

鉄筋コンクリート構造物の斜め引張破壊経路への分岐誘導解析

長谷川 俊昭
(技術研究所)

Analysis of Branch-switching to Bifurcation Path for Diagonal Tension Failure of Reinforced Concrete Structures

Toshiaki Hasegawa

鉄筋コンクリート構造物の合理的なせん断破壊解析手法の確立をめざして、斜め引張破壊を分岐現象としてとらえ精度よく再現できる解析手法についてその基礎理論と数値解析手順を示した。鉄筋コンクリートはりの応答経路上においてコンクリートのひずみ軟化に起因する疑似的運動モードを排除し接線剛性マトリックスの行列式を用いて分岐点を探索、判定し分岐点から可能な破壊経路のうち最も合理的な斜め引張破壊の経路へ分岐誘導を行なった。提示した鉄筋コンクリートはりの解析例では、実験において観察される斜めひび割れと軸方向ひび割れが卓越する斜め引張破壊の崩壊メカニズムを良好に再現することができた。

This paper presents basic methodologies and numerical analysis procedures for branch-switching to a bifurcation path for diagonal tension failure of reinforced concrete structures. Based on bifurcation theories and eigenvalue analytical techniques, finite element analyses were performed for branch-switching from the fundamental to bifurcation path for diagonal tension failure in reinforced concrete beams. Bifurcation points were detected by monitoring the determinant of the tangential stiffness matrix while excluding spurious kinematic modes resulting from the strain-softening constitutive relations of concrete. The incremental displacement predictor for the bifurcation path was calculated from the fundamental path solution and the eigenvector of the tangential stiffness matrix. The results of the post-bifurcation path analysis show that the proposed method can simulate the complete mechanism of diagonal tension failure that causes predominant diagonal and longitudinal cracking.

1. はじめに

土木建築分野におけるコンクリート構造物は様々な形態の破壊に対して安全性を確保する必要がある、特に我が国においては地震力をはじめとする様々な外力や環境条件によって生じるひび割れ破壊、圧縮破壊、せん断破壊やコンクリートと補強鉄筋との一体性を損なう付着破壊などに関連するコンクリート構造物の崩壊、安定性を検討して設計しなくてはならない。構造形式、荷重・境界条件、環境条件などが単純明快なコンクリート構造物については簡易な構造計算手法のみで前述の破壊に対する設計が可能であるが、それらが複雑なコンクリート構造物に対しては有限要素法などをはじめとする数値構造解析手法を用いた安全性検討が必要となってくる。特に性能照査型の設計法においては数値構造解析手法を積極的に利用してコンクリート構造物の各

破壊形態に対する耐荷性能を検討するため、破壊数値解析手法の能力や精度を向上させることが重要な技術課題である。コンクリート構造物の破壊形態のなかでもせん断破壊は多くの研究がなされてきているにもかかわらず未だ十分解決されているとはいえない。

コンクリート構造物のせん断破壊は、いくつかの破壊メカニズムや破壊モードを複雑に内包している場合が多く、構造形式、荷重・境界条件、構成材料の力学特性などに依存して各々の破壊メカニズムや破壊モードの卓越度が変化するため構造全体のせん断崩壊メカニズムと最大耐力が大きく異なってくると考えられる。特に、鉄筋コンクリートはりの斜め引張破壊の場合は図-1に示したように多くの耐荷メカニズムと破壊形式が関わっており、その最大せん断耐力直前においては、斜めひび割れモード、軸方向ひび割れモード（引張鉄筋に沿って発生する割

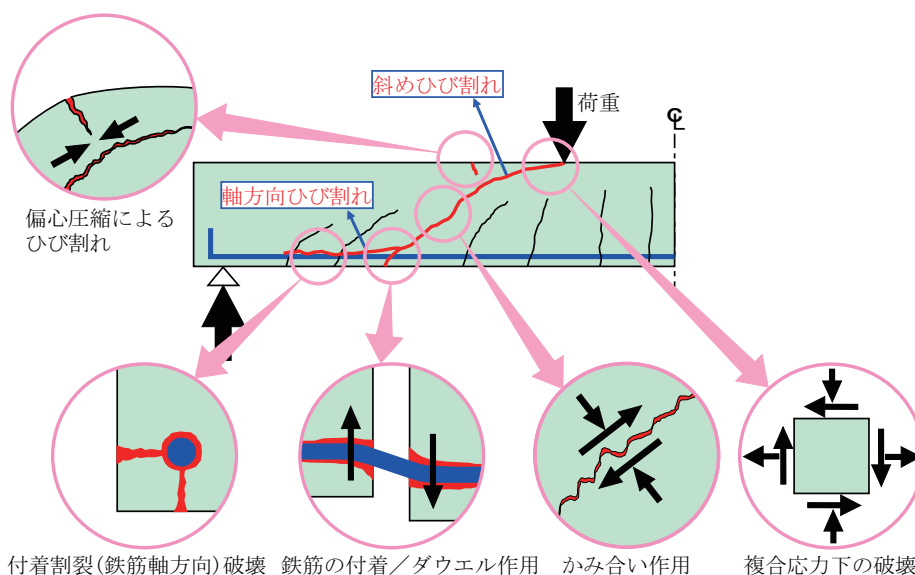


図-1 鉄筋コンクリートはりの斜め引張破壊

裂ひび割れ)、斜めひび割れ先端領域のせん断圧縮破壊モード、斜めひび割れ面のかみ合い破壊モード、曲げひび割れモードなどのうち、いくつかの破壊モードが支配的かつ急激に生じることによってぜい性的な崩壊を示す。せん断補強筋のない鉄筋コンクリートはり構造では、最大せん断耐力直前までの安定な曲げ変形状態から単一の斜めひび割れや軸方向ひび割れの不安定伝播が急激に生じることによって斜め引張破壊による不安定な構造崩壊がもたらされることが多い。鉄筋コンクリート構造物の不安定でぜい性的なせん断破壊形態であるこの斜め引張破壊は、過去の数多くの巨大地震において重要な鉄筋コンクリート構造物の致命的な損傷となってカタストロフィックな崩壊をもたらしている。そのため斜め引張破壊に起因するぜい性的な崩壊挙動のメカニズムを再現し予測できる数値構造解析手法を構築しておくことは非常に重要である。図-2は、トロント大学で実施されたせん断補強筋のない鉄筋コンクリートはりのせん断実験¹⁾において最大せん断耐力 V_u およびその直前のせん断力 $V=0.96V_u$ におけるひび割れ状況を示したものであるが、このわずかなせん断力増加 $\Delta V=0.04V_u$ の間に斜めひび割れと軸方向ひび割れが不安定に伝播して斜め引張破壊に至ったことがわかる。これは最大せん断耐力の直前までの安定な曲げひび割れモードから不安定な斜めひび割れモードと軸方向ひび割れモードに分岐したものと考えられる。このように斜め引張破壊による鉄筋コンクリート構造の崩壊現象は安定状態から不安定破壊状態への分岐現象であると著者は考えており、構造物の安定性理論²⁾や分岐理論、破壊力学、不可

逆過程の熱力学理論などによって説明しうると思われる。

一般にコンクリートの破壊問題において分岐現象や分岐の影響を考慮した研究例は多いとはいえないが、著者が取り扱った破壊の分岐に関連した研究について言及する。コンクリート割裂引張試験体内部に存在する単一ひび割れの二つの先端が破壊進展する場合の寸法効果を検討した研究³⁾では、熱力学第二法則に基づいてひび割れの両先端の破壊進展に関する全ポテンシャルエネルギー解放率の微分値を比較することによってひび割れの両先端の対称または非対称破壊進展に関する分岐安定性を検討している。多方向ひび割れ解析のためのTHASコンクリート構成則⁴⁾においては既存のひび割れに対して非直交のひび割れが新たに発生しうるかを検討する場合に、新たな非直交ひび割れが発生する場合を分岐経路と考えて不可逆過程の熱力学理論の観点から内部エントロピー増分が最大化する経路を安定分岐経路とみなしてひび割れ交差角度を合理的に決定している。これらの研究における破壊分岐問題へのアプローチ手法は、分岐後の状態があらかじめ予測できる範囲で破壊の分岐や安定性について数個の破壊状態や破壊経路のなかで比較検討するものであり、複雑な構造条件と境界条件の下での構造数値解析の一般化手法として、そして鉄筋コンクリート構造物のせん断破壊解析手法として実務的に応用するのは難しいともいえる。より一般的で汎用性が高く合理的な分岐破壊解析手法に基づいて鉄筋コンクリート構造物のせん断破壊における分岐破壊の影響を評価できる数値解析技術を構築していくことが重要である

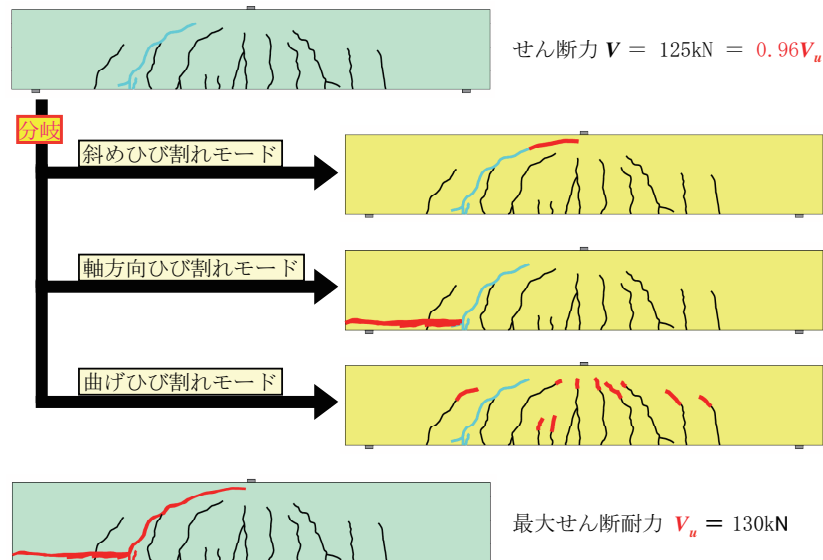


図-2 最大せん断耐力直前における分岐破壊モード

と考えられる。分岐経路誘導の問題は、金属構造物の座屈解析や幾何学的非線形解析、地盤構造物の塑性安定性解析などとして数多く研究されているが、ひずみ軟化材料であるコンクリートの準ぜい性破壊安定性に関して、また鉄筋コンクリート構造物のせん断破壊や崩壊に関して検討した研究は非常に数少ない。そこで著者はせん断補強筋のない鉄筋コンクリートはりのせん断破壊（斜め引張破壊）に関する有限要素解析において分岐固有値解析手法を適用して、生じる様々な破壊モードに関連する経路のなかから分岐の力学ならびにひずみ軟化材料の力学の観点から最も合理的な斜め引張破壊に関連する安定もしくは不安定な分岐経路を誘導することによって斜め引張破壊に起因する構造崩壊メカニズムを合理的に再現することを試みてきた^{5), 6), 7), 8), 9), 10), 11)}。本論文では、分岐経路誘導解析の基礎理論ならびに具体的な手順についてできる限り詳細に記述した後、一連の斜め引張破壊経路への分岐誘導解析のなかから代表的な解析シリーズの結果について説明する。

2. 分岐経路誘導の理論

本研究の分岐経路誘導解析の基礎理論について記述する。

2.1 安定性

構造物に微小の外乱を与えた場合にその構造物の応答が微小に留まるつり合い状態は安定であると考

えられる。構造物または材料が安定であるための十分条件は式(1)のDruckerの安定仮説または式(2)の安定性条件で表現される。

$$\int_V d\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dV > 0 \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{K} \dot{\mathbf{u}} > 0 \quad (2)$$

ここで、 σ_{ij} ：応力テンソル； ε_{ij} ：ひずみテンソル； \mathbf{u} ：変位ベクトル； \mathbf{K} ：接線剛性マトリックス； V ：構造物の体積。

2.2 特異性と分岐

構造物のつり合い方程式と固有方程式を式(3)ならびに式(4)により記述する。

$$\mathbf{K} \dot{\mathbf{u}} = \dot{\mu} \mathbf{q} \quad (3)$$

$$\mathbf{K} \mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i, \quad \mathbf{w}_i^T \mathbf{K} = \lambda_i \mathbf{w}_i^T \quad (4)$$

ここで、 μ ：荷重係数； \mathbf{q} ：一定の荷重ベクトル； \mathbf{v}_i および \mathbf{w}_i ： \mathbf{K} の*i*次の右および左固有ベクトル； λ_i ： \mathbf{K} の*i*次の固有値； $i=1, n$ ； n ：総自由度数。ただし式(4)では総和規約を適用しない。

一方、安定性が喪失する安定性限界は式(5)であり、その安定性限界の十分条件は式(6)の特異性条件式で表現されるが、これは接線剛性マトリックス \mathbf{K} が正則ではなく特異であることを意味しており、変位速度が一意に定められない、すなわち解の唯一性が喪失する特異点を定義するものである。

$$\dot{\mathbf{u}}\mathbf{K}\dot{\mathbf{u}}=0 \quad (5)$$

$$\det\mathbf{K}=\prod_{i=1}^n\lambda_i=0 \quad (6)$$

固有値は $|\lambda_1|<|\lambda_2|<\dots<|\lambda_i|<\dots<|\lambda_n|$ と定義している
ので特異点の十分条件として式(7)を考えることができる。

$$\lambda_1=0 \quad (7)$$

式(3)、(4)、(5)、(7)を代入・整理して解くと特異点
は式(8)で表され、その解は式(9a)および式(9b)となる。

$$\dot{\mu}(\mathbf{w}_1^T\mathbf{q})=0 \quad (8)$$

$$\dot{\mu}=0 \quad (9a)$$

$$\mathbf{w}_1^T\mathbf{q}=0 \quad (9b)$$

式(9a)は極限点(荷重の停留点)を表わすのに対して
式(9b)は1次の左固有ベクトル \mathbf{w}_1 に関連する複数の経路解
が存在しうること、すなわち解の唯一性の喪失つまりは分岐
を意味している。以上の議論より式(6)は安定性限界の十分
条件のみならず極限点と分岐点の双方の特異点を表わす十分
条件式であるといえる。

2.3 分岐経路への誘導

特異点に達するまでの基本経路の解(基本解) $\Delta\mathbf{u}_f$ は式(10)
より求められる。

$$\mathbf{K}\Delta\mathbf{u}_f=\dot{\mu}\mathbf{q} \quad (10)$$

右固有ベクトル \mathbf{v}_i と左固有ベクトル \mathbf{w}_i は式(11)で表わさ
れる直交関係にあるが、この式(11)を基本経路の式(10)お
よび固有方程式(式(4))とともに連立し解き、分岐時の最低
次(1次)の固有値 $\lambda_1=0$ ならびに右固有ベクトル \mathbf{v}_1 を代入
すると、分岐点で許容しうる増分変位ベクトル $\Delta\mathbf{u}^a$ が式(12)
のように求められる。

$$\mathbf{w}_j^T\mathbf{v}_i=0 \quad i \neq j \quad (11a)$$

$$\mathbf{w}_i^T\mathbf{v}_i=1 \quad (11b)$$

$$\Delta\mathbf{u}^a=\alpha\Delta\mathbf{u}_f+\beta\mathbf{v}_1 \quad (12)$$

分岐点において基本経路から分岐経路を誘導するためには
 $\Delta\mathbf{u}^a$ を増分変位予測子ベクトル $\Delta\mathbf{u}_p$ としてつり合い方程式
を解く、すなわち $\Delta\mathbf{u}^a$ を分岐経路誘導

のための摂動とするのである。式(12)のスカラパラメータ
 α と β は、分岐経路が基本経路に対して直交するという直交
条件(式(13))および分岐経路の増分変位ノルムを基本経路
のそれに等しくするというスケール条件(式(14))によって決
定することができる。

$$\Delta\mathbf{u}_p^T\Delta\mathbf{u}_f=0 \quad (13)$$

$$\Delta\mathbf{u}_p^T\Delta\mathbf{u}_p=\Delta\mathbf{u}_f^T\Delta\mathbf{u}_f \quad (14)$$

この直交条件とスケール条件の双方を考慮した $\Delta\mathbf{u}^a$ は式(15)
となる。

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{u}_p &= \alpha\Delta\mathbf{u}_f + \beta\mathbf{v}_1 \\ &= \frac{\Delta\mathbf{u}_f^T\mathbf{v}_1\Delta\mathbf{u}_f - \Delta\mathbf{u}_f^T\Delta\mathbf{u}_f\mathbf{v}_1}{\sqrt{\Delta\mathbf{u}_f^T\Delta\mathbf{u}_f - [\Delta\mathbf{u}_f^T\mathbf{v}_1]^2}} \end{aligned} \quad (15)$$

一方、 $\alpha=0$ としてスケール条件のみを考慮した $\Delta\mathbf{u}^a$ は式(16)
となる。

$$\Delta\mathbf{u}_p = \beta\mathbf{v}_1 = \sqrt{\frac{\Delta\mathbf{u}_f^T\Delta\mathbf{u}_f}{\mathbf{v}_1^T\mathbf{v}_1}}\mathbf{v}_1 \quad (16)$$

3. 分岐経路誘導の解析手順

前述した分岐経路誘導の理論に基づいて本研究で実施した鉄筋
コンクリートはりの斜め引張破壊経路への分岐誘導解析の手順
について説明する。

- 1) Newton-Raphson法による直接変位増分制御法または弧長増分
制御法に基づいて式(10)の基本経路を追跡する。
- 2) 特異点を探索するために基本経路上の全ステップにおいて式(17)
で表わされる $\det\mathbf{K}$ の指標値 $(-1)^m \log_{10} |\det\mathbf{K}|$ を計算する。
- 3) 真の特異点 $\det\mathbf{K}=0$ に対応する指標値 $(-1)^m \log_{10} |\det\mathbf{K}|=0$
が出現することは稀であるので、近似として $\det\mathbf{K}$ の指標値の正負
符号が反転した荷重ステップを特異点と考えて、そこで固有値解析
を実施する。
- 4) 近似特異点での固有値解析から得られる低次の固有モード \mathbf{v}_i を
図化し後述する疑似的運動モード(spurious kinematic mode)を確認・
排除して分岐点を探索・特定する。
- 5) 分岐点において式(15)または式(16)の増分変位予測子ベクトル
 $\Delta\mathbf{u}_p$ を用いてNewton-Raphson法による収束計算を行なう、すな
わち摂動として $\Delta\mathbf{u}_p$ を負荷することによって分岐経

表-1 解析ケース

解析ケース	解析	分岐点	Δu_p
K01	基本経路追跡	—	—
K02	分岐経路追跡	A	式(15)
		B	式(15)
		C	式(15)
K03	分岐経路追跡	A	式(15)
		B	式(15)
		C	式(16)
		D	式(16)
K04	分岐経路追跡	A	式(15)
		B	式(15)
		C	式(16)
		E	式(16)

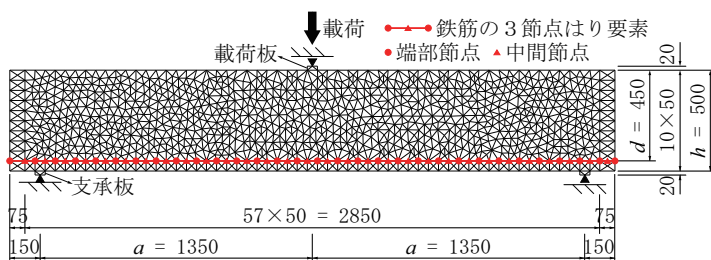


図-3 有限要素メッシュ

路への誘導を行なう。

- 6) 分岐点から分岐経路に誘導した後、1)と同様の解法によって分岐後経路を追跡する。
- 7) 分岐後経路上においても2)から5)の手順をくりかえして可能な多段階分岐の経路を追跡する。

$$(-1)^m \log_{10} |\det \mathbf{K}| = (-1)^m \log_{10} |\det(\mathbf{LDL}^T)| \\ = (-1)^m \log_{10} \left| \prod_{i=1}^n D_{ii} \right| \quad (17)$$

ここで、 \mathbf{L} ： \mathbf{K} の左下三角マトリックス； \mathbf{D} ： \mathbf{K} の対角マトリックス； m ： \mathbf{D} の負ピボットの数。

4. 分岐経路誘導の解析条件

本解析は Toronto 大学¹⁾のせん断補強筋のない鉄筋コンクリートはり試験体 BN50 (有効高さ $d=450$ mm) を解析対象とした斜め引張破壊経路への分岐誘導有限要素解析であるが、その一連の解析的研究に先だって、同じはり試験体の斜め引張破壊を通常の破壊解析手法で精度よく再現するために、鉄筋モデル化の影響^{12), 13), 14), 17)}、鉄筋付着すべりモデル化の影響^{12), 18), 19), 21), 22)}、付着割裂破壊の影響^{20), 21), 22)}、メッシュ依存性^{12), 13), 14), 15), 17)}、コンクリートのひび割れ構成モデルの影響^{15), 16), 17)}、荷重増分制御法の影響^{5), 13)} などについて広範に検討してきた。本研究の斜め引張破壊経路への分岐誘導解析では、これらの多くの解析的検討から有効であると判断された以下の解析モデルおよび解析条件を採用している。

4.1 有限要素モデル

図-3は本解析で用いたはり試験体 BN50 の有限要素メッシュであり、コンクリートメッシュは Delaunay 三角分割法によるランダムメッシュならびに cross-diagonal mesh を組み合わせたものである。鉄筋はせん断剛性を考慮した Mindlin-Reissner 理論に基づくはり要素であり、ひび割れ面における鉄筋の dowel 作用を表現することができる。

4.2 構成モデル

コンクリートの構成モデルとしては多等価直列相モデル^{23), 24), 25)}を使用した。多等価直列相モデルは一般化マイクロプレーンコンクリートモデル^{26), 27), 28), 29)}を非局所型構成則に拡張したものとみなすことができ、コンクリートの引張、圧縮、せん断のあらゆる多軸応力状態におけるひび割れ、損傷、塑性に関する構成関係ならびにひび割れ面でのすべり挙動や骨材のかみ合い作用(ひび割れ摩擦、ひび割れダイラタンシー)などを良好な精度で記述できるとともに寸法効果、形状効果などの非局所特性も表現できる。そのため多等価直列相モデルは多くの複雑な破壊メカニズムを内包する鉄筋コンクリート構造のせん断破壊の解析に適した構成モデルであるといえる。多等価直列相モデルの増分構成関係は式(18)で表現される。

$$d\sigma_{ij} = D_{ijrs} d\epsilon_{rs} \quad (18a)$$

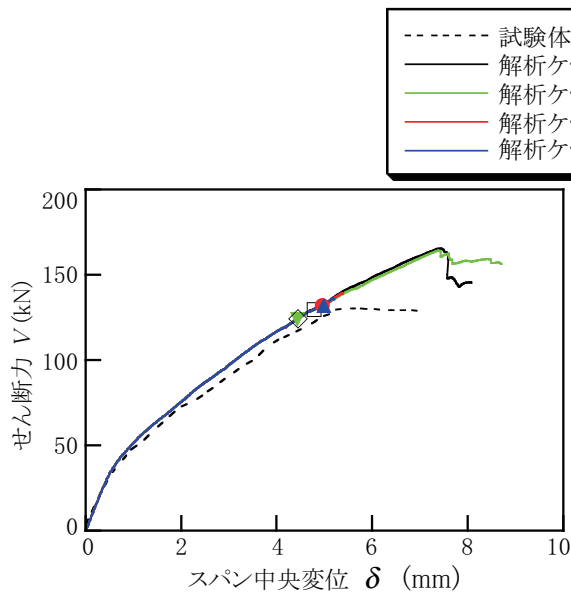


図-4 せん断応答

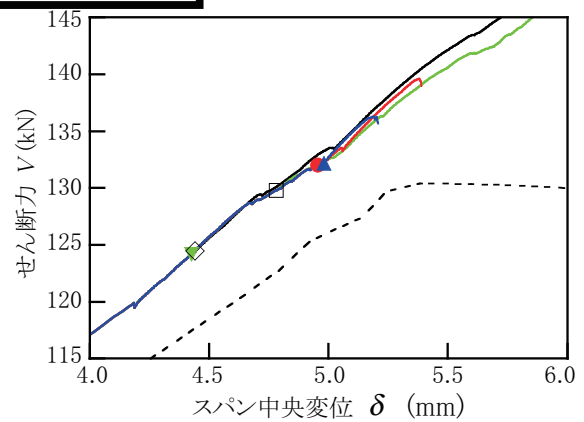


図-5 せん断応答 (分岐点近傍)

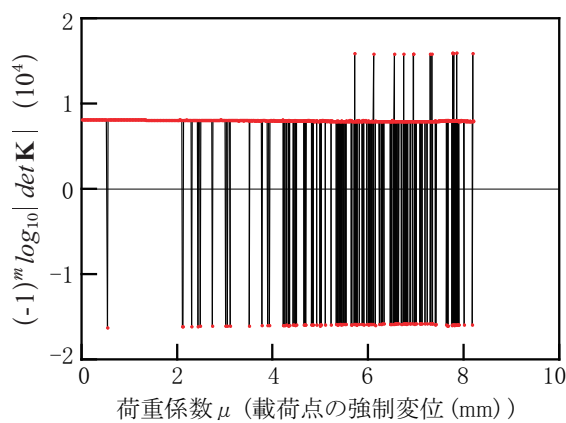


図-6 解析ケース K01 における $\det \mathbf{K}$ の指標値

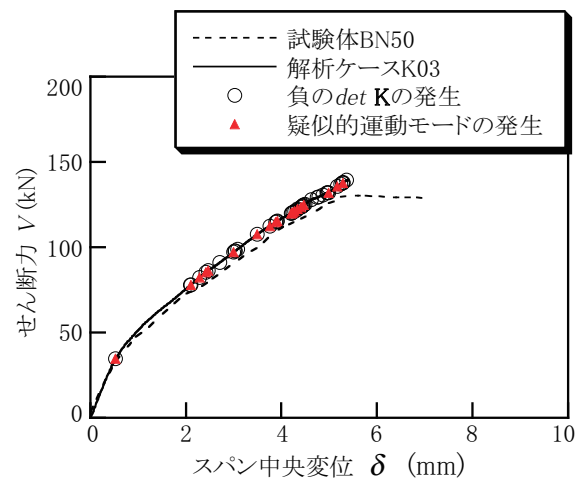


図-7 負の $\det \mathbf{K}$ と疑似的運動モードの発生

$$\begin{aligned}
 D_{ijrs} = & \frac{\pi}{2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=\pi/2} \left[n_i n_j n_r n_s D_N^E \right. \\
 & + \frac{1}{4} (k_i n_j + k_j n_i) (k_r n_s + k_s n_r) D_{TK}^E \\
 & \left. + \frac{1}{4} (m_i n_j + m_j n_i) (m_r n_s + m_s n_r) D_{TM}^E \right] \\
 & f(\mathbf{n}) \sin \phi d\phi d\theta \quad (18b)
 \end{aligned}$$

ここで、 n_i : 等価直列相の単位方向ベクトル \mathbf{n} ; k_i と m_i : \mathbf{n} と互いに直交する単位ベクトル \mathbf{k} と \mathbf{m} ; D_N^E 、 D_{TK}^E 、 D_{TM}^E : 等価直列相の垂直 N およびせん断 TK 、 TM の増分剛性 ; θ と ϕ : 単位半球に関する積分のための球座標 ; $f(\mathbf{n})$: \mathbf{n} の重み関数。

鉄筋は Von Mises 降伏関数を用いた線形弾性-完全塑性構成モデルを仮定したが、本解析において塑性が生じることはなかった。

コンクリート要素と鉄筋はり要素は節点において完全結合されているが、付着すべりを表現する界面要素^{18), 19), 20), 21)}を設置しなくても鉄筋はり要素周辺のコンクリート要素が鉄筋はり要素からせん断引張力を受けるために二次付着ひび割れが発生しこれが非弾性付着挙動を表現している。

4.3 解析ケース

著者の一連の斜め引張破壊経路への分岐誘導解析では、直接変位増分制御法と多等価直列相モデルを用いた解析シリーズ \mathbf{K} ^{6), 7), 8)}を基本として、弧長増分制御法やコンクリート構成モデルの影響などを検討した解析シリーズを実施してきた。本論文ではその基本となる解析シリーズ \mathbf{K} の結果についてのみ記述する。表-1は本論文でとりあげた解析シリー

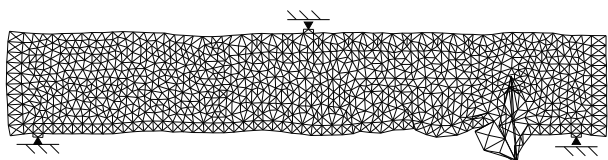


図-8 疑似的運動モード (解析ケース K01)

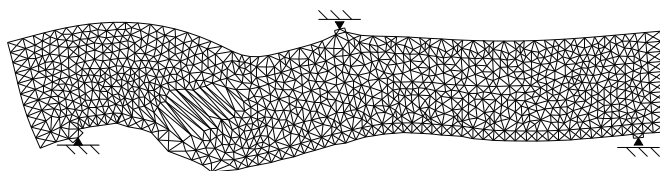


図-9 分岐点 B の 4 次固有モード

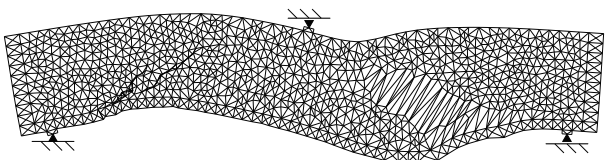


図-10 分岐点 C の 1 次固有モード

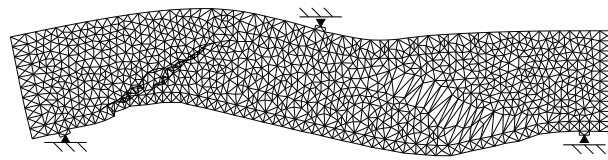


図-11 分岐点 D の 1 次固有モード

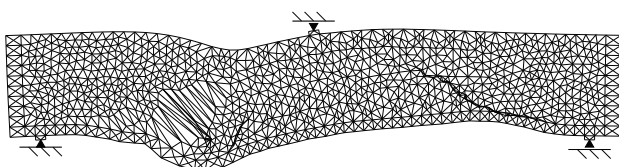


図-12 分岐点 E の 1 次固有モード

ズ \mathbf{K} の各解析ケースを示したものである。解析ケース K01 は基本経路解析であり、解析ケース K02、K03、K04 ではその解析ケース K01 の基本経路上に現れた最初の分岐点 A から分岐経路誘導を開始して分岐後経路を追跡した。分岐後経路上にさらに現れた分岐点 B においても同様に分岐経路誘導を行ない、その後の分岐点 C、D、E についても多段階分岐誘導を行なった。各分岐点では増分変位予測子ベクトル $\Delta \mathbf{u}_p$ として式 (15) または式 (16) を採用してその影響を検討した。

5. 分岐経路誘導の解析結果

図-4 は解析シリーズ \mathbf{K} で得られたせん断応答であり、図-5 は分岐点近傍のせん断応答を示したものである。図-6 は解析ケース K01 における $\det \mathbf{K}$ の指標値 $(-1)^m \log_{10} |\det \mathbf{K}|$ を示したものでありこの結果に基づいて特異点または分岐点を探索・特定したが、Drucker の安定仮説を満足しないひずみ軟化材料であるコンクリートの有限要素破壊解析では疑似的運動モードが発生しこれもつり合い経路上に特異点をもたらす場合がある。そこで本研究ではこの疑似的運動モードの発生を固有値解析から得られる固有モード図や増分変位図によって確認し排除して分岐点を特定した。図-7 は解析ケース K03 において負の $\det \mathbf{K}$ および疑似的運動モードが発生した载荷ステップを示したものであり、図-8 は基

本経路において疑似的運動モードが発生した载荷ステップでの 1 次固有モード ($\lambda_1 = 5.4453 \times 10^2$) を示した一例である (変位倍率 200)。分岐を考慮していない解析ケース K01 (基本経路) は実験と比較して最大耐力を過大評価しているのに対して、多段階で分岐経路追跡した解析ケース K03 および K04 では比較的良好に実験の斜め引張破壊耐力を予測できている。分岐点 C において増分変位予測子ベクトル $\Delta \mathbf{u}_p$ として式 (16) を用いた解析ケース K03 と K04 ではその分岐後経路において重要な分岐点 D と E が出現しその分岐後経路において極限点 (最大耐力) に達した。一方、分岐点 C において $\Delta \mathbf{u}_p$ として式 (15) を用いた解析ケース K02 では分岐点 C 以降で重要な分岐点を特定できず基本経路解析と同様に最大耐力が過大評価された。このことより基本解を考慮せず 1 次固有モードを摂動とした分岐経路誘導の方が有効であることが確かめられた。

図-9、10、11、12 は各分岐点において摂動としての増分変位予測子ベクトル $\Delta \mathbf{u}_p$ を計算する際に用いた 1 次または 4 次の固有モード (変位倍率 200) であり、斜めひび割れおよび軸方向ひび割れの急激な開口を表現しているのがわかる。それぞれの固有値は、 $\lambda_4 = 4.3541 \times 10^2$ 、 $\lambda_1 = 3.1420 \times 10^2$ 、 $\lambda_1 = 3.6131 \times 10^2$ 、 $\lambda_1 = 4.4236 \times 10^0$ である。ただし分岐点 B のみは 1 次固有モードよりも斜めひび割れの開口が大きい 4 次固有モードを摂動の計算で採用した。図-13、14、18 は解析ケース K03 および K04

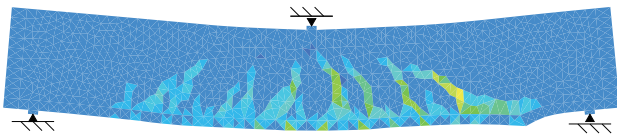


図-13 分岐点 C 直後の増分変位 (解析ケース K03)

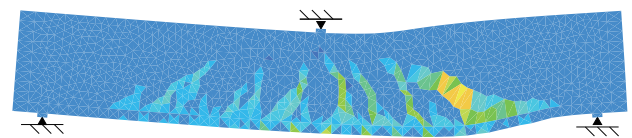


図-14 分岐点 D 直後の増分変位 (解析ケース K03)

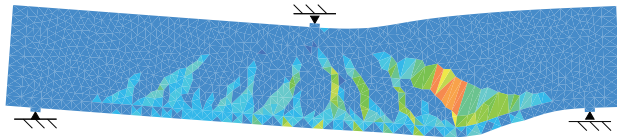


図-15 最大耐力時の増分変位 (解析ケース K03)

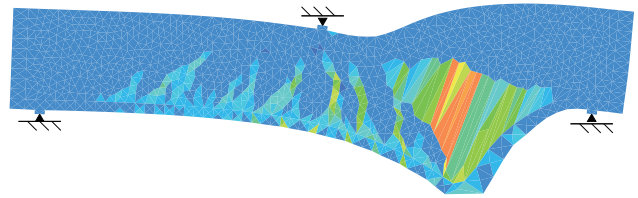


図-16 最大耐力直後の増分変位 (解析ケース K03)

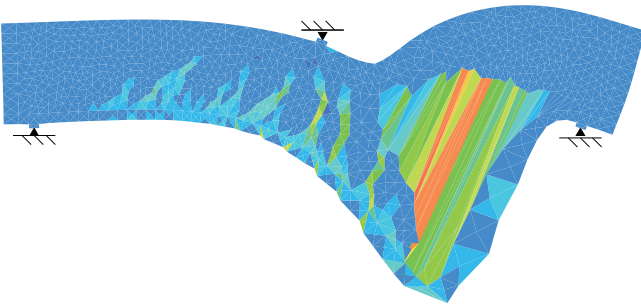


図-17 最大耐力後の増分変位 (解析ケース K03)

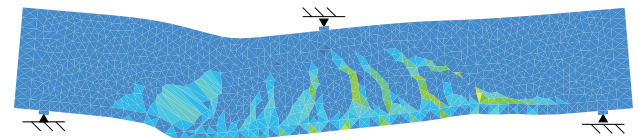


図-18 分岐点 E 直後の増分変位 (解析ケース K04)

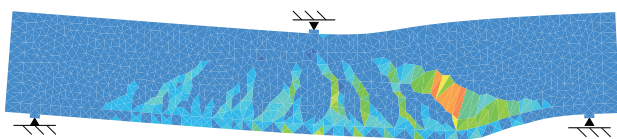


図-19 最大耐力時の増分変位 (解析ケース K04)

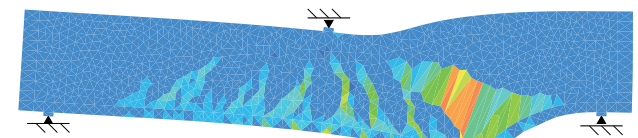


図-20 最大耐力直後の増分変位 (解析ケース K04)

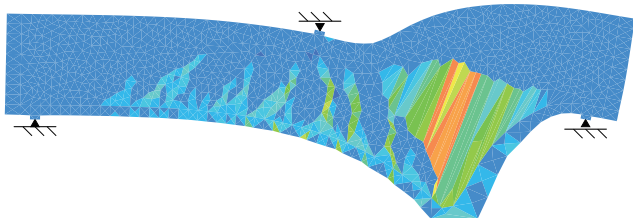


図-21 最大耐力後の増分変位 (解析ケース K04)

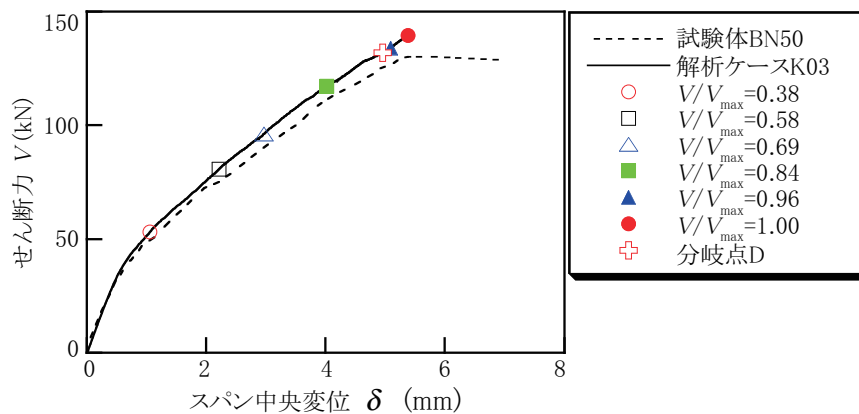
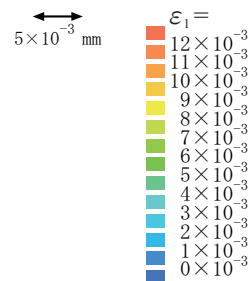


図-22 解析ケース K3 におけるせん断力荷重レベル

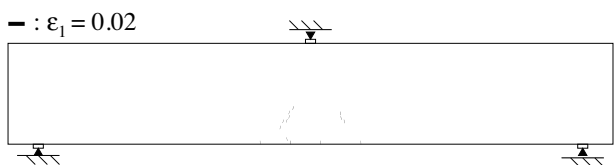


図-23 解析ケース K3 と実験におけるひび割れ状況の比較 ($V/V_{\max} = 0.38$)

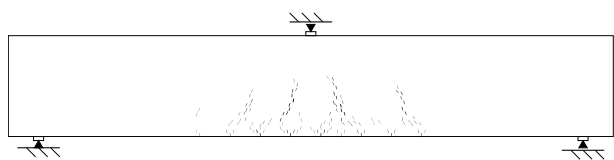


図-24 解析ケース K3 と実験におけるひび割れ状況の比較 ($V/V_{\max} = 0.58$)

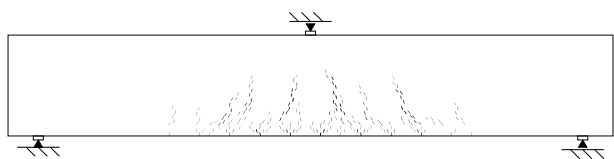


図-25 解析ケース K3 と実験におけるひび割れ状況の比較 ($V/V_{\max} = 0.69$)

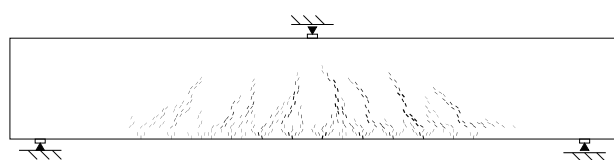


図-26 解析ケース K3 と実験におけるひび割れ状況の比較 ($V/V_{\max} = 0.84$)

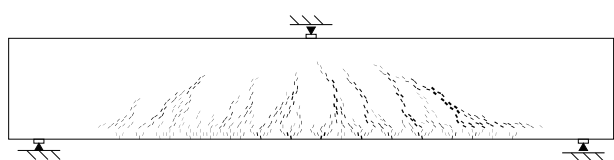


図-27 解析ケース K3 と実験におけるひび割れ状況の比較 ($V/V_{\max} = 0.96$)

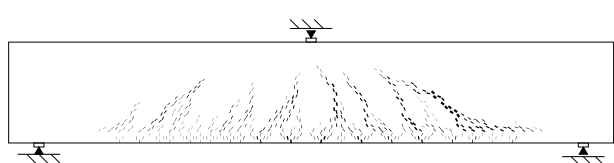


図-28 解析ケース K3 ($V/V_{\max} = 1.00$) と実験の最終ひび割れ状況との比較

の分岐経路誘導後（分岐点 C、D、E の直後）の増分変位図に最大主ひずみ分布を重ね描きしたものである。解析ケース K03 では有効な分岐経路誘導によって右スパンの斜めひび割れと軸方向ひび割れが卓越する斜め引張破壊の支配的なモードが出現しており、その後の分岐後経路追跡によって最大耐力時から最大耐力後の斜め引張破壊の崩壊メカニズムが良好に再現できた（図-15、16、17）。解析ケース K04 では左スパンの斜めひび割れの分岐経路が誘導されたにもかかわらず、最大耐力時には解析ケース

K03 と同様に右スパンの斜め引張崩壊モードが得られる結果となった（図-19、20、21）。

以上より本分岐経路誘導解析手法は鉄筋コンクリートはりの斜め引張破壊耐力を良好に予測するとともに、最大耐力からポストピークの過程において斜めひび割れと軸方向ひび割れが不安定伝播し大きく開口する斜め引張破壊の崩壊メカニズムを良好に再現することができるといえる。

解析ケース K03 におけるひび割れ進展の解析結果を実験において報告されているひび割れ進展状況

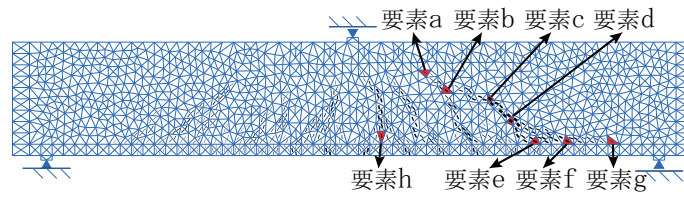


図-29 解析ケース K3 における最終ひび割れ状況と検討する有限要素

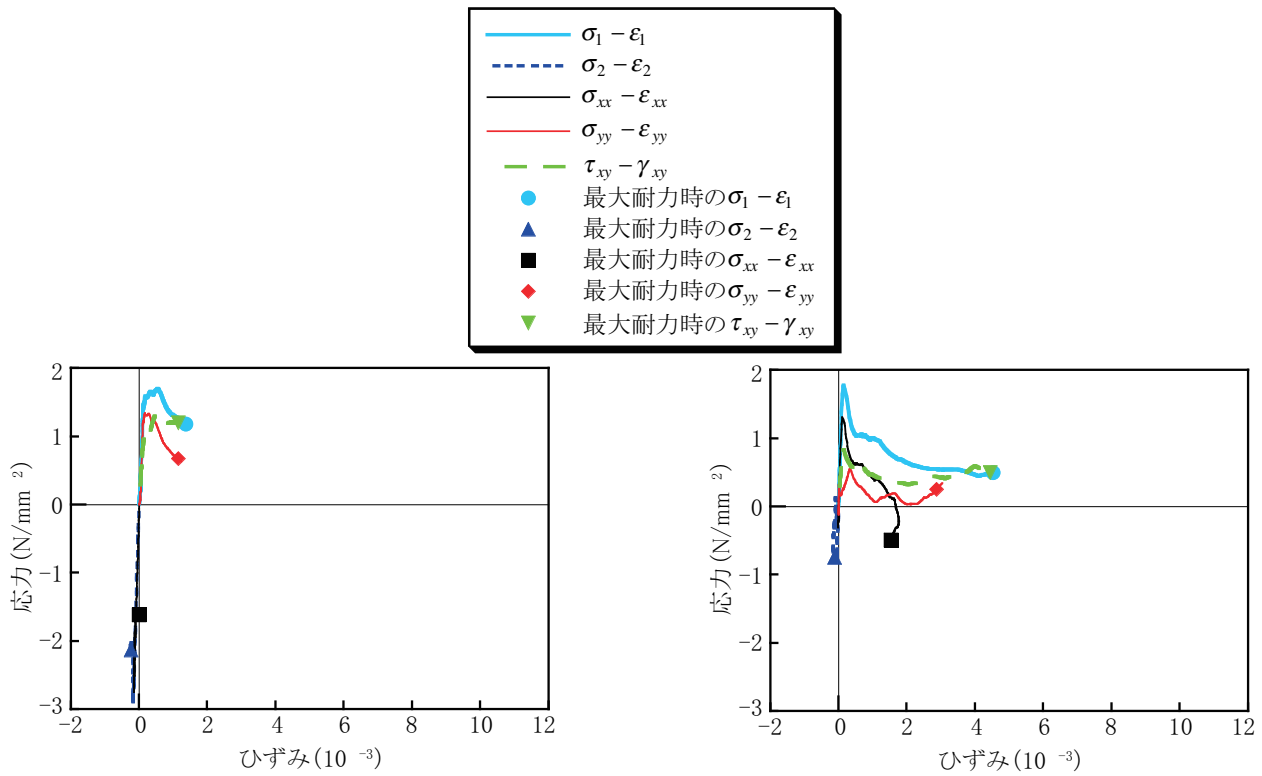


図-30 要素 a の応力-ひずみ応答

図-31 要素 b の応力-ひずみ応答

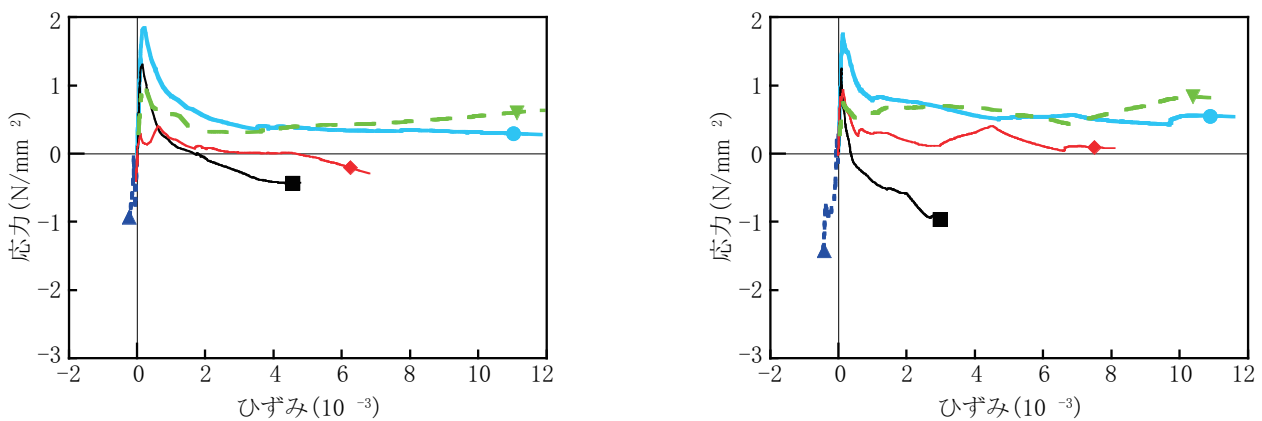


図-32 要素 c の応力-ひずみ応答

図-33 要素 d の応力-ひずみ応答

と比較するために、図-22 に示すように実験でひび割れ状況が観察されているせん断力荷レベル V/V_{max} に対応する解析ステップを選択した (V_{max} は最大せん断耐力)。図-23～28 は各せん断力荷レベルのひび割れ状況の解析結果を実験と比較し

たものである。解析では1軸引張強度時のひずみ値の5倍を越えた最大主ひずみ ϵ_1 をプロットすることによってひび割れ状況を表現した。本解析は最大せん断耐力の96%までの実験のひび割れ進展状況を非常に良好に再現できていることがわかる。実験で

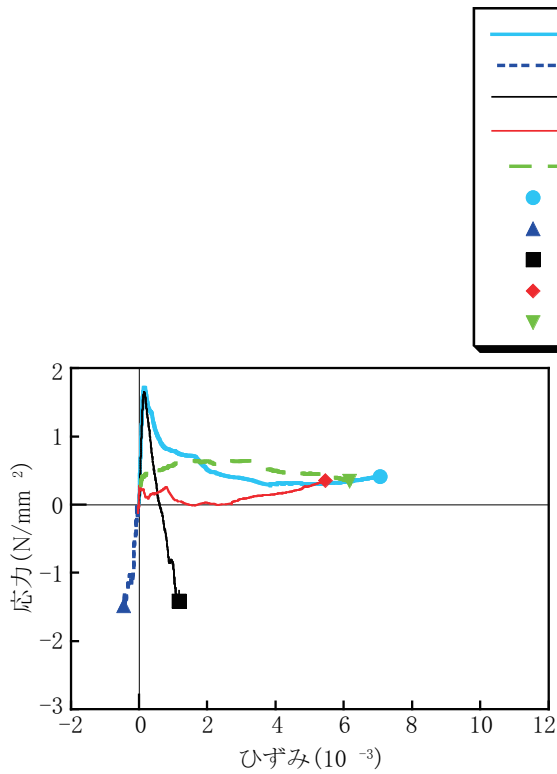


図-34 要素 e の応力-ひずみ応答

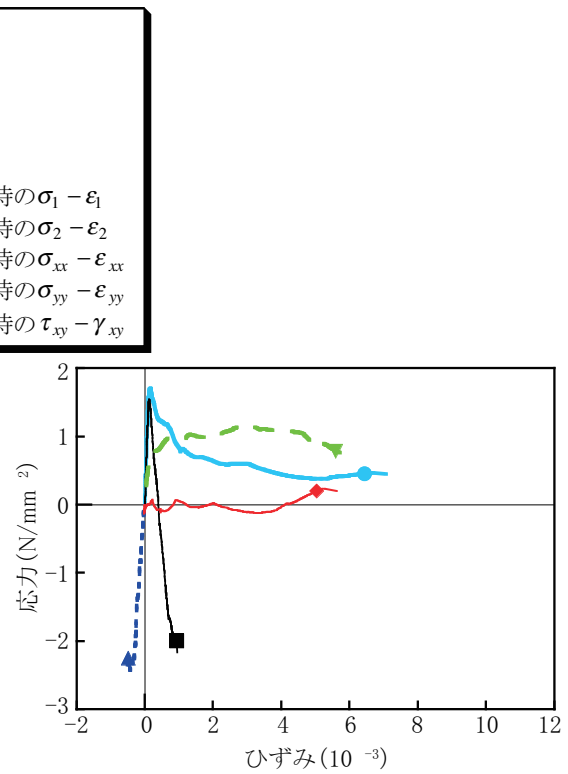


図-35 要素 f の応力-ひずみ応答

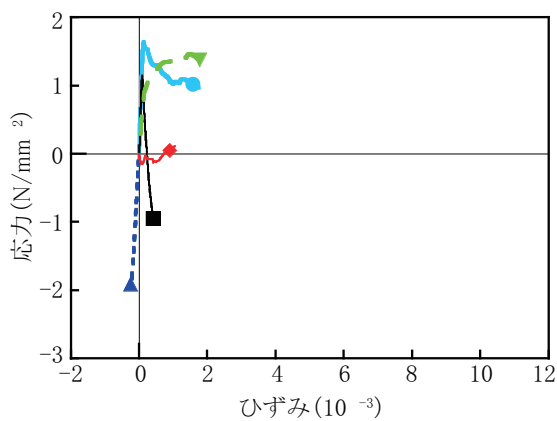


図-36 要素 g の応力-ひずみ応答

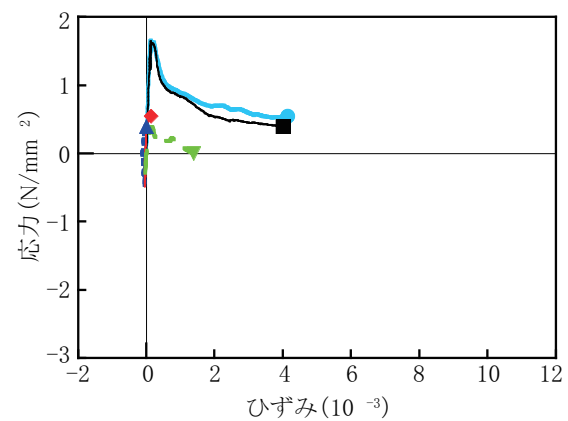


図-37 要素 h の応力-ひずみ応答

は $V/V_{\max} = 0.96$ 以後 V_{\max} を経てポストピーク領域に至る崩壊過程において斜めひび割れが曲げ圧縮部へ突き抜けている。一方、解析では分岐点 D から斜めひび割れモードへ分岐誘導されてその後の分岐後経路追跡によって最大せん断耐力からポストピーク領域に至る挙動が計算できたにもかかわらず、斜めひび割れは大きく不安定伝播せず曲げ圧縮部へ突き抜けることがなかった。

解析における斜めひび割れと軸方向ひび割れの進展メカニズムを検討するために、図-29 に示した斜めひび割れ内と軸方向ひび割れ内のコンクリートの有限要素を選定してその応力-ひずみ応答を調査

した(図-30 ~ 36)。比較のために曲げひび割れの応答(図-37)も示した。検討の結果、以下のことが明らかになり、これらの要因も斜めひび割れが曲げ圧縮部へ突き抜けるのを妨げている原因として考えられる。

- 1) 最大主応力の軟化残留応力レベルが比較的高くひび割れ面の開口抵抗力が残存している。
- 2) 応力とひずみの主軸回転角度の差が大きく斜めひび割れ面でのせん断伝達が小さくない部分がある。
- 3) 軸方向ひび割れを形成しているコンクリート要素内の各々のひび割れは付着割裂作用では

なく鉄筋から伝達される付着せん断力によって引き起こされるため鉄筋軸方向に対して大きな傾斜角度を持つ。

6. まとめ

鉄筋コンクリート構造物の合理的なせん断破壊解析手法の確立をめざして、斜め引張破壊を安定破壊状態から不安定破壊状態への分岐現象としてとらえることによってその構造崩壊メカニズムを精度よく再現できる解析手法についてその基礎理論と数値解析手順を示した。鉄筋コンクリートはりの応答経路上においてコンクリートのひずみ軟化に起因する疑似的運動モードを排除した上で接線剛性マトリックスの行列式を用いた特異性条件式から分岐点を探索、判定した。特定した分岐点から可能な破壊経路のうち最も合理的な斜め引張破壊の経路へ分岐誘導を行なうために、固有値解析から得られる1次固有モードと基本経路の解から計算される増分変位予測子ベクトルを摂動とした分岐経路誘導ならびに分岐後経路追跡を実施した。提示した鉄筋コンクリートはりの解析例では、実験の斜め引張破壊耐力ならびに実験において観察される斜めひび割れと軸方向ひび割れが卓越する斜め引張破壊の崩壊メカニズムを良好に再現することができた。

<参考文献>

- 1) Podgorniak-Stanik, B. A.: "The influence of concrete strength, distribution of longitudinal reinforcement, amount of transverse reinforcement and member size on shear strength of reinforced concrete members", University of Toronto, 1998.
- 2) Bazant, Z. P., Cedolin, L.: "Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories", Oxford University Press, 1991.
- 3) Bazant, Z. P., Kazemi, M. T., Hasegawa, T., and Mazars, J.: "Size effect in brazilian split-cylinder tests: Measurements and fracture analysis", ACI Materials Journal, Vol.88, No.3, pp.325-332, May/June 1991.
- 4) 長谷川俊昭: "多方向ひび割れ解析のための THAS コンクリート構成則の提案", 土木学会第 71 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-645, pp.1289-1290, 2016.9.
- 5) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊経路の分岐誘導解析", 土木学会第 58 回年次学術講演会講演概要集, V-276, pp.551-552, 2003.9.
- 6) 長谷川俊昭: "分岐固有値解析に基づく RC はりの斜め引張破壊経路への分岐誘導", 土木学会第 66 回年次学術講演会講演概要集, V-095, pp.189-190, 2011.9.
- 7) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊分岐経路誘導解析におけるひび割れ進展", 土木学会第 67 回年次学術講演会講演概要集, V-254, pp.507-508, 2012.9.
- 8) Hasegawa, T.: "Branch-switching to bifurcation path for diagonal tension failure of reinforced concrete beam, based on eigenvalue analysis, Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, 352, IA-FraMCoS, Spain, 2013.
- 9) 長谷川俊昭: "弧長増分制御法と分岐固有値解析による RC はりの斜め引張破壊の分岐誘導", 土木学会第 68 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-132, pp.263-264, 2013.9.
- 10) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊の分岐誘導解析に及ぼすひび割れ構成モデルの影響", 土木学会第 69 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-286, pp.571-572, 2014.9.
- 11) Hasegawa, T.: "Constitutive models and arc-length control method in analysis of branch-switching to bifurcation path for diagonal tension failure in reinforced concrete beams", Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, p89, IA-FraMCoS, U.S.A., 2016.
- 12) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊に関する数値解析的検討", 土木学会第 57 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-141, pp.281-282, 2002.9.
- 13) Hasegawa, T.: "Numerical study of mechanism of diagonal tension failure in reinforced concrete beams", Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, Vol.I, pp.391-398, IA-FraMCoS, U.S.A., 2004.
- 14) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊解析における有限要素メッシュ依存性", 土木学会第 59 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-387, pp.771-772, 2004.9.
- 15) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊機構における混合モード破壊", 土木学会第 60 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-527, pp.1053-1054, 2005.9.
- 16) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊におけるコンクリート構成モデルの影響", 土木学会第 61 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-431, pp.857-858, 2006.9.
- 17) Hasegawa, T.: "Finite element analysis of diagonal tension failure in RC beams", Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures-Design, Assessment and Retrofitting of RC Structures, Vol.2, pp.709-717, Taylor & Francis, U.K., 2007.
- 18) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊における鉄筋付着の影響", 土木学会第 62 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-352, pp.703-704, 2007.9.
- 19) 長谷川俊昭: "RC はりの斜め引張破壊有限要素解析における鉄筋付着のモデル化", 土木学会第 63 回年次学術講演会講演概要集, 第 5 部, V-542, pp.1083-1084, 2008.9.

- 20) 長谷川俊昭：“付着割裂破壊に着目したRCはりの斜め引張破壊有限要素解析”，土木学会第64回年次学術講演会講演概要集，第5部，V-530，pp.1057-1058，2009.9.
- 21) Hasegawa, T.: "Rebar bond slip in diagonal tension failure of reinforced concrete beams", *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures—Assessment, Durability, Monitoring and Retrofitting of Concrete Structures, Vol.2*, pp.786-793, IA-FraMCoS, Korea, 2010.
- 22) 長谷川俊昭：“RCはりの斜め引張破壊解析における付着割裂ひび割れのモデル化”，土木学会第65回年次学術講演会講演概要集，第5部，V-076，pp.151-152，2010.9.
- 23) 長谷川俊昭：“コンクリートの非局所型構成則としての多等価直列相モデル”，土木学会第47回年次学術講演会講演概要集，第5部，CS-1-1，pp.18-19，1992.9.
- 24) Hasegawa, T.: "Multi equivalent series phase model for nonlocal constitutive relations of concrete", *Fracture Mechanics of Concrete Structures, Vol.II*, pp.1043-1054, AEDIFICATIO Publishers, Germany, 1998.
- 25) Hasegawa, T.: "Development of multi equivalent series phase model for fracture analysis of concrete structures", *Technical Research Report of Shimizu Corporation (清水建設研究報告)*, Vol. 69, April, pp.65-73, 1999.
- 26) Hasegawa, T.: "Enhanced microplane concrete model, *Fracture Mechanics of Concrete Structures*", *Proceedings of the Second International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures*, edited by F. H. Wittmann, Vol. II, pp.857-870, AEDIFICATIO Publishers, 1995.
- 27) 長谷川俊昭：“一般化マイクロプレーンコンクリートモデルの再構築”，土木学会論文集，No.538/V-31，pp.129-147，1996.5.
- 28) 長谷川俊昭，前川宏一：“一般化マイクロプレーンコンクリートモデルの検証”，土木学会論文集，No.538/V-31，pp.149-168，1996.5.
- 29) Hasegawa, T.: "Development and verification of enhanced microplane concrete model", *Concrete Library International, JSCE*, No. 29, June, pp.159-202, 1997.