

RC 構造の大規模非線形問題に対する オープンソース並列構造解析プログラムの適用性検討

田中 栄次

(技術研究所)

Applicability Evaluation of Open-Source Parallel FEM Program for Large-Scale Nonlinear Analysis of RC Structures

Eiji Tanaka

近年における計算環境の発展に伴い、FEM 解析が実務上果たす役割は大きくなっており、より複雑で大規模な問題に対応するため、構造解析の大規模並列化が重要と考えられる。現在、高速なオープンソース並列構造解析プログラム FrontISTR が開発され、大規模構造解析は実現しつつあるが、RC 構造を対象とした材料非線形解析の場合、並列化の適用性に課題が残る。そこで本報では、FrontISTR を改良することで、RC 構造を対象とした大規模非線形解析が可能か検討した。具体的には、コンクリートの材料構成則を実装し、RC 構造の材料非線形解析に対する並列化の適用性を検証した。次に、RC 構造の大規模問題を対象としてスケーラビリティを調査し、大規模構造解析の実現性を把握した。

This paper presents the study of large-scale nonlinear analysis of reinforced concrete (RC) structures. The analysis procedure is based on open-source code FrontISTR, deployed on a parallel finite element method (FEM) basis. FrontISTR also supports nonlinear structural analysis functions, however, further improvement in these functions and parallel matrix solver is required to simulate the damage of RC structure properly. In this study, nonlinear analysis functions for RC structures, such as smeared crack model, is implemented. Then, verification for applicability of the implemented functions is examined with numerical analysis of four-point bend test of RC beam. Finally, the practicality and scalability of large-scale nonlinear analysis are demonstrated through seismic response analysis for shaking table test of a six-story RC wall frame building.

1. はじめに

鉄筋コンクリート(RC)構造物を対象とした従来の設計においては、ばねやビーム要素等を用いた簡便な質点系モデルによる数値解析が広く用いられている。この背景には、計算機性能の限界や、仕様規定により単純なモデル化が容易であった点が挙げられるが、近年では、計算機の容量・計算速度が飛躍的に進展しており、解析モデルを単純化する必然性は薄まりつつある。

また、性能設計の推進による建築・土木構造物の設計合理化や、原子炉建屋のように複雑かつ高度な安全性が求められる構造物の性能評価においては、構造物の諸元を正確に反映した解析が望ましい。それらの複雑な検討を的確に進めるためには、より精緻で高精度な構造解析技術が有用と考えられる。

以上の背景を踏まえると、材料・境界・幾何学的作用に起因する各種非線形性の考慮や、ソリッド要素による構造物形状の正確なモデル化といった、実現象をより忠実に表現した構造解析技術が、今後重要な役割を果たすと推測される。一般的に、解析モデルの複雑化は構造解析の大規模化を伴うため、実現象に忠実な構造解析技術の実現に際しては、高性能計算機を駆使した大規模並列解析が求められる。

高並列計算環境に対応した有限要素法(FEM)の解析プログラムとして、現在、オープンソースの FrontISTR¹⁾が開発されている。FrontISTR を用いて、鋼材の弾塑性や接触等の非線形性を考慮した並列解析がこれまでに実施されており、大規模構造解析は実現しつつある。しかし、RC 構造の破壊挙動を扱う場合、コンクリートのひび割れによる負剛性が生じるため、線形方程式の高速解法である CG 法

では安定した反復計算が困難であり、CG法を用いた並列化の適用性が課題となる。

そこで本報では、RC構造を対象とした大規模非線形解析手法の構築を目指して、FrontISTRをもとに、コンクリートのひび割れを考慮した非線形解析及びその並列化を可能とする改良を行った。さらに、改良の有効性を確認するために、数値解析事例による検証を実施した。本報は、本章及び最終章の結論を含む5章で構成される。2章及び3章では、FrontISTRの主な改良点として、コンクリート及び鉄筋の材料構成則実装と収束計算法について述べる。4章では、数値解析事例として、RC梁の曲げ試験を対象とした基本的検証と、RC建物の振動実験をモデル化した大規模解析のスケラビリティ検討の結果を述べる。

2. RC構造の損傷を模擬した材料構成則の実装

RC構造のFEM解析を実施する上では、コンクリートのひび割れや鉄筋の作用を考慮する必要がある。具体的には、それらの影響を材料構成則によって表現する手法が普及している。そこで、本検討では、コンクリート及び鉄筋の特性を模擬する材料構成則を実装した。以下にその概要を述べる。なお、本検討はFrontISTRの適用性検討を主眼としているため、RC構造の基本的な挙動を表現する上で必要な材料構成則のみを実装している。

2.1 コンクリートの材料構成則

RC構造を対象とした解析においては、準脆性材料のコンクリートにひび割れが発生する点が大きな特徴である。ひび割れが発生すると、その進展に伴い伝達される応力が低下するため、変形の不連続性や耐力低下をもたらす。そこで、ひび割れが構造物の挙動に与える影響を表現するために、分散ひび割れモデル²⁾に基づく材料構成則を実装した。

分散ひび割れモデルでは、ひび割れたコンクリートが直交異方性体として表される。具体的には、図-1に示すように、各要素(積分点)において、ひび割

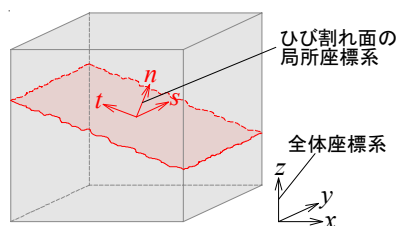


図-1 ひび割れ面の局所座標系

れ面に直交する局所座標系を定義し、各軸方p向に軟化挙動を考慮した等価一軸応力-ひずみ関係を導入する。局所座標系の応力は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \sigma_s \\ \sigma_t \\ \tau_{ns} \\ \tau_{st} \\ \tau_{nt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(\varepsilon_n, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ f(\varepsilon_s, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ f(\varepsilon_t, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ g(\gamma_{ns}, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ g(\gamma_{st}, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ g(\gamma_{nt}, \boldsymbol{\varepsilon}) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、応力は引張を正とする。直応力成分 σ_n 、 σ_s 、 σ_t は、各ひずみ成分 ε_n 、 ε_s 、 ε_t (及び $\boldsymbol{\varepsilon}$ の他の成分)に依存する関数 f として定める。図-2に示すように、引張ひずみの増大に応じて引張応力が低下する引張軟化特性を導入し、ひび割れ面を介した応力伝達を低減することで、コンクリートの引張破壊を表現する。同様に、圧縮破壊についても、圧縮軟化特性によって要素スケールにおける挙動を模擬する。せん断応力成分 τ_{ns} 、 τ_{st} 、 τ_{nt} については、ひび割れ発生後のせん断伝達低下を模擬するために、せん断弾性係数 G にせん断剛性低下率(Shear retention factor) β を乗じる。

$$g(\gamma, \boldsymbol{\varepsilon}) = \beta(\boldsymbol{\varepsilon})G\gamma \quad (2)$$

ひび割れ面の局所座標系を定義する手法は複数提案²⁾⁻⁵⁾されているが、本検討では、固定ひび割れモデル及び回転ひび割れモデルを採用した。固定ひび割れモデルは、発生したひび割れを固定し、主ひずみ方向が変化した場合にはひび割れ発生面でせん断伝達を考慮するが、回転ひび割れモデルでは、ひび割れ面を回転させ、主ひずみ方向と主応力方向を常に一致させる。基本的に、両者は解析対象の破壊挙動等を考慮して使い分けられる。実装した構成則の挙動を確認するために、単一の六面体ソリッド要素に対して、一軸方向ランダム加振を行った解析

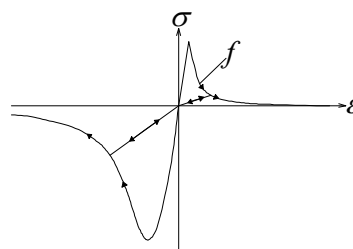


図-2 等価一軸応力-ひずみ関係

結果の応力-ひずみ関係を図-3(a)に示す。同図より、引張・圧縮の各軟化特性及び原点指向型の履歴特性を適切に表現できていることが確認できる。

2.2 鉄筋の材料構成則

鉄筋は、コンクリート要素に対し、空間的に分散していると見做してモデル化した。つまり、各要素(積分点)の応力は、鉄筋とコンクリートの応力 σ_s 及び σ_c を用いて次式で与えられる。

$$\sigma = \mathbf{r}_s^T \sigma_s + \sigma_c \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{r}_s は、鉄筋の空間的な占有率を表す係数であり、鉄筋断面積と配置間隔、要素寸法から定められる。

鉄筋の弾塑性挙動は、任意骨格曲線を用いた Masing 則に基づきモデル化した。実装した構成則の挙動を確認するために、単一の六面体ソリッド要素に対して、一軸方向ランダム加振を行った解析結果の応力-ひずみ関係を図-3(b)に示す。同図より、Masing 則による移動硬化型の履歴特性を適切に表現できていることが確認できる。

3. 大規模非線形解析の計算効率向上検討

大規模解析を実現するためには、特に計算コストの高い線形方程式の数値解法(マトリクスソルバ)について、並列化効率の高い手法を使用することが必要である。例として、流体解析では、CG 法等の高速でメモリ負荷の小さい反復法が採用され、成果を上げている。一方、非線形構造解析においては、剛性行列の正定値性や対称性が保障されず、数値的安定性を欠く場合が多い。そのため、行列の正定値性を要求する CG 法をはじめ、比較的高い数値的安定性を要求する反復法では線形方程式の解が得られず、破綻し得る。また、構造解析で広く用いられている直接法は、厳密解法であり線形方程式の解がほぼ確実に得られるが、並列性能が低いため、大規模問題の数値解法としては適さない。本検討の主題である RC 構造の非線形解析においても、引張・圧縮軟化により負剛性を生じた場合、剛性行列が正定値とならないため、上記の問題に対処する必要がある。

そこで、非線形構造解析に対する反復法の適用性を向上させるために、収束計算法として修正 Newton-Raphson 法(初期剛性法)を採用した。図-4に示すように、代表的な収束計算法として知られる

Newton-Raphson 法では、イテレーション毎に接線剛性行列を再構築するが、修正 Newton-Raphson 法は常に初期剛性を用いる。通常の非線形解析において、修正 Newton-Raphson 法を採用する主な利点は、剛性行列再構築に要する計算時間の削減にある(ただし、一般的にイテレーション回数は増大すると

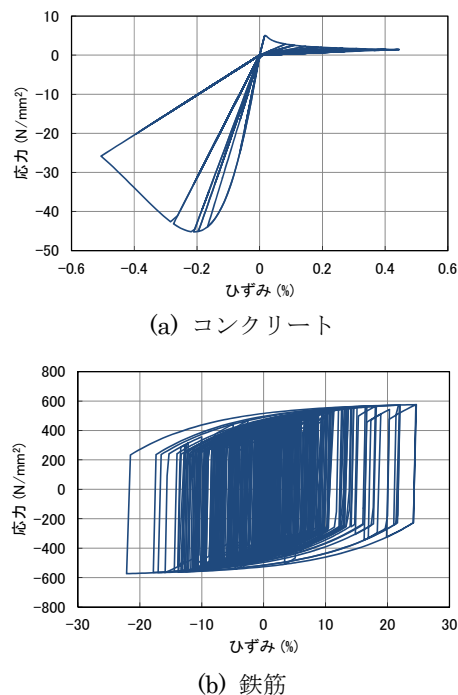


図-3 1要素のランダム加振解析結果

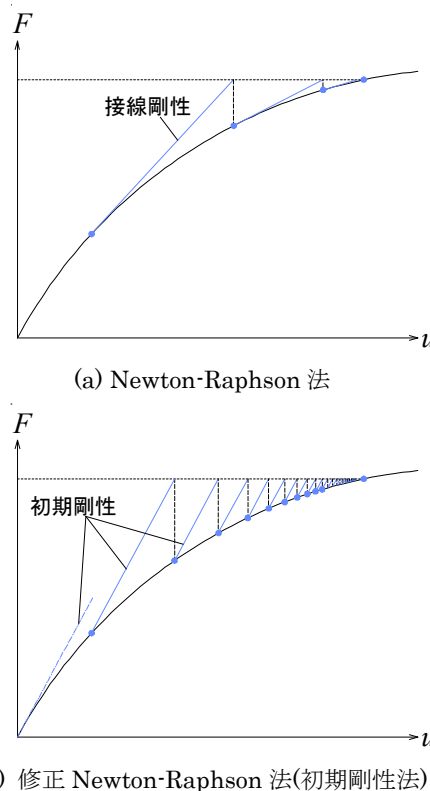


図-4 収束計算法の概念

いうトレードオフの傾向がある)。一方、本検討では、初期剛性の正定値性に着目し、大規模非線形解析に反復法を用いる手段として採用する。前述のように、接線剛性行列がひび割れ後に不定値・負定値となり得るのに対し、初期剛性行列は、初期の線形弾性を仮定すれば正定値性を有している。したがって、修正 Newton-Raphson 法を用いることで反復法の破綻を回避できる。

4. 数値解析事例による検証

4.1 梁の曲げ試験による材料構成則の検証

最初に、比較的単純な問題を対象として、コンクリートのひび割れ及び鉄筋の降伏を考慮した材料構成則と、修正 Newton-Raphson 法による反復法の適用性を検証した。具体的には、図-5 に示す RC 梁の4点曲げ試験⁶⁾を対象に、非線形静的解析を実施した。

解析モデルを図-6 に、解析諸元を表-1 に各々示す。同図に示すように、対称性を考慮し、試験体の1/4 を六面体ソリッド要素でモデル化した。材料構成則として、固定ひび割れモデル及び回転ひび割れモデルを各々採用した2ケースの解析を実施し、両者の挙動を比較する。コンクリートの引張挙動は図-7(a)に示す2直線型モデル⁷⁾で与え、圧縮側は線形弾性とした。ここで、同図中の w はひび割れ開口幅である。また、固定ひび割れモデルのせん断剛性低下率は、次式の Al-Mahaidi モデル⁸⁾で定義し、ひび割れの開口に伴い、ひび割れ面を介したせん断伝達が軽減される傾向を模擬した。

$$\beta = 0.4 \frac{f_t}{E_c \varepsilon_n} \quad (4)$$

ここで、 ε_n はひび割れ面法線方向ひずみである。鉄筋の弾塑性については、次式の降伏関数⁹⁾に基づき、図-7(b)に示す指数関数骨格曲線を定義した。

$$\Phi = \sigma_v - \sigma_y - Q \{1 - \exp(-b\varepsilon_p)\} \quad (5)$$

ここで、 σ_v は von-Mises 応力、 ε_p は相当塑性ひずみである。境界条件は、対称面上に対称境界を、支持点にローラー変位境界を設け、加力点を Z 方向に強制変位させる。

解析結果より、荷重-変位関係を図-8 に示す。また、既往の実験結果¹⁰⁾を同図中に合わせて示す。

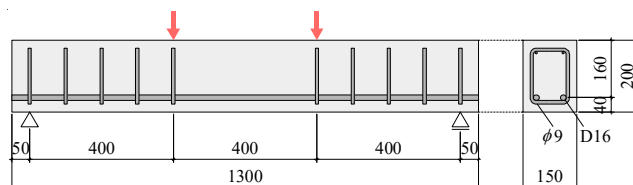


図-5 解析対象 (梁の曲げ試験)

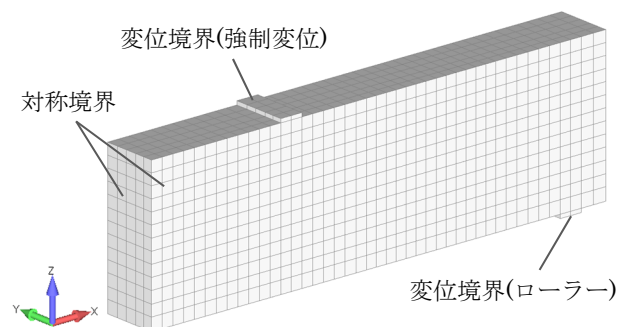
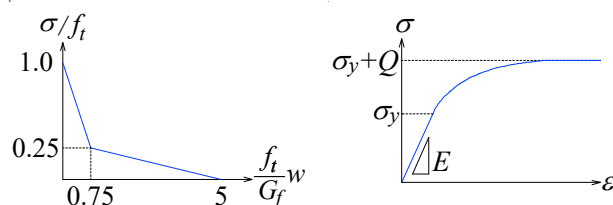


図-6 解析モデル (梁の曲げ試験)

表-1 解析諸元 (梁の曲げ試験)

コンクリート	圧縮強度 (N/mm ²)	44.2
	引張強度 f_t (N/mm ²)	2.9
	ヤング率 E_c (N/mm ²)	29000
	ポアソン比	0.2
	破壊エネルギー G_f (N/mm)	0.1
鉄筋	降伏強度 σ_y (N/mm ²)	400
	ヤング率 E (N/mm ²)	210000
	Q (N/mm ²)	180
	b	15



(a) コンクリート引張軟化特性 (b) 鉄筋骨格曲線

図-7 材料構成則概要 (梁の曲げ試験)

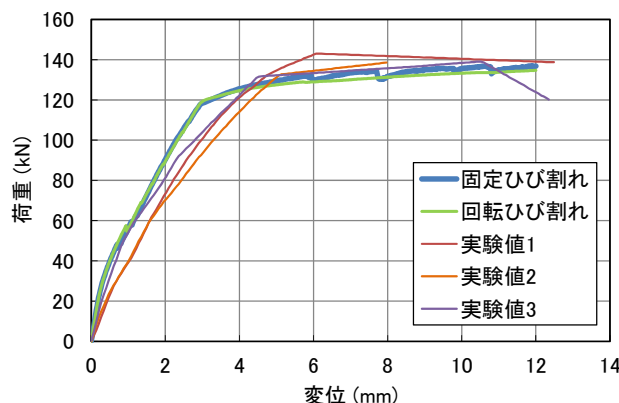


図-8 荷重-変位関係 (梁の曲げ試験)

同図より、解析結果と実験結果を比較すると、両者は概ね対応していることが確認できる。解析結果の非線形挙動は、コンクリート及び鉄筋の材料構成則に起因しており、まずコンクリートに曲げひび割れが生じることで剛性がやや低減し、その後主筋が降伏すると、剛性がより急激に低下する。上記はよく知られたRC梁の曲げ破壊挙動であり、実験結果とも整合している。固定ひび割れモデルと回転ひび割れモデルの解析結果を互いに比較すると、両者は類似した傾向を示すことが分かる。これは、曲げひび割れの場合、回転ひび割れモデルにおける主軸の回転があまり生じず、せん断伝達をほぼ無視した固定ひび割れモデルと同様の挙動となるためである。

試験体の破壊性状を比較するために、解析で得られたひび割れひずみ分布を図-9・図-10に、ひび割れ図を図-11・図-12に各々示す。既往の実験結果及びRC梁の典型的な曲げ破壊挙動では、まず、曲げモーメントによる引張応力が最大となる梁中央部分の底面から、曲げひび割れが鉛直方向に発生・

進展する。次に、せん断補強部分に生じるせん断力の増大に伴い、斜め方向のひび割れが進展する。分散ひび割れモデルの性質上、本解析はひび割れ幅・位置の正確な評価には適さないが、解析結果は実験結果と類似した傾向を示しており、実現象の破壊挙動を概ね捉えられている。また、固定ひび割れモデルと回転ひび割れモデルとを比較すると、耐力を左右する曲げひび割れは同様の傾向を示しているが、斜めひび割れが回転ひび割れモデルにおいてより広範囲に進展しており、主軸の回転による影響が表れている。したがって、実装した材料構成則は適切に動作していることが分かる。以上より、コンクリート及び鉄筋の材料構成則を考慮することで、FrontISTRを用いたRC構造の非線形解析が実現できることが確認できた。

非線形解析に対する反復法の適用性を検討するために、本解析では、線形方程式の数値解法として4並列のCG法を用いた。前述の解析結果でひび割れが発生しているにも係わらず、固定ひび割れモデ

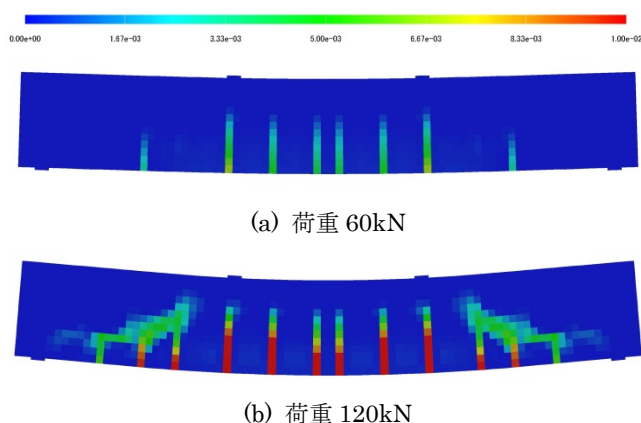


図-9 固定ひび割れモデル ひび割れひずみ分布 (梁の曲げ試験)

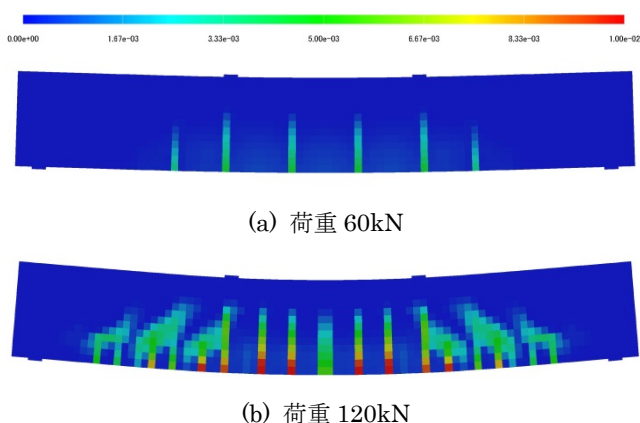


図-10 回転ひび割れモデル ひび割れひずみ分布 (梁の曲げ試験)

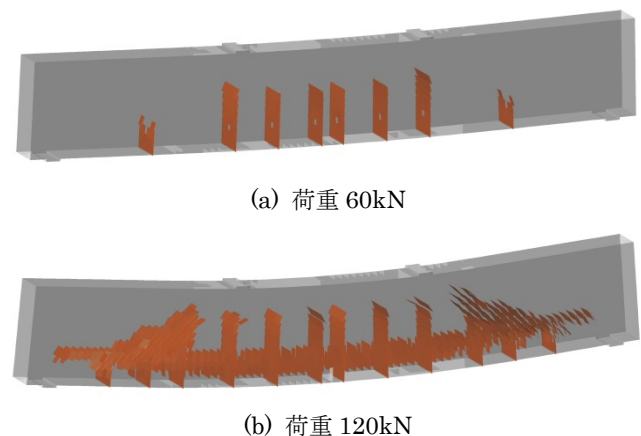


図-11 固定ひび割れモデル ひび割れ図 (梁の曲げ試験)

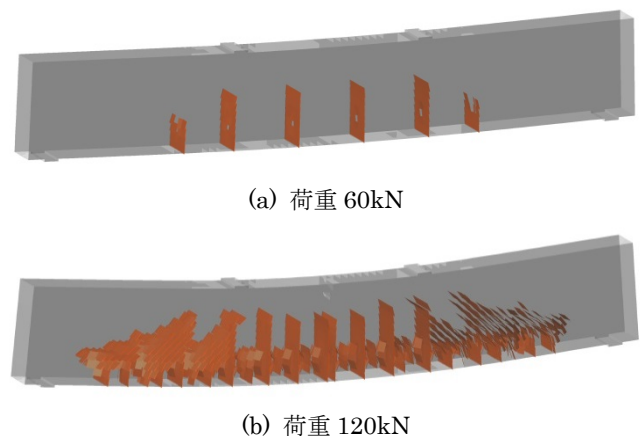


図-12 回転ひび割れモデル ひび割れ図 (梁の曲げ試験)

ル・回転ひび割れモデル共に、全ステップにおいて反復法の収束が得られた。したがって、修正 Newton-Raphson 法を用いることで、非線形解析に対する反復法の適用性が向上すると考えられる。

4.2 RC 建物の振動実験による大規模解析の検証

本検証では、大規模問題を対象とした並列解析を実施し、スケーラビリティを調査することで、本解析手法により、RC 構造の非線形性を考慮した大規模構造解析が実施可能かを検証した。具体的には、**図-13**に示す縮小6層RC造耐震壁フレーム建物の振動実験^{9),10)}を対象として、非線形地震応答解析を実施した。

解析モデルを**図-14**に、解析諸元を**表-2**に各々示す。本解析では、建物形状の忠実な再現を意図して大規模構造解析を行う場合を想定し、同図に示す六面体ソリッド要素(一部プリズム要素)でモデル化した。モデル規模は節点数1150978、要素数862142、自由度数345万程度であり、特筆するほど大きくはないが、並列解析のスケーラビリティを検証するベンチマークとしては十分と考えられる。また、地震応答のように、複数のひび割れが複雑に発生・進展し、鉄筋の付着すべりやはらみ出しを伴う現象に対しては、非直交多方向ひび割れモデル等を用いた精緻なモデル化が本来必要である。しかし、本解析では、実験結果との比較による解析精度検証ではなく、大規模解析の実現性検証に主眼を置くこととし、基本的な材料構成則の適用に留める。材料構成則としては、柱・梁に固定ひび割れモデル、壁・床に回転ひび割れモデルを各々用いた。コンクリートの引張挙動は、**図-15(a)**に示す出雲モデル($c=1.0$)⁷⁾で表し、圧縮挙動については、次式及び**図-15(b)**に示す骨格曲線⁷⁾による原点指向型の圧縮軟化特性を採用した。

$$\sigma = 5.72 f_c K \left\{ 1 - \exp \left(-0.35 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{peak}} \right) \right\} \quad (6)$$

表-2 解析諸元 (RC 建物の振動実験)

コンクリート	圧縮強度 f_c (N/mm ²)	45.5
	引張強度 f_t (N/mm ²)	3.47
	ヤング率 E_C (N/mm ²)	33052
	ポアソン比	0.2
鉄筋	降伏強度 σ_y (N/mm ²)	373.5
	ヤング率 E (N/mm ²)	189000
	二次剛性 E_s (N/mm ²)	1890

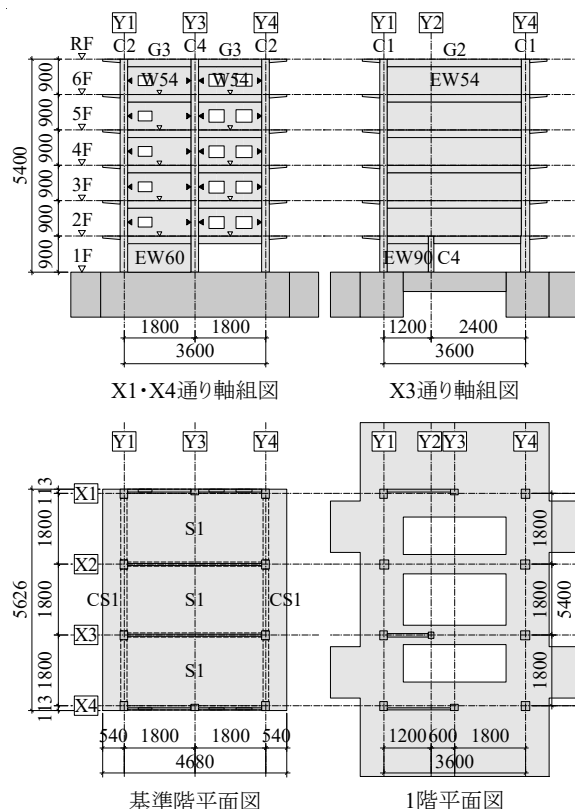


図-13 解析対象 (RC 建物の振動実験)

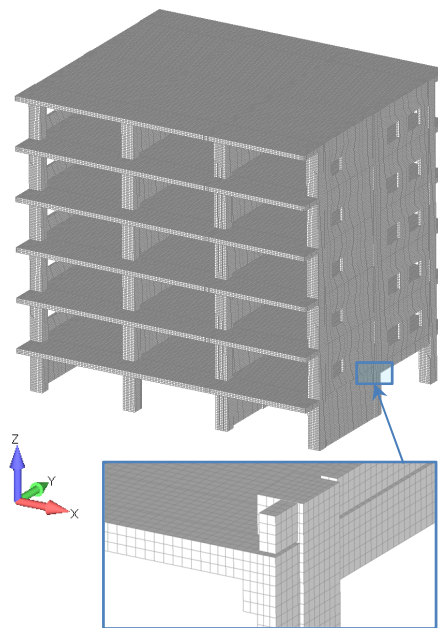


図-14 解析モデル (RC 建物の振動実験)

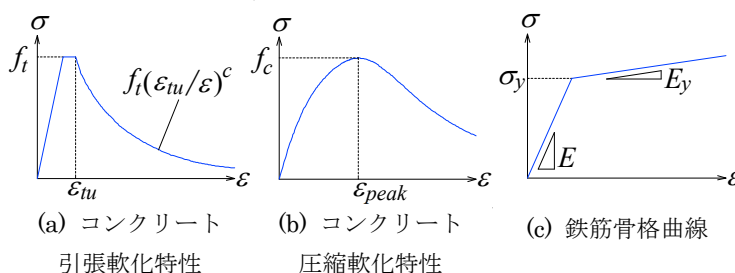


図-15 材料構成則概要 (RC 建物の振動実験)

$$K = \exp \left[-0.73 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{peak}} \left\{ 1 - \exp \left(-1.25 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{peak}} \right) \right\} \right] \quad (7)$$

なお、固定ひび割れモデルにおけるせん断剛性の低減は無視した。鉄筋は、図-15(c)に示すバイリニア弾塑性性を定義し、スターラップ及び帯筋を無視した。境界条件は、1階基部に加速度境界を設け、地震動を3方向同時入力する。入力波の地動加速度時刻歴を図-16に示す。同図の入力波は、振動実験^{9),10)}で用いられたJMA神戸波(試験体の縮尺に合わせて時間軸が調整されている)の加速度倍率100%と120%を連続加振する場合を模擬している。本解析では、表-3に示す2ケースの解析を実施した。Case1は、同図の入力波を用いて、112並列による実行時間を調査するものである。Case2では、入力波の主要動近傍2.5sを抽出した継続時間の短い解析に対し、並列数を変化させることでスケーラビリティを調査した。

解析結果より、1階Y方向相対変位が最大となる時刻におけるCase1の最大主ひずみ分布を図-17に示す。同図より、低層階の損傷が顕著であることが分かり、その傾向は実験結果^{9),10)}とも整合する。しかし、本報では詳細を省くが、応答変位等は定量的に一致しておらず、より精緻なモデル化による解析精度の検証が今後の課題となる。

次に、計算速度に関する検証を述べる。なお、本解析に使用したCPUは、2.60GHzのIntel Xeon E5-2690v4である。Case1の実行時間は3.6日程度であり、実用上十分な計算速度でRC構造の大規模非線形構造解析が可能と期待できる。Case2のスケーラビリティ検証結果を図-18に示す。同図より、16並列までは急激に高速化しており、並列数が倍になると実行時間が1/2以下に短縮されている。16~256並列の間は実行時間が緩やかな減少傾向で推移し、448並列の実行時間は256並列と同程度となる。以上より、約115万節点の解析モデルが256並列以上でサチュレーションに至っており、5000~10000節点/並列までは並列化が有効と推測される。ただし、本解析は非線形であるため、収束までに要したイテレーション数をはじめとする収束計算の推移や、各プロセスに対する負荷分散等の状況が異なる。つまり、本検証がアルゴリズムの並列化効率のみを反映したものではない点に留意する必要がある。また、使用した計算環境の仕様上、32並列以下において、並列数が少ないイテレーション数が増大する傾向があり、それがアムダールの法則以上の並列化効率

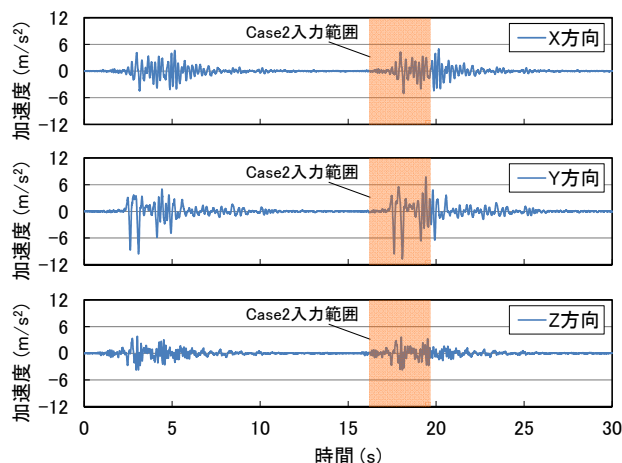


図-16 入力波 (RC 建物の振動実験)

表-3 解析ケース (RC 建物の振動実験)

ケース	入力波 継続時間 (s)	並列数
Case1	30	112
Case2	2.5	4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 448

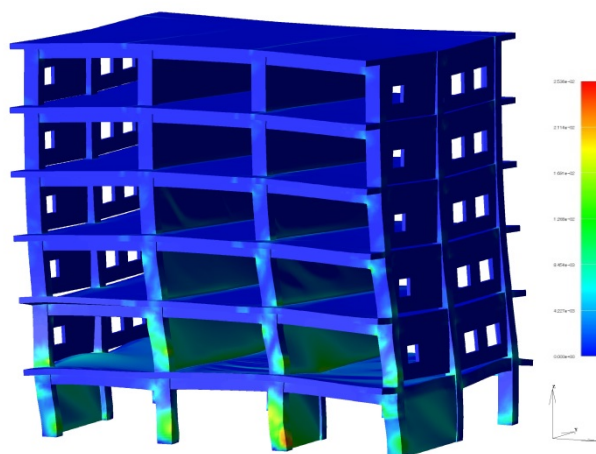


図-17 最大主ひずみ分布 (RC 建物の振動実験)

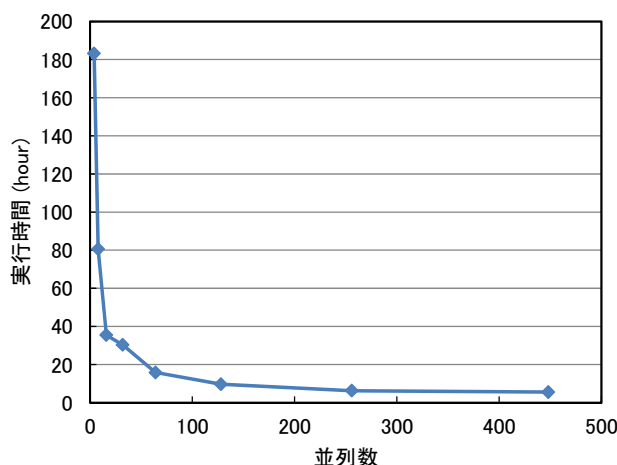


図-18 スケーラビリティ (RC 建物の振動実験)

を見かけ上もたらず一因と思われる。したがって、スケーラビリティに対する非線形性の影響を俯瞰的に考察するためには、今後より多くの数値解析事例を用いて検証する必要がある。

5. 結論

1) オープンソース並列構造解析プログラム **FrontISTR** に以下の改良を施し、RC 構造の大規模非線形解析への適用を試みた。

① コンクリートのひび割れ及び鉄筋の降伏を表現する材料構成則を導入した。

② 実装した材料構成則の非線形性に起因する反復法の適用性悪化を改善するために、収束計算法として修正 **Newton-Raphson** 法を採用した。

2) 改良した **FrontISTR** を用いて、RC 梁の4点曲げ試験をモデル化した解析を行い、解析結果と実験結果が良好に対応することを示し、本解析手法の妥当性を確認した。また、線形方程式の数値解法として、4 並列の反復法を採用し、コンクリートのひび割れが生じる非線形性の強い問題においても、解が問題なく得られることを明示した。これにより、**FrontISTR** が本来有する高い並列性能を損なうことなく、本解析手法を RC 構造の大規模非線形解析へ適用可能であることを明らかにした。

3) 改良した **FrontISTR** を用いて、縮小6層 RC 造耐震壁フレーム建物の振動実験をモデル化した大規模解析を行った。その結果、継続時間 30s の地震応答解析の実行時間が 3.6 日程度であり、十分な実用性を有することを明らかにした。さらに、並列解析のスケーラビリティを調査し、5000~10000 節点/並列までは並列化による実行時間の短縮が期待できることを示した。

4) 今後の課題としては、より高度なコンクリートの材料構成則及び鉄筋の付着すべりモデルの実装と、複雑な RC 構造の大規模問題に対する解析精度検証が挙げられる。

<参考文献>

- 1) Ito S., Okuda H., HPC-MW : “A problem solving environment for developing parallel FEM application” , Applied Parallel Computing, State of the Art in Scientific Computing, LNCS4699, pp.694-702, 2006.
- 2) Vecchio F. J., Collins M. P. : “The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear” , ACI Journal 83, pp.219-231, 1986.
- 3) Litton R. W. : “A Contribution to the Analysis of Concrete Structures Under Cyclic Loading” , Ph. D. thesis, University of California, 1974.
- 4) 岡村甫, 前川宏一 : “鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則” , 技報堂出版, 1991.
- 5) 米澤健次, 長沼一洋, 江戸宏彰 : “正負繰り返し荷重を受ける RC 柱の三次元 FEM 解析” , 日本コンクリート工学年次論文集, Vol.25, No.2, pp.43-48, 2003.
- 6) 車谷麻緒, 根本優輝, 相馬悠人, 寺田賢二郎 : “コンクリートの破壊力学を考慮した鉄筋コンクリートの3次元破壊シミュレーションとその性能評価” , 日本計算工学会論文集, Vol.2016, No.20160004, 2016.
- 7) 土木学会 コンクリート委員会 : “コンクリート標準示方書 設計編” , 土木学会, 2017.
- 8) Al-Mahaidi R. S. H. : “Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Deep Members” , Tech. Rep. 79-1, Department of Structural Engineering, Cornell University, 1979.
- 9) 国立研究開発法人防災科学技術研究所「ASEBI」 : “縮小6層 RC 造耐震壁フレーム建物の振動実験” , <https://www.edgrid.jp/>
- 10) 勝俣英雄, 西山峰広, 真田靖士, 杉本訓祥, 増田安彦, 米澤健次, 西村勝尚, 三浦耕太, 松森泰造 : “縮小6層 RC 造耐震壁フレーム建物試験体の振動台実験 RC 造建物の崩壊余裕度定量化に関する研究開発(その8)~(その10)” , 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.339-344, 2015.