梁形状	張出し		
基礎形式	杭基礎		
地盤種別	III種地盤		
振動特性			
上部工質量	1785 ton		
固右垢動粉	0.010 Hz		





I は長周期型の地震動、タイプ Ⅱ は直下型の地震 動を想定しており、各タイプとも地盤の特性にあ わせて3波ずつ使用した。それぞれの波の応答ス ペクトルを図−9に示す。

4.4 変動パラメータ

最適パラメータの探索にあたり、次の手順をと る。初めに適当な慣性質量比を決定するために、 ω_d 、 h_d を固定の下、 μ を変動させた解析を実施す る。図-4のように、2質点系モデルにて同調条件 を確認しながら慣性質量比 μ を変動させてパラメ ータを算出し、得られた諸元による地震応答解析 を橋梁モデルにて実施する。この検討より、各種 応答結果を比較して、慣性質量比を 0.25 と定めた。 そして、設定した慣性質量比の元で ω_d 、 h_d を変動 させた詳細なパラメータ解析を実施し、使用した 入力地震波のすべてのケースに対して、応答低減 効果の見込める諸元の組み合わせを探索する。検 討パラメータの一覧を**表**-3に示す。また比較の 為、対象モデルを2質点系に置換し、前節の定点 理論より求めた最適値を表-4に示す。

表-3 検討パラメータ 表-4 2 質点系の最適値

<u>慣性質量比</u> μ	0.25
同調比	0.84 ~ 1.70
$f_d/f_s = \omega_d/\omega_s$	0.84
減衰比	0.02 ~ 0.75
h_d	0.02 0.75

12 7 2	貝灬小 • /	权迥怛				
2質点モデルの諸元						
m ₂	1578.4	ton				
m_1	318.6	ton				
k ₂	7.348E+04	kN/m				
k 1	4.773E+05	kN/m				
最適値(定点定理)						
慣性質量比	μ	0.25				
減衰比	h	0.27				
同調比	ξ	1.22				

4.5 橋梁応答に対する検討

図-10に各入力地震波について、最大支承変位 をコンターに整理して示す。コンターの横軸は、 制震装置の固有振動数 f_dと構造物の一次固有振動 数 f_sの比で定義する同調比、縦軸は制震装置の減 衰比である。また、定点理論における最適値を白 丸点でプロットする。



減衰比が 0.1 を下回るような小さい場合には、 慣性質量ダンパーが吸収したエネルギーが並列す る減衰で消費しきれず、ダンパーから構造物にエ ネルギーが戻るために応答を十分に低減させるこ とができない。一方、同調比が小さい場合では、 慣性質量ダンパーよりも直列バネが大きく動くた め、ダンパーでのエネルギー吸収が少なくなる。 したがって、同調比と減衰比を共に大きくした場 合に応答を低減する傾向にあることが確認できる が、その傾向は着目する応答により異なる。

図-11 に、下部工の負担力である橋脚基部モー メントの最大値について整理した結果を示す。支 承変位の結果と比べ、減衰比がやや低い場合に、 より橋脚の負担力が低減していることが確認でき る。これは減衰比を十分に大きくし過ぎると、並 列する慣性質量ダンパーが動きづらくなるために ダンパーが吸収するエネルギーが少なくなり、上 部工の加速度応答が効果的に低減できないためで ある。一方、変位応答を低減するために減衰が大 きいことは有利であるため、この差が最適パラメ ータの違いに生じる。

4.6 制震装置の応答に関する検討

図-12に制震装置の最大反力の結果を示す。こ こで示す反力は、1支承線に設置するダンパーの 総和である。したがって2台設置する場合は、こ の半分の値が1台あたりの負担力である。ダンパ ーを設置する橋桁や橋脚柱頭部への負担を考慮し て、一台当たり450kNを下回るように設定した。

また、制震装置の設計にあたっては、慣性質量 ダンパーと直列バネの作動ストローク長を十分に 確保しておく必要がある。一般的に、ストローク 長が長くなるほど制震装置の寸法が大きくなる。 ここでは、実構造に取り付けることを考慮して、 **表-2**の値を制震装置の制約条件とした。図-13 に慣性質量ダンパーおよび線形バネの最大変位を コンターに整理して示す。慣性質量ダンパーの最 大変位は、並列する減衰の影響に支配されるため、 減衰比を大きくするほど小さくなる。一方、バネ の最大変位は同調比を大きくするほどバネの剛性 が高くなるため、変形を抑えることができる。実 際の設計では、これらの制震装置の応答が制約条 件に収まる範囲内で、最も構造物の応答低減が期 待できるパラメータを設計パラメータとすること





になる。以上より、すべての地震波における応答 値と、震装置の制約条件より、コンターの黒丸点 (*と*=1.37、*h*,=0.26)を設計パラメータとした。

設計パラメータと定点理論における最適値と比 較すると、同調比がやや大きい値に設定されてい る。これは主にバネのストロークの制約条件によ るものである。しかしながら、定点理論で求めた 最適値と最終的に決定した設計パラメータは、比 較的近い値であることがわかる。従って、実際の 制震装置の設計を行う場合は、定点理論での最適 値を初期値としてパラメータを変動させ、要求性 能と制約条件を満足する諸元を探索する方法が推 奨される。

また、図-10~図-13の各応答結果を確認する と、本検討で設定したパラメータ近傍では、同調 比、減衰比が多少変動しても、応答値に与える影 響は少ないことが確認できる。このように設定す ることで、制震装置や構造諸元の多少の変動に影 響されないロバスト性の高い制震装置とすること ができる。

5. 応答低減効果

設定したパラメータを用いて、非線形応答解析 を実施し、提案する制震装置の応答低減効果を確 認した。図-14に支承変位の時刻歴応答波形、図 -15 に橋脚基部のモーメント曲率関係の一例を 示す。支承変位の結果より、地震波のタイプに依 らず最大変位を非制震の場合の約7割に低減して いることが確認できる。また、図-14(a)に示すタ イプIの地震動に対しては、制震装置を取り付け たことで橋脚基部の変形がほぼ弾性域にまで低減 できていることが確認できる。また、図-16に示 す上部工加速度スペクトルより、非制震の場合に 卓越している構造物の固有振動数付近の振動成分 が、制震装置を取り付けたことで大きく低減して いることが確認できる。つまり、制震装置が付加 され慣性力が小さくなった結果、橋脚基部の負担 力が小さくなったことを示している。地震波の特 性により、応答低減効果は異なるものの、タイプ II の地震動に対しても最大変形をほぼ半分にまで 低減していることが確認できる。

6. まとめ

既設高架橋に対して、慣性質量ダンパーの適用を 検討した本研究より得られた結論を以下に纏める。

- 構造物に負担をかけることなく、質量比を容易
 に大きくとることができる慣性質量ダンパーを
 橋梁制震に適用することで、地震時の応答を効
 果的に低減できることを示した。
- 制震装置の設計パラメータを適切に定めること
 で、支承の変位や橋脚の負担力といったトレー
 ド関係にある応答でも同時に制御できることを
 示した。
- 同調比、減衰比を適切に設定することで、構造物、制震装置の諸元の若干の変動に対して、制震効果への影響が小さいロバスト性の高い制震装置となることを示した。また、質量比を大きくすることで複数の地震波に対して、応答低減効果が期待できることを示した。
- 定点理論による最適値は必ずしも応答低減効果 を最大化するものではないが、概ね妥当な値を 設定できることを示した。従って、数値解析に よって最適諸元を探索する際の初期値として使 用することは効果的である。

謝辞

本研究は、首都高速道路(株)と共同で実施し、 橋梁構造物設計施工要領[V 耐震設計編]⁸⁾に採択さ れた成果の一部である。藏治賢太郎氏、右高裕二氏、 和田新氏、大西孝典氏には多大なご協力とご助言を 賜った。ここに記して、感謝の意を表する。

<参考文献>

- 永井宏朗,安藤直文,黒瀬智雄,長谷川栄一:都市高速道路 におけるゲルバーヒンジ橋の連続化,プレストレストコンク リート技術協会 第19回シンポジウム論文集,pp.89-92, 2010.
- 2) 日本道路協会:道路橋示方書·同解説 V 耐震設計編, 2011.
- 吉田好孝,藤野陽三,佐藤弘史,時田秀往,三浦章三郎:東 京湾アクアライン橋梁部鋼箱桁橋に発現した渦励振の振動 制御,土木学会論文集 No.633, I-49, pp.119-134, 1999.
- 4) 日本大学5号館改修検討委員会:駿河台校舎・再生5号館, 2008.<http://www.arch.cst.nihon-u.ac.jp/koho/shunken/p df/20080702.pdf>
- 5) 磯田和彦,半澤徹也,田村和夫:回転慣性質量ダンパーを組 み合わせた応答低減機構による1質点系振動モデルの応答

特性に関する研究,日本建築学会構造系論文集 Vol.74, No.642, pp.1469-1476, 2009.

- 6) 磯田和彦,半澤徹也,田村和夫:慣性質量ダンパーを組み込んだ低層集中制震に関する基礎的研究、日本建築学会構造系論文集 Vol.78, No.686, pp.713-722, 2013.
- J.P. Den Hartog : Mechanical Vibrations, 3^{ed} edition, McGraw-Hill, 1947.
- 8) 首都高速道路株式会社:橋梁構造物設計施工要領 [V 耐震設計編],2015.