

数値流体解析による橋梁の渦励振応答振幅評価

伊藤 靖晃

(技術研究所)

Evaluation of Vortex-Induced Vibration Amplitude of a Bridge Girder using Large Eddy Simulation

Yasuaki Ito

近年の計算機能力の向上に伴い、長大橋の耐風設計における数値流体解析の利用に向けた検討が進められている。本研究では、強制加振法を用いて箱桁橋梁断面に作用する非定常空気を Large Eddy Simulation (LES) で評価し、非定常空気力係数の風速および振幅依存性を用いて、渦励振の応答振幅評価を行った。渦励振発現風速域では、非定常空気力係数に明確な振幅依存性が確認され、渦励振の発現風速域を適切に評価できることが確認された。また、強制加振法では比較的短い評価時間で非定常空気力係数を安定的に算出でき、自由振動法と比較して計算コストの低減が期待できる。

Recent development of High Performance Computing enables Computer Aided Engineering in many engineering field. The application of Computational Fluid Dynamics (CFD) in the wind resistant design of long-span bridges is now being investigated. The unsteady aerodynamic forces on the oscillating bridge section are evaluated using Large Eddy Simulation in the present study, and the vortex-induced vibration amplitudes are estimated from the dependency of flutter derivatives on oscillating amplitudes and wind speeds. The onset wind speed range of vortex-induced vibration can be evaluated appropriately. The application of forced vibration method on vortex-induced vibration amplitude evaluation in CFD enables to reduce computational cost compared to the free vibration method.

1. はじめに

近年の計算機能力の向上により、様々な工学分野において CAE (Computer Aided Engineering) が利用されるようになってきた。数値流体解析 (CFD) は、流れの可視化による現象理解など、実測や風洞実験の補助的な位置づけで用いられることが多かったが、近年では飛行機や自動車をはじめとする様々な工業製品の空気力評価などに用いられるようになってきた。

建設分野でも、建築物荷重指針・同解説(2015)¹⁾において、風力係数、風圧係数は「適切になされた風洞実験や数値流体計算等によって定める」と規定され、数値流体解析が風洞実験と同等の風荷重評価手法として扱われるようになった。また、平成 27-28 年度の建築基準整備促進事業において、「S18. 風圧力、耐風設計等の基準への数値流体計算の導入に関する検討」²⁾が推進され、建築物の耐風設計への CFD の利用に向けた検討が行われた。さらに、建築物荷重指針を活かす設計資料 2-建築物の風応答・風荷重評価/CFD 適用ガイド³⁾で

は、建築物の風荷重を数値流体解析で評価を行うための、具体的な解析手法や解析条件が示された。

このように、建設分野においても、数値流体解析を耐風設計に用いるための検討が進められている。ただし、これらの検討は主として空気力の評価を対象としたものである。吊り橋や斜張橋などの長大橋においても、耐風設計は重要な設計プロセスの 1 つであるが、長大橋の耐風設計では空気力による耐力の照査のみでなく、渦励振やフラッターなどの空力振動の照査が極めて重要な検討項目である。長大橋の空力振動は、自身の変形に伴う流れ場の変化により振動が助長される自励的な要素を有するため、静止した桁断面を対象とした空気力の評価結果から解析的に振動振幅を算出することはできない。このため、長大橋の耐風設計を対象とした数値流体解析では、構造物の振動を考慮する必要があり、空気力の評価を対象とした建築物の耐風設計で用いられる数値流体解析とは異なる点を有する。そこで、土木学会構造工学委員会において 2018 年 2 月に「橋梁の耐風設計における数値流体解析の適用に関する検討小委員会」が設立さ

れ、長大橋の耐風設計における数値流体解析の利用に向けた検討が進められている⁴⁾。

既往の研究においても、数値流体解析を用いた空力振動の評価に向けた検討が行われてきた。嶋田・石原⁵⁾は、 $B/D=2.0$ 矩形柱などの Bluff な形状を対象として、URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes)を用いて空力不安定振動の評価を行い、発現風速および応答振幅を定量的に精度良く予測することが可能であることを示した。また、Šarkić et al.⁶⁾は箱桁断面を対象に URANS を用いて調和振動する橋桁に作用する非定常空気力係数を算出し、フラッター解析などに用いられる非定常空気力係数の評価を行った。ねじれ速度同相項である A_2^* など一部の非定常空気力係数に有意な差異は残るものの、風洞実験と概ね同等の結果が得られることを示した。さらに、伊藤・Graham⁷⁾は Šarkić et al.の研究で用いられた箱桁断面を対象に LES (Large Eddy Simulation)を用いて非定常空気力係数を算出し、風洞実験と同等の精度で非定常空気力係数が算出可能であることを示した。

このように、既往の研究において、数値流体解析は空力振動や非定常空気力係数を適切に評価することが可能であることが示されている。ただし、高欄を有する橋桁に生じる渦励振のように、非定常な空力振動の応答振幅を、自由振動法を用いて LES で解析する必要がある場合には、計算負荷が極めて大きい。これは、渦励振の励振力および減衰力が小さく、振動振幅の収束までに極めて長い評価時間が必要であるためである。一方、伊藤・Graham の研究で示されたように、調和振動する橋桁に作用する非定常空気力から算出される非定常空気力係数は、加振周期の 15 倍程度の比較的短い評価時間を用いて算出することができる。また、非定常空気力の空力減衰項から、振動の励起または減衰を判断することが可能であり、非定常空気力係数が振幅依存性を有する場合には、渦励振の応答振幅評価に利用することが可能である。

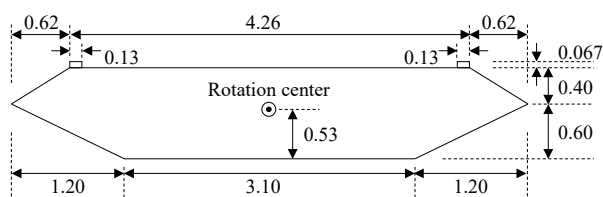


図-1 評価対象の橋梁桁の断面形状
(桁高 D で無次元化)

そこで本研究では、渦励振の応答振幅評価の計算負荷低減を目的として、強制加振法を用いた LES により非定常空気力係数を算出し、非定常空気力係数の風速・振幅依存性を用いて渦励振の応答振幅評価を行うことを試みる。

2. 実験および解析手法

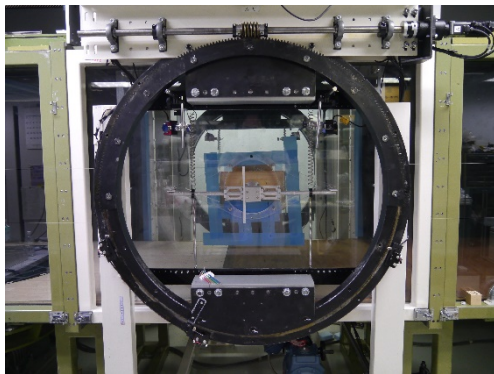
2.1 実験手法

本研究では、図-1 に示す地覆付きの箱桁橋梁断面の鉛直たわみ 1 自由度の渦励振を対象として、数値流体解析による応答振幅の評価を試みる。図-1 に示した箱桁橋梁断面は、Šarkić et al.の研究で用いられた箱桁橋梁断面に、渦励振を励起するため地覆を付加したものである。調和振動する箱桁橋梁断面に作用する非定常空気力を数値流体解析により算出し、非定常空気力係数の評価を行う。さらに、非定常空気力係数の風速・振幅依存性を用いて、渦励振の応答振幅評価を試みる。

まず、数値流体解析による評価結果の妥当性を検証するため、清水建設技術研究所に設置された幅 1.1m、高さ 0.9m の回流式風洞を用いて鉛直たわみ 1 自由度の自由振動実験を行い、応答振幅の評価を行った。実験模型は高さ 30mm、幅 165mm、長さ 1,000mm であり、図-2 に示すとおり鉛直たわみ 1 自由度で風洞内にバネ支持した。振動系の単位長さあたりの質量 m は 2.016kg/m、固有振動数は 3.104Hz である。実験気流は一樣流であり、1.0% 程度の乱れ強度を有するものの、明石海峡大橋風洞試験要領(1990)・同解説⁸⁾の基準を満足する気流である。渦励振の応答振幅は、一般に構造減衰パラメータ(スクルーション数)の影響を受けるため、構造減衰の評価が重要となる⁹⁾。本研究では構造減衰の振幅依存性についても考慮するため、無風時の減衰波形から振幅と構造減衰(対数減衰率)の関係を評価した。4 波の減衰波形から算出した振幅と対数減衰率の関係を図-3 に示す。いずれの減衰波形から算出された結果も概ね同等の結果であり、振幅が大きくなるほど対数減衰率が大きくなる傾向が確認された。 $\eta = 3.0\text{mm}$ ($\eta/D = 0.10$)における対数減衰率 δ は 0.0065 であり、このときのスクルーション数 $Sc = 2m\delta/(\rho B^2)$ は 0.80 である。ここで、 η は鉛直たわみ変位、 D は桁高、 B は幅員、 ρ は空気密度である。



(a) 風洞内の状況



(b) 風洞外部の支持状況

図-2 模型の設置状況

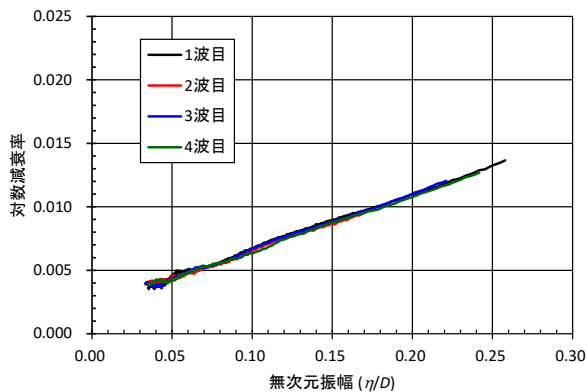


図-3 振幅と対数減衰率の関係

2.2 解析手法

2.2.1 解析理論

本研究では、強制加振時に橋桁に作用する非定常空気力を数値流体解析により算出し、非定常空気力係数の風速および振幅依存性を用いて、渦励振応答振幅の評価を行う。ここでは、時間も含めた4次元の座標 (x, y, z, t) (t は時間)に対して座標変換を行い、時間に対して固定された一般座標 (ξ, η, ζ, τ) (τ は座標変換後の時間)の問題として取り扱う^{10), 11)}。この一般座標系における非圧縮性 Navier-Stokes 方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial J u_i}{\partial \tau} + \frac{\partial [J(U^k - U_g^k)u_i]}{\partial \xi^k} + \frac{\partial \xi^k}{\partial x_i} \frac{\partial P}{\partial \xi^k} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial \xi^k} \left(J \frac{\partial \xi^k}{\partial x_m} \frac{\partial \xi^l}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial \xi^l} \right) = u_i \left(\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial J U_g^k}{\partial \xi^k} \right) \quad (1)$$

また、連続式は Geometric Conservation Law¹²⁾を用いて次式で表される。

$$\frac{\partial J}{\partial \tau} + \frac{\partial J(U^k - U_g^k)}{\partial \xi^k} = 0 \quad (2)$$

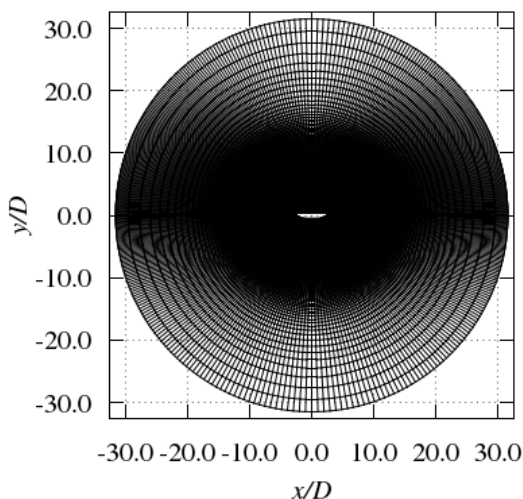
ここで、 u_i は流速の i ($i = 1 \sim 3$)成分、 U^k は反変流速の k ($k = 1 \sim 3$)成分、 U_g^k は格子の反変速度の k ($k = 1 \sim 3$)成分、 x_i はデカルト座標の i ($i = 1 \sim 3$)成分 ($x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$)、 ξ^k は一般座標の k ($k = 1 \sim 3$)成分 ($\xi^1 = \xi, \xi^2 = \eta, \xi^3 = \zeta$)、 $P = p/\rho$ (ただし、 p は圧力)、 Re はレイノルズ数である。また、 J は座標変換のヤコビアンであり、次式で表される。

$$J = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} \quad (3)$$

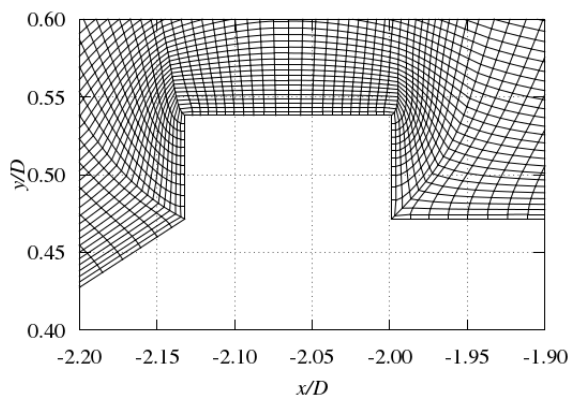
時間発展には fractional step 法¹³⁾を用い、対流項には2次精度の Adams-Bashforth 法、粘性項には2次精度の Crank-Nicolson 法を用いた。対流項を除く全ての差分は2次精度中心差分とし、対流項は森西の手法^{14, 15)}を一般座標系に拡張して離散化を行った。また、小野・田村の研究¹⁶⁾に倣い、微小な数値粘性を加えて、数値不安定性を抑制した。乱流モデルは標準 Smagorinsky モデル¹⁷⁾とし、壁面近傍には Van Driest の減衰関数¹⁸⁾を用いた。Smagorinsky 定数は、既往の研究¹⁹⁾において実験結果と解析結果の良い一致が確認された $C_s = 0.12$ とした。フィルター幅は格子の代表長としてヤコビアン J の三乗根を用いた。

2.2.2 解析格子と解析条件

図-1に示した風洞実験と同一の地覆付き箱桁断面を対象とした。解析格子は図-4に示したO型の構造格子とし、壁面において格子の直交性を満足するように調整した。解析領域は主流方向、鉛直方向ともに $63D$ とし、スパン方向は $1.0D$ とした。壁面直交方向の格子サイズは $D/400$ とした。Tamura et al.²⁰⁾はスパン方向の格子幅として $D/10$ 以下を用いることを提案しており、スパン方向の格子刻みはTamura et al.の提案を十分満足するよう $D/20$ とした。周方向、半径方向、スパン方向の格子点数は、そ



(a) 全体図



(b) 壁面近傍(地覆付近)

図-4 解析格子

それぞれ 519, 264 および 21 であり、総格子点数は約 300 万である。なお、物理量はコロケート配置とした。

強制加振法により非定常空気力係数を算出する際には、無次元風速(U/fD , f : 加振振動数)を変化させる必要がある。無次元風速を変更する方法としては、加振振動数を一定として風速を変更する方法と、風速を一定として加振振動数を変更する方法がある。風洞実験では、一般に加振振動数を変更することは困難であり、風速の変更は容易であることから、前者の手法が採用されることが多い。一方、数値流体解析ではいずれの変数も容易に変更が可能であるが、風速を変更する場合にはレイノルズ数が変わり、解析格子を修正する必要があるため、本研究の数値流体解析では、風速(レイノルズ数)を一定とする後者の手法を用いた。ここで、レイノルズ数($Re=UD/\nu$)は 20,000 とした。無次元風速は、風洞実験結果を参考に 6.0 から 14.0 までの範囲を対象とし、加振無次元振幅(η/D)は 0.025 から 0.300 まで 0.025 刻みとし

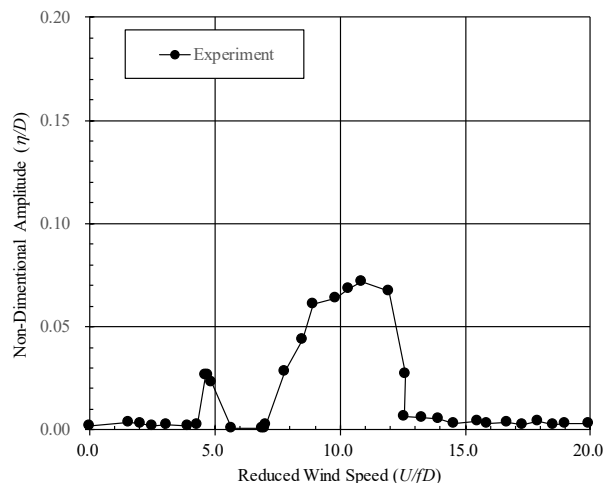


図-5 風洞実験結果(振幅と風速の関係)

た。無次元時間刻み($U\Delta t/D$)は無次元風速および加振振幅に応じて $3.0 \times 10^{-4} \sim 8.0 \times 10^{-4}$ を用いた。流入境界条件は乱れが 0 の一様流、流出境界条件は対流流出条件、壁面は non-slip 条件、スパン方向は周期境界条件とした。非定常空気力係数は、十分な助走解析後の 15 加振周期分の非定常空気力の時刻歴を用いて算出した。なお、非定常空気力係数は調和振動する橋桁に作用する非定常空気力から算出するため、15 加振周期程度の比較的短い解析結果でも適切に算出することが可能である⁷⁾。

3. 実験および解析結果

3.1 実験結果

風洞実験で計測された鉛直たわみ 1 自由度の振幅の最大値と無次元風速の関係を図-5 に示す。 $U/fD=5.0$ および $U/fD=8.0 \sim 12.5$ において渦励振が発生し、最大振幅は $U/fD=10.9$ において $\eta/D = 0.072$ であった。白石・松本²¹⁾によれば自己励起型渦励振の発現風速は、整数 N を用いて次式で表される。

$$\frac{U}{fD} = \left(\frac{1}{N}\right) \left(\frac{1}{0.6}\right) \left(\frac{B}{D}\right) \quad (4)$$

本研究の実験諸元を用いた場合の発現無次元風速は $U/fD=4.6$ および 9.2 であり、図-5 に示した渦励振の発現風速と概ね一致する。このため、本研究で確認された渦励振は自己励起型渦励振であると考えられる。

3.2 解析結果

数値流体解析において強制加振法により調和振動する橋桁に作用する非定常空気力を算出した。算出された非定常揚力は、Scanlan & Tomko²²⁾の非定常空気力係数を用いて次式の様に近似することができる。

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + K^2 H_4^* \frac{\eta}{B} \right) \quad (5)$$

ここで、 L は単位長さあたりの非定常揚力、 $K(=B\omega/U)$ は換算振動数、 ω は加振円振動数、 H_1^*, H_4^* は非定常空気力係数である。式(5)において、鉛直たわみ速度に掛かる H_1^* を含む項は空力減衰として作用し、構造減衰が0とすれば、 H_1^* が正のとき振動は励起され、負のとき振動は減衰する。このため、渦励振の評価を行う上では、 H_1^* の風速および振幅に対する変化が重要である。

数値流体解析による非定常空気力係数 H_1^* の算出結果を図-6に示す。渦励振の照査を目的とした本研究で対象とした無次元風速および加振振幅の範囲では、非定常空気力係数 H_1^* は明確な振幅依存性を示すことが明らかになった。特に図-5の風洞実験結果で渦励振の発現が確認された無次元風速8.0から12.0の範囲においては振幅依存性が顕著であり、一部の加振振幅で H_1^* が正值となることが確認された。さらに、この風速域においては、加振振幅が小さいほど H_1^* が大きく、振幅が大きくなると H_1^* は負値となることが確認された。

4. 非定常空気力係数に基づく渦励振応答振幅の評価

図-6に示したとおり、数値流体解析により算出された非定常空気力係数 H_1^* は、渦励振の発現風速域において明確な振幅依存性を有し、一部の加振振幅では正值となることが確認された。構造減衰による減衰力と空気力による励振力が一致する振幅が存在する場合には、振動系の減衰が0となり、一定の振幅で振動を続けることとなり、この振幅が渦励振応答振幅に相当する。ここで、鉛直たわみ1自由度の運動方程式を、式(5)を用いて次式の通り表す。

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_0\omega_0\dot{\eta} + \omega_0^2\eta = \frac{1}{2m} \rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + K^2 H_4^* \frac{\eta}{B} \right) \quad (6)$$

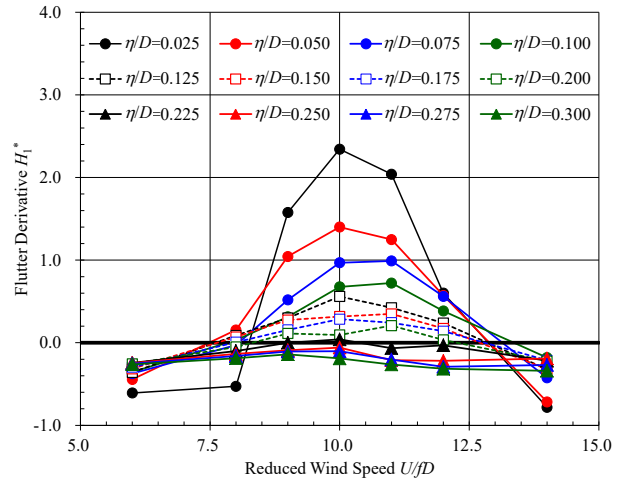


図-6 非定常空気力係数 H_1^* の算出結果

ここで、 m は単位長さあたりの質量、 ζ_0 は構造減衰比、 ω_0 は固有円振動数である。式(6)の右辺を左辺に移項すると、

$$\ddot{\eta} + \left(2\zeta_0\omega_0 - \frac{\rho B^2 \omega}{2m} H_1^* \right) \dot{\eta} + \left(\omega_0^2 - \frac{\rho B^2 \omega^2}{2m} H_4^* \right) \eta = 0 \quad (7)$$

となる。ここで、第3項の括弧内が空力剛性の効果を含む剛性を表し、有風時の振動数は次式で算出できる。

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{\rho B^2 \omega^2}{2m} H_4^* \quad (8)$$

ただし、式(8)の右辺第2項は一般的に小さく、低風速域では有風時の振動数は概ね無風時の固有振動数と一致する²³⁾ため、本研究では以下の関係が成立すると仮定する。

$$\omega \approx \omega_0 \quad (9)$$

一方、式(7)の第2項の括弧内は空力減衰の効果を含む減衰を表し、有風時の振動系の対数減衰率 δ は次式で算出できる。

$$\frac{\delta}{\pi} \omega = 2\zeta_0\omega_0 - \frac{\rho B^2 \omega}{2m} H_1^* \quad (10)$$

ここで、式(9)の関係を用いると、式(10)は

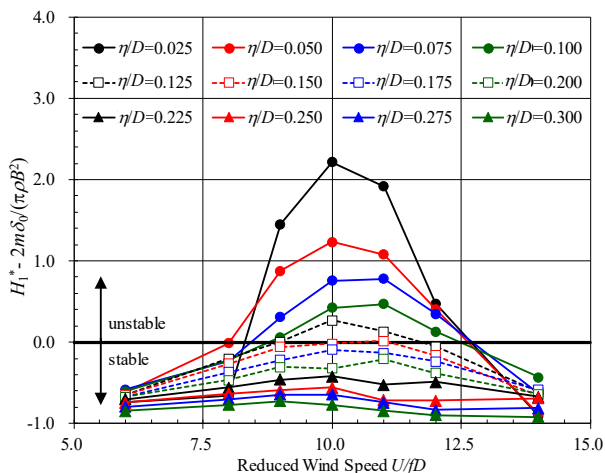


図-7 励振パラメータ

$$\delta = \delta_0 - \frac{\pi\rho B^2}{2m} H_1^* \quad (11)$$

となる。ただし、 δ_0 は無風時の対数減衰率である。渦励振が発現するのは、式(11)の左辺が0となる場合であり、非定常空気力係数 H_1^* が次式を満足する場合である。

$$H_1^* - \frac{2m\delta_0}{\pi\rho B^2} = 0 \quad (12)$$

式(12)の左辺が正の場合は振動が励起され、負の場合は減衰する。本研究では、式(12)の左辺($H_1^* - (2m\delta_0)/(\pi\rho B^2)$)を便宜的に励振パラメータと呼ぶ。図-6に示した非定常空気力係数の算出結果、および自由振動実験の諸元を用いて、風速および加振振幅毎に励振パラメータを算出した結果を図-7に示す。ただし、無風時の対数減衰率は、図-3に示した実験結果に基づいて加振振幅毎に異なる値を用いた。非定常空気力係数 H_1^* と同様、励振パラメータも一部の風速域および加振振幅で正值となることが確認された。加振振幅が大きくなるほど、励振パラメータの値が小さくなっており、励振パラメータが0となる風速および振幅から、渦励振の発現風速および振幅を算出することができる。励振パラメータから算出された渦励振の発現風速および発現振幅を、風洞実験結果と合わせて図-8に示す。図-8に示すとおり、渦励振の発現風速は概ね実験結果と一致することが確認された。一方、発現振幅は、励振パラメータから算出される解析結果が実験結果に対して過大評価となった。風洞実験では乱れ強度1%程度の気流が用いられており、乱れ強度が0の数値流体解析とは

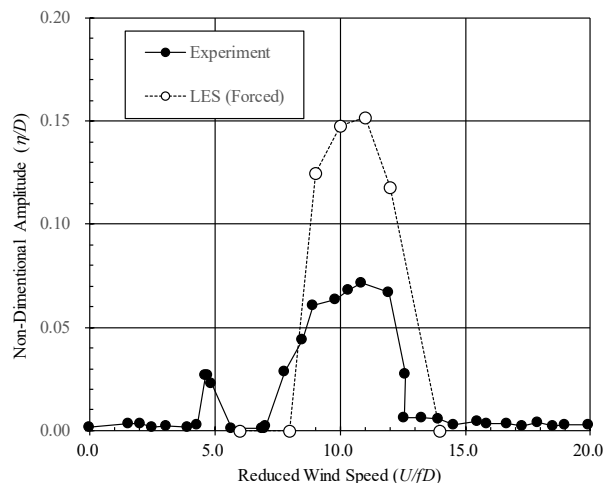


図-8 渦励振発現風速域での自由振動波形の一例

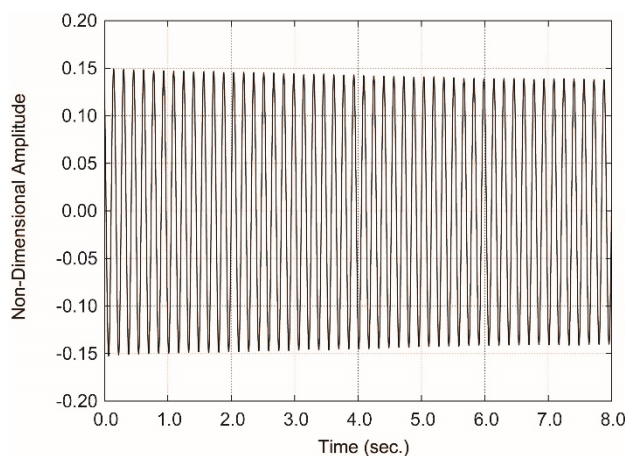


図-9 渦励振発現風速域での自由振動波形の一例

気流の条件が異なる。一般的には、乱れ強度が大きいほど渦励振の振幅は小さくなる²⁴⁾ため、実験結果が解析結果より小さくなったのは気流の差異が一因であると考えられる。ただし、スパン方向の解析領域や格子分割が空気力の評価結果に影響を与えることも指摘されており²⁵⁾、これらの項目が評価結果に与える影響については、今後の検討課題である。また、風洞実験で渦励振の発現が確認された風速域のレイノルズ数は、数値流体解析と比較して小さい。このため、レイノルズ数の影響についても検討を行い、評価結果の精緻化を図る必要がある。

本研究では、強制加振法を用いて、15加振周期分の非定常空気力から非定常空気力係数を算出し、非定常空気力係数の風速および振幅に対する依存性により、渦励振の応答振幅を算出した。ここで、図-9に渦励振発現風速域での橋桁の自由振動波形の解析結果の一例を示す。図-9は約50周期分の変位の時刻歴であるが、振動振幅は一定値に収束しておらず、減衰を続けている。このように、渦励振の発現風速

域における励振力または減衰力は極めて小さく、自由振動法を用いた場合には極めて長い評価時間が必要である。一方、本研究で用いた手法では、振幅の応答評価精度に課題は残るものの、比較的短い解析結果から渦励振応答振幅の算出が可能であり、自由振動法と比較して計算コストの点で優位性を有すると考えられる。さらに、本研究で提案した手法を用いて渦励振の発現風速域および発現振幅を推定し、推定された結果を初期振幅として自由振動法に相当する解析を実施することも、計算コストを削減する上で有用であると考えられる。

5. 結論

本研究では、強制加振法を用いた LES により非定常空気力係数を算出し、渦励振応答振幅の評価を行った。得られた結論を以下にまとめる。

- ・ LES で算出した非定常空気力係数 H_1^* には、渦励振の発現風速域において明確な振幅依存性が確認された。
- ・ 非定常空気力係数 H_1^* を用いて渦励振の評価を行ったところ、渦励振発現風速域は風洞実験結果と良く一致したが、発現振幅は過大評価となった。
- ・ 強制加振法による非定常空気力係数を用いた渦励振の応答振幅評価は、自由振動法に対して計算コストの観点で優位性が期待される。

実験結果に対し解析結果が過大評価となった原因として、実験気流に含まれる乱れの効果、解析におけるスパン方向解析領域および格子分割の影響、レイノルズ数の効果などが考えられる。詳細な原因については今後の検討課題であり、振幅の評価精度の精緻化を図る必要がある。

謝辞

本研究は、京都大学大学院 工学研究科 社会基盤工学専攻八木知己教授、野口恭平助教との共同研究の成果の一部である。また、本研究の一部は、京都大学学術情報メディアセンターのスーパーコンピュータを利用して実施した。ここに記して謝意を表す。

<参考文献>

- 1) 日本建築学会：“建築物荷重指針・同解説 第5版”，2015
- 2) 東京工業大学，神戸大学，大林組，鹿島建設，清水建設：“S18. 風圧力、耐風設計等の基準への数値流体計算の導入に関する検討”，2017

- 3) 日本建築学会：“建築物荷重指針を活かす設計資料 2-建築物の風応答・風荷重評価/CFD 適用ガイド”，2017
- 4) 伊藤靖晃，八木知己：“橋梁の耐風設計に関する数値流体解析の利用に向けた土木学会での取り組み”，日本風工学会誌，vol. 44，no. 1，pp.36-41，2019
- 5) 嶋田健司，石原孟：“構造基本断面の空力不安定振動応答評価に関する二次元非定常 $k-\epsilon$ モデルの適用性の検討”，土木学会論文集A，vol. 65，no. 3，pp.554-567，2009
- 6) Šarkić Anina, Fisch Rupert, Höffer Rüdiger, Bletzinger Kai-Uwe Uwe：“Bridge flutter derivatives based on computed, validated pressure fields”，Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics，vol. 104-106，pp.141-151，2012
- 7) 伊藤靖晃，GRAHAM J Michael R：“LES による箱桁橋梁断面の空気力評価とスパン方向解析領域の影響の検討”，土木学会論文集 A1(構造・地震工学)，vol. 73，no. 1，pp.218-231，2017
- 8) 本州四国連絡橋公団：“明石海峡大橋風洞試験要領(1990)・同解説”，1990
- 9) 白石成人，松本勝：“渦励振の発生機構と応答評価”，日本風工学会誌，vol. 1984，no. 20，pp.103-127，1984
- 10) Tetsuro Tamura, Kazuhiro Tsuboi, Kunio Kuwahara：“Numerical simulation of unsteady flow patterns around a vibrating circular cylinder”，26th Aerospace Sciences Meeting, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1988
- 11) 田村哲郎，伊藤嘉晃：“振動する角柱まわりの流れと風圧力に関する3次元解析の予測精度”，日本建築学会構造系論文集，no. 492，pp.29-36，1997
- 12) Thomas P. D., Lombard C. K.：“Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids”，AIAA Journal，vol. 17，no. 10，pp.1030-1037，1979
- 13) Kim J., Moin P.：“Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations”，Journal of Computational Physics，vol. 59，no. 2，pp.308-323，1985
- 14) 森西洋平：“非圧縮性流体解析における差分スキームの保存特性：第1報，解析的要求事項，離散オペレータの定義，レギュラ格子系の差分スキーム”，日本機械学会論文集 B 編，vol. 62，no. 604，pp.4090-4097，1996
- 15) 森西洋平：“非圧縮性流体解析における差分スキームの保存特性：第2報，スタガードおよびコロケート格子系の差分スキーム”，日本機械学会論文集 B 編，vol. 62，no. 604，pp.4098-4105，1996
- 16) 小野佳之，田村哲郎：“振動円柱まわりの渦挙動と空気力特性の関連性：LES による物理機構の検討”，日本建築学会構造系論文集，no. 534，pp.17-24，2000
- 17) Smagorinsky J.：“General circulation experiments with the primitive equations I. The basic experiment”，Monthly Weather Review，vol. 91，pp.99-164，1963

- 18) E. R. Van Driest: "On Turbulent Flow Near a Wall", *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 23, no. 11, pp.1007-1011, 1956
- 19) 伊藤靖晃, 野澤剛二郎, 菊池浩利: "乱れの小さい気流中における傾斜角 10 度の地上設置型太陽電池アレイの空力特性", *構造工学論文集 A*, vol. 58A, pp.567-574, 2012
- 20) Tamura T., Miyagi T., Kitagishi T.: "Numerical prediction of unsteady pressures on a square cylinder with various corner shapes", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 74-76, pp.531-542, 1998
- 21) 白石成人, 松本勝: "充腹構造断面の渦励振応答特性に関する研究", *土木学会論文報告集*, vol. 322, pp.37-50, 1982
- 22) Scanlan Robert H., Tomko John J.: "Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives", *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, no. EM 6, pp.1717-1737, 1971
- 23) Matsumoto M., Kobayashi Y., Shirato H.: "The influence of aerodynamic derivatives on flutter", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 60, pp.227-239, 1996
- 24) 武田勝昭: "橋桁の渦励振応答に及ぼす乱流効果のメカニズムに関する考察", *日本風工学会誌*, vol. 1993, no. 54, pp.5-17, 1993
- 25) Bruno Luca, Coste Nicolas, Fransos Davide: "Simulated flow around a rectangular 5:1 cylinder: Spanwise discretisation effects and emerging flow features", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 104-106, pp.203-215, 2012